

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ Й НАУКИ  
МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ  
З ДИСЦИПЛІНИ “ЕКОНОМІКО-  
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ”**

**для студентів напряму підготовки  
6.030504 – Економіка підприємства  
(денна форма навчання)**

Харків, 2013

Міністерство освіти й науки молоді та спорту України

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

До видання й виходу у світ дозволяю  
Проректор

І.П.Гладкий

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ  
З ДИСЦИПЛІНИ “ЕКОНОМІКО-  
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ”**

**для студентів напряму підготовки  
6.030504 – Економіка підприємства  
(денна форма навчання)**

Усі цитати, цифровий, фактичний  
матеріал і бібліографічні відомості  
перевірені, написання сторінок  
відповідає стандартам

**ЗАТВЕРДЖЕНО**  
методичною радою  
університету  
протокол № від

Укладач:

Бредіхін В.М.  
Вербицька В.І.  
Прокопенко М.В.

Відповідальний за випуск:

Дмитрієв І.А.

Харків, ХНАДУ, 2013

Укладачі Бредіхін В.М.  
Прокопенко М.В.  
Вербицька В.І.

Кафедра економіки підприємства

У даному методичному посібнику показано як за допомогою засобу пошуку розв'язків ППП Excel вирішуються лінійні оптимізаційні завдання на прикладі типових виробничих ситуацій: планування виробництва, складання розкладів, транспортне завдання й планування робіт. Наведені приклади оцінки найкращого й найгіршого варіантів розвитку економічної ситуації з використанням можливостей сценаріїв і матричних ігор. Розглянуті завдання для розв'язку яких застосовується теорія системи масового обслуговування.

У завданнях  $i$  – остання цифра залікової книжки,  $j$  – передостання цифра.

## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №1

### ГРАФІЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

Найбільш простим методом лінійного програмування (ЛП) є графічний метод. Він застосовується для розв'язку завдань ЛП із двома змінними.

Розглянемо завдання ЛП у стандартній формі запису:

$$\begin{aligned} \max f(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &\leq b_i, \quad i=1, 2, \dots, m, \\ x_j &\geq 0, \quad j=1, 2, \dots, n. \end{aligned} \tag{1.1}$$

Допустимо, що  $n=2$ , тобто розглянемо це завдання на площині. Нехай система нерівностей сумісна (має хоча б один розв'язок).

Кожна нерівність цієї системи геометрично визначає півплощини із граничної прямої  $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 = b_i$ ,  $i=1, 2, \dots, m$ . Умови незаперечності визначають півплощини, відповідно, із граничними прямими  $x_1=0$ ,  $x_2=0$ . Система сумісна, тому півплощини перетинаються, як опуклі безлічі, утворюють загальну частину, яка є опуклою безліччю і являє собою сукупність точок, координати кожної з яких є розв'язком даної системи. Сукупність цих точок називають багатокутником розв'язків. Він може бути крапкою, відрізком, променем, багатокутником, необмеженою багатокутною областю.

Таким чином, геометрично завдання лінійного програмування (ЗЛП) являє собою відшукування такої точки багатокутника розв'язків, координати якої доставляють лінійної функції мети максимальне (мінімальне) значення, причому припустимими розв'язками є всі точки багатокутника розв'язків.

Лінійне рівняння описує безліч точок, що лежать на одній прямій. Лінійна нерівність описує деяку область на площині. Визначимо, яку частину площини описує нерівність  $2x_1 + 3x_2 \leq 12$ . По-перше, побудуємо пряму  $2x_1 + 3x_2 = 12$ . Ця пряма проходить через точки  $(6, 0)$  і  $(0, 4)$ . Для того щоб визначити, яка півплощина задовольняє нерівності необхідно вибрати будь-яку точку на графіку, що не належить прямій, і підставити її координати в нерівність. Якщо нерівність буде виконуватися, то дана крапка є припустимим розв'язком і півплощина, що містить точку, задовольняє нерівності. Зручної для використання при підстановці в нерівність є початок координат. Підставимо  $X_1 = X_2 = 0$  у нерівність  $2x_1 + 3x_2 \leq 12$ . Одержимо  $2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 \leq 12$ . Дане твердження є вірним, отже, нерівності  $2x_1 + 3x_2 \leq 12$  відповідає нижня півплощина, що містить точку  $(0,0)$ . Це відбите на графіку, зображеному на рис. 1.

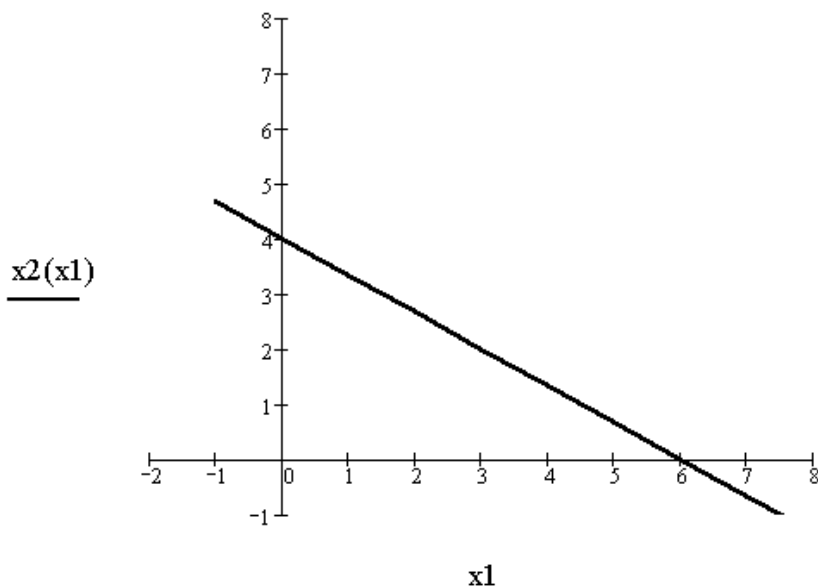


Рисунок 1 - Нерівності  $2x_1 + 3x_2 \leq 12$  відповідає нижня півплощина.

Аналогічно можна зобразити графічно кожне обмеження завдання лінійного програмування.

Розв'язком кожної нерівності системи обмежень ЛП є півплощина, що містить граничну пряму й розташована по одну

сторону від неї. Перетинання півплощин, кожна з яких визначається відповідною нерівністю системи, називається областю припустимих розв'язків або областю визначення. Необхідно пам'ятати, що область припустимих розв'язків задовольняє умовам незаперечності ( $x_j \geq 0$ ,  $j=1, \dots, n$ ). Координати будь-якої точки, що належить області визначення є припустимим розв'язком завдання.

Для знаходження екстремального значення цільової функції при графічному розв'язку завдань ЛП використовують вектор-градієнт, координати якого є частками похідними цільової функції, тобто:

$$\nabla = \left( \frac{\partial f}{\partial x_1} = c_1, \frac{\partial f}{\partial x_2} = c_2 \right) \quad (1.2)$$

Цей вектор показує напрямок найшвидшої зміни цільової функції. Пряма  $c_1x_1 + c_2x_2 = f(\bar{x}_0)$ , перпендикулярна вектору-градієнту, є лінією рівня цільової функції. У будь-якій крапці лінії рівня цільова функція ухвалює те саме значення. Дорівнюємо цільову функцію постійній величині "а". Міняючи значення "а", одержимо сімейство паралельних прямих, кожна з яких є лінією рівня.

Важлива властивість лінії рівня лінійної функції полягає в тому, що при паралельному зсуві лінії в одну сторону рівень тільки зростає, а при зсуві в іншу сторону – зменшується.

З геометричної точки зору в завданні лінійного програмування шукається така кутова крапка або набір точок із припустимого безлічі розв'язків, на якому досягається сама верхня (нижня) лінія рівня, розташована далі (ближче) інших у напрямку найшвидшого росту.

Графічний метод розв'язку задач ЛП складається з наступних етапів.

1. Будується багатокутна область припустимих розв'язків задач ЛП – ОДР.

2. Будується вектор-градієнт цільова функція у якій-небудь точці  $X_0$  приналежної ОДР –  $\nabla = (C_1, C_2)$ .

3. Лінія рівня  $C_1x_1 + C_2x_2 = a$  ( $a$  – постійна величина) - пряма, перпендикулярна вектору –градієнту  $\nabla$  – пересувається в напрямку цього вектора у випадку максимізації  $f(x_1, x_2)$  доти, поки не покине меж ОДР. Гранична крапка (або точки) області при цьому русі і є крапкою максимуму  $f(x_1, x_2)$ .

4. Для знаходження її координат досить розв'язати два рівняння прямих, одержуваних з відповідних обмежень, що й дають у перетинанні точку максимуму. Значення  $f(x_1, x_2)$ , знайдене в одержуваній крапці, є максимальним.

При мінімізації  $f(x_1, x_2)$  лінія рівня переміщається в напрямку, протилежному вектору-градієнту. Якщо пряма при своєму русі не залишає ОДР, то відповідний максимум або мінімум  $f(x_1, x_2)$  не існує.

Якщо лінія рівня паралельна якому-небудь функціональному обмеженню завдання, то оптимальне значення ЦФ буде досягтися в будь-якій крапці цього обмеження, що лежить між двома оптимальними кутовими точками, і, відповідно, кожна із цих точок є оптимальним розв'язком задачі ЛП.

Розглянемо графічний розв'язок завдань лінійного програмування на наступному прикладі.

### **Завдання 1.**

Планування випуску продукції на пошивному підприємстві. (Завдання про костюми).

Планується випуск двох видів костюмів - чоловічих і жіночих. На жіночий костюм потрібно  $1, i$  м вовни,  $2 \cdot (1, j)$  м лавсану й  $1, j$  людино-днів працевитрат. На чоловічий костюм -  $3, i$  м вовни,  $0, j$  м лавсану й  $1$  людино-день працевитрат. Усього є  $35i$  м вовни,  $24j$  м лавсану і  $15(i+j)$  людино-днів працевитрат.

Потрібно, визначити, скільки костюмів кожного типу необхідно зшити, щоб забезпечити максимальний прибуток, якщо прибуток від реалізації жіночого костюма становить  $1i$  грошових одиниць, а від чоловічого -  $2j$  грошових одиниць. При цьому слід мати в увазі, що необхідно зшити не менш 60 чоловічих костюмів.

## **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №2**

### **ПЛАНУВАННЯ ВИРОБНИЦТВА**

Фабрика випускає два типи фарб: для внутрішніх ( $I$ ) і зовнішніх ( $E$ ) робіт.

Продукція обох видів надходить в оптовий продаж. Для виробництва фарб використовуються дві складові А і В. Максимально можливі добові запаси цих продуктів становлять 6 і 8 тон, відповідно. Витрати продуктів А і В на 1 т відповідних фарб наведені в табл. 2.1.

Таблиця 2.1 - Вихідні дані завдання про планування виробництва фарб

Складовий продукт	Витрата складових продуктів на тонну фарби, т		Максимально можливий запас, т
	фарба Е	фарба І	
А	1	2	6
В	2	1	8

Вивчення ринку збуту показало, що добовий попит на фарбу І ніколи не перевищує попиту на фарбу Е більш ніж на 1 т. Крім того, установлене, що попит на фарбу І ніколи не перевищує 2 т у добу. Оптові ціни однієї тони фарб рівні: 3000 грн. для фарби Е і 2000 грн. для фарби І. Яка кількість фарби кожного виду повинна робити фабрика, щоб дохід від реалізації продукції був максимальним?

Для розв'язку цього завдання необхідно побудувати математичну модель.

У нашому випадку фабриці необхідно спланувати обсяг виробництва фарб так, щоб максимізувати прибуток. Тому змінними є:

$X_i$  — добовий обсяг виробництва фарби І і  $X_e$  — добовий обсяг виробництва фарби Е.

Сумарний добовий прибуток від виробництва  $X_i$  фарби І і  $X_e$  фарби Е рівна

$$Z = 3000 * X_e + 2000 * X_i \quad (2.1)$$

Метою фабрики є визначення серед усіх припустимих значень  $X_i$  і  $X_e$  таких, які максимізують сумарний прибуток, т. е, цільову функцію  $Z$ .

Перейдемо до обмежень, які накладають на  $X_e$  і  $X_i$ . Обсяг виробництва фарб не може бути негативним, отже:

$$X_e, X_i > 0 \quad (2.2)$$

Витрата вихідного продукту для виробництва обох видів фарб не може перевершувати максимально можливий запас даного вихідного продукту, отже:

$$X_e + 2X_i \leq 6 \quad (2.3)$$

$$2X_e + X_i \leq 8 \quad (2.4)$$

Крім того, обмеження на величину попиту на фарби такі:



$$X_i - X_e \leq 1 \quad (2.5)$$

$$X_i \leq 2 \quad (2.6)$$

Таким чином, математична модель даного завдання має такий вигляд:

максимізувати

$$Z = 300X_e + 2000X_i$$

при наступних обмеженнях:

$$X_e + 2X_i \leq 6$$

$$2X_e + X_i \leq 8$$

$$X_i - X_e \leq 1$$

$$X_i \leq 2$$

$$X_i, X_e \geq 0$$

Помітимо, що дана модель є лінійною, тому що цільова функція і обмеження лінійно залежать від змінних.

1. Розв'яжемо дане завдання за допомогою команди Сервіс - Пошук розв'язку (Tools Solver) ППП Excel. Засіб пошуку розв'язків є однією з надбудов Excel. Якщо в меню Сервіс (Tools) відсутня команда Пошук розв'язку (Solver), то для її установки необхідно виконати команду Сервіс, Надбудови, Пошук розв'язку (Tools, Add-ins, Solver).

Відведемо клітинки **A3** і **B3** під значення змінних  $X_e$  й  $X_i$

У клітинку **C4** введемо функцію мети

$$=3000*A3+2000*B3$$

у клітинки **A7:A10** введемо ліві частини обмежень

$$=A3+2*B3$$

$$=2*A3+B3$$

$$=B3-A3$$

$$=B3$$

а в клітинки **B7:B10** — праві частини обмежень.

Після цього виберемо команду Сервіс, Пошук розв'язку (Tools, Solver) і заповнимо діалогове вікно, що відкрилося, Пошук розв'язку (Solver).

Після натискання кнопки Виконати (Solve) відкривається вікно Результати пошуку розв'язку (Solver Results), який повідомляє що розв'язок знайдений.

## Завдання

Яка кількість деталей кожного виду повинна робити фабрика, щоб дохід від реалізації продукції був максимальним? Вихідні дані наведені в табл. 2.2.

Таблиця 2.2 - Вихідні дані

Компоненти	Витрата компонентів на 1 деталь, т		Максимально можливий запас, т
	Деталь 1	Деталь 1	
А	$i$	$2*i$	$10*i$
В	$j$	$2*j$	$7*j+2*i$

Інші дані побрати із прикладу.

### ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №3

#### ПЛАНУВАННЯ ПОРТФЕЛЯ ЗАМОВЛЕННЯ

Для одержання сплавів А і В використовуються чотири метали I, II, III і IV, вимоги до змісту яких у сплавах А і В наведені в табл. 3.1.

Таблиця 3.1 - Вимоги до змісту металів у складу сплавів

Сплав	Вимоги до змісту металу
А	Не більш 80% металу I
	Не більш 30% металу II
В	Від 40 до 60% металу II
	Не менш 30% металу III
	Не більш 70% металу IV

Характеристики й запаси руд, використовуваних для виробництва металів I, II, III і IV, зазначені в табл. 3.2.

Таблиця 3.2 - Характеристики й запаси руд у завданні про визначення складу сплавів

Руда	Максимальний запас, т	Склад, %					Ціна, \$/т
		I	II	III	IV	Інші компоненти	
1	1000	20	10	30	30	10	30
2	2000	10	20	30	30	10	40
3	3000	5	5	70	20	0	50

Нехай ціна 1 т сплаву А рівна 200 доларів, а 1 т сплаву В — 210 доларів. Необхідно максимізувати прибуток від продажу сплавів А и В.

Позначимо через  $x_{1a}, x_{2a}, x_{3a}, x_{4a}$  й  $x_{1b}, x_{2b}, x_{3b}, x_{4b}$  кількість I, II, III і IV металів, використовуваних для одержання сплавів А и В, відповідно. Кількість використаної  $i$ -я руди позначимо  $y_i, i=[1, 3]$ .

Тоді математична модель даного завдання має вигляд:  
максимізувати:

$$Z = 200(x_{1a}+x_{2a}+x_{3a}+x_{4a}) + 210(x_{1b}+x_{2b}+x_{3b}+x_{4b}) - 30y_1 - 40y_2 - 50y_3 \quad (3.1)$$

при обмеженнях на склад сплавів (на підставі даних з табл. 3.2):

$$\begin{aligned} x_{1a} &\leq 0,8(x_{1a}+x_{2a}+x_{3a}+x_{4a}) \\ x_{2a} &\leq 0,3(x_{1a}+x_{2a}+x_{3a}+x_{4a}) \\ x_{2b} &\leq 0,6(x_{1b}+x_{2b}+x_{3b}+x_{4b}) \\ x_{2b} &\geq 0,4(x_{1b}+x_{2b}+x_{3b}+x_{4b}) \\ x_{3b} &\geq 0,3(x_{1b}+x_{2b}+x_{3b}+x_{4b}) \\ x_{4b} &\leq 0,7(x_{1b}+x_{2b}+x_{3b}+x_{4b}) \end{aligned}$$

на характеристики й склад руди (на підставі даних з табл. 3.1):

$$\begin{aligned} x_{1a}+x_{1b} &\leq 0,2y_1+0,1y_2+0,05y_3 \\ x_{2a}+x_{2b} &\leq 0,1y_1+0,2y_2+0,05y_3 \\ x_{3a}+x_{3b} &\leq 0,3y_1+0,3y_2+0,7y_3 \\ x_{4a}+x_{4b} &\leq 0,3y_1+0,3y_2+0,2y_3 \end{aligned}$$

а також на діапазони використання змінних:

$$\begin{aligned} x_{ia} &\geq 0, x_{ib} \geq 0, i=[1,4] \\ 0 &\leq y_1 \leq 1000 \\ 0 &\leq y_2 \leq 2000 \\ 0 &\leq y_3 \leq 3000 \end{aligned}$$

1. Розв'яжемо дане завдання за допомогою команди Сервіс - Пошук розв'язку (Tools Solver) ППП Excel. Відведемо під змінні  $x_{ia}, x_{ib}, i=[1, 4]$  діапазон клітинок **C3:D6**, а під змінні  $y_i, i=[1, 3]$  - діапазон клітинок **F3:F5**.

У клітинку **G9** уведемо функцію мети  
=200\*СУМ(C3:36)+210\*СУМ(D3:D6)-30\*F3-40\*F4-50\*F5

У діапазоні клітинок **C8:C17** уведемо ліві частини обмеженні, причому перетворимо їх до виду коли всі змінні перебувають ліворуч, а всі знаки нерівностей — менше або рівно:

$$\begin{aligned} &=C3-0.8*СУМ(C3:36) \\ &=C4-0.3*СУМ(C3:36) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&=D4-0.6*СУМ(D3:D6) \\
&=0.4*СУМ(D3:D6)-D4 \\
&=0.3*СУМ(D3:D6)-D5 \\
&=D6-0.7*СУМ(D3:D6) \\
&=СУММ(C3:D3)-0.2*F\$3-0.1*F\$4-0.05*F\$5 \\
&=СУММ(C4:D4)-0.1*F\$3-0.2*F\$4-0.05*F\$5 \\
&=СУММ(C5:D5)-0.3*F\$3-0.3*F\$4-0.7*F\$5 \\
&=СУМ(36:D6)-0.3*F\$3-0.3*F\$4-0.2*F\$5
\end{aligned}$$

У діапазон клітинок Н3:Н5 уведемо кількість наявних запасів руд. Виберемо команду Сервіс, Пошук розв'язку (Tools, Solver) і заповнимо діалогове вікно Пошук розв'язку (Solver).

### Завдання

Скласти портфель замовлень, щоб дохід від реалізації продукції був максимальним? Вихідні дані наведені в табл. 3.3.

Таблиця 3.3. - Вихідні дані

Напівфабрикати	Максимальний запас, т	Склад, %					Ціна, S/т
		I	II	III	IV	Інші компоненти	
1	1000	$i$	$2*i$	$5+i$	$4+j$	10	$3i$
2	2000	$j$	$2*j$	$4+j$	$2+i$	10	$4j$
3	3000	$i+j$	$2*i+j$	$i+j$	$i+4*j$	0	$5(i+j)$

Інші дані взяти із прикладу.

## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №4

### ТРАНСПОРТНЕ ЗАВДАННЯ

Припустимо, що фірма має 4 фабрики й 5 центрів розподілу її товарів. Фабрики фірми розташовуються в А, Б, В, Г с виробничими можливостями 200, 150, 225 і 175 одиниць продукції щодня, відповідно. Центри розподілу товарів фірми розташовуються в 1, 2, 3, 4, 5 з потребами в 100, 200, 50, 250 і 150 одиниць продукції щодня, відповідно. Зберігання на фабриці одиниці продукції, не поставленої в центр розподілу, обходиться в \$0,75 у день, а штраф за прострочену поставку одиниці продукції, замовленої споживачем у центрі розподілу, але, що там не перебуває, рівний \$2,5 у день. Вартість

перевезення одиниці продукції з фабрик у пункти розподілу наведена в табл. 4.1.

Таблиця 4.1 - Транспортні витрати

		1	2	3	4	5
1	А	1.5	2	1.75	2.25	2,25
2	Б	2.5	2	1.75	1	1.5
3	В	2	1,5	1.5	1.75	1.75
4	Г	2	0.5	1.75	1.75	1.75

Необхідно так спланувати перевезення, щоб мінімізувати сумарні транспортні витрати.

Оскільки дана модель збалансована (сумарний обсяг зробленої продукції дорівнює сумарному обсягу потреб у ній), те в цій моделі не треба враховувати витрати, зв'язані як з складированим, так і з недопоставками продукції. А якщо ні, то в модель потрібно було б увести:

У випадку надвиробництва — фіктивний пункт розподілу, вартість перевезень одиниці продукції в який покладається рівної вартості складування, а обсяги перевезень — обсягам складування надлишків продукції на фабриках

У випадку дефіциту — фіктивну фабрику, вартість перевезень одиниці продукції з якої покладається рівної вартості штрафів за недопоставку продукції, а обсяги перевезень — обсягам недопоставок продукції в пункти розподілу.

Для розв'язку даного завдання побудуємо її математичну модель. Невідомими в даному завданні є обсяги перевезень. Нехай  $X_{ij}$  — обсяг перевезень із  $i$ -ї фабрики в  $j$ -й центр розподілу.

Функція мети — це сумарні транспортні витрати, тобто

$$Z = \sum \sum c_{ij} * x_{ij} \quad (4.1)$$

де  $C_{ij}$  — вартість перевезення одиниці продукції з  $i$ -ї фабрики  $j$ -й центр розподілу.

Невідомі в даному завданні повинні задовольняти наступним обмеженням:

а) обсяги перевезень не можуть бути негативними

б) тому що модель збалансована, те вся продукція повинна бути вивезена з фабрик, а потреби всіх центрів розподілу повинні бути повністю задоволені

У результаті маємо наступну модель:  
мінімізувати:

$$Z = \sum \sum c_{ij} * x_{ij} \quad (1.23)$$

при обмеженнях:

$$\sum x_{ij} = b_j, j = [1, 5] \quad (1.24)$$

$$\sum x_{ij} = a_i, i = [1, 4], \quad (1.25)$$

$$x_{ij} \geq 0, i = [1, 4], j = [1, 5]. \quad (1.26)$$

де  $a_i$  — обсяг виробництва на  $i$ -й фабриці,  $b_j$  — попит в  $j$ -м центрі розподілу.

1. Розв'яжемо дане завдання за допомогою команди Сервіс - Пошук розв'язку (Tools Solver) ППП Excel.

У клітинки **A1:E4** уведені вартості перевезень. Клітинки **A6:E9** відведені під значення невідомих (обсяги перевезень). У клітинки **G6:G9** уведені обсяги виробництва на фабриках, а в клітинки **A11:E11** уведена потреба в продукції в пунктах розподілу.

У клітинку **F10** уведена цільова функція  
=СУММПРОИЗВ(A1:E4;A6:E9)

У клітинки **A10:E10** уведені формули

=СУМ(A6:A9)

=СУМ(B6:B9)

=СУМ(36:39)

=СУММ(D6:D9)

=СУМ(E6:E9)

визначальні обсяг продукції, увезеної в центри розподілу.

У клітинки **F6:F9** уведені формули

=СУМ(A6:E6)

=СУМ(A7:E7)

=СУМ(A8:E8)

=СУМ(A9:E9)

що обчислюють обсяг продукції, що вивозиться з фабрик.

Тепер виберемо команду Сервіс, Пошук розв'язку (Tools, Solver) і заповнимо діалогове вікно, що відкрилося, Пошук розв'язку (Solver).

Не забудьте в діалоговому вікні Параметри пошуку розв'язку (Solver Options) установити прапорець Лінійна модель (Assume Linear Model). Після натискання кнопки Виконати (Solve) засіб пошуку

розв'язків знаходить оптимальний план поставок продукції й відповідні йому транспортні витрати.

### Завдання

Спланувати перевезення, щоб мінімізувати сумарні транспортні витрати для вихідних даних відстаней представлених у табл. 4.2. Інші дані побрати із прикладу

Таблиця 4.2 - Транспортні витрати

		1	2	3	4	5
1	а	$i$	$2*i$	$5+2*i$	$10+j$	$i$
2	б	$j$	$5+j$	$5+2*j$	$2*i+10$	$j$
3	в	$2+i$	$2*j$	$2*i+2*j$	$j+2*i$	$2+i$
4	г	$5+j$	$i+j$	$10+i$	$i+j$	$3+j$

## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №5

### ПРИЗНАЧЕННЯ НА РОБОТИ

Четверо робітників можуть виконувати чотири види робіт. Вартості  $C_{ij}$  виконання  $i$ -м робітником  $j$ -роботи наведені в табл. 5.1

Таблиця 5.1 – Вартість виконання робіт

	Робота 1	Робота 2	Робота 3	Робота 4
Робітник 1	1	4	6	3
Робітник 2	9	10	7	9
Робітник 3	4	5	11	7
Робітник 4	8	7	8	5

Внесемо в клітинки діапазону **A1:D4** вартості виконання робіт відповідно.

У цій таблиці рядка відповідають робітником, а стовпці — роботам. Необхідно скласти план виконання робіт так, щоб усі роботи були виконані, кожний робітник був завантажений тільки на одній роботі, а сумарна вартість виконання всіх робіт була мінімальною. Відзначимо, що дане завдання є збалансованому, тобто число робіт збігається із числом робітників. Якщо завдання не збалансоване, то перед початком розв'язку її необхідно збалансувати, увівши відсутнє число фіктивних рядків або стовпців з досить більшими штрафними стоимостями робіт.

Для розв'язку даного завдання побудуємо її математичну модель. Нехай змінна  $x_{ij} = 1$ , якщо  $i$ -м робітником виконується  $j$ -та робота, і  $x_{ij} = 0$ , якщо  $i$ -м робітником не виконується  $j$ -та робота. Тоді модель має такий вигляд:

мінімізувати:

$$Z = \sum \sum c_{ij} * x_{ij} \quad (5.1)$$

при обмеженнях:

$$\sum x_{ij} = 1, \quad j = [1, 4] \quad (5.2)$$

$$\sum x_{ij} = 1, \quad i = [1, 4] \quad (5.3)$$

$$x_{ij} = [0, 1], \quad i = [1, 4], \quad j = [1, 4]. \quad (5.4)$$

1. Розв'яжемо дане завдання за допомогою команди Сервіс - Пошук розв'язку (Tools Solver) ППП Excel. Для цього відведемо під невідомі діапазон клітинок **F2:I5**. У клітинку **J2** уведемо цільову функцію

=СУММПРОИЗВ(F2:I5;A1:D4)

вартість, що обчислює, робіт.

У клітинки **J2:J5** і **F6:I6** уведемо формули, що задають ліві частини обмежень.

=СУМ(F2:I2)

=СУМ(F3:I3)

=СУМ(F4:I4)

=СУМ(F5:I5)

=СУМ(F2:F5)

=СУМ(G2:G5)

=СУМ(H2:H5)

=СУМ(I2:I5)

Потім виберемо команду Сервіс, Пошук розв'язку (Tools, Solver) і заповнимо діалогове вікно, що відкрилося, Пошук розв'язку (Solver).

Не забудьте в діалоговому вікні Параметри пошуку розв'язку (Solver) установити прапорець Лінійна модель (Assume Linear Model). Після натискання кнопки Виконати (Solve) засіб пошуку розв'язків знайде оптимальний розв'язок.

Помітимо що прапорець Формули діалогового вікна Параметри (Options) Сервіс, що відкривається командою, Параметри (Tools, Options), забезпечує відображення формул у клітинках, якщо вони там перебувають.



### Завдання

Спланувати виконання робіт, щоб мінімізувати сумарні витрати для вихідних даних відстаней представлених у табл. 5.2. Інші дані побрати із прикладу

Таблиця 5.2 – Вартість робіт

		1	2	3	4	5
1	А	$i$	$2*i$	$5+2*i$	$10+j$	$i$
2	Б	$j$	$5+j$	$5+2*j$	$2*i+10$	$j$
3	В	$2+i$	$2*j$	$2*i+2*j$	$j+2*i$	$2+i$
4	Г	$5+j$	$i+j$	$10+i$	$i+j$	$3+j$

## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №6

### ПЛАНУВАННЯ РОЗКЛАДУ

Авіакомпанії потрібно визначити, скільки стюардес слід прийняти на роботу протягом шести місяців за умови, що кожна з них повинна пройти попередню підготовку. Потреби в кількості людино-годин літного часу для стюардес відомі: у січні — 8000, у лютому — 9000, у березні — 8000, у квітні — 10000, у травні — 9000 і в червні — 12000.

Підготовка стюардеси до виконання своїх обов'язків займає один Місяць. Отже, приймання на роботу повинен, принаймні, на один місяць випереджати введення стюардеси в лад. Крім того, кожна стюардеса повинна протягом місяця, відведеного на її підготовку, пройти 100-годинну практику безпосередньо під час польотів. Таким чином, за рахунок кожної навчальної стюардеси протягом місяця звільняється 100 людино-годин літного часу, відведеного для вже навчених стюардес.

Кожна повністю навчена стюардеса протягом місяця може мати наліт до 150 годин. Авіакомпанія на початку січня вже має 60 досвідчених стюардес. При цьому ні одну з них не знімають із роботи. Установлене також що приблизно 10% тих, яких навчають, стюардес по закінченню навчання звільняються зважаючи на які-небудь обставини. Досвідчена стюардеса обходиться авіакомпанії в \$800, а навчальна — в \$400 на місяць. Необхідно спланувати штат авіакомпанії таким чином, щоб мінімізувати витрати за звітні шість місяців.

Для даного завдання також можна розробити математичну модель, але її зручніше проаналізувати в більш розгорнутій формі. Відведемо діапазон клітинок **B3:B8** під число нових стюардес, прийнятих на роботу із січня по червень

У клітинку **B2** уведемо число стюардес, що працюють у грудні. У діапазоні клітинок **D3:D8** обчислимо число стюардес, що постійно працюють у поточному місяці, увівши в клітинки **D3** і **D4** формули

=B2

=D3+0,9\*B3

і протаскуючи останню з них на діапазон **D5:D8**. У діапазоні **E3:E8** обчислимо наліт по місяцях, увівши в клітинку **E3** формулу

=D3\*\$E\$12+B3\*\$D\$12

і протягуючи її на діапазон **F3:F8**, де в клітинках **D12** і **E12** уведені витрати на навчання й роботу стюардеси. Обчислимо сумарні витрати за планований період у клітинці **F9** по формулі

СУМ(F3:F8)

Виберемо команду Сервіс, Пошук розв'язку (Tools, Solver) і заповнимо діалогове вікно Пошук розв'язку (Solver).

### **Завдання**

Вихідні дані побрати із прикладу, але припустити, що в червні робітників не брати а в липні не більш  $i+j$  людей.

## **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 7**

### **ПОБУДОВА СІТКОВОГО ГРАФІКА**

1.1 Складання індивідуального переліку робіт і побудова сітьового графіка СГ.

Комплекс робіт СГ містить у собі 2 переліку робіт: обов'язковий (додаток А) і частина робіт з додаткового (додаток Б), що відбирається в індивідуальний перелік у відповідність із додатками В, Г.

Заданий комплекс робіт упорядковується в їхній логічній послідовності з виділенням окремих груп робіт, які можуть і повинні виконуватися паралельно. Для таких груп робіт можуть складатися частки СГ, які потім зшиваються в один зведений СГ. Для кожної роботи слід перевірити можливість переносу її початку ближче до вихідного, а кінця - ближче до завершального подій СГ і при наявності такої можливості перешикувати СГ.

При побудові СГ розглядати паралельно два варіанти модернізацію прототипу й розробку нового приладу, потім зрівняти їх і вибрати оптимальний.

В остаточному варіанті вихідного СГ не повинне бути висячих і тупикових подій (крім одного вихідного й одного завершального), замкнених циклів, робіт з однаковими кодами  $(j, j)$ . Коефіцієнт складності СГ повинен бути не менше 1,4.

Розміри кружків, що зображують події, повинні бути однаковими й достатніми для розміщення в них номера події  $j$ , раннього  $T_{pi}$  і пізнього  $T_m$  строків його завершення й резерву часу події  $R_i$  (див, рис. 7.1). Вихідна подія повинна бути самим лівим у СГ, що завершує - самим правим, і розташовувати їх прямує на одній горизонталі. Увесь СГ повинен розташовуватися на стільких горизонталях, скільки в ньому втримується паралельних шляхів

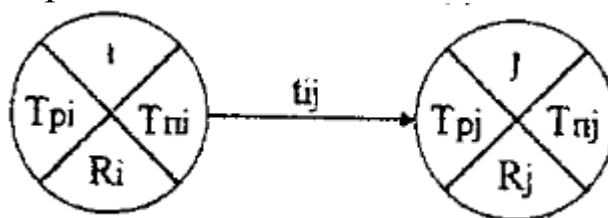


Рисунок 7.1 – Зображення СГ

Нумерація подій ведеться по зростанню номера ліворуч праворуч і зверху вниз; вихідна подія має нульовий номер, а завершальне - найбільший. Код роботи складається з номерів початкового й кінцевого подій цієї роботи, відокремлених комі  $(i, j)$ , причому для всіх робіт номер початкової події  $i$  повинен бути менше номера кінцевої події  $j$ .

Вихідні дані (після побудови СГ) зводяться в табл. 7.1. Роботи повинні бути впорядковані по зростанню їх кодів.

Таблиця 7.1 - Перелік, параметри і імовірнісні характеристики робіт СГ

Код роботи	Найменування роботи	Тривалість, днів			Середньо-кватратическое відхилення, днів	Дисперсія, днів
		мін.	макс.	очікув.		
1	2	3	4	5	9	10

Залежно від змісту й складності кожної роботи чисельність виконавців ухвалювати від одного до чотирьох людей.

## 1.2 Розрахунки очікуваної тривалості виконання робіт

Очікувана тривалість роботи  $t_{ij}$  у СГ розраховується по прийнятій двухоценочній методиці, виходячи з мінімальної  $t_{ij}$  хв і максимальної  $t_{ij}$  макс оцінок тривалості, що задаються відповідальним виконавцем кожної роботи. При цьому передбачається, що мінімальна оцінка відповідає найбільш сприятливим умовам роботи, а максимальна - найбільш несприятливим. Очікувана тривалість кожної роботи визначається по формулі:

$$t_{ij\text{ож}} = 0,6t_{ij\text{мин}} + 0,4t_{ij\text{макс}}, \quad (7.1)$$

Среднеквадратическое відхилення тривалості у двоціночній методиці розраховується по формулі

$$\delta_{ij} = 0,2 (t_{ij\text{макс}} - t_{ij\text{мин}}), \quad (7.2)$$

Дисперсія визначається по формулі

$$D_{ij} = 0,04 (t_{ij\text{макс}} - t_{ij\text{мин}})^2 \quad (7.3)$$

Розраховані значення заносяться в таблицю 1 по зростанню кодів робіт

## 1.3 Розрахунки параметрів подій сіткового графіка

Ранній строк здійснення вихідного (нульового) події СГ ухвалюється рівним нулю. Ранній строк здійснення даної проміжної події розраховується шляхом порівняння сум, що полягають із раннього строку здійснення події, яка безпосередньо передує даній та тривалості роботи. Тому що дана подія не може закінчитися, поки не закінчиться остання з безпосередньо попередніх йому робіт, мабуть, що в якості раннього строку виконання події вибирається максимальна з порівнюваних сум

Розрахований таким чином ранній строк здійснення завершальної події всього СГ ухвалюється в якості такого ж пізнього строку здійснення. Це означає, що завершальна подія СГ ніяким резервом часу не обладає.

Пізній строк здійснення даної проміжної події визначається при перегляді СГ у зворотному напрямку. Для цього зіставляються

різниці між пізнім строком здійснення події, що безпосередньо стоїть за даною, і тривалості роботи, що з'єднує відповідне подію з даною. Тому що жодна з безпосередньо наступних за даною подією робіт не може початися, поки не закінчиться сама дана подія, тому її пізній строк здійснення дорівнює мінімуму з підрахованих різниць.

Правильність розрахунків пізніх строків здійснення подій СГ підтверджується одержанням нульового пізнього строку здійснення початкової події.

Резерв часу утворюється в тих подіях, для яких пізній строк виконання більше раннього, і він рівний їхній різниці. Якщо ж ці строки рівні, подія резервом часу не обладає і лежить на критичному шляху.

Результати розрахунків зводяться в табл. 7.2 і зображуються на СГ відповідно до рис. 7.1.

Таблиця 7.2 — Параметри подій мережею графіка

Номер події	Строки здійснення		Резерв часу	Номер події	Строки здійснення		Резерв часу
	ранній	пізній			ранній	пізній	
1	2	3	4	5	6	7	8

#### 1.4 Розрахунки параметрів робіт сіткового графіка

Ранній строк початку роботи  $T_{рніj}$  збігається з раннім строком здійснення її початкової події.

Пізній строк початку роботи  $T_{пніj}$  можна одержати, якщо з пізнього строку здійснення її кінцевої події відняти її очікувану тривалість

Ранній строк закінчення роботи  $T_{роіj}$  утворюється додатком її тривалості до ранньому строку здійснення її початкової події

Пізній строк закінчення роботи  $T_{поіj}$  збігається з повним строком здійснення її кінцевої події.

Для всіх робіт критичного шляху, які не мають резервів часу, ранній строк початку збігається з пізнім строком початку, а ранній строк закінчення з пізнім строком закінчення

Роботи, що не лежать на критичному шляху, мають резерви часу.

Повний резерв часу роботи  $R_{mj}$  утворюється вирахуванням з пізнього строку здійснення її кінцевої події раннього строку здійснення її початкової події і її очікуваної тривалості.

Приватний резерв часу першого роду  $R_{nij}^1$  дорівнює різниці пізніх строків здійснення її кінцевої й початкової подій за винятком її очікуваної тривалості.

Приватний резерв часу другого роду  $R_{nij}^2$  дорівнює різниці ранніх строків здійснення її кінцевої й початкової подій за винятком очікуваної тривалості.

Вільний (незалежний) резерв часу роботи  $R_{cij}$  утворюється вирахуванням з раннього строку здійснення її кінцевої події пізнього строку здійснення її початкової події н її очікуваної тривалості. Вільний резерв часу може бути негативним.

Правильність розрахунків резервів часу роботи можна перевірити по наступних співвідношеннях:

а) сума повного й вільного резерву роботи дорівнює сумі двох часток її резервів;

б) пізній і ранній строки початку роботи, а також пізній і ранній строки закінчення завжди відрізняються на величину її повного резерву

Для робіт, які лежать на критичному шляху, немає ніяких резервів часу, отже, коефіцієнт напруженості  $K_{nij}$  таких робіт дорівнює одиниці. Якщо робота не лежить на критичному шляху, вона має у своєму розпорядженні резерви часу і її коефіцієнт напруженості менше одиниці. Його величина підраховується як відношення суми продовжителюностей відрізків максимального шляху, що проходить через дану роботу, які не збігаються із критичним шляхом  $t_{максij}$  до суми продовжителюностей відрізків критичного шляху, що не збігаються з максимальним шляхом, що проходять через цю роботу  $t_{криj}$ .

## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №8

### МЕТОД АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ

**Ціль роботи** – вивчення підходу до прийняття розв'язків у ситуаціях, коли, наприклад, для ідей, почуттів, емоцій визначаються

деякі кількісні показники, які забезпечують числову шкалу переваг для можливих альтернативних розв'язків.

Прийняття розв'язків в умовах визначеності характеризується наявністю однозначної або детермінованого зв'язку між ухваленим рішенням і його результатом. У найбільш простих випадках кожній альтернативі вдається поставити у відповідність певний результат, оцінюваний деяким числом – «корисністю» результату. При цьому можливо встановити прямий зв'язок: альтернатива – чисельне значення відповідного їй результату, міняючи самі исходи. Цей зв'язок описується цільовою скалярною функцією, певної на безлічі альтернатив. Оптимальним розв'язком вважають ту альтернативу, яка доставляє цільовій функції найбільше (найменше) значення. Інакше кажучи, знаходження оптимального розв'язку рівносильне знаходженню екстремума функції при деяких умовах. Розглянемо підхід до прийняття розв'язків у ситуаціях, коли, наприклад, для ідей, почуттів, емоцій визначаються деякі кількісні показники, що забезпечують числову шкалу переваг для можливих альтернативних розв'язків – метод аналізу ієрархій.

**Визначення вагових коефіцієнтів.** Складність методу аналізу ієрархій полягає у визначенні відносних вагових коефіцієнтів для оцінки альтернативних розв'язків. Якщо є  $n$  критеріїв на заданому рівні ієрархії то процедура передбачає створення матриці  $A$  розмірності  $n \times n$ , іменовану матрицею парних порівнянь, яка відображає судження особи, яка ухвалює розв'язок, щодо важливості різних критеріїв. Парне порівняння виконується таким чином, що критерій у рядку  $i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) оцінюється щодо кожного із критеріїв, представлених  $n$  стовпцями. Позначимо через  $a_{ij}$  елемент матриці  $A$ , що перебуває на перетинанні  $i$ -го рядку та  $j$ -го стовпця. Відповідно до методу аналізу ієрархій для опису згаданих оцінок використовуються цілі числа від 1 до 9. При цьому  $a_{ij} = 1$  означає, що  $i$ -й і  $j$ -й критерії однаково важливі,  $a_{ij} = 5$  відбиває думка, що  $i$ -й критерій значно важливіше, чим  $j$ -й, а  $a_{ij} = 9$  указує, що  $i$ -й критерій надзвичайно важливіше  $j$ -го. Інші проміжні значення між 1 і 9 інтерпретуються аналогічно. Погодженість таких позначень забезпечується наступною умовою: якщо  $a_{ij}=k$ , те автоматично  $a_{ji} = 1/k$ . Крім того, усі діагональні елементи матриці  $A$  повинні бути рівні 1, тому що вони виражають оцінку критерію щодо самих себе.

*Відносні ваги* (вагарні коефіцієнти,  $w$ ) обчислюються у вигляді середніх значень елементів відповідних рядків нормалізованої

матриці  $\mathbf{N}$ . Для одержання нормалізованої матриці ділимо елементи кожного стовпця матриці порівнянь  $\mathbf{A}$  на суму елементів цього ж стовпця.

Оцінка альтернативних розв'язків заснована на обчисленні *комбінованого вагового коефіцієнта* для кожного з них  $n$

$$F_i = \sum_{j=1}^n w_j w_{ji}, \quad j = 1, m, i = 1, n \quad (8.1)$$

де  $n$  – кількість критеріїв,  $m$  – кількість альтернативних розв'язків.

Альтернативний розв'язок, що має найвищу комбіновану вагу є найбільш оптимальним вибором.

**Погодженість матриці порівнянь.** Якщо всі стовпці нормалізованої матриці ідентичні, то вихідна матриця порівняння є *погодженою*. Погодженість означає, що розв'язок буде погоджений з визначеннями парних порівнянь критеріїв або альтернатив. З математичної точки зору погодженість матриці  $\mathbf{A}$  означає, що  $a_{ij}a_{jk}=a_{ik}$  для всіх  $i, j$  і  $k$ .

Якщо матриця парних порівнянь не є погодженої необхідно з'ясувати, чи є рівень погодженості "припустимим". Для цього необхідно визначити відповідний кількісний захід, тобто *коефіцієнт погодженості*.

Коефіцієнт погодженості знаходять за формулою:

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (8.2)$$

де  $CI$  - коефіцієнт погодженості матриці порівнянь:

$$CI = \frac{n_{\max} - n}{n - 1}$$

$RI$  - стохастический коефіцієнт погодженості матриці:

$$RI = \frac{1,98(n - 2)}{n}$$

Стохастический коефіцієнт погодженості  $RI$  визначається емпіричним шляхом як середнє значення коефіцієнта  $CI$  для великої вибірки генерованих випадковим образом матриць порівняння  $\mathbf{A}$ .



Коефіцієнт погодженості  $CR$  використовується для перевірки погодженості матриці порівняння  $A$  в такий спосіб. Якщо  $CR < 0,1$ , рівень непогодженості є прийнятним. А якщо ні, то рівень непогодженості матриці порівняння  $A$  є високим, і особі, що ухвалює розв'язок, рекомендується перевіряти елементи парного порівняння  $a_{ij}$  матриці  $A$  з метою одержання більш погодженої матриці.

— Значення  $n_{max}$  можна визначити шляхом обчислення вектор-стовпця  $A$   $w$  ( $w$  – вектор відносних ваг) з наступним підсумовуванням його елементів.

### Приклад виконання роботи

Рішивши купити автомобіль, людина звузила свій вибір до трьох модлей: А, В и С. Факторами, що впливають на його розв'язок, є: вартість автомобіля (З) і вартість обслуговування (ПРО). Табл. 8.1 містить необхідні дані, відповідні до трирічного строку експлуатації автомобіля.

Таблиця 8.1 – Вихідні дані

Модель автомобіля	З (дол.)	ПРО (дол.)
А	6000	1800
В	8000	1200
С	10000	600

Визначити модель автомобіля, яку слід вибрати.

Складемо матрицю парних порівнянь для критеріїв рис. 8.1. З погляду людини, вартість обслуговування значно важливіше вартості автомобіля. Отже, приписуємо елементу (2,1) матриці  $A$  значення 5, тобто  $a_{21}=5$ . Це автоматично припускає, що  $a_{12} = 1/5$ . Тоді матрицю порівняння можна записати в такий спосіб.

$$A = \begin{array}{c|cc} & C & O \\ \hline C & 1 & 1/5 \\ \hline O & 5 & 1 \end{array}$$

Рисунок 8.1 - Матриця парних порівнянь для критеріїв

На підставі таблиці, що містить дані, відповідні до трирічного строку експлуатації автомобіля, будуюмо матриці порівнянь альтернативних розв'язків рис. 8.2:

$$A_c = \begin{array}{c|ccc} & A & B & C \\ \hline A & 1 & 1/2 & 1/5 \\ \hline B & 2 & 1 & 1/2 \\ \hline C & 5 & 2 & 1 \end{array}$$

$$A_o = \begin{array}{c|ccc} & A & B & C \\ \hline A & 1 & 2 & 3 \\ \hline B & 1/2 & 1 & 3/2 \\ \hline C & 1/3 & 2/3 & 1 \end{array}$$

Рисунок 8.2 - Матриця порівнянь альтернативних розв'язків

1. У діапазоні A4:M7 уведемо вихідні дані (рис. 8.3).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Метод анализа иерархий												
2													
3	Матрицы сравнений												
4					A <sub>c</sub>	A	B	C		A <sub>o</sub>	A	B	C
5	A	C	O		A	1	1/2	1/5		A	1	2	3
6	C	1	1/5		B	2	1	1/2		B	1/2	1	1 1/2
7	O	5	1		C	5	2	1		C	1/3	2/3	1

Рисунок 8.3 - Вихідні дані завдання

2. Визначимо нормалізовані матриці шляхом розподілу елементів кожного стовпця на суму елементів цього ж стовпця. Для цього введемо формули:

Клітинк	Формула	Примітка
B8	=СУМ(B6:B7)	
38	=СУМ(C6:C7)	
F8	=СУМ(F5:F7)	Копіюємо в діапазон F8:H8
K8	=СУМ(K5:K7)	Копіюємо в діапазон K8:M8
B13	=B6/\$B\$8	Копіюємо в діапазон B13:B14
C13	=C6/\$C\$8	Копіюємо в діапазон C13:C14
F12	=F5/\$F\$8	Копіюємо в діапазон F12:F14
G12	=G5/\$G\$8	Копіюємо в діапазон G12:G14
H12	=H5/\$H\$8	Копіюємо в діапазон H12:H14
K12	=K5/\$K\$8	Копіюємо в діапазон K12:K14
L12	=L5/\$L\$8	Копіюємо в діапазон L12:L14
M12	=M5/\$M\$8	Копіюємо в діапазон M12:M14

Нормалізовані матриці мають вигляд (рис. 8.4):

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
10	Нормализованные матрицы												
11					Nc	A	B	C		No	A	B	C
12	N	C	O		A	0,125	0,143	0,118		A	0,545	0,545	0,545
13	C	0,167	0,167		B	0,250	0,286	0,294		B	0,273	0,273	0,273
14	O	0,833	0,833		C	0,625	0,571	0,588		C	0,182	0,182	0,182
15													
16													

Рисунок 8.4 - Нормалізовані матриці

3. Визначимо відносні ваги критеріїв і альтернативних розв'язків (рис. 8.5).

Уводимо формули:

Клітин	Формула	Примітка
B20	=СРЗНАЧ(B13:C13)	
320	=СРЗНАЧ(B14:C14)	
B23	=СРЗНАЧ(F12:H12)	Копіюємо в діапазон B23:B25
323	=СРЗНАЧ(K12:M12)	Копіюємо в діапазон 323:325

	A	B	C
16			
17	Относительные веса		
18			
19		C	O
20		0,167	0,833
21			
22		C	O
23	A	0,129	0,545
24	B	0,277	0,273
25	C	0,595	0,182
26			

Рисунок 8.5 - Відносні ваги

4. Визначимо комбінований вагарні коефіцієнт для кожного альтернативного розв'язку:

У клітинку **B29** уведемо формулу

=B\$20\*B23+C\$20\*C23 і скопіюємо її в діапазон B29:B31.

Результати представлені на рис. 8.6.

	A	B	C	D	E
27	<b>Комбинированные весовые коэффициенты</b>				
28					
29	FA	0,47596			
30	FB	0,27337			
31	FC	0,25066			
32					

Рисунок 8.6 - Комбіновані вагові коефіцієнти

На основі цих обчислень модель А одержує найвищий комбінований вага й, отже, є найбільш оптимальним вибором людини.

5. Оцінимо погодженість матриць. Вихідні матриці порівняння  $A$  і  $A_0$  є погодженими. Матриця  $A_c$  не є такою.

З'ясуємо, чи є рівень погодженості «припустимим».

Клітинку	Формула	Примітка
F18	3	Розмір матриці $A_c$
F19	=МУМНОЖ(F5:H7;B23:B25)	уводимо формулу; Enter; виділяємо область 1x3 з початком у клітинці, що містить формулу; F2; CTRL+SHIFT+ENTER одночасно
F22	=СУМ(F19:F21)	$n_{max}$
F23	=(F22-F18)*F18/((F18-1)* *1,98*(F18-2))	Коефіцієнт погодженості
F24	=ЯКЩО(F23<=0,1; "рівень непогодженості прийнятний"; "рівень непогодженості неприйнятний")	

Результати представлені на рис. 8.6.

1	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	<b>Метод анализа иерархий</b>												
2													
3	<b>Матрицы сравнений</b>												
4					<b>As</b>	A	B	C		<b>Ao</b>	A	B	C
5	A	C	O		A	1	1/2	1/5		A	1	2	3
6	C	1	1/5		B	2	1	1/2		B	1/2	1	1 1/2
7	O	5	1		C	5	2	1		C	1/3	2/3	1
8	сумма	6,0	1,2		сумма	8,00	3,50	1,70		сумма	1,83	3,67	5,50
9													
10	<b>Нормализованные матрицы</b>												
11					<b>Nc</b>	A	B	C		<b>No</b>	A	B	C
12	N	C	O		A	0,125	0,143	0,118		A	0,545	0,545	0,545
13	C	0,167	0,167		B	0,250	0,286	0,294		B	0,273	0,273	0,273
14	O	0,833	0,833		C	0,625	0,571	0,588		C	0,182	0,182	0,182
15													
16													
17	<b>Относительные веса</b>				<b>Согласованность матриц</b>								
18					<b>n</b>	3							
19		C	O			0,38578							
20		0,167	0,833			0,83106							
21						1,79062							
22		C	O		<b>nmax</b>	3,00746							
23	A	0,129	0,545		<b>CR</b>	0,00565							
24	B	0,277	0,273		<b>Вывод</b>	уровень несогласованности приемлемый							
25	C	0,595	0,182										
26													
27	<b>Комбинированные весовые коэффициенты</b>												
28													
29	FA	0,47596											
30	FB	0,27337											
31	FC	0,25066											
32													
33													

Рисунок 8.6 - Результаты метода анализа иерархий.

### Порядок виконання роботи

1. За заданими критеріями, відповідним до вашого варіанта, створити матрицю парних порівнянь і оределить відносні ваги критеріїв.
2. Визначити відносні ваги альтернативних розв'язків.
3. Визначити комбінований ваговий коефіцієнт для кожного альтернативного розв'язку.
4. Оцінити погодженість даних.
5. Звіт повинен містити всі формули обчислень.

## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 9

### ПЛАНУВАННЯ РЕКЛАМНОЇ КОМПАНІЇ

**Ціль заняття** - вивчити методику розрахунків потреби в рекламі з використанням ігрових ситуацій

**Завдання.** Фірма щотижня аналізує, як обстоят справи зі збутому одного з видів своєї продукції й дає оцінку:

відмінну ("o" — стан 1), гарну ("x" — стан 2), або задовільну ("y" — стан 3).

Необхідно ухвалити рішення щодо доцільності рекламування цієї продукції з метою розширення її збуту.

У діапазонах В3:D5 і В6:D8 матриці P1 і P2 визначають перехідні ймовірності без реклами й при її наявності протягом будь-якого тижня.

Так,  $P_{122} = 0,5$  і  $P_{123} = 0,5$  означає, що якщо в попередній тиждень збут був гарним, те й без реклами на поточному тижні з рівною ймовірністю він залишиться гарним або стане задовільним.

Відповідні доходи задані матрицями  $R_1$  і  $R_2$  у діапазонах E3:G5 і E6:G8. Відзначимо, що елементи матриці  $R_2$  ураховують витрати на рекламу. Необхідно спланувати оптимальну рекламну кампанію на наступні три тижні.

Для спільності припустимо, що план складається на  $N$  тижнів, а число станів для кожного етапу рівно  $m$ . Нехай  $fn(i)$  — оптимальний очікуваний дохід за етапи  $n, n+1, \dots, N$  за умови, що система перебуває в стані  $i$  на початку  $n$ -й тижня.

Тоді:

$$f_n(i) = \max \left\{ \sum_{j=1}^m p_{ij}^k (r_j^k + f_{n+1}(i)) \right\}, \quad n \in [1, N] \quad (9.1)$$

де  $fn_{+1}(i)=0$  при всіх  $j$ .

Нехай

$$v_i^k = \sum_{j=1}^m p_{ij}^k r_j^k \quad (9.2)$$

Тоді

$$f_N(i) = \max \{ v_i^k \} \quad (9.3)$$

$$f_n(i) = \max \left\{ v_i^k + \sum_{j=1}^m p_{ij}^k f_{n+1} \right\}, \quad n \in [1, N-1] \quad (9.4)$$

У клітинку I3 уведена формула  
=СУММПРОИЗВ (В3:D3; E3:G3)

Що обчислює  $v_1^1$ , яка протаскується на діапазон I4:I8 для обчислення  $v_2^1 \dots v_3^2$ .

У клітинки діапазону I10:I15 послідовно введені формули

=I3

=I6

= I4

= I7

= I5

= I8

очікувані доходи, що впорядковують, по наступних парах: перший стан без реклами й при її наявності, другий стан без реклами й при її наявності й третій стан без реклами й при її наявності. У клітинки діапазону В11:В13 уведені формули

=МАКС(І10:І11)

=МАКС(І12:І13)

=МАКС(І14:І15)

визначальні максимальний очікуваний прибуток на третьому тижні, якщо на попередньому тижні система перебувала в першому, другому або третьому стані, відповідно. У клітинках діапазону С11:С13 по формулах

=ПОИСКПОЗ(В11;І10:І11;0)

=ПОИСКПОЗ(В12;І12:І13;0)

=ПОИСКПОЗ(В13;І14:І15;0)

визначається оптимальний варіант дій. Якщо 1, то гроші на рекламу не витратити, а якщо 2 — те витратити.

Перейдемо до другого тижня рекламної кампанії. У клітинку J3 уведена формула

=I3+МУМНОЖ(В3:D3;\$B\$11:\$B\$13)

що обчислює

$$v_1^1 + \sum_{j=1}^3 p_{2j}^1 f_3(j) \quad (9.5)$$

яка протаскується на діапазон J4:J8 для обчислення

$$\begin{aligned} &v_2^1 + \sum_{j=1}^3 p_{2j}^1 f_3(j) \\ &\dots \\ &v_3^2 + \sum_{j=1}^3 p_{3j}^2 f_3(j) \end{aligned} \quad (9.6)$$

У клітинки діапазону J10: J15 уведені послідовно формули

=J3

=J6

=J4

=J7

=J5

=J8

очікувані доходи, що впорядковують, по наступних парах: перший стан без реклами й при її наявності, другий стан без реклами й при її наявності й третій стан без реклами й при її наявності. У клітинки діапазону D11:D13 уведені формули

=МАКС(J10:J11)

=МАКС(J12:J13)

=МАКС(J14:J15)

визначальні максимальний очікуваний прибуток на другому тижні, якщо на попередньому тижні система перебувала в першому, другому або третьому стані, відповідно. У клітинках діапазону E11:E13 по формулах

=ПОИСКПОЗ(D11;J10:J11;0)

=ПОИСКПОЗ(D12;J12:J13;0)

=ПОИСКПОЗ(D13;J14:J15;0)

визначається оптимальний варіант дій. Аналогічно проводяться розрахунки для третього тижня.

У результаті розв'язку видно, що на першій й другий тижнях необхідно використовувати рекламу, незважаючи на стан системи, однак, на третьому тижні рекламу слід використовувати тільки тоді, коли система перебуває в другому або третьому станах.

### Завдання

У кожному масиві табл. 9.1 сума цифр по рядках рівна 1. Усі цифри записуються 0,... (нуль цілих).

Таблиця 9.1 – Вихідні дані

Імовірності продажів без реклами				Доходи продажів без реклами		
	О	Х	У	О	Х	У
О	$i$	$j$		7000	6000	3000
Х	0		$i+j$	0	5000	1000
У	0	0	1	0	0	-1000
Імовірності продажів при наявності реклами				Доходи продажів без реклами		
О	$i+j$			6000	5000	-1000
Х	$i$			7000	4000	0
У				6000	3000	-2000



## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 10

### ПЛАНУВАННЯ ВИРОБНИЧОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТО АВТОМОБІЛІВ

**Ціль заняття** - вивчити методику розрахунків потреби СТО у виробничих елементах, що використовує моделі теорії масового обслуговування.

**Завдання.** На автомагістралі проектує станція технічного обслуговування автомобілів індивідуальних власників. Потрібно визначити, яка кількість мийних постів необхідно мати на цій станції, якщо відомо, що станція буде працювати  $T$  годин у добу. У середньому за кожну годину по магістралі проходить  $\lambda$  автомобілів, що бідують у мийці. Середній час мийки одного автомобіля рівно  $t_{\text{обсл}}$  хв. Оплата за мийку одного автомобіля  $d_3$  буд.е., а зміст одного поста в добу становить  $C_n$  буд.е. Значення зазначених параметрів наведені по варіантах у табл. 10.3.

#### Вказівки до виконання завдання

Розв'язок завдання розглянемо на прикладі за умови  $T = 16$  годин,  $\lambda = 12$  авт./ч;  $t_{\text{обсл}} = 10$  хв;  $d_3 = 1$  у.е.;  $C_n = 33$  у.о.

#### 1. Традиційний розв'язок (заснован на розрахунку середнього).

Звичайно при розв'язку такого завдання міркують у такий спосіб. Мийка автомобіля триває 10 хв, значить за 1 год. на одному пості буде обслужено 6 автомобілів. Тому що потрібно в годину обслужити 12 автомобілів, необхідно мати на станції два пости мийки. Однак при такому міркуванні зовсім не враховується випадковий характер даного процесу обслуговування. Адже автомобілі можуть впливати по магістралі не строго через кожні 5 хв, і час їх мийки залежно від забруднення може коливатися близько 10 хв. Якщо в момент прибуття автомобіля на станцію всі мийні пости будуть зайняті, його власник не буде чекати, і станція втратить клієнта. Однак при проектуванні станції можна передбачити будь-яка кількість мийних постів і тоді є більша ймовірність того, що кождый автомобіль буде обслужений.

## 2. Вказівки до розв'язок типового завдання методами теорії масового обслуговування

Описаний вище приклад ставиться до типу систем масового обслуговування з необмеженим числом апаратів обслуговування й можливими витратами на вимоги на обслуговування. Критерієм якості функціонування такого типу систем обслуговування іноді ухвалюється ймовірність зайнятості всіх апаратів обслуговування або відмови в обслуговуванні в момент вступу чергової вимоги на обслуговування, яка розраховується по формулі

$$P_n = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{1}{n!}}{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^m} \quad (10.1)$$

де  $P_n$  - імовірність зайнятості всіх апаратів або відмови в обслуговуванні;

$n$  - число обслуговуючих апаратів;

$m$  - кількість вимог на обслуговування.

Тому що тут одночасно можуть обслуговуватися  $n$  вимог, то  $n=m$ ,  $\lambda = 12$ , а тому що  $10 \text{ хв} = 1/6$  години, то інтенсивність вихідного потоку  $\mu = 1/(1/6) = 6$  автомобілів.

Обчислимо  $P_n$  при наявності на станції двох мийних постів

$$P_n = \frac{\left(\frac{12}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{2!}}{\sum_{m=0}^2 \frac{1}{m!} \left(\frac{12}{6}\right)^m} = \frac{2^2 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{0!} \cdot 2^0 + \frac{1}{1!} \cdot 2^1 + \frac{1}{2!} \cdot 2^2} = \frac{2}{1+2+2} = \frac{2}{5} = 0.4 \quad (10.2)$$

Аналогічні обчислення робимо для чотирьох, п'яти, шести й більш постів. Результати затягаємо в другу графу табл.10.1.

Таблиця 10.1 - імовірність зайнятості всіх апаратів

Число мийних постів, $n$	Імовірність зайнятості усіх постів, $P_n$	Доходи, буд.е.	Витрати, буд.е.	Прибуток (+), збиток (—), буд.е.
2	0,4	115	66	+49
3	0,21	151	99	+52
4	0,096	173	132	+41
5	0,037	186	165	+21
6	0,001		198	-6

### 3. Розрахунки економічних показників ефективності роботи СТО з використанням імовірнісних параметрів

При наявності двох мийних постів імовірність відмови становить 0,4, або з 100 минаючих по магістралі автомобілів 40 знайдуть пости зайнятими й виїдуть, а 60 будуть обслужені. Тому що за 1 год по магістралі в середньому проходить 12 автомобілів, а станція буде працювати 16 год у день, загальне число обслужених автомобілів за добу складе 115 автомобілів ( $12 \cdot 16 \cdot 0,6$ ) із загального числа минаючих автомобілів за цей час, який рівно 192 ( $12 \cdot 16$ ).

Таким чином, 77 автомобілів не буде обслужено.

Якщо розрахувати кількість автомобілів, що обслуговуються, за добу по тій же формулі для різного числа мийних постів і визначити суму доходів з розрахунку оплати за мийку одного автомобіля в розмірі 1 у.е. і суму витрат з розрахунку 33 у.о. на кожний пост у добу, то одержимо дані, наведені в табл. 10.2. Вони показують, що з економічної точки зору доцільно мати три, а не два мийні пости.

Цю же систему масового обслуговування також необхідно перевірити на іншій критерій — середнє число зайнятих обслуговуванням апаратів, що в розглянутому прикладі відповідає середній зайнятості мийних постів. Розрахунки проводяться по формулі:

$$M = \frac{\lambda}{\mu} (1 - P_n) \quad (10.3)$$

де  $M$  - математичне очікування (середнє число) одночасне зайнятих апаратів;

$P_n$  - імовірність того, що всі обслуговуючі апарати вільні;

$n$  - число обслуговуючих апаратів (постів).

Відповідні розрахунки по цій формулі для розглянутого прикладу наведені в табл. 10.2.

Таблиця 10.2 - Імовірнісна оцінка завантаження встаткування СТО

Число мийних постів, $n$	Математичне очікування числа одночасів-але зайнятих	Середня завантаженість й-ність одного поста, $M/n$	Число мийних постів, $n$	Математичне очікування числа одночасів-але зайнятих	Середня завантаженість й-ність одного поста, $M/n$
2	1,20	0,60	4	1,81	0,45
3	1,59	0,53	5	1,93	0,39

Відношення  $M/n$  показує середню завантаженість одного мийного поста. З табл. 10.2 видно, що при двох постах буде забезпечено їхнє максимальне завантаження. Однак, якщо зрівняти це з результатами, отриманими в табл. 10.1, те видно, що максимальне завантаження встаткування не гарантує одержання максимального економічного ефекту.

У наведеному прикладі розглянуто один тип систем масового обслуговування — з необмеженим числом апаратів обслуговування й із втратами вимог на обслуговування.

У теорії масового обслуговування розглядаються й інші типи систем обслуговування вимог.

### Завдання

Таблиця 10.3 – Вихідні дані до роботи

Варіанти	Час роботи СТО, год	Інтенсивність вхідного потоку автомобілів, авт/год	Середній час обслуговування одного автомобіля, хв	Середній дохід від обслуговування одного автомобіля, у.о.	Витрати на зміст одного поста в добу, у.о.
1	2	3	4	5	6
0	16	12,00	10,00	1,00	33,00
1	13	9,60	8,00	0,80	26,40
2	16	10,51	9,60	0,96	31,68
3	18	7,67	10,56	1,06	34,85
4	12	8,62	7,18	0,72	23,70
5	10	7,32	6,10	0,61	20,14
6	10	7,18	5,98	0,60	19,74
7	8	5,38	4,49	0,45	14,80
8	10	6,46	5,38	0,54	17,77
9	15	9,69	8,08	0,81	26,65
10	18	4,63	9,69	0,97	31,98
11	18	5,31	9,59	0,96	31,66
12	15	9,79	8,15	0,82	26,91
13	17	10,76	8,97	0,90	29,60
14	19	6,84	9,87	0,99	32,56
15	15	9,47	7,89	0,79	26,05
16	12	7,58	6,31	0,63	20,84
17	10	6,06	5,05	0,51	16,67
18	18	6,91	9,09	0,91	30,01

Продовження табл. 10.3

1	2	3	4	5	6
19	14	6,73	7,27	0,73	24,01
20	15	8,60	8,00	0,80	26,41
21	12	4,68	6,40	0,64	21,13
22	19	3,29	10,24	1,02	33,80
23	18	2,43	9,53	0,95	31,43
24	12	9,77	6,48	0,65	21,38
25	10	10,22	5,18	0,52	17,10



**Перелік обов'язкових робіт сіткового графіка**

1. Одержання й аналіз завдання на розробку (модернізацію) приладу.
2. Добір літератури, включаючи іноземну й патентну.
3. Аналіз літератури (виявлення аналогів і ефективних технічних розв'язків).
4. Добір технічної документації (розробок родинних фірм, включаючи закордонні,).
5. Аналіз технічної документації (виявлення аналогів і ефективних технічних розв'язків).
6. Виявлення аналогів, виготовлених у натурі (у металі).
7. Аналіз аналогів і вибір прототипу.\*
8. Проведення маркетингових досліджень.
9. Розробка технічних пропозицій по модернізації прототипу й розробці нового приладу. Узгодження із замовником.
10. Аналіз функціональної недостатності й надмірності прототипу.
11. Висування й пророблення приложений по модернізації прототипу.
12. Вивчення умов і режимів експлуатації розроблювального (модернізуемого) приладу.
13. Розробка заходів щодо БЖД.
14. Доробка моделі прототипу відповідно до пропозицій по його модернізації.
15. Моделювання роботи прототипу з урахуванням пропозицій по його модернізації в необхідних умовах і режимах.
16. Виявлення ефективних технічних розв'язку необхідних функцій (робіт) в аналогах, виготовлених у натурі (металі).
17. Розробка моделі нового приладу.
18. Розробка СГ.
19. Моделювання роботи нового приладу в необхідних режимах і умовах.
20. Розробка функціональної схеми модернізуемого прототипу.
21. Розробка функціональної схеми нового приладу.
22. Розробка структурної схеми модернізуемого прототипу.
23. Розробка структурної схеми нового приладу.
24. Вибір оптимального варіанта й узгодження із замовником.

25. Розробка основних принципів конструкторських розв'язків.

26. Розробка конструкторських розв'язків складальних одиниць і деталей.

27. Розробка основних принципів технологічних розв'язків.

28. Розробка технологічних розв'язків складальних одиниць і деталей.

29. Розрахунки показників ефективності.

30. Задача замовникові.

\* - у якості прототипу можуть виступати один, два, три й більш приладів-аналогів, що спільно виконують необхідні функції (роботи) розроблювального приладу.



**Перелік додаткових робіт сіткового графіка**

1. Вивчення технології виготовлення прототипу.
2. Ознайомлення з математичним описом елементів прототипу.
3. Ознайомлення з математичною моделлю прототипу.
4. Проведення експериментів по перевірці адекватності математичної моделі прототипу.
5. Математичний опис нових елементів ПО модернізації прототипу.
6. Аналіз виявлених ефективних технічних розв'язків, що реалізують необхідні функції
7. Ознайомлення зі структурною схемою прототипу.
8. Розробка критеріїв оцінки якості функцій
9. Збір і систематизація техніко-економічної інформації з виявлених технічних розв'язкам необхідних функцій
10. Ранжирування виявлених ефективних технічних розв'язків необхідних функцій за критеріями якості.
11. Ранжирування виявлених ефективних технічних розв'язків необхідних функцій по витратах на їхню розробку, виготовлення й експлуатацію.
12. Розробка рекомендацій з результатів маркетингових досліджень.
13. Аналіз витрат на розробку, виготовлення й експлуатацію прототипу
14. Аналіз літератури по БЖД.
15. Ознайомлення з функціональною схемою прототипу.
16. Складання огляду але літературі.
17. Перевірка адекватності моделі розроблювальному новому приладу.
18. Складання рекомендацій з результатів аналізу технічної документації.
19. Математичний опис елементів нового об'єкта.
20. Ранжирування реалізованих прототипом функцій за критеріями якості.
21. Ранжирування реалізованих прототипом функцій по витратах на на розробку, виготовлення й експлуатацію.
22. Аналіз функцій прототипу.
23. Оформлення ГО.
24. Добір літератури по БЖД.

## ДОДАТОК В

Тривалість обов'язкових робіт від на чисельність виконавців  
( $i$  – передостання цифра в заліковій книжці,  $j$  - остання)

Номер роботи	Тривалість, днів		Номер роботи	Тривалість, днів	
	мінімальна	максимальна		мінімальна	максимальна
1	$5+i$	$12+2i$	16	$37+i+j$	$68+2i+j$
2	$13+j$	$31+2j$	17	$13+i$	$31+2i$
3	$15+i+j$	$35+i$	18	$8+j$	$18+2j$
4	$22+i$	$47+2j$	19	$7+i+j$	$16+i+2j$
5	$8+j$	$18+2j$	20	$7+j$	$17+2j$
6	$4+j$	$11+2i$	21	$4+i$	$6++2i$
7	$13+i$	$32+2i$	22	$8+j$	$10+2j$
8	$20+j$	$50+2j$	23	$10+i+j$	$12+2i+j$
9	$11+i+j$	$24+i$	24	$4+i$	$6+2j$
10	$18+i$	$28+2i+j$	25	$3+j$	$4+2j+i$
11	$21+i+j$	$42+j$	26	$21+i+j$	$32+i+2j$
12	$5+j$	$15+2j$	27	$20+j$	$35+2i$
13	$14+i$	$32+i+2j$	28	$22+i$	$43+2j$
14	$15+j$	$36+i$	29	$15+j$	$21+2j$
15	$28+i+j$	$40+2i+j$	30	$1+i$	$2+2i$

## ДОДАТОК Г

Тривалість додаткових робіт і чисельність виконавців

(  $i$  – передостання цифра в заліковій книжці,  $j$  - остання)

Номер роботи	Тривалість роботи, днів		Номер роботи	Тривалість роботи, днів	
	мінімальна	максимальна		мінімальна	максимальна
1	$12+i$	$24+2i$	13	$3+i$	$6+2i$
2	$2+j$	$5+2j$	14	$3+i+j$	$7+i+j$
3	$10+i+j$	$20+i+j$	15	$9+j$	$18+2j$
4	$6+i$	$12+2j$	16	$4+i$	$7+2i+j$
5	$20+j$	$35+i+2j$	17	$10+j$	$19+2j$
6	$25+i+j$	$45+i+2j$	18	$12+i+j$	$22+i+2j$
7	$2+i$	$5+2i$	19	$10+i$	$15+2i$
8	$18+i+j$	$30+2i+j$	20	$15+j$	$26+2j$
9	$10+j$	$19+2j$	21	$9+i$	$16+i+j$
10	$16+i+j$	$30+2i+j$	22	$12+j$	$20+2j$
11	$7+i$	$15+2i$	23	$10+i$	$18+2i$
12	$4+j$	$8+2j$	24	$10+i+j$	$22+i+2j$

**Варіанти завдань****Варіант 1.**

Абсолютні показники якості двигунів різних варіантів наведені в наступній таблиці:

Таблиця Д.1 – початкові данні

Варіанти двигунів	Показники якості		
	Потужність, л.с.	Обертовий момент, кгс·м	Маса, кг.
1	180	67	850
2	176	70	1000
3	176	68	860
4	181	67	820
5	177	68	860
6	180	66	800

Знайти оптимальний варіант двигуна.

**Варіант 2.**

Показники ефективності роботи підприємств наведені в наступній таблиці:

Таблиця Д.2 – початкові данні

№ підприємства	Показники ефективності роботи підприємств		
	Прибуток, у.о.	Собівартість одиниці продукції, у.о.	Доходи, у.о.
1	30	40	20
2	25	20	30
3	40	45	54
4	28	30	35
5	15	12	20
6	50	30	40

Виберіть найбільше ефективно працююче підприємство.

**Варіант 3.**

Абсолютні показники якості двигунів різних варіантів наведені в наступній таблиці:

Таблиця Д.3 – початкові данні

Варіанти двигунів	Показники якості		
	Потужність, л.с.	Обертний момент, кгс·м	Маса, кг.
1	180	67	850
2	179	38	870
3	176	67	850
4	181	67	820
5	177	68	860
6	179	66	800

Знайти оптимальний варіант двигуна.

#### Варіант 4.

Показники ефективності роботи підприємств наведені в наступній таблиці:

Таблиця Д.4 – початкові данні

№ підприємства	Показники ефективності роботи підприємств		
	Прибуток, у.о.	Собівартість одиниці продукції, у.о.	Фондо-віддача, у.о.
1	30	40	0,2
2	25	20	0,3
3	40	45	0,1
4	28	30	0,4
5	15	12	0,25
6	50	30	0,21

Виберіть найбільше ефективно працююче підприємство.

#### Варіант 5.

Абсолютні показники якості двигунів різних варіантів наведені в наступній таблиці:

Таблиця Д.5 – початкові данні

Варіанти двигунів	Показники якості		
	Потужність, л.с.	Обертний момент, кгс·м	Маса, кг.
1	2	3	4
1	180	67	850
2	180	68	880

Продовження табл. Д.5

1	2	3	4
3	176	68	860
4	179	38	870
5	175	67	820
6	180	66	800

Знайти оптимальний варіант двигуна.

### Варіант 6.

Показники ефективності роботи підприємств наведені в наступній таблиці:

Таблиця Д.6 – початкові данні

№ підприємства	Показники ефективності роботи підприємств		
	Прибуток, у.о.	Продуктивність, у.о.	Фондо-віддача, у.о.
1	30	300	0,2
2	25	200	0,3
3	40	250	0,1
4	28	160	0,4
5	15	280	0,25
6	50	120	0,21

Виберіть найбільше ефективно працююче підприємство.

### Варіант 7.

Показники ефективності роботи підприємств наведені в наступній таблиці:

Таблиця Д.7 – початкові данні

№ підприємства	Показники ефективності роботи підприємств		
	Прибуток, у.о.	Собівартість одиниці продукції, у.о.	продуктивність, у.о.
1	30	40	300
2	25	20	200
3	40	45	250
4	28	30	160
5	15	12	280
6	50	30	120

Виберіть найбільше ефективно працююче підприємство.

### Варіант 8.

Показники ефективності вибору квартири наведені в наступній таблиці:

Таблиця Д.8 – початкові данні

Варіант	Показники ефективності вибору квартири		
	Метраж, м <sup>2</sup>	Час поїздки на роботу, хв	Час поїздки в зону відпочинку, хв
1	60	50	30
2	50	45	25
3	45	30	20
4	60	40	30
5	42	20	10
6	45	30	15

Виберіть найбільш ефективний вибір квартири.

### Варіант 9.

Однієї з фірм потрібно вибрати оптимальну стратегію по технічному забезпеченню процесу керування виробництвом. За допомогою статистичних даних і інформації відповідних заводів-виготовлювачів були визначені локальні критерії функціонування необхідного встаткування. Вихідні дані наведені в таблиці.

Таблиця Д.9 – початкові данні

Варіанти встаткування	Показники ефективності роботи підприємств		
	Продуктивність, у.о.	Вартість устаткування, у.о.	Обсяг пам'яті, у.о.
1	100	5	5
2	150	6	8
3	120	4	6
4	200	7	7
5	140	6	6
6	160	4	5

### Варіант 10.

Однієї з фірм потрібно вибрати оптимальну стратегію по технічному забезпеченню процесу керування виробництвом. За

допомогою статистичних даних і інформації відповідних заводів-виготовлювачів були визначені локальні критерії функціонування необхідного встаткування. Вихідні дані наведені в таблиці.

Таблиця Д.10 – початкові данні

Варіанти встаткування	Показники ефективності роботи підприємств		
	Продуктивність, у.о.	Надійність, у.о.	Обсяг пам'яті, у.о.
1	100	8	5
2	150	5	8
3	120	6	6
4	200	4	7
5	140	5	6
6	160	6	5



Навчально-Методичне видання

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ  
З ДИСЦИПЛІНИ “ЕКОНОМІКО-  
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ”**

**для студентів напряму підготовки  
6.030504 – Економіка підприємства  
(денна форма навчання)**

Укладачі: Бредіхін Володимир Михайлович  
Прокопенко Микола Вікторович  
Вербицька Вікторія Іванівна

Відповідальний за випуск: Дмитрієв І.А.

Підп. до друк.	Формат 60×80	1/16 Бум. Тип №
Друк офсетний	Ум. ін. л.	Нав - вид. л.
Тираж екз.		Ціна договірна
Зауводити, увести до ладу. №		

ХНАДУ, ГСП, Харків, вул. Петровського, 25  
Підготовлено в Харківському національному автомобільно-  
дорожньому університеті