

Міністерство освіти і науки України

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-
ДОРОЖНІЙ УНІВЕРСИТЕТ

Методичні вказівки
до контрольної роботи з дисципліни
«Економіко-математичні методи і моделі (Економетрика)»
для студентів заочної форми навчання
напряму підготовки 6.030503 – «Міжнародна економіка»

Затверджено
методичною радою
університету
протокол № від

Харків 2015

Укладачі: В. М. Кудрявцев

Кафедра міжнародної економіки

Навчальна дисципліна «Економіко-математичні методи і моделі (Економетрика)» належить до нормативних дисциплін циклу природничо-наукової та загальноекономічної підготовки фахівців галузі знань 0305 – «Економіка та підприємництво» за напрямом 6.030503 – «Міжнародна економіка».

Навчальна дисципліна «Економіко-математичні методи і моделі (Економетрика)» комплексно вивчає засади економетричного моделювання, зокрема, основні методи оцінювання параметрів моделей з урахуванням специфіки економічної інформації.

Метою викладання дисципліни є формування у майбутніх фахівців-економістів системи теоретичних знань, умінь та практичних навичок з методів оцінювання параметрів залежностей, які характеризують кількісні взаємозв'язки між економічними величинами, з методології, методики та інструментарію побудови економіко-математичних моделей, їх аналізу та використання для прогнозування розвитку економічних систем.

Предметом навчальної дисципліни є методологія економіко-математичного моделювання та методи й інструментарій аналізу процесів, що відбуваються в економіці.

У результаті вивчення дисципліни у студентів сформуються знання, вміння і навички щодо:

- сутності і принципів математичного моделювання як метода наукового вивчення економічних процесів;
- сучасної методології економетричного аналізу та моделювання економіки;
- основних видів статистичних і динамічних економетричних моделей процесів, що характеризуються кількісними показниками, галузей використання цих моделей, методик їх побудови й аналізу результатів;
- особливостей і методів моделювання якісних економічних показників;
- основних типів, можливостей та областей використання моделей ринкової економіки, методик їх розробки;
- моделювання поведінки учасників ринкових відносин і прогнозування розвитку соціально-економічних процесів.

Отже, під час вивчення цієї дисципліни студенти мають :

- 1) опанувати методи побудови і реалізації економетричних

моделей за допомогою персонального комп'ютера;

2) набути практичних навичок кількісного вимірювання взаємозв'язків між економічними показниками;

3) поглибити теоретичні знання в галузі математичного моделювання економічних процесів і явищ.

Економетрика надає додаткові можливості оволодіти обчислювальною технікою, розвиває аналітичні навички та є основою економічних досліджень.

Викладання курсу передбачає проведення лекцій, лабораторних занять та індивідуально-консультативних занять. Певна частина програмного матеріалу має бути засвоєна студентами в процесі самостійної роботи, виконання тестових, розрахунково-аналітичних завдань і розгляду проблемних ситуацій.

I. ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ

«ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ (ЕКОНОМЕТРИКА)»

Тема 1

Концептуальні засади економетрики

Мета, предмет, метод і задачі дисципліни «Економетрика». Виникнення, становлення та розвиток економетрики. Математичне та статистичне підґрунтя економетрики. Теоретична і прикладна економетрика. Роль комп'ютера в сучасній економетриці.

Економіка як об'єкт моделювання. Складність економічних процесів. Еволюційна економіка. Синергетична економіка. Системний підхід в моделюванні економіки. Економіка як складна система з внутрішньо притаманним ризиком. Системні властивості економічних рішень.

Основні поняття економетрики. Завдання економетричного дослідження. Етапи проведення економетричного аналізу. Інформаційна база економетричних моделей: динамічні та варіаційні ряди і їхні характеристики. Генеральна сукупність. Вибірка. Обсяг вибірки. Основні статистичні характеристики: середнє значення, дисперсія, середньоквадратичне відхилення, коефіцієнт варіації.

Тема 2

Методи побудови загальної лінійної моделі

Опис кореляційно-регресійного зв'язку між економічними показниками. Кореляційне поле. Центр розсіювання. Коефіцієнт коваріації. Коефіцієнт кореляції і його властивості.

Проста вибіркова лінійна регресія. Загальне поняття про лінійну регресію. Властивості простої (парної, однофакторної) вибіркової лінійної регресії. Імовірнісний зміст простої регресії. Узагальнена регресійна модель. Класична модель лінійної регресії.

Методи побудови загальної лінійної моделі. Специфікація моделі: поняття й алгоритм. Етапи побудови загальної лінійної

моделі: постановка задачі – специфікація моделі – формування вихідної моделі – оцінка параметрів моделі – аналіз залишків – верифікація моделі. Оцінка параметрів моделі лінійної регресії за допомогою методу найменших квадратів (МНК). Сутність методу МНК. Передумови застосування МНК. Оператор оцінювання МНК. Практичне застосування МНК. Оцінка параметрів моделі методом максимальної правдоподібності. Побудова економетричної моделі на основі покрокової регресії.

Тема 3

Узагальнений метод найменших квадратів. Мультиколінеарність

Гетероскедастичність. Визначення гетероскедастичності та її природа. Правдоподібність припущення про гомоскедастичність. Наслідки гетероскедастичності. Тестування наявності гетероскедастичності: графічний аналіз, перевірка гетероскедастичності за критерієм F , параметричний та непараметричний тести Голтфельда-Квандта, тест Гейзера, тест рангової кореляції Спірмена, тест Парка.

Мультиколінеарність. Визначення мультиколінеарності та її природа. Теоретичні наслідки мультиколінеарності в загальному випадку. Практичні наслідки мультиколінеарності – вплив мультиколінеарності на кількісні характеристики економетричної моделі.

Тема 4

Емпіричні методи кількісного аналізу на основі статистичних рівнянь

Кількісний аналіз та його особливості. Поняття емпіричних моделей кількісного аналізу. Статистичні рівняння. Емпіричні методи кількісного аналізу на основі статистичних рівнянь.

Виробничі функції та їх аналіз. Властивості виробничих функцій. Використання апарату виробничих функцій.

Поняття еластичності економетричних моделей. Коефіцієнт еластичності для однофакторної моделі. Коефіцієнт еластичності

для багатомірних моделей (частинний коефіцієнт еластичності).

Тема 5

Економетричні моделі динаміки

Поняття, види і правила побудови рядів динаміки. Моментні й інтервальні, одно- і багатовимірні, повні і неповні часові ряди, ряди динаміки абсолютних, відносних і середніх величин. Графічне зображення рядів динаміки.

Основні характеристики рядів динаміки. Поточні і базисні рівні, ланцюгові і базисні показники динаміки. Абсолютний приріст. Темп зростання. Темп приросту. Абсолютне значення одного процента приросту. Середні показники динаміки. Розкладання часових рядів на складові: тренд, сезонна, циклічна, випадкова компоненти.

Основні прийоми аналізу рядів динаміки. Збільшення інтервалів (періодів) часу. Згладжування за допомогою ковзної середньої. Спосіб перетворення рядів.

Тема 6

Методи прогнозування часових рядів.

Моделі соціально-економічного прогнозування

Сутність і класифікація статистичних прогнозів. Методи прогнозування та їх класифікація.

Моделювання динаміки економічних явищ. Методи моделювання одномірних і багатовимірних часових рядів. Інтерполяція і екстраполяція рядів динаміки. Застосування сплайн-функцій для врахування структурних змін. Динамічне моделювання взаємозв'язку у структурно однорідних сукупностях. Динамічні моделі у структурно неоднорідних сукупностях.

Сезонні коливання. Вимірювання сезонних коливань. Індекс сезонності (сезонна хвиля): поняття і методи розрахунку (метод простих середніх, метод ланцюгових індексів, або метод Персона, метод аналітичного згладжування).

Тема 7

Алгоритмічні моделі в економіці та підприємстві

Основні аспекти імітаційного моделювання. Детерміновані і стохастичні імітаційні моделі.

Теоретичні основи методу статистичного моделювання (методу Монте-Карло). Моделювання випадкових величин. Моделювання випадкових подій.

Послідовність створення математичних імітаційних моделей. Побудова концептуальної моделі. Побудова алгоритму згідно з концептуальною моделлю системи. Створення комп'ютерної програми. Проведення машинних експериментів з моделлю системи. Моделювання випадкових величин як системотвірна імітаційного процесу моделювання.

Інструменти ППП Excel для проведення імітаційних експериментів. Приклади імітаційного моделювання.

Тема 8

Метод інструментальних змінних

Поняття та особливості інструментальної змінної. Властивості оцінок моделі у разі стохастичних змінних. Стохастичні пояснювальні змінні. Послідовність оцінок. Асимптотичне сподівання. Асимптотична дисперсія. Асимптотична матриця коваріацій параметрів.

Метод інструментальних змінних. Визначення інструментальних змінних. Оператор оцінювання Вальда. Особливості оцінювання методом Бартлета. Оператор оцінювання Дарбіна. Помилки вимірювання змінних.

Економетрична модель експорту продукції зі стохастичними пояснювальними змінними.

Тема 9

Моделі розподіленого лагу

Поняття лагу і лагових змінних. Роль часового лагу в економіці. Причини лагів. Тест Гренжера. Економетричні моделі

розподіленого лагу (дистрибутивно-лагові моделі). Коефіцієнти лагу. Структура лагу. Узагальнена модель розподіленого лагу.

Взаємна кореляційна функція. Корелограма.

Лаги незалежних і залежної змінних. Закон розподілу Койка. Метод Ширлі Альмон. Модель адаптивних очікувань (перша модифікація моделі Койка) і модель часткового коригування (часткових пристосувань) (друга модифікація моделі Койка). Комбінація моделей адаптивних очікувань і часткового коригування.

Тема 10

Економетричні моделі на основі системи структурних рівнянь

Поняття про одночасну залежність економічних змінних. Системи одночасних (симультаивних) структурних рівнянь: структурна та зведена форми економетричної моделі. Порушення класичного припущення в симультаивних моделях: отримання зміщених оцінок (оцінок з відхиленням) в моделях симультаивних рівнянь.

Використання структурних рівнянь для побудови економетричної моделі. Загальні поняття про методи оцінювання невідомих параметрів у моделях симультаивних рівнянь. Попередні відомості про структурні моделі. Симультаивні (структурні) моделі скороченої форми. Знаходження параметрів скороченої форми та оцінка їхнього впливу на змінні моделі. Проблема ототожнення (ідентифікації) в симультаивних моделях: правильне, або точне ототожнення, проблема переототожнення (надідентифікації), неототожнення (неідентифікації). Основні правила ототожнення.

Тема 11

Прикладні математичні моделі фінансово-економічних процесів

Використання математичних моделей моніторингу в розв'язанні прикладних економічних задач. Основні принципи аналізу та

синтезу моделей економічних систем.

Математичні моделі основних системних характеристик та їхня роль у прийнятті рішень в економіці та підприємстві. Математичні моделі комбінаторного морфологічного аналізу та синтезу раціональних систем управління в економіці та підприємстві. Експертні методи оцінки та їх використання в побудові прикладних економіко-математичних моделей управління економічними об'єктами. Імітаційні моделі прийняття багатокритеріальних рішень в економіці та підприємстві. Аналітичне планування на підставі методу аналізу ієрархій. Методи прийняття рішень на підставі теорії нечітких множин.

Тема 12

Рейтингове оцінювання та управління в економіці

Актуальність проблеми. Концепція рейтингового управління. Моделювання системи рейтингового управління. Структура процесу рейтингового управління. Схема рейтингового управління. Механізм рейтингового управління. Етапи формалізованої схеми визначення рейтингу однорідних економічних об'єктів. Рейтингове оцінювання множини економічних об'єктів за деякими параметрами (критеріями).

Підготовка вихідних даних для рейтингового оцінювання. Етапи й інструментарій статистичного аналізу даних, необхідних для рейтингового оцінювання. Трендовий аналіз в рейтинговому оцінюванні та управлінні. Узагальнений алгоритм аналізу ієрархій у рейтинговому оцінюванні. Ієрархічне подання проблеми, шкала відношень, матриця парних порівнянь.

Тема 13

Моделі поведінки та взаємодії споживачів і виробників

Моделі поведінки споживачів. Індивід-споживач і система його переваг. Функція корисності і її властивості. Кардиналістський та ординалістський підходи до визначення функції корисності. Функції корисності фон Неймана-Моргенштерна. Рівняння Слуцького. Моделювання поведінки споживачів на конкурентних

ринках. Неокласична задача споживання. Порівняльна статика споживання. Коефіцієнт перехресної еластичності попиту. Гіпотеза опуклості стосовно двох наборів благ. Гранична норма заміщення.

Моделі поведінки виробників. Виробничі множини і виробничі функції. Виробничі функції. Загальне поняття виробничої функції. Економічний зміст виробничої функції. Загальна характеристика виробничих функцій. Етапи та методи побудови виробничих функцій. Функція Солоу. Багаторежимна функція. Багатофакторні виробничі функції. Макроекономічні виробничі функції.

Тема 14

Традиційні і динамічні нелінійні моделі макроекономіки

Традиційні макроекономічні моделі. Класична модель ринкової економіки: ринок робочої сили; ринок грошей; ринок товарів: об'єднана (загальна) модель. Модель Кейнса. Магістральні моделі нагромадження і споживання.

Односекторні нелінійні моделі макроекономіки. Модель Солоу. Стаціонарна траєкторія економічної системи. Перехідний режим у моделі Солоу. «Золоте» правило накопичення. Виграш у поточному споживанні – програш у найближчій перспективі. Односекторна модель оптимального економічного зростання. Модель зміни технологічного укладу. Двосекторна модель економіки. Характерні властивості виробничих функцій Солоу. Багатофакторні функції Солоу. Модель Солоу з лінійно-однорідною CES-функцією.

Тема 15

Моделі аналізу макроекономічної політики. Загальна модель макроекономічної динаміки

Моделі аналізу макроекономічної політики. Аналіз макроекономічної політики. Стабілізація системи. Основне рівняння макроекономічної рівноваги. Узгодженість цілей і засобів. Макроекономічна політика і «критика Лукаса». Податки, бюджетний дефіцит і виробництво. Фіскальний аспект динаміки боргу. Раціональні очікування в умовах невизначеності та відсутності арбітражу.

Модель агрегованої пропозиції. Динаміка очікувань. Накопичення приватного багатства. Макроекономічна модель у цілому. Аналіз короткотермінових економічних ефектів. Модель детермінованої динаміки Сарджента-Тарновського. Основні блоки моделі аналізу нелінійних динамічних систем.

Тема 16

Модель міжгалузевого балансу.

Модель динаміки державного боргу та сеньйоражу

Балансовий метод дослідження економічних систем. Принципова схема міжгалузевого балансу (МГБ). Економіко-математична модель міжгалузевого балансу (модель Леонт'єва, модель «витрати – випуск»). Статична та динамічна моделі міжгалузевого балансу. Коефіцієнти прямих і повних матеріальних витрат. Коефіцієнти прямої та повної трудомісткості. Коефіцієнти прямої та повної фондомісткості. Запасомісткість. Узагальнена оптимізаційна модель міжгалузевих зв'язків Леонт'єва для випадку декількох технологій, використовуваних кожною галуззю. Економіко-математична модель міжгалузевого балансу затрат праці.

СУТНІСТЬ, ЗМІСТ ТА СТРУКТУРА КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Вивчення дисципліни «Економіко-математичні методи і моделі (Економетрика)» студентами заочної форми навчання передбачає виконання контрольної роботи, яка містить одне теоретичне питання та одне практичне завдання згідно теоретичного матеріалу тем робочої програми дисципліни та згідно з індивідуальним варіантом завдання студента.

Метою контрольної роботи є перевірка засвоєння знань, отриманих шляхом самостійного опрацювання теоретичних питань із дисципліни «Економіко-математичні методи і моделі (Економетрика)».

Творчий підхід до написання контрольної роботи передбачає глибоке вивчення літератури з теми, оцінку різних трактувань питання, отримання аргументованих висновків.

Текст контрольної роботи слід викладати логічно, але при цьому не допускати простого переписування його з літератури. Наводячи цитати, формулюючи певні підходи, використовуючи запозичені статистичні матеріали з різних джерел, автор обов'язково повинен зробити посилання, а ці джерела назвати у загальному списку літератури.

Стосовно вимог до структури контрольної роботи кафедра подає такі рекомендації: загальний обсяг роботи повинен складати 12-15 сторінок тексту, який набирається на комп'ютері або пишеться від руки та оформлюється відповідним чином (див. нижче).

Відредагований текст контрольної роботи повинен бути надрукований на стандартних аркушах А4; шрифт 14 через 1,5 інтервали.

Посилання можуть бути подані на сторінках роботи, наприклад, наприкінці речення – [1, с.123], з вказівкою на порядковий номер літературного джерела у списку літератури та відповідно сторінку твору, що цитується. Також посилання можуть бути розташовані наприкінці сторінки, коли текст підкреслюється і друкується посилання меншим шрифтом – 10 через 1 інтервал.

Студент може обрати будь-який варіант, однак пріоритетним є перший.

Рисунки та таблиці у контрольній роботі повинні бути правильно оформлені та підписані. Назва рисунка розміщується під ним, назва таблиці – навпаки, їх нумерація здійснюється відповідно до глав. Наприклад, рисунок 1.3 – це третій малюнок у першій главі.

Нумерацію сторінок слід починати з третьої (початок вступу) і до останньої, враховуючи додатки.

Структура роботи охоплює: титульний аркуш (див. додаток 1); зміст; питання, що розкривають суть проблеми; практичне завдання, список використаної літератури. Кожний елемент контрольної роботи обов'язково починається з нового аркуша.

Зміст роботи фактично відбиває план викладення обраної теми, в якому наводиться вся структура роботи з чіткими, конкретними формулюваннями питань.

Пропонується використовувати як фундаментальні підручники, словники, енциклопедії, монографії, так і довідники, статистичні збірки та періодичні видання.

Список літератури розміщується в кінці роботи. Він охоплює всі джерела, якими користувався автор (10-15 джерел). Оформлюється список літератури в алфавітному порядку, джерела також нумеруються для здійснення посилань на них (див. додаток 2).

Таким чином, контрольна робота повинна бути підготовлена як цілісне закінчене дослідження з визначеної теми та розв'язанням практичного завдання, рівень виконання яких свідчить про глибоку теоретичну та практичну підготовку студента.

ОРГАНІЗАЦІЙНІ ПОРАДИ СТОСОВНО СТРОКІВ ТА ЕТАПІВ ПІДГОТОВКИ

Не менш, ніж за 10 днів до захисту, контрольна робота подається на кафедру для рецензування та отримання дозволу на захист. Робота повинна бути подана у закінченому вигляді та відповідним чином оформлена.

Зважаючи на високі вимоги до змістовної частини роботи, слід мати на увазі, що відвідання консультацій керівника контрольної

роботи дає змогу не тільки контролювати хід підготовки, а й, перш за все, обговорювати дискусійні питання, наукові підходи. До кожної консультації студенту слід готуватися: формулювати питання, вибирати матеріал.

Після обрання варіанту контрольної роботи (залежно від номеру залікової книжки), студент знайомиться з тим, як висвітлена теоретичні питання в науковій літературі, який рівень їх розробки, які є фундаментальні видання з цих проблеми, що нового з'явилося в періодичних виданнях, далі необхідно розв'язати практичне завдання згідно свого варіанту за допомогою методичних рекомендацій до його виконання.

Варіанти для виконання контрольної роботи вибираються відповідно до приведеної таблиці 1.1.

Таблиця 1. – **Вибір варіанту завдання**

Передостання цифра ЗК	Остання цифра ЗК									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0; 5	15	12	8	4	18	9	3	12	18	5
1; 6	20	1	19	4	15	7	8	15	13	20
2; 7	14	5	14	17	2	19	2	6	13	11
3; 8	9	10	16	10	7	13	17	1	4	7
4; 9	6	20	3	19	9	5	11	2	16	1

Варіанти для виконання контрольної роботи, приведені в табл. 1.1, вибираються відповідно до останньої і передостанньої цифри залікової книжки. Наприклад, останні цифри залікової книжки - 86. Номер вашого варіанту - 17.

Знайомство з проблемним питанням слід розпочинати з фундаментальних підручників, як вітчизняних, так і зарубіжних, в яких подається глибокий за змістом, стабільний матеріал, який визнається світовою економічною наукою, розкриває сутність економічних категорій і процесів. Далі можна звертатися до монографій, періодичних видань для більш ґрунтовного розкриття проблеми.

ЗАХИСТ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Важливе значення має підготовка студентом змістовної доповіді на 3-5 хвилин, яка буде містити важливі моменти дослідження проблеми. Питання, які задає науковий керівник, безпосередньо стосуються проблеми або певним чином пов'язані з нею. Короткі, влучні за суттю відповіді свідчать про глибоке та вільне оволодіння студентом знаннями з цієї проблеми та літератури з неї. Захист контрольної роботи є допуском до складання екзамену з дисципліни.

Якщо контрольна робота не відповідає стандартам, викладач має повернути її студенту на доопрацювання. Аналогічна ситуація може виникнути, коли студент не володіє темою і не відповідає на запитання викладача.

ВАРІАНТИ ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Теоретична частина

1. Мета, предмет, методи і задачі дисципліни «Економетрія».
2. Виникнення, становлення та розвиток економетрії.
3. Основні поняття економетрії.
4. Завдання та структура економетричного дослідження.
5. Математичне і статистичне підґрунтя економетрії.
Інформаційна база економетричних моделей.
6. Зв'язок економетрії з макроекономікою. Роль економетрії в економічних дослідженнях і приклади економетричних моделей.
7. Основи економетричного моделювання.
8. Особливості економетричних моделей, їх класифікація та загальні принципи побудови.
9. Структурна та приведена форма економетричних моделей.
10. Економетричні методи оцінки параметрів моделей, які характеризують кількісні взаємозв'язки між економічними величинами
11. Поясніть сутність кореляційно-регресійного зв'язку між економічними показниками.
12. Поясніть сутність коефіцієнта коваріації та наведіть формулу для його обчислення.

13. Охарактеризуйте властивості простої вибіркової лінійної регресії.
14. В чому полягає імовірнісний зміст простої регресії?
15. Дайте характеристику узагальненої регресійної моделі та класичної моделі лінійної регресії.
16. Перелічите та розкрийте зміст основних етапів побудови загальної лінійної моделі.
17. У чому полягає сутність методу найменших квадратів?
18. Коли для оцінювання параметрів моделі можна застосувати МНК?
19. Дайте визначення загальної дисперсії, дисперсії залишків (помилки) та факторної дисперсії економетричної моделі, наведіть відповідні формули. Який між ними зв'язок?
20. Розкрийте сутність і поясніть, для чого використовується коефіцієнт детермінації.

Практична частина

У ході проведення економетричного дослідження була проаналізована фінансово-господарська діяльність 20 підприємств-суб'єктів ЗЕД. При цьому передбачалося, що на річний валовий прибуток підприємства (Y , тис. дол. США.) могли суттєво впливати такі чинники, як вартість основних виробничих фондів (X_1 , млн. дол. США) та середньорічна чисельність працівників (X_2 , чол.).

Вихідні дані наведені у табл. 2.

Для кожної пари зв'язків $Y = f(X_p)$ необхідно:

- 1) сформулювати гіпотезу про форму, напрямок і тісноту зв'язку;
- 2) оцінити тісноту лінійного зв'язку;
- 3) побудувати економетричну модель залежності $Y = f(X_p)$ – розрахувати параметри рівняння лінійної регресії $\hat{y} = b_0 + b_1x$ за методом найменших квадратів;
- 4) визначити загальну якість (адекватність) моделі;
- 5) оцінити статистичну надійність (значущість) результатів регресійного моделювання;
- 6) перевірити статистичну значущість оцінок параметрів моделі;
- 7) побудувати довірчі інтервали для параметрів моделі для

рівня значимості $\alpha = 0,05$;

Таблиця 2. – Вихідні дані

№ спостер.	Y, тис. дол. США	X ₁ , млн. дол. США	X ₂ , чол.
1	117,5	10,9	49
2	178,2	15,4	66
3	189,1	15,1	62
4	244,3	19,5	78
5	268,5	20,5	84
6	301,8	21,7	84
7	342,7	22,4	67
8	384,5	23,0	94
9	358,5	25,3	99
10	408,4	29,0	107
11	432,1	27,5	106
12	450,0	29,6	109
13	456,2	31,8	117
14	488,4	34,1	124
15	491,1	31,4	118
16	506,2	32,4	118
17	521,2	34,2	124
18	533,9	36,9	133
19	546,5	35,9	120
20	564,8	37,2	134

8) розрахувати прогнозне значення результативної змінної за умови, що прогнозне значення факторної змінної збільшиться на 65 % від його середнього рівня (точковий прогноз);

9) визначити довірчий інтервал прогнозу для рівня значимості $\alpha = 0,05$;

10) розрахувати довірчий інтервал для всіх точок вибірки й у точці прогнозу і побудувати довірчу область.

Використовуючи отримані дані і теоретичні відомості, зробіть економетричний аналіз – опишіть процес побудови моделей і всі супутні розрахунки.

Методичні вказівки до виконання завдань

1. Гіпотеза про форму (лінійний чи нелінійний), напрямок (прямий чи зворотній) і тісноту (сильний чи слабкий) зв'язку між факторною та результативною ознаками формулюють на підставі візуального аналізу діаграми розсіювання (кореляційного поля) та побудованої на ній емпіричної лінії регресії.

2. У разі правдоподібності припущення про лінійність зв'язку між факторною та результативною ознаками в якості показника його щільності (тісноти) використовують коефіцієнт кореляції r_{xy} :

$$r_{xy} = \frac{\overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y}}{\sqrt{X^2 - (\bar{X})^2} \cdot \sqrt{Y^2 - (\bar{Y})^2}}, \quad (1)$$

де $\overline{XY} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i$, $\overline{X^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$, $\overline{Y^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2$ – середні

значення відповідних показників;

n – кількість спостережень.

Для розрахунку коефіцієнтів кореляції для кожної пари зв'язків $Y = f(X_p)$ доцільно скористатись допоміжною таблицею (табл. 3).

Таблиця 3. – Розрахунок коефіцієнтів кореляції для кожної пари зв'язків

№ спостер.	x_{1i}	y_i	$x_{1i} y_i$	x_{1i}^2	y_i^2	x_{2i}	$x_{2i} y_i$	x_{2i}^2
1								
2								
...								
n								
Сума	$\sum_{i=1}^n x_{1i}$	$\sum_{i=1}^n y_i$	$\sum_{i=1}^n x_{1i} y_i$	$\sum_{i=1}^n x_{1i}^2$	$\sum_{i=1}^n y_i^2$	$\sum_{i=1}^n x_{2i}$	$\sum_{i=1}^n x_{2i} y_i$	$\sum_{i=1}^n x_{2i}^2$
Середнє	\bar{X}_1	\bar{Y}	$\overline{X_1 Y}$	$\overline{X_1^2}$	$\overline{Y^2}$	\bar{X}_2	$\overline{X_2 Y}$	$\overline{X_2^2}$

3. У разі оцінки за методом найменших квадратів (МНК) невідомі значення параметрів b_0 і b_1 моделі лінійної регресії $\hat{y} = b_0 + b_1 x$ визначають за формулами:

$$b_1 = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}, \quad (2)$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x} = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i}. \quad (3)$$

Для оцінки значень параметрів кожного з рівнянь лінійної регресії $Y = f(X_p)$ доцільно скористатись результатами виконаних на попередньому етапі допоміжних розрахунків, що занесені у табл. 2.

4. Загальну якість (адекватність) моделі визначають за допомогою коефіцієнту детермінації R^2 :

$$R^2 = \frac{\sigma_{\text{регр}}^2}{\sigma_{\text{заг}}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{\sigma_{\text{пом}}^2}{\sigma_{\text{заг}}^2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, \quad (4)$$

де $\sigma_{\text{заг}}^2$ – загальна дисперсія економетричної моделі;

$\sigma_{\text{пом}}^2$ – дисперсія залишків (помилки) економетричної моделі;

$\sigma_{\text{регр}}^2$ – факторна дисперсія економетричної моделі;

\hat{y}_i – теоретичні значення результативної змінної, розраховані за рівнянням регресії $\hat{y} = b_0 + b_1 x$.

5. Статистичну надійність (значущість) результатів регресійного моделювання оцінюють за допомогою F -критерію Фішера:

$$\hat{F}_{\text{факт}} = \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\frac{1}{n-m-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} = \frac{R^2 (n-m-1)}{(1-R^2) \cdot m}; \quad (5)$$

$$\hat{F}_{\text{факт}} > F_{\text{кр}(\alpha; df_1; df_2)}, \quad (6)$$

де $F_{\text{кр}(\alpha; df_1; df_2)}$ – табличне (критичне) значення F -розподілу;

α – рівень значимості;

$df_1 = m$, $df_2 = (n - m - 1)$ – кількість ступенів свободи;

m – кількість факторів, що входять у модель (для парної лінійної регресії $m = 1$).

Для кожної з побудованих моделей усі подальші розрахунки виконуються тільки за умови їх адекватності та значущості.

Для розрахунку коефіцієнтів детермінації і F -критеріїв Фішера для кожної пари зв'язків $Y = f(X_p)$ доцільно скористатись допоміжною таблицею (табл. 4).

6. Статистичну значущість оцінок параметрів b_0 і b_1 моделі регресії перевіряють за допомогою t -критерію Стьюдента:

$$t_{\text{факт}} = \frac{b_k}{\sigma_{b_k}}; \quad |t_{\text{факт}}| > t_{\text{кр}(\alpha; df)}, \quad (7)$$

Таблиця 4 – Розрахунок коефіцієнтів детермінації та F -критеріїв Фішера для кожної моделі однофакторної регресії

Модель $Y = f(X_1)$						
№ спостер.	x_{1i}	y_i	$\hat{y}_i^I = f(X_1)$	$(\hat{y}_i^I - \bar{y})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(y_i - \hat{y}_i^I)^2$
1						
2						
...						
n						
Сума	-	$\sum_{i=1}^n y_i$	$\sum_{i=1}^n \hat{y}_i^I$	$\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i^I - \bar{y})^2$	$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$	$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i^I)^2$
Коефіцієнт детермінації, R^2						
F -критерій Фішера, $\hat{F}_{\text{факт}}$						
Модель $Y = f(X_2)$						
№ спостер.	x_{2i}	y_i	$\hat{y}_i^{II} = f(X_2)$	$(\hat{y}_i^{II} - \bar{y})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(y_i - \hat{y}_i^{II})^2$
1						
2						
...						
n						
Сума	-	$\sum_{i=1}^n y_i$	$\sum_{i=1}^n \hat{y}_i^{II}$	$\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i^{II} - \bar{y})^2$	$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$	$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i^{II})^2$
Коефіцієнт детермінації, R^2						
F -критерій Фішера, $\hat{F}_{\text{факт}}$						

$$\sigma_{b_0} = \sigma_{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}, \quad (8)$$

$$\sigma_{b_1} = \sigma_{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}, \quad (9)$$

$$\sigma_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n - m - 1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - m - 1}}, \quad (10)$$

де σ_{b_k} – стандартна помилка оцінки k -го параметру;

$t_{кр}(\alpha; df)$ – табличне (критичне) значення t -розподілу;
 $df = (n - m - 1)$ – кількість ступенів свободи;
 ε_i – випадкова величина (помилка, залишок);
 σ_ε – стандартна помилка регресії.

7. Довірчі інтервали для кожного параметра моделі будують за наступною формулою:

$$b_k \pm t_\alpha \cdot \sigma_{b_k}, \quad (11)$$

де t_α – випадкова величина, що має t -розподіл Стьюдента з $df = n - m - 1$ ступенями свободи для надійності $\gamma = 1 - \alpha$.

8. Прогнозне значення (точковий прогноз) результативної змінної розраховують наступним чином:

$$\hat{y}_{n+k} = b_0 + b_1 x_{n+k}, \quad (12)$$

де x_{n+k} – прогнозне значення факторної змінної.

Умова, що прогнозне значення факторної змінної збільшиться на 65 % від його середнього рівня, полягає у такому: $x_{n+k} = 1,65 \cdot \bar{x}$.

9. Довірчий інтервал прогнозу будують наступним чином:

$$\hat{y}_{n+k} \pm \delta; \quad \delta = t_\alpha \cdot \sigma_\varepsilon \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_{n+k} - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}, \quad (13)$$

де δ – напівширина довірчого інтервалу прогнозу.

10. Довірчий інтервал для всіх точок вибірки й у точці прогнозу розраховують за формулою:

$$(\hat{y}_i - \delta, \hat{y}_i + \delta). \quad (14)$$

ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Айвазян С. А. Прикладная статистика и основы эконометрики / С. А. Айвазян, В. С. Мхитарян. – М. : ЮНИТИ, 1998.
2. Грубер Й. Економетрія : у 2-х т. / Й. Грубер. – К.: Нічлава, 1998.
3. Доугерти К. Введение в эконометрику / К. Доугерти. – М. : Финансы и статистика, 1999.
4. Єлейко В. І. Основи економетрії : у 2 ч. / В. І. Єлейко. – Львів : Марка ЛТД, 1995.
5. Эконометрика / [под ред. чл.-кор. РАН И. И. Елисейевой]. – М. : Финансы и статистика, 2001.
6. Экономико-математические методы и прикладные модели / [под ред. В. В. Федосеева]. – М. : ЮНИТИ, 2001.
7. Кади Дж. Количественные методы в экономике / Дж. Кади. – М. : Прогресс, 2004.
8. Лук'яненко І. Г. Економетрика : підручник / І. Г. Лук'яненко, Л. І. Краснікова. – К. Знання, 1998.
9. Наконечний С. І. Економетрія : підручник / С. І. Наконечний, Т. О. Терещенко, Т. П. Романюк. – К. : КНЕУ, 2004.
10. Ржевський С. В. Вступ до економетрії / С. В. Ржевський. – К. : Вид-во Європ. ун-ту, 2001.
11. Шаттелес Т. Современные эконометрические методы / Т. Шаттелес. – М. : Статистика, 2003.
12. Введение в эконометрическое моделирование / [Клас А., Герики К., Колек Ю., Шиян И.]. – М. : Статистика, 2003.
13. Костила Н. І. Фінанси : система моделей і прогнозів / Н. І. Костила, А. А. Алексєєв, О. Д. Василик. – К. : Четверта хвиля, 1998.
14. Лук'яненко І. Г. Економетрика : практикум з використанням комп'ютера / І. Г. Лук'яненко, Л. І. Краснікова. – К. : Знання, 1998.
15. Справочник по математике для экономистов. – М. : Высшая школа, 2001.
16. Чавкин А. М. Методы рационального управления в экономике / А. М. Чавкин. – М. : Финансы и статистика, 2001.

Додаток 1

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ
УНІВЕРСИТЕТ**

Кафедра міжнародної економіки

КОНТРОЛЬНА РОБОТА

з дисципліни: «Економіко-математичні методи і моделі
(Економетрика)»
варіант №:

Виконав:
студент групи ЕМз-
Іванов М.В.
Залікова книжка № _____
Перевірив:

Харків 20__

Навчальне видання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до контрольної роботи з дисципліни
«Економіко-математичні методи і моделі (Економетрика)»
для студентів заочної форми навчання
напряму підготовки 6.030503 – «Міжнародна економіка»

Укладачі: КУДРЯВЦЕВ В'ячеслав Михайлович

Відповідальний за випуск *Д. А. Горовий*

В авторській редакції

Комп'ютерна верстка