

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ МОЛОДІ
ТА СПОРТУ УКРАЇНИ**

**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО -
ДОРОЖНІЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ
З ДИСЦИПЛІНИ “СТАТИСТИКА”**

**для студентів напряму підготовки
6.030504 – Економіка підприємства
(заочна форма навчання)**

Харків 2012

Укладачі: В.М. Бредіхін
В.І. Вербицька

Кафедра економіки підприємства

ВСТУП

Дисципліна „Статистичні методи в економічних дослідженнях” належить до циклу професійно орієнтованих дисциплін підготовки бакалаврів за фаховим спрямуванням „Економіка підприємства”.

Предметом навчальної дисципліни є розміри й кількісні співвідношення масових явищ і процесів в економіці, закономірності їх формування, розвитку і зв'язку.

Мета викладання дисципліни – надання знань про методи збирання, оброблення та аналізу інформації стосовно соціально-економічних явищ і процесів.

Задачі викладання дисципліни – вивчення принципів організації статистичних спостережень, методик розрахунків показників статистичного аналізу соціально-економічних явищ і процесів.

Необхідність вивчення дисципліни „Статистичні методи в економічних дослідженнях” зумовлено тим, що економічні явища, як правило, характеризуються безліччю різних показників, тобто по своїй суті вони є багатомірними. У зв'язку з цим знань і умінь, що здобуваються в результаті вивчення методів аналізу одномірних об'єктів і явищ недостатньо. Економіст повинен знати специфіку багатомірних об'єктів і вміти виконувати їх дослідження.

В дисципліні розглядаються найбільш розповсюджені серед економістів методи дослідження багатомірних об'єктів, що знайшли своє зображення в тематичному плані дисципліни.

ЦІЛЬ І ЗАДАЧІ ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Метою курсової роботи є самостійне поглиблене вивчення теоретичних основ найбільш важливих тем дисципліни, придбання практичних навичок проведення статистичних досліджень багатомірних економічних об'єктів із застосуванням сучасних засобів обробки вихідних даних.

Тематика курсових робіт формується на основі робочої програми дисципліни та науково-дослідних робіт за напрямком кафедри, а також заявок підприємств, що потребують проведення статистичних досліджень.

У методичних вказівках розглядається порядок виконання типового завдання на курсову роботу, розроблене з урахуванням специфіки вивчення дисципліни студентами заочної форми навчання

і може виконуватися як з використанням, так і без використання обчислювальної техніки.

Типове завдання на курсову роботу вимагає від студентів заочної форми навчання виконати статистичне дослідження, результати якого необхідні для рішення наступної практичної задачі.

Підприємству в процесі розробки бізнес-плану необхідно розрахувати валовий дохід від різних варіантів здійснення виробничої діяльності. Метод прямого розрахунку цього показника в силу низки причин використовувати неможливо. Пропонується провести дослідження залежності річного валового доходу підприємства від техніко-економічних показників і розробити його статистичну модель, що дозволить швидко і якісно прогнозувати значення валового доходу на підставі факторів, які визначають його величину.

Передбачається, що на річний валовий дохід підприємства (Y) можуть здійснювати значний вплив наступні фактори: середньорічна вартість виробничих фондів (X_1), середньорічна чисельність працюючих (X_2); фондівіддача (X_3); фондоозброєність (X_4); продуктивність праці (X_5).

Для аналізу залежності і побудови моделі необхідно:

а) одержати випадкову 10-відсоткову вибірку з генеральної сукупності, представленої 360 підприємствами;

б) зробити розрахунок по кожному відібраному для дослідження підприємств значень показники фондівіддачі (X_3), фондоозброєності (X_4) та продуктивності праці (X_5);

в) розрахувати для всіх показників описову статистику, побудувати гістограму та визначити закон розподілу результативної перемінної, перевірити вибірку на присутність аномальних спостережень (при необхідності виключити відповідні підприємства з подальшого дослідження);

г) перевірити достатність обсягу вибірки для одержання достовірних результатів;

д) провести парний кореляційно-регресійний аналіз залежностей $Y = \varphi(X_1)$, $Y = \varphi(X_2)$, $Y = \varphi(X_3)$, $Y = \varphi(X_4)$, $Y = \varphi(X_5)$, відзначити можливість прогнозування Y на підставі парних залежностей, заповнити матрицю парних коефіцієнтів кореляції і вибрати з її використанням два-три фактора, що мають найменшу кореляцію між собою, але найвищу кореляцію з результативним показником Y ;

є) провести багатофакторний кореляційно-регресійний аналіз залежності Y від двох-трьох факторів, відібраних з комплексу досліджуваних (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5);

ж) розробити рекомендації з використання багатофакторної регресійної моделі на практиці (розробити приклад використання моделі для планування).

Склад і структура пояснювальної записки курсової роботи повинна містити практично всі етапи, властиві економічному дослідженню, проведеному з використанням статистичних методів.

Вихідні дані до курсової роботи формуються студентом самостійно на підставі Додатка А. Порядок формування вихідних даних викладений у другому розділі даних методичних указівок.

Хід виконання роботи, одержувані результати та їхній аналіз оформляються у виді пояснювальної записки. Вимоги до змісту й оформлення пояснювальної записки викладено відповідно в другому і третьому розділах методичних указівок.

Окремим студентам кафедра можна доручити розробку індивідуальних тем на підставі заявки підприємства, на якому студент працює. Для виконання індивідуальної теми студент повинний погодити з кафедрою тему роботи, її мету і практичну значимість, об'єкт вивчення і перелік досліджуваних показників, обсяг підлягаючої вивченню статистичної сукупності або вже наявний статистичний матеріал. Вихідні дані до курсової роботи повинно надати підприємство-заявник теми.

1 ЗМІСТ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Розрахунково-пояснювальна записка повинна складатися з окремих розділів, до змісту яких пред'являються наступні вимоги.

ВСТУП

У вступі повинна бути охарактеризована сутність статистичних методів у вивченні соціально-економічних явищ, сучасні особливості цих явищ і представлена загальна характеристика курсової роботи. Написання вступу є завершальним етапом роботи з оформлення пояснювальної записки.

1 ПЛАН СТАТИСТИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1 Мета і задачі дослідження

Мета і задачі статистичного дослідження впливають з господарської ситуації описаної у вихідних умовах курсової роботи. Проаналізуйте завдання і сформулюйте мету і задачі дослідження.

1.2 Об'єкт і предмет дослідження. Економічна сутність досліджуваних показників

У цьому підрозділі необхідно вказати на те, що що є об'єктом і предметом проведеного дослідження, одиницею спостереження, генеральною сукупністю та вибіркою з урахуванням сутності термінів, розглянутих раніше в дисципліні „Статистика”.

Крім того, необхідно, використовуючи будь-який з підручників по дисципліні „Економіка підприємства”, описати економічну сутність досліджуваних показників (річний валовий дохід підприємства, середньорічна вартість виробничих фондів, середньорічна чисельність працюючих, фондівіддача, фондоозброєність, продуктивність праці).

1.3 Методи дослідження

У цьому розділі роботи потрібно перерахувати статистичні методи, які використовуються, коротко викласти їхнє призначення і доцільність використання для вирішення поставлених у дослідженні задач. Методи, що рекомендуються до використання, коротко викладені в методичних указівках. Більш докладно їх сутність і можливості, умови застосування описані в літературі по темі курсової роботи [1-3, 5-12]. В процесі дослідження дозволяється використовувати методи не розглянуті в методичних указівках.

2 ЗБІР І СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ВИХІДНИХ ДАНИХ

2.1 Одержання вибірових даних. Розрахунок вихідних показників

Економічні дослідження звичайно пов'язані з вивченням великої кількості об'єктів, що утворюють генеральну сукупність, тому економісти повинні уміти використовувати в практичній діяльності вибіровий метод.

Основний зміст даного підрозділу повинні складати відповіді на наступні питання:

а) який обсяг має досліджувана у курсовій роботі генеральна сукупність;

б) якими способами можна одержати репрезентативну вибірку, і до якого з них відноситься використаний у курсовій роботі спосіб одержання даних;

в) які показники об'єктів є первинними, а які похідними.

Відповіді на ці питання можна знайти в кожному з підручників по теорії статистики [2, 3, 7-12].

За умовами завдання вихідні дані для рішення поставленої задачі варто одержати з генеральної сукупності, представленої 360 підприємствами (Додаток А). За розміром досліджуваного результативного показника (Y) вона розділена на 10 типових груп.

Через неможливість вивчення всіх об'єктів генеральної сукупності потрібно провести вивчення явищ, які нас цікавлять, з використанням вибірового методу. При цьому вибірка повинна мати таку ж саму структуру, що й генеральна сукупність.

Для формування репрезентативної вибірки необхіден механізм випадкового отбору об'єктів з генеральної сукупності. В курсовій роботі в основу даного механізму було закладено передостанню й останню цифри номера залікової книжки студента.

Добір вихідних даних виробляється в такий спосіб:

за передостанньою цифрою залікової книжки встановлюється номер першого досліджуваного об'єкта в кожній типовій групі;

за останньою цифрою - періодичність добору об'єктів у цій групі.

Добір здійснюється пропорційно розмірам типових груп у генеральній сукупності (табл. 1). Вибіркова сукупність повинна складатися з 36 підприємств ($n = 36$).

Таблиця 1 - Структура генеральної та вибіркової сукупностей

Типичні групи	Генеральна сукупність		Вибіркова сукупність	
	Обсяг, N_j	Частка, %	Обсяг, n_j	Частка, %
I	10	2,78	1	2,78
II	20	5,56	2	5,56
III	40	11,11	4	11,11
IV	50	13,89	5	13,89
V	60	16,67	6	16,67
VI	60	16,67	6	16,67
VII	50	13,89	5	13,89
VIII	40	11,11	4	11,11
IX	20	5,56	2	5,56
X	10	2,78	1	2,78
Всього	360	100,0	36	100,0

Потрібно проаналізувати запропонований у курсовій роботі спосіб добору даних з генеральної сукупності і дати відповідь на питання щодо використаних у роботі форми і способу формування вибіркової сукупності.

По кожному обраному підприємству в Додатку А приведено три показники, значення яких слід вписати в таблицю 2. Далі на підставі цих первинних показників потрібно розрахувати похідні показники. До них, відповідно до завдання, відносяться показники фондівдачі (X_3), фондоозброєності (X_4) та продуктивності праці (X_5). Їх розраховують для кожного підприємства, яке потрапило до вибірки, наступним чином

Фондовіддача $X_3 = Y / X_1$, грн./грн.

Фондоозброєність $X_4 = X_1 / X_2$ тис.грн./чол.

Продуктивність праці $X_5 = Y / X_2$ тис.грн./чол.

Розрахунки можуть бути виконані на ЕОМ з використанням табличного процесора Excel. Значення перемінних X_{i3} , X_{i4} , X_{i5} повинні мати 4 цифри після десяткової коми.

Результати розрахунків потрібно привести в табл.2.

Таблиця 2 - Вихідні дані до статистичного дослідження

Номер за порядком			Значення перемінних					
Групи	Підприємства в групі	Спостереження, i	Y_i	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{i4}	X_{i5}
I	10	1						
II	10	2						
II	18	3						
...						
X	10	36						
Сума								
Середнє значення								

Таблиця з вихідними даними не повинна містити розрахункових помилок і опісок, оскільки вони можуть позначитися на остаточних результатах дослідження. В зв'язку з цим необхідно стежити за правильністю всіх обчислень і записів. Курсові роботи з неправильно відібраними для вивчення об'єктами до захисту не приймаються.

2.2. Групування даних. Розрахунок описової статистики і виключення аномальних спостережень. Оцінка достатності обсягу вибірки

Групування вихідних даних виробляється з метою аналізу структури і закономірностей розподілу досліджуваних показників. У відповідальних дослідженнях групування виконують для кожного досліджуваного показника. В курсовій роботі його варто виконати тільки для результативного показника Y , але різними способами.

В статистичних дослідженнях використовують групування з використанням рівних і нерівних за розміром інтервалів. Що зазначено в літературу [7, 10, 12]. Необхідно дати відповідь на питання, в яких випадках використовують ці способи групування. В курсовій роботі необхідно вибрати найкращий спосіб групування підприємств за розміром результативного показника - річного валового доходу.

2.2.1 Групування з використанням рівних інтервалів

В випадку групування з використанням рівних інтервалів можуть бути розглянуті два способи.

Перший спосіб. Базується на попередньому розрахунку кількості групувальних інтервалів по формулі Стреджеса.

Другий спосіб. Бере за основу попередній розрахунок величини середнього квадратичного відхилення досліджуваного показника.

Перший спосіб використовують студенти, у яких остання цифра залікової книжки парна (0, 2, ...). Другий спосіб використовують студенти, у яких остання цифра залікової книжки непарна (1 3, ...).

Спосіб 1. Групування значень досліджуваного показника по методу Стреджеса

Визначається кількість інтервалів групування за формулою Стреджеса

$$K = 1 + 3,322 \cdot Lg(n),$$

де n - кількість спостережень (обсяг вибірки);

$Lg(n)$ - десятковий логарифм числа n .

Отримане значення K потрібно округлити до цілого в більшу сторону числа. Після цього розрахувати ширину групувального інтервалу

$$\Delta Y = (Y_{\max} - Y_{\min}) / K,$$

де Y_{\max} - максимальне значення показника, що вивчається, у вибірці;

Y_{\min} - мінімальне значення показника, що вивчається, у вибірці.

Значення ΔY округляють відповідно до правил, зазначених в [10].

Після чого встановлюють межі інтервалів групування:

- нижня межа першого групувального інтервалу

$$a_1 = Y_{\min} - 0,5 \cdot \Delta Y$$

- верхня межа першого групувального інтервалу

$$b_1 = a_1 + \Delta Y$$

- межі наступних інтервалів встановлюють згідно з наступним правилом: нижня межа чергового інтервалу дорівнює верхній межі попереднього інтервалу, а верхня межа дорівнює нижня плюс ширина групувального інтервалу. Наприклад, для другого інтервалу межі будуть наступними: $a_2 = b_1$, $b_2 = a_2 + \Delta Y$. В результаті весь діапазон зміни значень перемінної розбивається на K рівних за розміром інтервалів.

Одночасно з установленням границь групувальних інтервалів задають умови віднесення спостережень на інтервал. Їх задають у вигляді подвійної нерівності

$$a_k < Y \leq b_k, \quad k = 1, 2, 3, \dots, K$$

Відповідно до цієї умови на інтервал з номером k відносять ті значення досліджуваної перемінної, які перевершують нижню межу і більше або дорівнюють верхній межі.

Далі варто розподілити одиниці вибіркової сукупності (підприємства) по інтервалах в залежності від величини результативної ознаки. Для цього рекомендується скласти таблицю наступного виду (табл.4).

Якщо в процесі віднесення даних спостережень на інтервал максимальне значення ознаки не попадає на останній інтервал, то можна створити ще один додатковий інтервал або зробити межу останнього інтервалу відкритою ($Y > a_k$).

Після рознесення даних по інтервалах, у табл.4 підраховується частота попадання спостережень на інтервал (f_k), розраховуються частоти ($\omega_k = f_k / n$), визначаються кумулятивні частоти ($\sum f_k = f_1 + f_2 + \dots + f_k$) і частоти ($\sum \omega_k = \omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_k$).

Таблиця 4 – Групування підприємств за розміром валового доходу, тис.грн.

Номер інтервала, k	Межі інтервалів	Частота, f_j	Накопичена частота, $\sum f_j$	Частість, ω_o	Накопичена частість, $\sum \omega_o$
1	$a_1 < Y \leq b_1$	f_1	f_1	ω_1	ω_1
2	$a_2 < Y \leq b_2$	f_2	$f_1 + f_2$	ω_2	$\omega_1 + \omega_2$
...
K	$a_k < Y \leq b_k$	f_k	$f_1 + f_2 + \dots + f_k$	ω_k	$\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_k$
Всього	-	$f_1 + f_2 + \dots + f_k = n$	-	$\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_k = 1$	-

Примітка. В пояснювальній записці таблиця замість умовних позначок границь, частот, частостей, формул розрахунку кумулятивних частот і частостей повинна містити числові значення даних характеристик.

Спосіб 2. Групування з використанням середнього квадратичного відхилення

Спочатку по незгрупованим даним обчислюють середню (\bar{Y}) і середнє квадратичне відхилення σ_y . Розрахункові формули приведені в табл.6.

Потім, починаючи від середнього значення, рухаються спочатку вліво, а потім вправо та утворюють групувальні інтервали. При цьому, якщо потрібно розподілити одиниці сукупності по 6 групам використовують значення σ ; якщо потрібно розподілити одиниці сукупності по 9 групам, використовують значення $\frac{2}{3}\sigma$; якщо потрібно розподілити одиниці сукупності по 12 групам використовують значення $0,5\sigma$.

Наприклад, границі інтервалів для розподілу об'єктів сукупності по 6 групам будуть наступними:

1) $\bar{Y} - 3\sigma_y < Y \leq \bar{Y} - 2\sigma_y$	2) $\bar{Y} - 2\sigma_y < Y \leq \bar{Y} - \sigma_y$	3) $\bar{Y} - \sigma_y < Y \leq \bar{Y}$
4) $\bar{Y} < Y \leq \bar{Y} + \sigma_y$	5) $\bar{Y} + \sigma_y < Y \leq \bar{Y} + 2\sigma_y$	6) $\bar{Y} + 2\sigma_y < Y \leq \bar{Y} + 3\sigma_y$

Далі варто скласти таблицю аналогічну таблиці 5 і зробити в ній підрахунок частоти влучення спостережень на інтервал, розрахувати частоти, кумулятивні частоти і частости

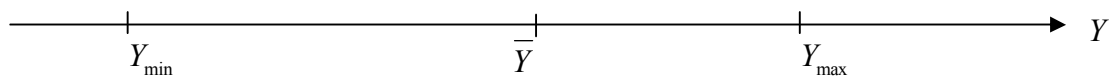
2.2.2 Групування з використанням нерівних інтервалів

Групування на нерівні інтервали застосовуються для опису статистичних даних, що мають явну асиметрію розподілу частот і частостей. Ширину і межі цих інтервалів встановлюють на основі логічного аналізу попередніх зведень про якісні і кількісні характеристики досліджуваного явища.

В економіці широко застосовуються групування економічних об'єктів з поділом їх на великі, дрібні та середні. Однак такий розподіл залежить від галузевих особливостей і неминуче пов'язаний з низкою умовностей. Наприклад, хлібозавод з чисельністю працівників більш 300 чоловік вважається великим, в той час, як машинобудівний завод з такою ж чисельністю працівників може бути віднесений до групи дрібних або середніх підприємств.

В курсовій роботі в якості одного з можливих рішень задачі групування підприємств по розміру валового доходу рекомендується використовувати досить просту формалізовану процедуру розподілу підприємств на групи.

Процедура виділення груп об'єктів з нерівними інтервалами досліджуваної ознаки наступна. Необхідно проранжувати значення ознаки. Потім весь інтервал його можливих начений $[Y_{\min}; Y_{\max}]$ слід розділити на два інтервали, що відокремлені друг від друга середнім значенням показника \bar{Y} .



На першому інтервалі $[Y_{\min}; \bar{Y}]$ будуть розташовані значення досліджуваної ознаки менше середнього значення \bar{Y} . На другому інтервалі $[\bar{Y}; Y_{\max}]$ будуть розташовані значення досліджуваної ознаки більше, ніж середнє значення \bar{Y} .

У випадку асиметричного розподілу точка, що відповідає середньому значенню ознаки \bar{Y} , не буде поділяти інтервал $[Y_{\min}; Y_{\max}]$ на рівні частини, а буде зміщена до якого-небудь з кінців інтервалу.

Вибираємо з двох інтервалів, розділених значенням середньої величини \bar{Y} , інтервал найменшої довжини, для чого порівнюємо по модулю величини $|Y_{\min} - \bar{Y}|$ і $|\bar{Y} - Y_{\max}|$. Довжину найменшого з двох порівнюваних інтервалів поділяємо навпіл і отримане значення ΔY додаємо до середнього \bar{Y} і віднімаємо від нього. Одержуємо координати двох точок $\bar{Y} - \Delta Y$ і $\bar{Y} + \Delta Y$, які відзначаємо на числовій осі варіаційного ряду вліво і вправо від середнього значення \bar{Y} .



В результаті числова вісь, що відповідає проранжованому варіаційному ряду досліджуваної ознаки, розділяється на три інтервали $[Y_{\min}; \bar{Y} - \Delta Y]$, $[\bar{Y} - \Delta Y; \bar{Y} + \Delta Y]$ та $[\bar{Y} + \Delta Y; Y_{\max}]$, довжини яких можуть бути інтерпретовані як величини що відмежовують дрібні, середні і великі одиниці сукупності.

При досить великій величині розмаху варіації досліджуваної ознаки процедура дроблення всієї числової осі може бути повторена, у результаті чого будуть визначені границі груп самих дрібних, середніх, більше середнього і самих великих об'єктів.

Після встановлення границь інтервалів варто розробити таблицю частот і частостей, побудувати гістограму розподілу підприємств.

Результати групувань з використанням рівних і нерівних інтервалів варто проаналізувати і зробити попередній висновок щодо закономірності розподілу підприємств за розміром досліджуваного показника. Крім того, необхідно вказати спосіб групування, що дав більш чітке представлення щодо закономірностей розподілу розподілу досліджуваного показника.

2.2.3 Розрахунок узагальнюючих характеристик вибіркової сукупності

Наступним етапом аналізу сукупності спостережень є розрахунок узагальнюючих характеристик (описової статистики) досліджуваної статистичної сукупності. Розрахунок описової статистики можна виконати по незгрупованим або згрупованим даним (на підставі частотної таблиці). Більш точними є результати, отримані з використанням незгрупованих даних.

В курсовій роботі розрахунок зазначених показників описової статистики слід виконати для кожної перемінної по незгрупованим даним. Для розрахунку рекомендується використовувати наступні формули (табл.5).

Примітка: i - номер спостереження, $i = 1, 2, 3, \dots, n$; j - номер фактора, $j = 1, 2, 3, 4, 5$

Якщо розрахунок виконується без застосування ЕОМ і обсяг вибірки $n > 30$, то для прискорення значення σ_y , σ_{X_j} можна обчислити по формулах $\sigma_y = \sqrt{Y^2 - (\bar{Y})^2}$ та $\sigma_{X_j} = \sqrt{X_j^2 - (\bar{X}_j)^2}$.

Таблиця 5 - **Формули для розрахунку узагальнюючих показників вибіркової сукупності**

Узагальнюючі показники	Результативна перемінна, Y	Факторні перемінні, X_j
Середнє	$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$	$\bar{X}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ij}$
Середнє квадратичне відхилення	$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{n-1}}$	$\sigma_{X_j} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)^2}{n-1}}$
Коефіцієнт варіації	$K_v = \frac{\sigma_y}{\bar{Y}} \cdot 100\%$	$K_{vj} = \frac{\sigma_{X_j}}{\bar{X}_j} \cdot 100\%$

Розрахунок виконується на підставі вихідних даних, приведених у табл.2. Результати розрахунків рекомендується представити в окремій таблиці. Також слід провести їхній аналіз і зробити висновок про однорідність досліджуваної сукупності об'єктів. Чим менше значення коефіцієнта варіації, тим однорідніше об'єкти досліджуваної сукупності і надійніше рішення.

Неоднорідні сукупності характеризуються великими значеннями коефіцієнтів варіації, що може бути наслідком присутності у вибірках аномальних спостережень. Значення перемінних, що різко виділяються, прийнято вважати аномальними. Об'єкти з такими значеннями перемінних потрібно виключати з вибірки, оскільки, як правило, вони мають іншу структуру або/і зовнішні умови існування (відмінні від інших об'єктів, потрапивших у вибірку), і далі ці об'єкти вивчаються окремо. Перевірка значень перемінних на присутність аномальних спостережень може бути виконана по різних методиках. В курсовій роботі можна обмежитися правилом „три-сигма”. Відповідно до цього правила значення перемінної вважається аномальним, якщо воно виходить за межі припустимого інтервалу:

$$\bar{Y} - 3\sigma_y \leq Y \leq \bar{Y} + 3\sigma_y \quad \text{і} \quad \bar{X}_j - 3\sigma_{X_j} \leq X_j \leq \bar{X}_j + 3\sigma_{X_j}$$

Об'єкти, що мають значення однієї і більш перемінних, які різко виділяються, варто виключити з вибірки і перерахувати значення середніх, дисперсії і середніх квадратичних відхилень. Подальший аналіз проводиться по зменшеній вибірці.

3 ПАРНИЙ КОРЕЛЯЦІЙНО-РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ

3.1 Кореляційний аналіз парних зв'язків $Y = \varphi(X_j)$

Кореляційний аналіз проводять з метою оцінки сили й істотності залежності результативної перемінної від факторних перемінних. Якщо факторних перемінних небагато (у загальному випадку m), то на першому етапі дослідження проводять аналіз залежності результативної перемінної Y від кожної факторної перемінної

$$Y = \varphi(X_j), \quad j = 1, 2, \dots, m.$$

Таким чином, у курсовій роботі необхідно провести кореляційний аналіз залежності валового доходу підприємства від середньорічної вартості основних фондів $Y = \varphi(X_1)$, від середньоспискової чисельності працюючих $Y = \varphi(X_2)$, від фондівіддачі $Y = \varphi(X_3)$, від фондоозброєності $Y = \varphi(X_4)$, і від продуктивності праці $Y = \varphi(X_5)$.

Для виявлення наявності залежності однієї перемінної від іншої необхідно побудувати кореляційне поле і розрахувати коефіцієнт парної кореляції. Рекомендації з виконання цієї частини роботи наводяться в літературі по дисципліні [1-3, 7-12]. Оскільки в літературі для розрахунку коефіцієнта парної кореляції приводяться різні формули, то в курсовій роботі рекомендується використовувати наступну

$$r_{YX_j} = \frac{\sigma_{YX_j}}{\sigma_Y \cdot \sigma_{X_j}} = \frac{\overline{YX_j} - \bar{Y} \cdot \bar{X_j}}{\sqrt{Y^2 - (\bar{Y})^2} \cdot \sqrt{X_j^2 - (\bar{X_j})^2}}, \quad (j = 1, 2, 3, 4, 5)$$

$$\text{де } \overline{YX_j} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{i=n} Y_i X_{ij}; \quad \bar{Y}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} Y_i^2; \quad \bar{X_j}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} X_{ij}^2$$

Розрахунок середніх для добутоків і середніх для квадратів значень досліджуваних перемінних приводиться в таблицях.

3.2 Регресійний аналіз парних зв'язків $Y = \varphi(X_j)$

Методика регресійного аналізу викладена в літературі [1-3, 7-12]. В курсовій роботі потрібно представити найбільш важливі результати регресійного аналізу. Зокрема для кожної пари зв'язків $Y = \varphi(X_1)$, $Y = \varphi(X_2)$, $Y = \varphi(X_3)$, $Y = \varphi(X_4)$, $Y = \varphi(X_5)$ повинні бути дані відповіді на наступні запитання:

- а) яка форма зв'язку (пряма або зворотня, лінійна або нелінійна) має місце між Y і кожною з досліджуваних факторних перемінних X_j ;
- б) яке рівняння регресії найкраще описує залежність між Y та X_j ;
- в) чи є це рівняння статистично значимим.

Для вибору форми зв'язку потрібно використовувати раніше побудований графік із зображенням кореляційного поля; побудувати емпіричну лінію регресії; по її вигляду визначити, чи є залежність $Y = \varphi(X_j)$ прямою або зворотною; яке рівняння парної регресії доцільно використовувати для апроксимації емпіричної лінії регресії.

Визначення форми зв'язку. Якщо зі збільшенням значень перемінної X_j , значення перемінної Y також збільшуються, то має місце пряма лінійна або пряма нелінійна залежність. Якщо зі збільшенням значень перемінної X_j , значення перемінної Y зменшуються, то має місце зворотна лінійна, або нелінійна залежність.

При виконанні дослідження варто враховувати, що у всіх випадках, коли має місце нелінійний зв'язок, а сила зв'язку неправомірно намагаються оцінити за допомогою коефіцієнта кореляції, його значення отримуються незначними, а іноді близькими до нуля.

Якщо кореляційне поле „розмите” і не дозволяє виявити закономірності між зміною значень перемінних X_j і Y , то є підстави вважати, що зв'язок між ними відсутній (рис.3).

При виявленні форми зв'язку між перемінними важливо переконатися в тому, що спостереження мають приблизно однакову варіацію щодо передбачуваної теоретичної лінії регресії. У випадку, коли дані розподіляються вздовж лінії регресії нерівномірно (рис.4), вважається що метод найменших квадратів непридатний для підбора лінії регресії.

Вибір рівняння регресії. У випадку, коли між перемінними Y і X_j передбачається прямий або лінійний зв'язок, обирають рівняння вигляду

$$Y_i = a + b \cdot X_{ij} + \varepsilon_i,$$

де Y_i - теоретичне значення результативної перемінної, розраховане за рівнянням регресії за умови, що об'єкт з номером i має значення факторної перемінної, яке дорівнює X_{ij} ;

a, b - параметри рівняння;

X_{ij} - значення j -ї факторної перемінної на i -му спостереженні;

ε_i - випадкова похибка результативної перемінної.

Далі розраховують невідомі значення параметрів a і b за даними вибірки.

$$b = \frac{n \cdot \sum X_j Y_j - \sum X_j \cdot \sum Y_j}{n \cdot \sum X_j^2 - (\sum X_j)^2}$$

$$a = \frac{\sum X_j^2 \cdot \sum Y_j - \sum X_j \cdot \sum X_j Y_j}{n \cdot \sum X_j^2 - (\sum X_j)^2}$$

або

$$a = \bar{Y} - b \cdot \bar{X}$$

У випадку, коли між перемінними передбачається пряма або зворотня нелінійна залежність, рівняння регресії рекомендується підібрати по Додатку Д. Далі використовуючи прийом лінеаризації вихідних значень перемінних і параметрів (Додаток Д), варто перевести обране рівняння до лінійного виду і по відомих формулах обчислити значення параметрів a і b .

Слід враховувати, що іноді тенденція в розкиді точок в поле кореляції може бути не видна через недолік обраного масштабу зображення. В зв'язку з цим рекомендується використовувати техніку побудови багаторівневих графіків. Вона припускає, крім основного графіка, побудову декількох додаткових графіків, які являють собою вертикально і горизонтально стиснуті зображення основного графіка. Цей стиск графіків полегшує ідентифікацію затіненої (що чітко не

виявляється) тенденції розкиду точок поля кореляції двох перемінних.

Приклад. Вивчається залежність валового доходу підприємства (Y) від середньорічної вартості основних виробничих фондів (X_1), середньорічної чисельності працюючих (X_2); фондівіддачі (X_3); фондоозброєності (X_4) та продуктивності праці (X_5). Для перевірки гіпотези отримані вибіркоким методом (з Додатка А) дані по 19 підприємствам (табл.6).

Потрібно побудувати кореляційні поля і вибрати рівняння регресії для опису залежностей між досліджуваними показниками.

Таблиця 6 – Вихідні дані до прикладу

i	Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	1075	1155	456	0,93074	2,35746	2,53289
2	1650	1673	680	0,98625	2,42647	2,46029
...
18	9167	5993	2077	1,52962	4,41358	2,83541
19	9994	8012	2099	1,24738	4,76131	3,81706
Всього	106890	72606	25099	27,48585	77,44204	53,48530

На рис. 1-5 представлені багаторівневі графіки кореляційних полів, результати апроксимації тенденцій у розкиді точок лінійними і нелінійними формами зв'язку. Ці рисунки добре ілюструють вплив масштабу зображення полів кореляції на результати вибору форми зв'язку двох перемінних.

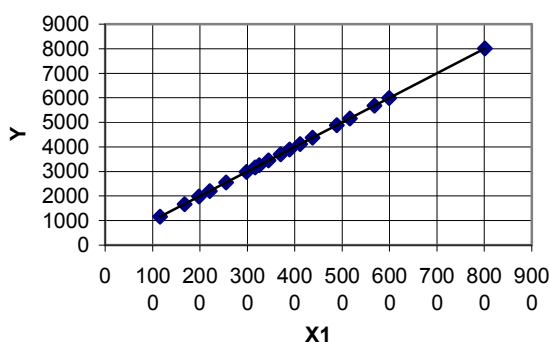
Якщо для опису регресії можуть бути використані кілька рівнянь, то кращим з них звичайно вважається те, що має найбільше значення критерію Фішера (однак можна використовувати й інші критерії, наприклад, найбільше значення коефіцієнта кореляції, найменшу відносну помилку прогнозування тощо).

Критерій Фішера використовується для перевірки різних гіпотез. У випадку перевірки гіпотези про значущість обраної моделі регресії спочатку розраховують його емпіричне значення.

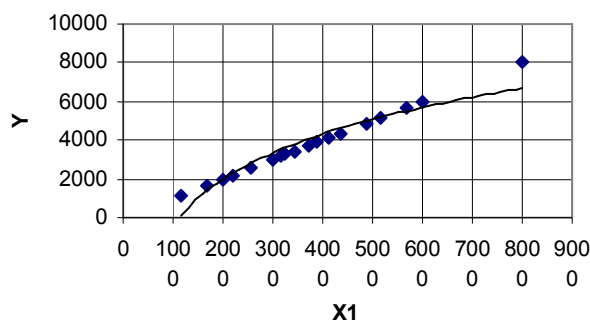
$$F = \frac{\frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \right)}{\frac{1}{n-m-1} \cdot \left(\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \right)},$$

де m - кількість факторних ознак моделі (для моделі парної регресії $m=1$).

Ці значення порівнюють із критичним значенням, що знаходять по таблицях (Додаток Е) для обраного рівня довірчої імовірності (прийняти рівним 0,95) на перетинанні стовпця, що відповідає числу ступенів волі $df = n-1$, і рядка, що відповідає числу ступенів волі $df = n-m-1$.

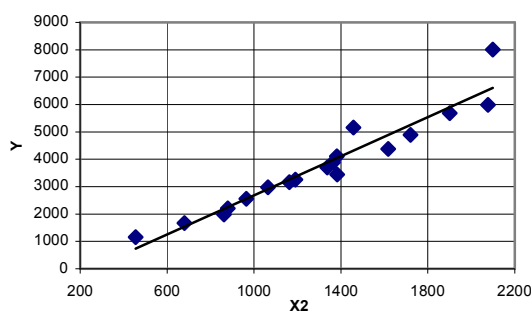


а)

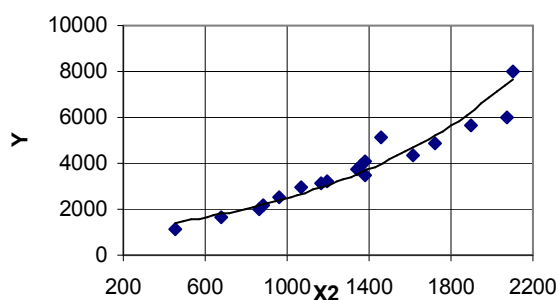


б

Рисунок 1 – Поля кореляції для перемінної X_1 та лінії регресії, які їх апроксимують: а) лінійний варіант; б) нелінійний варіант (логарифмічна крива)

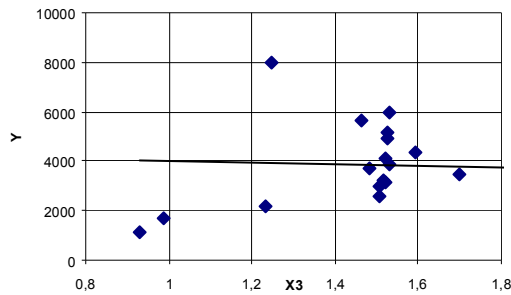


а)

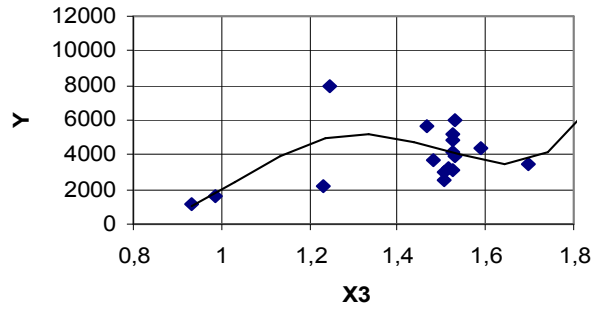


б

Рисунок 2 - Поля кореляції для перемінної X_2 та лінії регресії, які їх апроксимують: а) лінійний варіант; б) нелінійний варіант (експонента)

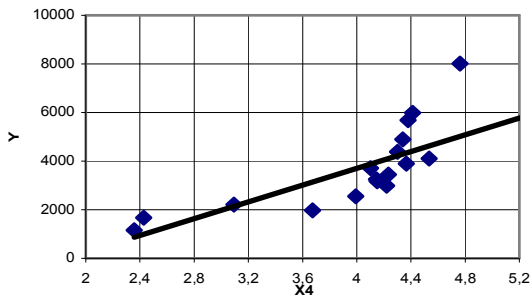


а)

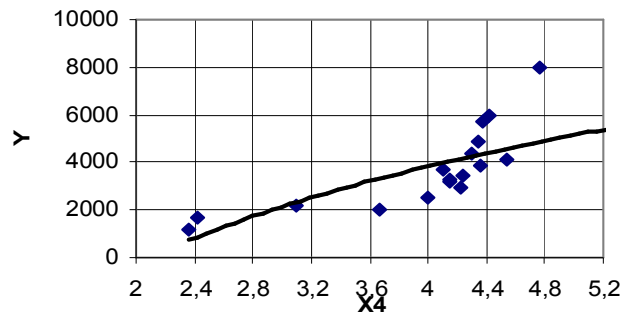


б)

Рисунок 3 - Поля кореляції для перемінної X_3 та лінії регресії, які їх апроксимують: а) лінійний варіант; б) нелінійний варіант (полінома)

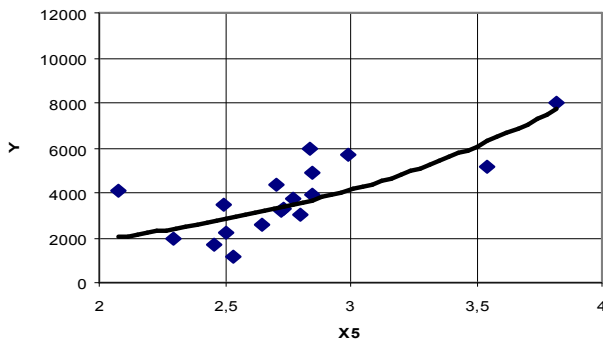


а)

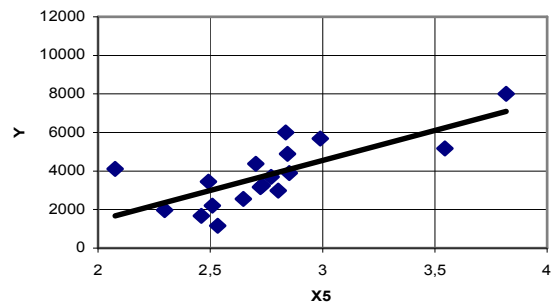


б)

Рисунок 4 - Поля кореляції для перемінної X_4 та лінії регресії, які їх апроксимують: а) лінійний варіант; б) нелінійний варіант (логіфімічна крива)



а)



б)

Рисунок 5 - Поля кореляції для перемінної X_5 та лінії регресії, які їх апроксимують: а) лінійний варіант; б) нелінійний варіант (експонента)

Якщо розрахункове значення більше критичного, то модель вважається значущою на обраному рівні довірчої імовірності. В протилежному випадку модель вважається незначущою. Однак при

зниженні рівня довірчої імовірності вона може виявитися статистично значущою.

Розрахунок F для обраних форм зв'язку перемінних варто виконати в таблицях, а хід перевірки гіпотез і зроблені висновки описати в пояснювальній записці.

3.3 Добір факторів для багатфакторної моделі

Модель множинної регресії повинна включати, фактори, які мають сильний зв'язок з результативною перемінною і не мають сильного зв'язку між собою. Взаємозв'язок факторних перемінних прийнято називати мультиколінеарністю. Мультиколінеарність розглядається як небажане явище.

Добір факторів, що підлягають включенню в модель регресії, рекомендується виконати за спрощеною методикою, не прибігаючи до методів багатокрокового кореляційно-регресійного аналізу.

Для добору факторів, що підлягають включенню в модель регресії, рекомендується розрахувати всі елементи матриці парних коефіцієнтів кореляції (табл. 7).

Матриця парних коефіцієнтів кореляції є симетричною: значення коефіцієнтів кореляції над головною діагоналлю і під нею рівні (тобто $r_{12} = r_{21}$ тощо). Значення елементів, розташованих на головній діагоналі матриці завжди дорівнюють одиниці.

Розташування перемінних у цій матриці може бути й іншим.

Таблиця 7 – Загальний вигляд матриці парних коефіцієнтів кореляції

Перемінні	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Y
X_1	1,0	r_{12}	r_{13}	r_{14}	r_{15}	r_{1Y}
X_2	r_{21}	1,0	r_{23}	r_{24}	r_{25}	r_{2Y}
X_3	r_{31}	r_{32}	1,0	r_{34}	r_{35}	r_{3Y}
X_4	r_{41}	r_{42}	r_{43}	1,0	r_{45}	r_{4Y}
X_5	r_{51}	r_{52}	r_{53}	r_{54}	1,0	r_{5Y}
Y	r_{Y1}	r_{Y2}	r_{Y3}	r_{Y4}	r_{Y5}	1,0

Заповнення матриці значеннями парних коефіцієнтів кореляції роблять у такий спосіб. Коефіцієнти парної кореляції між результативною перемінною і факторними перемінними обчислені раніше (п.3.1), тому їхні значення записують в останній стовпець і

останній рядок матриці. Далі, починаючи з першого рядка, роблять розрахунок відсутніх у матриці коефіцієнтів парної кореляції. Для розрахунку використовується формула вже відома з курсу „Статистика” коефіцієнта парної кореляції між перемінними з порядковими номерами k і l .

$$r_{kl} = \frac{\overline{X_k X_l} \cdot \overline{X_k} \cdot \overline{X_l}}{\sqrt{X_k^2 - (\overline{X_k})^2} \cdot \sqrt{X_l^2 - (\overline{X_l})^2}}$$

Для розрахунку використовуються суми і середні, обчислені в табл.7 і табл.8. Матрицю парних коефіцієнтів кореляції потрібно проаналізувати і виділити пари факторних перемінних, які мають між собою високий кореляційний зв'язок ($r > 0,8$). У кожній з таких пар виключити з подальшого розгляду ту факторну перемінну, яка має менший коефіцієнт кореляції з результативною перемінною. Для подальшого аналізу доцільно залишити дві-три факторні перемінні.

Приклад. Вивчається залежність валового доходу підприємства (Y) від середньорічної вартості основних виробничих фондів (X_1), середньорічної чисельності працюючих (X_2); фондівдачі (X_3); фондоозброєності (X_4) та продуктивності праці (X_5). На підставі раніше приведених вихідних даних (табл.8) розраховані коефіцієнти парної кореляції між усіма перемінними в припущенні, що усі вони мають лінійну форму зв'язку.

Результати розрахунків коефіцієнтів приведені в табл. 8.

Таблиця 8 – Вихідна матриця парних коефіцієнтів кореляції (приклад)

Перемінні	Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
Y	1,00000					
X_1	0,97185	1,00000				
X_2	0,98190	0,95827	1,00000			
X_3	0,49370	0,30479	0,46313	1,00000		
X_4	0,76283	0,84296	0,67057	0,05252	1,00000	
X_5	0,85150	0,76241	0,76382	0,74584	0,69968	1,00000

Аналіз матриці показує, що між факторними перемінними X_1 і X_2 існує сильний внутрішній кореляційний зв'язок (коефіцієнт кореляції дорівнює 0,95827). З них трохи сильніше впливає на результативний показник факторна перемінна X_2 (коефіцієнт кореляції 0,9819). Тому виключаємо з подальшого розгляду факторну перемінну X_1 .

Матриця парних коефіцієнтів кореляції для змінних, що залишилися, має такий вигляд (табл.9).

Таблиця 9 – Зменшена матриця парних коефіцієнтів кореляції (приклад)

Перемінні	Y	X_2	X_3	X_4	X_5
Y	1,00000				
X_2	0,98190	1,00000			
X_3	0,49370	0,46313	1,00000		
X_4	0,76283	0,67057	0,05252	1,00000	
X_5	0,85150	0,76382	0,74584	0,69968	1,00000

У цій матриці немає факторних перемінних, між якими є тісний кореляційний зв'язок з коефіцієнтом кореляції більш 0,8.

Таким чином, для подальшого дослідження впливу на річний валовий дохід підприємства (Y) слід залишити чотири факторні перемінні - середньоспискову чисельність працюючих (X_2), фондівіддачу (X_3), фондоозброєність (X_4) і продуктивність праці (X_5).

4 БАГАТОФАКТОРНИЙ КОРЕЛЯЦІЙНО-РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ

4.1 Сутність і загальна процедура побудови моделі

У процесі багатофакторного кореляційного аналізу оцінюється сила зв'язку досліджуваних перемінних, а за допомогою множинного регресійного аналізу для опису форми зв'язку факторів обирається багатофакторна статистична модель.

В курсовій роботі потрібно побудувати модель лінійної регресії з m незалежними (факторними) перемінними.

$$\hat{Y}_t = a_0 \cdot X_{i0} + a_1 \cdot X_{i1} + a_2 \cdot X_{i2} + \dots + a_m \cdot X_{im} + \varepsilon_i,$$

де X_{ij} - факторні перемінні, що спостерігаються на i -ому об'єкті;
 i - номер за порядком об'єкта в сукупності, що вивчається,
 $i = 1, 2, \dots, n$;

ε_i - випадкова помилка, яка має математичне очікування 0, та дисперсію σ^2 ;

X_{i0} - фіктивна перемінна, що дорівнює 1 в усіх спостереженнях.

У цій моделі невідомими є параметри a_{ij} , які підлягають оцінці. Необхідно коротко описати мету і задачі, загальну процедуру багатофакторного кореляційно-регресійного аналізу.

Для виконання цієї частини роботи рекомендується використовувати літературу по темі [1-3, 5, 7-8, 10-12]. Досить повно і просто досліджувані питання викладені в підручниках [2, 3, 10, 12].

В наступному розділі дана коротка характеристика тих робіт, які необхідно виконати в процесі багатофакторного кореляційно-регресійного аналізу. Крім цих робіт можна використовувати додаткові процедури аналізу.

4.2 Розробка моделі й оцінка її статистичної значимості

4.2.1 Обґрунтування форми зв'язку перемінних

Розробка багатофакторної моделі починається з вивчення форми зв'язку, між перемінними. Якщо в результаті буде виявлена можливість використання лінійної моделі, то на наступному етапі виробляється оцінка її параметрів за даними виборки. В зв'язку з цим виклад даного розділу слід розпочати з обґрунтування можливості використання моделі лінійної регресії. При цьому можна використовувати результати, отримані в попередньому розділі й інші приклади з навчальної літератури.

4.2.2 Оцінка параметрів багатофакторної лінійної моделі регресії

При рішенні задачі як від руки, так і на ЕОМ, параметри лінійної багатофакторної моделі варто розрахувати за методом найменших квадратів (МНК) з використанням матриць.

У матричному вигляді лінійна моделі регресії записується в такий спосіб

$$Y = Xa + e,$$

де Y - вектор теоретичних значень залежної перемінної,
 $Y = (Y_i), i = 1, \dots, n;$

$X = (x_{ij})$ - матриця значень незалежних перемінних
розміром $n \times (m + 1);$

n, m - кількість спостережень та кількість невідомих параметрів;

a - вектор оцінок параметрів моделі, $a = (a_j), j = 0, 1, \dots, m;$

$e = (\varepsilon_i)$ - вектор випадкових помилок, які не залежать від моделі.

Оцінку параметрів цієї моделі виконують методом найменших квадратів. Він дозволяє вибрати параметри моделі таким чином, щоб сума квадратів відхилень значень результативної перемінної (Y_i), що спостерігаються, від значень, обчислених по моделі (Y_i), була мінімальною

$$Q = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n e_i^2 \rightarrow \min$$

або в матричному вигляді

$$Q = e^T e = Y^T Y - 2a^T X^T Y + a^T X^T X a \rightarrow \min$$

Приклад. На підставі попереднього парного кореляційно-регресійного аналізу встановлена залежність валового доходу підприємства (Y) від чотирьох показників: середньорічної середньорічної чисельності працюючих (X_2); фондівіддачі (X_3); фондоозброєності (X_4) та продуктивності праці (X_5). Усі факторні перемінні не мають мультиколінійних зв'язків. Передбачається, що багатofакторна модель регресії повинна бути лінійною

$$\hat{Y}_i = a_0 \cdot X_0 + a_1 \cdot X_1 + a_2 \cdot X_2 + a_3 \cdot X_3 + a_4 \cdot X_4 + a_5 \cdot X_5$$

Потрібно оцінити параметри цієї моделі методом найменших квадратів.

Для оцінки параметрів використовуємо дані, що раніше розглядалися по 19 підприємствам без фактора X_1 . Вихідні дані для оцінки параметрів моделі регресії приведено в табл.9, доповненої фіктивною перемінною X_0 .

Таблиця 9 - Вихідні дані до приклада оцінки параметрів моделі регресії

i	Y	X_0	X_2	X_3	X_4	X_5
1	1075	1	456	0,93074	2,53289	2,35746
2	1650	1	680	0,98625	2,46029	2,42647
...
18	9167	1	2077	1,52962	2,83541	4,41358
19	9994	1	2099	1,24738	3,81706	4,76131

Для розрахунку коефіцієнтів рівняння регресії використовуємо «надбудову» «регресійний аналіз» з пакету «аналіз даних» з програми EXCL.

Записуємо модель регресії з використанням числових значень параметрів регресії

$$\hat{Y}_t = -2014,3 + 4,1598 \cdot X_{i2} - 1961,5899 \cdot X_{i3} - 171,3482 \cdot X_{i4} + 1340,8085 \cdot X_{i5}$$

та визначаємо область змінення факторних перемінних

$$\begin{aligned} 456 &\leq X_{i2} \leq 2099 \\ 0,93074 &\leq X_{i3} \leq 1,69878 \\ 2,29698 &\leq X_{i4} \leq 3,54427 \\ 2,35746 &\leq X_{i5} \leq 5,41386 \end{aligned}$$

4.2.3 Аналіз багатофакторної лінійної моделі регресії

Позитивні знаки параметрів моделі вказують на те, що збільшення відповідних показників-факторів веде до збільшення результативного показника, а негативні знаки параметрів моделі вказують на те, що збільшення відповідних показників-факторів веде до зменшення результативного показника.

Так, у розглянутому прикладі, збільшення середньорічної чисельності працюючих (X_{i2}) і продуктивності праці одного працюючого (X_{i5}) викликають збільшення результативної перемінної, тоді як ріст фондівіддачі (X_{i3}) і фондоозброєності (X_{i4}) викликають зниження результативної перемінної - річного валового доходу. Характер впливу на річний валовий дохід двох останніх перемінних суперечить економічному змісту. Однак це викликано тією обставиною, що ми в межах лінійної регресійної моделі нелінійний зв'язок фондівіддачі (X_{i3}) і фондоозброєності (X_{i4}) з валовим доходом грубо замінили на лінійну, що і є однією з причин появи знака мінус у параметрів регресії при цих перемінних.

Величина кожного параметра моделі показує, на яку величину зміниться значення результативної перемінної при збільшенні або зменшенні відповідного фактора на одну одиницю.

Так, в розглянутому прикладі, зі збільшенням факторної перемінної X_{i2} на 1 чоловіка результативна перемінна (доход) збільшиться на 4,1598 тис.грн, а зі збільшенням факторної перемінної X_{i5} на 1 тис.грн результативна перемінна збільшиться на 1340,8 тис.грн. Збільшення двох інших факторних перемінних веде до зниження результативної перемінної, а зниження - до збільшення.

4.2.4 Оцінка ступеня впливу факторних перемінних

Ступінь впливу факторних перемінних на результативну перемінну може бути виявлена двома шляхами: 1) шляхом аналізу параметрів моделі регресії; 2) шляхом аналізу приватних коефіцієнтів кореляції. У курсовій роботі використовується перший спосіб, що є найменш трудомістким і простим.

Оцінка ступеня впливу факторів за допомогою аналізу параметрів (коефіцієнтів) моделі регресії може бути виконана двома способами:

- з використанням бета-коефіцієнтів;
- з використанням коефіцієнтів еластичності.

Студенти, у яких остання цифра номера залікової книжки парна (0, 2, ...) використовують у курсовій роботі перший спосіб. Студенти, у яких остання цифра номера залікової книжки непарна (1, 3, ...) використовують а курсовій роботі другий спосіб.

Спосіб 1. Оцінка впливу факторних перемінних на результативну перемінну з використанням бета-коефіцієнтів.

Пряме порівняння коефіцієнтів регресії в рівнянні множинної регресії дає представлення про ступінь впливу факторних ознак на результативну ознаку тільки тоді, коли вони виражаються в однакових одиницях і мають приблизно однакові коливання. Щоб зробити коефіцієнти регресії порівнянними, застосовують нормовані коефіцієнти регресії β_j . Коефіцієнт β_j показує величину зміни результативного фактора в значеннях середньої квадратичної помилки при зміні факторної ознаки X_j на одну середньоквадратичну помилку.

$$\beta_j = a_j \left(\frac{\sigma_{X_j}}{\sigma_y} \right),$$

де a_j - коефіцієнт регресії при X_j факторі, $j = 1, 2, \dots, m$.

Приклад. Розрахуємо коефіцієнти β_j , що характеризують вплив чисельності (β_2), фондівіддачі (β_3), фондоозброєності (β_4) і продуктивності праці (β_5) на валовий доход у моделі

$$Y_t = -2014,3 + 4,1598 \cdot X_{i2} - 1961,5899 \cdot X_{i3} - 171,3482 \cdot X_{i4} + 1340,8085 \cdot X_{i5}$$

Середні квадратичні відхилення перемінних:

$$\sigma_Y = -2,447,1; \sigma_{X_2} = 448,6; \sigma_{X_3} = 0,2023531; \\ \sigma_{X_4} = -0,360497; \sigma_{X_5} = 0,7440662.$$

Для розрахунку бета-коефіцієнтів використовуємо формулу $\beta_j = a_j \left(\frac{\sigma_{X_i}}{\sigma_y} \right)$. Отримуємо наступні значення

$$\beta_2 = 4,15898 \cdot (448,6 / 2447,1) = 0,76242 \\ \beta_3 = 1961,5899 \cdot (0,2023531 / 2447,1) = 0,16221 \\ \beta_4 = 171,3482 \cdot (0,360497 / 2447,1) = 0,02524 \\ \beta_5 = 1340,8085 \cdot (0,7440662 / 2447,1) = 0,407687$$

Звідси бачимо, що найбільш сильний вплив на річний валовий дохід здійснюють чисельність працюючих $\beta_2 = 0,76242$, продуктивність їхньої праці $\beta_5 = 0,407687$.

При цьому чисельність працюючих впливає на валовий дохід у 1,9 рази ($0,76242/0,407687$) сильніше, ніж продуктивність праці.

Спосіб 2. Оцінка впливу факторних перемінних на результативну перемінну з використанням коефіцієнтів еластичності.

Для оцінки ступеня впливу факторних ознак використовуються часні коефіцієнти еластичності ε_j , відносно X_j .

$$\varepsilon_j = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial X_j} \cdot \frac{X_j}{\mathcal{E}} \quad \text{або} \quad \varepsilon_j \approx a_j \cdot \frac{\bar{X}_j}{\bar{Y}},$$

де $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial X_j}$ - часна похідна від регресії по перемінній X_j .

Коефіцієнт ε_j показує, на скільки відсотків зміниться результативна ознака при зміні факторної ознаки на один відсоток при фіксуванні значень інших факторів на якому-небудь рівні.

Приклад. Розрахуємо коефіцієнти еластичності ε_j , що характеризують вплив чисельності (ε_2), фондівіддачі (ε_3), фондоозброєності (ε_4) і продуктивності праці (ε_5) на валовий дохід у моделі

$$Y_t = -2014,3 + 4,1598 \cdot X_{i2} - 1961,5899 \cdot X_{i3} - 171,3482 \cdot X_{i4} + 1340,8085 \cdot X_{i5}$$

Середні значення факторів, що входять в модель: $\bar{Y} = 5625,8$; $\bar{X}_2 = 1321,0$; $\bar{X}_3 = 1,4466$; $\bar{X}_4 = 2,815$; $\bar{X}_5 = 4,076$. За цих умов коефіцієнти еластичності наступні

$$\begin{aligned}\varepsilon_2 &= 4,1598 \cdot (1321/5625,8) = 0,9768 \\ \varepsilon_3 &= 1961,5899 \cdot (1,4466/5625,8) = 0,5044 \\ \varepsilon_4 &= 171,3482 \cdot (2,815/5625,8) = 0,0857 \\ \varepsilon_5 &= 1340,8085 \cdot (4,076/5625,8) = 0,9714\end{aligned}$$

Порівняння коефіцієнтів показує, що в середньому чисельність працюючих впливає на річний дохід з такою же силою, що і продуктивність праці ($\varepsilon_2 = 0,9768$; $\varepsilon_5 = 0,9714$), але майже вдвічі сильніше, ніж фондівіддача ($\varepsilon_3 = 0,5044$).

Цей висновок не збігається з висновком, отриманим з використанням бета-коефіцієнтів.

Прийнято вважати, що більш точний висновок дає використання бета-коефіцієнтів. Однак кращу економічну інтерпретацію мають коефіцієнти еластичності.

ВИСНОВКИ

У висновках слід кратно сформулювати по кожному розділу курсової роботи основні підсумки статистичного аналізу.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Болч Б., Хуань К Дж. Многомерные статистические методы для экономики: Пер с англ. – М.: Статистика, 1979. - 317с.
2. Венецкий И.Г., Кильдишев А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Статистика, 1975 (и 1979). - 278с.
3. Гусаров В.М. Теория статистики: Учебное пособие для вузов. -М.: Аудит ЮНИТИ, 1998. -247с.
4. Додж М., Смит Г., Стинсон К. Эффективная работа с Microsoft Excel. - СПб: Питер, 1998. -1072с.
5. Дрейпер Н , Смит Г. Прикладной регрессионный анализ / Пер. с англ. - М.: Статистика, 1987.- 392с.
6. Дубров А.М., Мхитарян В.С., Трошин Л. И. Многомерные статистические методы: Учебник. -М.: Финансы и статистика, 1998. - 352 с.
7. Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н. Общая теория статистики- Учебник - М.: ИНФРА-М, 1998.-416 с.
8. Карасев А.И. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник - М: Статистика,1979.-279 с.
9. Ковтун Н.В. , Столяров Г.С. Загальна теорія статистики: Курс лекцій - К: Четверта хвиля,1996.-144с.
10. Общая теория статистики. Статистическая методология в изучении коммерческой деятельности: Учебник / А.И. Харламов, О.Э. Башина, В.Т. Бабурин и др.; Под ред. А.А. Спирина, О.Э. Башиной.- М,: Финансы и статистика, 1994. - 296 с
11. Статистика. Підручник / С С Герасименко та ін. - К.: КНЕУ. 1998 - 468с.
12. Теория статистики.. Учебник / Под ред. проф. Р.А. Шмойловой. - М.: Финансы и статистика, 1999. -560с.

Вихідні дані (генеральна сукупність)

Номер	Y	X_1	X_2		Номер	Y	X_1	X_2
Група 1								
1	700	507	303		6	1010	766	387
2	754	571	324		7	1108	960	400
3	856	636	345		8	1126	895	428
4	964	701	366		9	1175	1090	491
5	994	831	407		10	1075	1155	456
Група 2								
1	1500	1025	470		11	1794	1414	596
2	1512	1087	523		12	1800	1381	586
3	1588	1252	544,		13	1777	1543	638
4	1552	1219	508		14	1853	1398	607
5	1688	1187	554		15	1825	1576	649
6	1674	1317	565		16	1888	1705	690
7	1736	1479	528		17	891	1511	628
8	1722	1349	496		18	1954	1689	701
9	1782	1548	669		19	1920	1608	659
10	1650	1673	680		20	1905	1770	598
Група 3								
1	2100	1610	727		21	2854	1950	860
2	2101	1806	738		22	2844	1895	800
3	2141	1835	684		23	2936	2025	850
4	2150	1803	722		24	3020	2143	832
5	2248	1848	753		25	3010	2175	842
6	2326	1884	748		26	3166	1980	862
7	2198	2013	790		27	3235	2256	869
8	2325	1867	705		28	3248	2402	916
9	2440	1957	785		29	3204	2208	853
10	1650	1673	680		30	3216	2321	890
11	2514	1916	698		31	3362	2224	835
12	2623	1965	774		32	3414	2289	879
13	2584	2094	816		32	3427	2246	674
14	2651	1890	764		34	3469	2370	905
15	2620	1981	780		35	3505	2226	888
16	2665	1830	806		36	3526	2528	957
17	2685	2058	844		37	3508	2451	931
18	2718	2205	879		38	3548	2337	895
19	2785	1994	798		39	3575	2434	926
20	2816	2029	795		40	3547	2645	980

Продовження Додатка А

Номер	Y	X_1	X_2		Номер	Y	X_1	X_2
Група 4								
1	3720	2364	915		26	4122	2736	1024
2	3714	2476	940		27	4172	2762	1032
3	3746	2606	972		28	4215	2839	1174
4	3760	2489	924		29	4240	2801	1045
5	3780	2502	948		30	4236	2686	947
6	3754	2418	984		31	4265	2671	1003
7	3800	2301	922		32	4280	2826	1203
8	3840	2541	951		33	4320	2782	1061
9	3848	2306	945		34	4299	2865	1066
10	3852	2554	965		35	4360	3001	995
11	3878	2507	969		36	4380	2791	1074
12	3900	2580	973		37	4420	2917	856
13	3879	2593	968		38	4440	2876	1087
14	3905	2559	999		39	4460	2943	1091
15	3894	2305	884		40	4471	2765	1095
16	3960	2619	386		41	4500	2969	1099
17	3880	2532	990		42	4490	2982	1064
18	3951	2697	983		43	4518	3110	1145
19	4011	2723	1020		44	4540	2995	1108
20	4021	2688	955		45	4530	2900	1032
21	4055	2536	1009		46	4545	3021	1116
22	4045	2708	1007		47	4564	3034	1120
23	3990	2794	1015		48	4521	3047	1124
24	4125	2788	1040		49	4560	3187	1170
25	4084	2904	1078		50	4587	3060	1129
Група 5								
1	4805	3073	1138		31	5165	3528	1280
2	4824	3086	1107		32	5176	3261	1202
3	4861	3099	1141		33	5210	3429	1248
4	4815	3121	1148		34	5227	3340	1235
5	4835	3231	1184		35	5244	3448	126
6	4819	3132	1152		36	5261	3462	1259
7	4835	3143	1155		37	5255	3473	1262
8	4865	2847	1159		38	5295	3484	1266
9	4884	3418	1244		39	5329	3506	1273
10	4822	3165	1162		40	5346	3517	1171
11	4819	3176	966		41	5339	3693	1333
12	4824	3286	1202		42	5380	3429	1284
13	4853	3198	1173		43	5378	3550	1287

Продовження Додатка А

Номер	Y	X_1	X_2		Номер	Y	X_1	X_2
14	4864	3374	1230		44	5414	3261	1291
15	4870	3073	1138		45	5420	3605	1305
16	4887	3220	1180		46	5420	3670	1326
17	4911	3142	1187		47	5415	3583	1298
18	4938	3253	1191		48	5465	3594	1201
19	4955	3264	1195		49	5465	3594	1201
20	4962	3175	1193		50	5484	3704	1337
21	5006	3297	1205		51	5518	3627	1312
22	5023	3208	1209		52	5533	3428	1242
23	5040	3319	1112		53	5542	3660	1323
24	5057	3330	1216		54	5601	3682	1330
25	5062	3241	1189		55	5580	3564	1289
26	5091	3352	1223		56	5652	3675	1311
27	5108	3305	1227		57	5648	3727	1344
28	5126	3451	1255		58	5670	3649	1319
29	5112	3385	1206		59	5656	3738	1348
30	5159	3396	1237		60	5635	3771	1358
Група б								
1	5703	3507	1351		31	6175	4155	1483
2	5717	3758	1314		32	6211	4078	1458
3	5336	3791	1299		33	6198	4100	1465
4	5783	3924	1408		34	6262	4111	1381
5	5765	3802	1369		35	6258	4276	1482
6	5803	3784	1372		36	6296	3699	1409
7	5824	3824	1312		37	6313	4144	1479
8	5837	3835	1379		38	6347	4166	1486
9	5840	3688	1361		39	6325	4321	1425
10	5854	3446	1383		40	6364	4177	1356
11	5849	3890	1407		41	6281	4188	1493
12	5865	3998	1458		42	6387	3572	1294
13	5871	3857	1387		43	6398	4098	1497
14	5858	3946	1415		44	6415	4210	1501
15	5888	3879	1394		45	6449	4232	1508
16	5939	3847	1275		46	6426	4287	1525
17	5954	4045	1447		47	6466	4243	1511
18	5990	3890	1364		48	6483	4152	1483
19	5999	3935	1411		49	6498	4320	1536
20	5984	3968	1422		50	6551	4195	1529
21	6008	4012	1436		51	6535	4434	1573
22	6024	4067	1454		52	6558	4265	1620

Продовження Додатка А

Номер	Y	X_1	X_2		Номер	Y	X_1	X_2
23	6024	3847	1409		53	6568	4309	1533
24	6015	3913	1404		54	6555	4459	1524
25	6058	3979	1426		55	6602	4331	1540
26	6042	4001	1433		56	6594	4302	1543
27	6126	3999	1440		57	6630	4362	1550
28	6152	4122	1501		58	6650	4375	1554
29	6077	3892	1451		59	6681	4386	1558
30	6185	4089	1461		60	6674	4395	1560
Група 7								
1	6700	4395	1560		26	7140	4680	1653
2	6704	4459	1501		27	7131	4591	1657
3	6720	4108	1564		28	7186	4796	1690
4	6742	4485	1590		29	7167	4719	1665
5	6736	4702	1568		30	7220	4732	1669
6	6780	4446	1577		31	7222	4835	1703
7	6758	4511	1598		32	7235	4874	1725
8	6820	4372	1585		33	7280	4770	1712
9	6798	4421	1569		34	7266	4783	1686
10	6723	4369	1502		35	7362	4809	1694
11	6860	4498	1594		36	7355	4688	1724
12	6857	4267	1648		37	7360	4822	1699
13	6880	4337	1886		38	7358	4661	1711
14	6894	4602	1627		39	7480	4900	1724
15	6871	4524	1602		40	7385	4839	1704
16	6900	4563	1615		41	7426	4865	1545
17	6940	4550	1611		42	7464	4890	1720
18	6964	4376	1619		43	7512	4921	1645
19	6995	4628	1606		44	7581	4766	1745
20	7001	4606	1566		45	7562	4953	1741
21	6994	4289	1603		46	7620	4991	1621
22	7040	4512	1632		47	7624	4993	1754
23	7024	4641	1640		48	7660	5017	1654
24	7114	4654	1444		49	7658	5015	1761
25	7102	4758	1678		50	7676	5027	1487
Група 8								
1	7725	5059	1568		21	8225	5383	1780
2	7758	5172	1782		22	8215	5376	1878
3	7775	5091	1679		23	8176	5351	1870
4	7812	5115	1793		24	8246	5331	1884
5	7794	5104	1790		25	8261	5406	1807
6	7850	5140	1801		26	8325	5684	1901

Продовження Додатка А

Номер	Y	X_1	X_2		Номер	Y	X_1	X_2
7	7836	5131	1798		27	8305	5435	1897
8	7784	5097	1787		28	8354	5704	1825
9	7925	5188	1817		29	8365	5474	1909
10	7888	5164	1457		30	8406	5500	1918
11	7975	5015	1828		31	8366	5047	1909
12	8004	5240	1834		32	8425	5512	1922
13	7997	5235	1832		33	8462	5536	1930
14	8050	5168	1814		34	8503	5563	1938
15	8075	5286	1848		35	8499	5560	1937
16	8100	5302	1854		36	8518	5418	2001
17	8094	5294	1655		37	8535	5584	1924
18	8150	5334	1864		38	8584	5558	1955
19	8175	5350	1869		39	8590	5619	1904
20	8204	5069	1876		40	8606	5586	1960
Група 9								
1	8801	5658	1963		11	9150	5982	1974
2	8829	5774	2007		12	9206	9206	2086
3	8850	5788	2011		13	9256	9256	2096
4	8900	5820	2021		14	9288	9288	2026
5	8895	5953	2054		15	9360	9360	2118
6	8953	6065	2033		16	9457	9457	2138
7	9051	5918	2053		17	9488	9488	2145
8	9100	5950	2063		18	9506	9506	2088
9	9126	5967	2069		19	9562	9562	2160
10	9167	5993	2077		20	9558	9558	2005
Група 10								
1	9884	7215	2545		6	9979	7315	2418
2	9867	6447	2531		7	9956	6505	2836
3	9905	6438	3087		8	9989	6526	3120
4	9964	6324	2482		9	9986	8714	2249
5	9948	8554	2507		10	9994	8012	2099

Значення інтегральної функції нормального розподілу (функції Лапласа)

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x}^{+x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Цілі і десяті частки x	Соті частки x									
	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0080	0,0160	0,0239	0,0319	0,0399	0,0478	0,0558	0,0638	0,0717
0,1	0,0797	0,0876	0,0955	0,1034	0,1113	0,1192	0,1271	0,1350	0,1428	0,1507
0,2	0,1585	0,1663	0,1741	0,1819	0,1897	0,1974	0,2051	0,2128	0,2205	0,2282
0,3	0,2358	0,2434	0,2510	0,2586	0,2661	0,2737	0,2812	0,2886	0,2960	0,3035
0,4	0,3108	0,3182	0,3255	0,3328	0,3401	0,3473	0,3545	0,3616	0,3688	0,3759
0,5	0,3829	0,3899	0,3969	0,4039	0,4108	0,4177	0,4245	0,4313	0,4381	0,4448
0,6	0,4515	0,4581	0,4647	0,4713	0,4778	0,4843	0,4907	0,4971	0,5035	0,5098
0,7	0,5161	0,5223	0,5285	0,5346	0,5407	0,5467	0,5527	0,5587	0,5646	0,5705
0,8	0,5783	0,5841	0,5898	0,5955	0,6011	0,6067	0,6122	0,6177	0,6231	0,6285
0,9	0,6319	0,6372	0,6424	0,6478	0,6528	0,6579	0,6629	0,6679	0,6729	0,6778
1,0	0,6827	0,6875	0,6923	0,7017	0,7017	0,7063	0,7109	0,7154	0,7199	0,7243
1,1	0,7287	0,7330	0,7373	0,7415	0,7457	0,7499	0,7540	0,7580	0,7620	0,7660
1,2	0,7899	0,7937	0,7975	0,8013	0,8050	0,8087	0,8123	0,8159	0,8194	0,8229
1,3	0,8061	0,8098	0,8132	0,8165	0,8198	0,8230	0,8262	0,8293	0,8324	0,8355
1,4	0,8385	0,8415	0,8444	0,8473	0,8501	0,8529	0,8557	0,8584	0,8611	0,8632
1,5	0,8864	0,8890	0,8915	0,8940	0,8964	0,8989	0,9011	0,9031	0,9051	0,9070
1,6	0,9104	0,9126	0,9148	0,9169	0,9190	0,9211	0,9231	0,9251	0,9270	0,9290
1,7	0,9109	0,9127	0,9146	0,9164	0,9181	0,9199	0,9216	0,9233	0,9249	0,9265
1,8	0,9281	0,9297	0,9312	0,9327	0,9342	0,9357	0,9371	0,9385	0,9399	0,9412
1,9	0,9426	0,9430	0,9451	0,9464	0,9476	0,9488	0,9500	0,9512	0,9523	0,9534

Цілі і десяти частки x	Соті частки x									
	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
2,0	0,9545	0,9556	0,9566	0,9576	0,9586	0,9596	0,9606	0,9616	0,9625	0,9634
2,1	0,9343	0,9651	0,9660	0,9668	0,9676	0,9684	0,9692	0,9700	1,9707	0,9715
2,2	0,9722	0,9729	0,9736	0,9743	0,9749	0,9756	0,9762	0,9768	0,9774	0,9780
2,3	0,9786	0,9791	0,9797	0,9802	0,9807	0,9812	0,9817	0,9822	0,9827	6,9832
2,4	0,9836	0,9841	0,9845	0,9849	0,9853	0,9857	0,9861	0,9865	0,9869	0,9872
2,5	0,9876	0,9879	0,9883	0,9866	0,9889	0,9892	0,9895	0,9898	0,9901	0,9904
2,6	0,9907	0,9910	0,9912	0,9915	0,9917	0,992	0,9922	0,9924	0,9926	0,9928
2,7	0,9931	0,9933	0,9935	0,9937	0,9939	0,9940	0,9942	0,9944	0,9460	0,9947
2,8	0,9949	0,9951	0,9952	0,9953	0,9955	0,9956	0,9958	0,9959	0,9960	0,9961
2,9	0,9963	0,9964	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972
3,0	0,9973	0,9974	0,9975	0,9976	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980
3,1	0,9981	0,9981	0,9982	0,9983	0,9983	0,9984	0,9984,	0,9985	0,9985	0,9986
3,2	0,9986	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,3	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,4	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995	0,9995
3,5	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	0,9997
3,6	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998
3,7	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
4,0	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,0999	0,9999	0,9999	0,9999

**Значення диференційної нормованої функції нормального розподілу
(функції Лапласа)**

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$$

<i>x</i>	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3955	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3916
0,2	3910	13902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3666	3653	3737	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3355
0,6	0,3332	3312	3292	3271	3251	3239	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2803	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	0,2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1442	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	0,1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0,0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	6363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0,0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0044	0043	0042	0041	0039	0038	0037	0036	0035	0034
4,0	0,0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001
4,5	0,0000160									

Розподіл χ^2 (К.Пірсона)

Кількість ступенів волі, df	Рівень довірчої імовірності P (та значущості $1-P$), %		
	95 (5)	99 (1)	99,9 (0,1)
1	3,84	6,63	10,83
2	5,99	9,21	13,82
3	7,81	11,35	16,27
4	9,49	13,28	18,47
5	11,07	15,09	20,52
6	12,59	16,81	22,46
7	14,07	18,48	24,32
8	15,51	20,09	26,13
9	16,92	21,67	27,88
10	18,31	23,21	29,59
тощо	тощо	тощо	тощо

Примітка. Наведений фрагмент таблиці із роботи [12].

Таблиця значень t-критерія Ст'юдента

n	P=0,95	P=0,99
5	2,78	4,6
6	2,57	4,03
7	2,45	3,71
8	2,37	3,5
9	2,31	2,36
10	2,26	3,25
11	2,23	3,17
12	2,2	3,11
13	2,18	3,06
14	2,16	3,01
15	2,15	2,98
16	2,13	2,95
17	2,12	2,92
18	2,11	2,9
19	2,1	2,88

n	P=0,95	P=0,99
20	2,093	2,861
21	2,064	2,797
22	2,045	2,756
23	2,032	2,729
24	2,023	2,708
25	2,016	2,696
26	2,009	2,679
27	2,001	2,662
28	1,996	2,649
29	1,001	2,64
30	1,987	2,633
...
...
100	1,984	2,627
120	1,98	2,617

Значення F-критерія Фішера для 95-відсоткового рівня довірчої імовірності

df_2	df_1																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	18,5	19	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,82	8,81	8,79	8,76	8,74	8,73	8,71	8,7	8,69	8,68	8,67	8,67	8,65
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6	6,96	5,94	5,91	5,89	5,87	5,86	5,84	5,83	5,82	5,81	5,8
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,7	4,66	4,66	4,64	4,62	4,6	4,59	4,58	4,57	4,56
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,1	4,06	4,03	4	3,98	3,96	3,94	3,92	3,91	3,9	3,88	3,87
7	5,59	4,74	4,35	4,12	4,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,6	3,57	3,55	3,53	3,51	3,49	3,48	3,47	3,46	3,44
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,5	3,44	3,39	3,35	3,31	3,28	3,26	3,24	3,22	3,2	3,19	3,17	3,16	3,15
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,1	3,07	3,05	3,03	3,01	2,99	2,97	2,96	2,95	2,94
10	4,96	4,1	4,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,94	2,91	2,89	2,86	2,85	2,83	2,81	2,8	2,79	2,77
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,2	3,09	3,01	2,95	2,9	2,85	2,82	2,79	2,76	2,74	2,72	2,7	2,69	2,67	2,66	2,65
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,8	2,75	2,72	2,69	2,66	2,64	2,62	2,6	2,58	2,57	2,56	2,54
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,63	2,6	2,58	2,55	2,53	2,51	2,5	2,48	2,47	2,46
14	4,6	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,7	2,65	2,6	2,57	2,53	2,51	2,46	2,46	2,44	2,43	2,41	2,4	2,39
15	4,54	3,68	3,26	3,06	2,9	2,79	2,71	2,64	2,56	2,54	2,51	2,48	2,45	2,42	2,4	2,38	2,37	2,35	2,34	2,33
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,46	2,42	2,4	2,37	2,35	2,33	2,32	2,3	2,29	2,28
17	4,45	3,59	3,2	2,96	2,81	2,7	2,61	2,55	2,49	2,45	2,41	2,38	2,35	2,33	2,31	2,29	2,27	2,26	2,24	2,23
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37	3,34	2,31	2,29	2,27	2,25	2,23	2,22	2,2	2,19
19	4,38	3,52	3,13	2,9	2,7	2,63	2,53	2,48	2,42	2,38	2,34	2,31	2,28	2,26	2,23	2,21	2,2	2,18	2,17	2,16
20	4,35	3,49	3,1	2,87	2,71	2,6	2,51	2,45	2,39	2,35	2,31	2,28	2,25	2,22	2,2	2,18	2,17	2,15	2,14	2,12
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	0,37	2,32	2,28	2,25	2,22	2,2	2,18	2,16	2,14	2,12	2,11	2,1
22	4,3	4,44	4,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,4	2,34	2,3	2,26	2,23	2,2	2,17	2,15	2,13	2,11	2,1	2,02	2,07
23	4,28	3,42	3,03	2,8	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,24	2,2	2,18	2,15	2,13	2,11	2,09	2,07	2,06	2,05
24	4,26	3,4	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,3	2,25	2,22	2,18	2,15	2,13	2,11	2,09	2,07	2,05	2,04	2,03
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,6	2,49	2,4	2,34	2,28	2,24	2,2	2,16	2,14	2,11	2,09	2,07	2,05	2,04	2,02	2,01

Продовження Додатка Е

df_2	df_1																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,18	2,15	2,12	2,09	2,07	2,05	2,03	2,02	2,00	1,99
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,2	2,17	2,13	2,1	2,08	2,06	2,04	2,02	2	1,99	1,97
28	4,2	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,15	2,12	2,09	2,06	2,04	2,02	2	1,99	1,97	1,96
29	4,18	3,33	2,93	2,7	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,14	2,1	2,08	2,05	2,03	2,01	1,99	1,97	1,96	1,94
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,13	2,09	2,06	2,04	2,01	1,99	1,98	1,96	1,95	1,93

Навчальне видання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ
З ДИСЦИПЛІНИ “СТАТИСТИКА”

для студентів напряму підготовки
6.030504 – Економіка підприємства
(заочна форма навчання)

Укладачі: БРЕДИХІН Володимир Михайлович
ВЕРБИЦЬКА Вікторія Іванівна

Відповідальний за випуск: *І.А. Дмитрієв*

Редактор

Комп'ютерна верстка

План 2012. Поз.53.

Підписано до друку 2012 р.

Формат 60x84 1/16. Папір газетний. Гарнітура Times New Roman.

Друк RISO. Умовн. друк. арк. . Обл.-вид. арк. .

Замовлення № . Тираж 100 прим. Ціна договірна.

Видавництво ХНАДУ, 61200, м. Харків-МСП, вул. Петровського, 25

*Свідоцтво державного комітету інформаційної політики,
телебачення та радіомовлення України про внесення суб'єкта
видавничої справи до державного реєстру видавців, виготівників і
розповсюджувачів видавничої продукції,
серія ДК № 897 від 17.04.2002р.*