

ФУНДАМЕНТАЛЬНІ ОСНОВИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРОФЕСІЙНО-ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ

МАТЕМАТИЧНЕ СПОДІВАННЯ ЧАСУ ЗАТРИМКИ ПІШОХОДІВ ПОЗА ЗОНОЮ ПІШОХІДНОГО ПЕРЕХОДУ (АНАЛІТИЧНИЙ ПІДХІД)

Атаманюк Г. В.(аспірант)

Наукові керівники – проф. Горбачов П.Ф., доц. Макарічев О.В.
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Проблеми прийняття зважених рішень у сфері організації дорожнього руху багато в чому обумовлені недостатнім ступенем наукового опрацювання цих питань, так як діючі нормативи пропонують дуже широкі і пересічні між собою діапазони використання різних способів організації руху транспортних засобів і пішоходів. Найбільшою мірою це стосується взаємодії транспортних і пішохідних потоків на перегонах дорожньої мережі, так як фахівцями в основному досліджуються причини конфліктів між пішохідними і транспортними потоками в зоні перехресть.

Визначення наслідків взаємодії транспортних і пішохідних потоків з точки зору витрат часу учасників руху на подолання конфліктної ділянки дозволить визначити чіткі кількісні межі ефективного використання різних способів організації переходу пішоходів на перегоні вулиці або дороги.

Для дослідження часу затримок пішоходів на перегонах поза зоною пішохідного переходу розглядаємо діапазони інтенсивності найпростішого потоку транспортних засобів, так як в залежності від інтенсивності руху автомобілів, яке перешкоджає вільному переходу дороги пішоходом, виникає той чи інший час очікування пішоходом тимчасового вікна.

Найпростішою характеристикою є математичне сподівання часу затримки пішохода.

Задамося питанням, а який же час очікування переходу для навмання вибраного пішохода. Це, взагалі кажучи, невід'ємна випадкова величина та для її характеристики необхідно знайти її функцію розподілу (безпосередньо

або у термінах перетворення Лапласа, або твірної функції моментів) та її числові характеристики математичного сподівання, дисперсію і т.п.

Для цього задамо значення $\tau > 0$ для часу переходу пішоходом дороги і при цій умові знайдемо розподіл для кількості пропущених машин за час очікування переходу дороги.

Ймовірність переходу дороги, в силу відсутності післядії у показового закону розподілу, дорівнює:

$$e^{-\mu\tau} = p(\tau), \quad (1)$$

де μ – інтенсивність руху потоку автомобілів, авт./с; τ – час переходу пішохода через дорогу, с;

Ймовірність очікування проїзду чергового автомобіля дорівнює:

$$p\{\zeta \leq \tau\} = 1 - e^{-\mu\tau} = 1 - p(\tau) = q(\tau), \quad (2)$$

Умовний розподіл для кількості пропущених автомобілів k за час очікування переходу має вигляд:

$$p_k(\tau) = [q(\tau)]^k \cdot p(\tau), \quad (3)$$

де $k = 0, 1, 2, \dots$

Дійсно, ймовірність того, що пішохід пропустить рівно k машин дорівнює $[q(\tau)]^k \cdot p(\tau)$ ймовірності в силу їх незалежності дорівнює добутку двох випадкових подій: що пішохід пропустить перші k автомобілів (ймовірність цієї події $[q(\tau)]^k$) і пішохід не пропустить $(k+1)$ автомобіль, а здійснить перед ним перехід (ймовірність цієї події $p(\tau)$).

Далі знаходиться умовний розподіл часу ζ_τ очікування проїзду чергового автомобіля за умови, що воно не більше τ , тобто нас цікавить умовна ймовірність:

$$F_\tau(x) = p\{\zeta_\tau \leq x\} = p\{\zeta \leq x | \zeta \leq \tau\}, \quad (4)$$

Якщо час переходу дороги зафіксований за формулою умовної ймовірності [1]:

$$p\{\zeta \leq x | \zeta \leq \tau\} = \frac{p\{\zeta \leq x, \zeta \leq \tau\}}{p\{\zeta \leq \tau\}} = \begin{cases} \frac{1 - e^{-\mu x}}{1 - e^{-\mu \tau}}, & 0 \leq x \leq \tau, \\ 0, & x > \tau, \end{cases} \quad (5)$$

умовний розподіл $F_\tau(x) = p\{\zeta_\tau \leq x\}$ для умовного часу ζ_τ має вигляд:

$$F_\tau(x) = \begin{cases} \frac{1 - e^{-\mu x}}{1 - e^{-\mu \tau}}, & 0 \leq x \leq \tau, \\ 0, & x > \tau, \end{cases} \quad (6)$$

Знайдемо математичне сподівання для часу очікування проїзду чергового автомобіля за умови, що воно не більше τ :

$$M\zeta(\tau) = \int_0^\infty x dF_\tau(x) = \int_0^\tau \frac{x \mu e^{-\mu x} dx}{1 - e^{-\mu \tau}} = \frac{1}{1 - e^{-\mu \tau}} \int_0^\tau x \mu e^{-\mu x} dx, \quad (7)$$

Інтеграл береться інтегруванням за частинами:

$$\begin{aligned} \int_0^\tau x \mu e^{-\mu x} dx &= x \left(-\frac{e^{-\mu x}}{\mu} \mu \right) \Big|_0^\tau - \int_0^\tau \left(-\frac{e^{-\mu x}}{\mu} \mu \right) dx = -\tau e^{-\mu \tau} - 0 + \left(-\frac{e^{-\mu x}}{\mu} \right) \Big|_0^\tau = \\ &= -\tau e^{-\mu \tau} - e^{-\mu \tau} + \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu} (1 - e^{-\mu \tau} - \mu \tau e^{-\mu \tau}) \end{aligned} \quad (8)$$

Отже, умовне математичне сподівання часу проїзду чергового автомобіля за умови, що воно не більше часу переходу τ дорівнює:

$$M\zeta(\tau) = \frac{1 - e^{-\mu \tau} - \mu \tau e^{-\mu \tau}}{\mu (1 - e^{-\mu \tau})}, \quad (9)$$

Число таких величин у часі очікування переходу визначається числом k пропущених автомобілів: за умови, що число пропущених автомобілів (за

час очікування переходу) дорівнює k умовне математичне сподівання для часу очікування переходу (за цієї умови) дорівнює:

$$T_{\text{оч}}^{\tau}(k) = k \cdot M\zeta(\tau) = \frac{k}{\mu} \left(\frac{1 - e^{-\mu\tau} - \mu\tau e^{-\mu\tau}}{1 - e^{-\mu\tau}} \right), \quad (10)$$

Тоді математичне сподівання $T(\tau)$ для часу очікування переходу, коли час переходу дорівнює τ , має вигляд:

$$T(\tau) = \sum_{k \geq 0} p_k \cdot T_{\text{оч}}^{\tau}(k) = \frac{1}{\mu} \left(\frac{1 - e^{-\mu\tau} - \mu\tau e^{-\mu\tau}}{1 - e^{-\mu\tau}} \right) \sum_{k \geq 0} k \cdot p(\tau) \cdot [q(\tau)]^k, \quad (11)$$

Залишилося знайти лише суму ряду:

$$\begin{aligned} \sum_{k \geq 0} k \cdot p \cdot q^k &= p \sum_{k \geq 1} q^k \cdot k = p \cdot q \sum_{k \geq 1} k \cdot q^{k-1} = p \cdot q (1 + 2q + 3q^2 + 4q^3 + \dots + \\ &+ k \cdot q^{k-1} + \dots) = p \cdot q (1 + q + q^2 + q^3 + \dots + q + q^2 + q^3 + \dots + q^2 + \\ &+ q^3 + \dots + q^3 + \dots) = p \cdot q \sum_{k \geq 1} \left(\sum_{i \geq k-1} q^i \right) = p \cdot q \sum_{k \geq 1} \frac{q^{k-1}}{1-q} = \\ &= \frac{p \cdot q}{1-q} \sum_{k \geq 1} q^{k-1} = \frac{p \cdot q}{(1-q)^2} = \frac{q}{p}, \end{aligned} \quad (12)$$

так як $p = 1 - q$,

В результаті маємо:

$$T(\tau) = \frac{1}{\mu} \left(\frac{1 - e^{-\mu\tau} - \mu\tau e^{-\mu\tau}}{1 - e^{-\mu\tau}} \right) \cdot \frac{q(\tau)}{p(\tau)}, \quad (13)$$

або

$$T_{\text{оч}}(\tau) = \frac{1}{\mu} \left(\frac{1 - e^{-\mu\tau} - \mu\tau e^{-\mu\tau}}{1 - e^{-\mu\tau}} \right) \cdot \frac{1 - e^{-\mu\tau}}{e^{-\mu\tau}} = \frac{1}{\mu} (e^{\mu\tau} - 1 - \mu\tau), \quad (14)$$

Нехай τ має щільність $g(t)$ розподілу ймовірностей, тоді безумовне математичне сподівання часу очікування $T_{\text{оч}}$ переходу пішоходом визначається інтегралом від добутку умовного математичного сподівання $T_{\text{оч}}(t)$ на ймовірність умови $g(t)dt$ по всіх $t > 0$:

$$T_{\text{оч}} = \int_0^{\infty} \frac{1}{\mu} (e^{\mu t} - 1 - \mu t) \cdot g(t) dt = \frac{1}{\mu} \left(\int_0^{\infty} e^{\mu t} g(t) dt - 1 - \mu M_{\tau} \right), \quad (15)$$

де
$$M_{\tau} = \int_0^{\infty} t g(t) dt, \quad (16)$$

де M_{τ} – середній час переходу пішоходом дороги, с; $g(t)$ – щільність розподілу часу переходу пішоходом дороги.

Література

1. Гнеденко Б. В. Курс теорії ймовірностей: підручник / Б. В. Гнеденко. – Вид. 6-е, перероб. і доп. – М.: Наука. Гл. Ред. фіз.-мат. літ., 1988. – 57 с.

ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕГРАЛА ДЮАМЕЛЯ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ПРИ НЕ НУЛЬОВИХ ПОЧАТКОВИХ УМОВАХ

Баталова Т.С. (студ., 2 курс)

Науковий керівник – ст. викл. Нестеренко В.О.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Перш ніж перейти до розв'язання лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами за допомогою інтеграла Дюамеля, наведемо деякі означення та теореми.

Оригіналом називається будь-яка комплексно значна функція $f(t)$ дійсного змінного t , яка задовольняє таким умовам:

- 1) $f(t)$ - однозначна, кусково- неперервна разом зі своїми похідними функція для $t \geq 0$;
- 2) $|f(t)|$ зростає не швидше за деяку показникову функцію, тобто $|f(t)| \leq M e^{s_0 t}$ для усіх $t \geq 0$;
- 3) $f(t) \equiv 0$, коли $t < 0$.

Зображенням функції – оригіналу $f(t)$ називається функція $F(p)$ комплексного змінного $p = \alpha + \beta i$, яка визначається інтегралом Лапласа:

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt .$$

Зв'язок між оригіналом $f(t)$ і зображенням $F(p)$ будемо позначати $f(t) \leftrightarrow F(p)$.

Згортокою двох функцій $f_1(t)$ та $f_2(t)$ називається інтеграл:

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_0^t f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau = \int_0^t f_1(t - \tau) f_2(\tau) d\tau .$$

Якщо $f(t) \leftrightarrow F(p)$, $g(t) \leftrightarrow G(p)$, тоді

$$f(t) * g(t) = \int_0^t f(\tau) g(t - \tau) d\tau \leftrightarrow F(p) G(p) .$$

Інтеграли вигляду

$$\int_0^t f(\tau) g'_t(t - \tau) d\tau + f(t) g(0) \leftrightarrow p F(p) G(p)$$

або
$$\int_0^t f'_t(t - \tau) g(\tau) d\tau + f(0) g(t) \leftrightarrow p F(p) G(p) ,$$

називаються інтегралами Дюамеля.

Операційний метод розв'язання лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами полягає в наступному. Нехай треба розв'язати лінійне диференціальне рівняння n -го порядку. Для наочності візьмемо $n = 2$ /.

$$x''(t) + a_1 x'(t) + a_2 x(t) = f(t), \quad (1)$$

при початкових умовах

$$x(0) = x_0, \quad x'(0) = x'_0 \quad (2)$$

де $x(t), x'(t), x''(t), f(t)$ є оригіналами.

Тоді переходимо у рівнянні (1) до зображень, враховуючи теорему про диференціювання оригіналу:

$$\begin{aligned}x(t) &\leftrightarrow X(p) \\x'(t) &\leftrightarrow pX(p) - x_0 \\x''(t) - p^2X(p) &\leftrightarrow x_0p - x'_0 \\f(t) &\leftrightarrow F(p)\end{aligned}\tag{3}$$

Знаходимо зображення лівої та правої частин рівняння (1). Одержане рівняння називається зображуючим. Оскільки одержане рівняння є алгебраїчним рівнянням першого степеня відносно $X(p)$, то ця функція легко знаходиться. Далі, знаходимо оригінал $x(t)$ за зображенням $X(p)$, який й буде розв'язком рівняння (1).

Але ця схема розв'язку лінійного диференціального рівняння зручна у випадку, коли ми знаємо зображення $F(p)$ функції $f(t)$.

Якщо зображення невідоме, то застосовуємо інтеграл Дюамеля.

Більш зручнішим є варіант застосування інтеграла Дюамеля коли початкові умови нульові. Схема розв'язку така.

Нехай є диференціальне рівняння

$$x''(t) + a_1x'(t) + a_2x(t) = f(t)\tag{4}$$

і нульові початкові умови $x(0) = x'(0)=0$

Спочатку розглянемо допоміжне рівняння

$$x''(t) + a_1x'(t) + a_2x(t) = 1,$$

теж з нульовими початковими умовами. Розв'язок цього рівняння позначимо $x_1(t)$, а його зображення через $X_1(p)$. Тоді це рівняння в операційній формі має вигляд

$$X_1(p)(p^2 + a_1p + a_2) = \frac{1}{p}.$$

Вважаючи відомими $x_1(t)$ та $X_1(p)$, розглянемо допоміжну функцію $H(p) = (p^2 + a_1p + a_2)^{-1}$, її оригінал позначимо $h(t)$. Тоді рівняння має вигляд $X_1(p) = \frac{1}{p}H(p)$. За теоремою про інтегрування оригінала маємо

$$x_1(t) = \int_0^t h(\tau) d\tau, \text{ крім того } x_1'(t) = h(t).$$

Тоді рівняння (4) в операційній формі буде

$$X(p)(p^2 + a_1p + a_2) = F(p).$$

Звідси
$$X(p) = pF(p)H(p).$$

Застосовуємо інтеграл Дюамеля і, зважаючи на нульові початкові умови, дістанемо

$$x(t) = \int_0^t x_1'(\tau)f(t-\tau) d\tau = x_1(t)f(0) + \int_0^t f'(\tau)x_1(t-\tau) d\tau. \quad (5)$$

Особливість цього методу полягає в тому, що для знаходження $x(t)$ не треба знати $F(p)$.

Розглянемо варіант, коли початкові умови не нульові. Враховуючи формули (3), дістанемо операційне рівняння для рівняння (1) :

$$\begin{aligned} p^2X(p) - x_0p - x_0' + a_1(pX(p) - x_0) + a_2X(p) &= F(p) \\ X(p) &= F(p)H(p) + (A_1p + A_0) \end{aligned}$$

де $A_0 = x_0' + a_1x_0, A_1 = x_0.$

Тоді знайдемо розв'язок рівняння (1)

$$x(t) = \int_0^t x_1'(\tau)f(t-\tau) d\tau + A_0\pi(t) + A_1\pi'(t),$$

де $\pi(t) \leftrightarrow \Pi(p), \quad x_1(t) = \int_0^t \pi(\tau) d\tau, \quad x_1'(t) = \pi(t).$

Приклад. Розв'язати рівняння:

$$x'' - 2x' + 2x = te^t, \quad x(0) = x_0, \quad x'(0) = x_0'.$$

$$\Pi(p) = \frac{1}{p^2-2p+2} = \frac{1}{(p-1)^2+1} \mapsto \pi(t) = x'_1(t) = e^t \sin t, \pi'(t) = e^t(\sin t + \cos t),$$

Тоді

$$\int_0^t \pi(\tau) f(t-\tau) d\tau = \int_0^t e^\tau \sin \tau e^{t-\tau} (t-\tau) d\tau = \int_0^t e^t (t-\tau) \sin \tau d\tau =$$

$$= e^t \left((t-\tau)(-\cos \tau) \Big|_0^t - \int_0^t \cos \tau d\tau \right) = e^t (t - \sin t),$$

$$A_0 = x'_0 - 2x_0, A_1 = x_0,$$

отже

$$x(t) = e^t (t - \sin t) + A_0 e^t \sin t + A_1 e^t (\sin t + \cos t),$$

або

$$x(t) = e^t (t + (x'_0 - x_0 - 1) \sin t + x_0 \cos t).$$

Література

[1] - Пак В.В. Вища математика: Підручник / В.В.Пак, Ю.Л. Носенко. – К.: Либідь, 1996 – 440с.

[2] - Саппа Ж.В. Операційне числення. Конспект лекцій / Ж.В.Саппа. – Харків: Видавництво ХНАДУ, 2001. -24с.

УДК 371.124:004:371.134-057.875

ДО ПИТАННЯ ПРО ВИКОРИСТАННЯ КОГНІТИВНОЇ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ У ПІДГОТОВЦІ ВЧИТЕЛЯ

Безуглий Д. С. (аспірант)

Сумський державний педагогічний університет імені А. С. Макаренка

Інформатизація освіти внесла суттєві зміни до підходів навчання: окрім використання комп'ютерної техніки, інтерактивних технологій та Інтернет-ресурсів науковців зацікавило питання про використання комп'ютерних програмних засобів для візуалізації навчального матеріалу. З появою мультимедіа отримали нової актуальності питання про наочність, базовий принцип навчання, значення якого давно не переглядалося.

Візуалізацію трактуємо як процес демонстрації навчального матеріалу, який вимагає не тільки відтворення зорового образу, але і його

конструювання в уяві спостерігача, який забезпечує включення механізмів уяви, формування та закріплення асоціативних зв'язків між об'єктами вивчення і їх структурними елементами. Такий підхід враховує і когнітивну властивість візуалізації, про який відзначають В. Далингер, Р. Арнхейм, Н. Резник, Н. Бровка та інші [0, 0, 0, 0]. Вчені зазначають, що візуалізація, яка залучена в пізнавальний процес, не тільки допомагає учням в організації аналітико-розумової діяльності особливо на етапі сприйняття і обробки інформації, а й пропонує змістовні знання, здійснюючи значний вплив на глибину сприйняття і розуміння таким нестандартним чином поданого навчального об'єкта.

На сьогоднішній день перелік засобів вчителя розширився до використання технічних новацій (інтерактивні дошки, рідери, планшети, мультимедійні проектори,) і спеціалізованих програмних засобів. Через це стоїть завдання підготовки майбутніх учителів візуалізувати навчальний матеріал використовуючи мультимедійні засоби, які дозволяють не тільки яскраво представити теорію, а й акцентувати увагу на суттєвих характеристиках важливих понять, співвідношеннях, закономірностях, властивостях тощо.

Так, наприклад, в підготовці вчителя математики активізувалися науково-педагогічні пошуки щодо залучення інтерактивних середовищ (на прикладі GeoGebra, так званих програм динамічної математики), де вчителі пропонують авторські розробки, які базуються на використанні комп'ютерних технологій і процесі «живого» моделювання певних процесів або їх залежностей з метою тлумачення складних понять, закономірностей, властивостей та ін. [0, 0].

Водночас використовуються й інші, більш абстраговані від предметної області, прийоми візуалізації. Зокрема, стискання та систематизована компресія навчального матеріалу може відбуватися завдяки використанню стандартних діаграм і графіків, схем Фішбоун, денотатних графів, стратегічних карт, каузальних ланцюгів, променевих схем-павуків, інтелект-

У підготовці майбутніх учителів інформатики, математики, фізики на базі Сумського державного педагогічного університету імені А. С. Макаренка нами активно використовується когнітивна графіка, рис. (1)-(5), ефективність використання якої підтверджена експериментально непараметричними статистичними методами [0, 0, 0].



323

з вивчення основних прийомів візуалізації навчального матеріалу на основі комп'ютерних технологій.

Література

- [1] - Далингер В. А. Формирование визуального мышления у учащихся в процессе обучения математике: Учебное пособие / В.А.Далингер. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 1999. – 156 с.
- [2] - Арнхейм Р. Визуальное мышление / Р. Арнхейм. – М.: Изд-во МГУ, 1981. – С. 97-107.
- [3] - Резник Н. А. Методические основы обучения математике в средней школе с использованием средств развития визуального мышления: автореф. дис.... доктора педагогических наук (13.00.02 - теория и методика обучения и воспитания математике) / Н.А. Резник. – М., 1997. – 36 с.
- [4] - Бровка Н. В. Интеграция теории и практики обучения математике как средство повышения качества подготовки студентов / Н. В. Бровка. – Минск: БГУ, 2009. – 243 с.
- [5] - Семеніхіна О. В. Інтерактивні аплети як засоби комп'ютерної візуалізації математичних знань та особливості їх розробки у GeoGebra / О. В. Семеніхіна, М. Г. Друшляк, Д. С. Безуглий // Комп'ютер в школі і сім'ї. – 2016. – № 1. – С. 27-30.
- [6] - Безуглий Д.С. Технологія створення електронного підручника із вбудованими інтерактивними аплетами // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2016. – Випуск 2(8). – С. 23-28.
- [7] - Semenikhina O. On the Results of a Study of the Willingness and the Readiness to Use Dynamic Mathematics Software by Future Math Teachers [Електронний ресурс] / Olena Semenikhina, Marina Drushlyak // Proceedings of the 11th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications: Integration, Harmonization and Knowledge Transfer (ICTERI 2015). – Lviv, Ukraine, May 14 – 16, 2015. – P. 21 – 34. – Режим доступу : <http://ceur-ws.org/Vol-1356/35>
- [8] - Семеніхіна О. В. Про формування умінь раціонально обрати програму динамічної математики: результати педагогічних досліджень / О. В. Семеніхіна, М. Г. Друшляк // Комп'ютер у школі та сім'ї: наук.-метод. журн. – 2015. – № 4(124). – С. 24 – 30.
- [9] - Семеніхіна О. В. Визначення доцільності системи вправ спецкурсу з вивчення засобів комп'ютерної візуалізації математичних знань для формування фахової компетентності вчителя математики / О. В. Семеніхіна, М. Г. Друшляк, І. В. Шищенко // Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology. - 2015. – III (36), Issue 74. – P.P. 60 – 63.

**ОПТИМІЗАЦІЯ ТРАНСПОРТНОЇ МЕРЕЖІ З ОБМЕЖЕННЯМ
НА ОБ'ЄМ ПЕРЕВЕЗЕНЬ**

Бондар І. М. (студ., 4 курс)

Науковий керівник – викл. Бобилев Д. Є.

Криворізький державний педагогічний університет

В різноманітних економічних моделях в якості оптимального застосовується план виробництва, що забезпечує заданий виробничий результат при мінімальних затратах. Так, наприклад, в моделях транспортних задач, що утворюють найбільш широкий клас задач лінійного програмування, здійснюється пошук оптимального по тому чи іншому критерію плану перевезень вантажів з пунктів відправлення в задані пункти споживання. Історично методи лінійного програмування почали розвиватися саме з дослідження транспортних задач [1, 2].

Транспортні задачі (моделі) – спеціальний клас задач лінійного програмування. Ці моделі часто описують переміщення (перевезення) якого-небудь товару із пункту відправлення в пункт призначення.

При розв'язанні транспортних задач використовують різні методи. Так метод Форда-Фалкерсона дозволяє за кілька кроків знайти повністю оптимальний розв'язок транспортної задачі.

Постановка задачі. Деяке комунальне підприємство займається вивозкою сміття у житлових кварталах. У кожному такому кварталі знаходиться певна кількість контейнерів, кожен з яких має об'єм $V_k = 1.1 \text{ м}^3$. Всього таких контейнерів $n_k = 110$. При цьому задані такі додаткові умови:

- 1) об'єм кузова вантажівки є обмеженим і дорівнює $V_g = 43 \text{ м}^3$;
- 2) кінцевою точкою рейсу вантажівки із заповненим кузовом є Звалище (пункт Б);
- 3) вантажівка починає свій рух із Бази в пункті А;
- 4) наступні рейси передбачають циклічний рух кварталами (із пункту Б в пункт Б);

5) остання точка прибуття вантажівки з пустим кузовом – База (пункт А)..

Розміщення кварталів та відстані між ними подано на рис. 1. Кількість контейнерів у кожному кварталі подано в таблиці 1.

Таблиця 1- Кількість контейнерів у кожному кварталі

№	Кількість контейнерів	№	Кількість контейнерів
1	4	16	1
2	5	17	3
3	6	18	3
4	4	19	2
5	5	20	4
6	3	21	5
7	2	22	2
8	5	23	6
9	4	24	2
10	3	25	1
11	6	26	1
12	3	27	4
13	3	28	3
14	7	29	5
15	8		

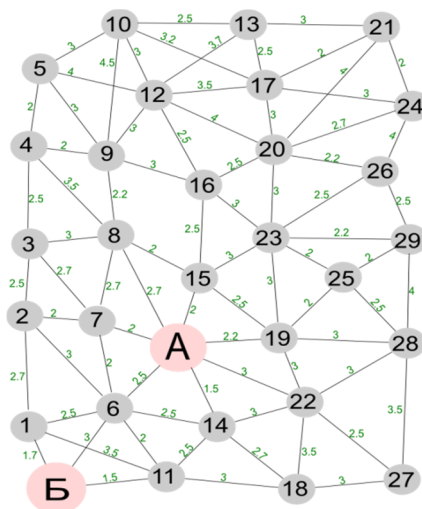


Рисунок 1 - Розміщення кварталів та відстані між ними

Знайдемо: Загальний об'єм сміття $V_c = n_k \cdot V_k = 110 \cdot 1.1 = 121$.

Кількість рейсів: $N_p = \frac{V_c}{V_g} = \frac{121}{43} = 2,81 \cong 3$.

Отже, умовно маємо 3 рейси вантажівки, за які вона може обслужити всі квартали міста. За умовою свій маршрут вантажівка починає з п. А. Останній рейс буде проходити від п. Б до п. А. Для розв'язання задачі побудовано алгоритм на основі основу алгоритму метода Форда-Фалкерсона.

Отримали загальну протяжність маршруту смітєвоза **L = 101,3 км** (див рис. 2).

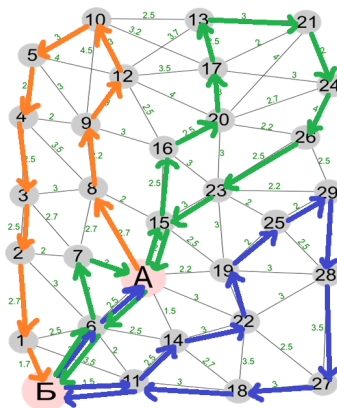


Рисунок 2 - Оптимальна схема вивозу сміття

Висновки. Отриманий розв'язок забезпечує: економію часу водія; економію бензину, а саме якщо слідувати розрахункам комунального підприємства то загальна протяжність маршруту вивозу сміття становить 114,2 км. У той час як протяжність маршруту отримана нами 101,3 км. Витрата палива в середньому на 100 км становить 29,2 л. Звідси на 1 км – 0,292 л. Отже на 114, 2 км. смітєвоз витрачає 33,35 літрів, а на 101,3 – 29,58 літрів. Вартість бензину 20 грн. То за 1 виїзд економія в 75,32. За 1 рік комунальне підприємство може заощадити 904,84 грн.

На практиці виникають різного роду ускладнення в постановці задач. У деяких реальних умовах перевезення вантажу з пункту постачання А в пункт призначення В не можуть бути виконані, наприклад порушується умова наявності інфраструктури (доріг) або ж вантажівка не заповнилась повністю, тобто в якомусь із маршрутів виявилось менше ніж 39 контейнерів. В такому

випадку водіям доцільно було би при знаходженні у 8, 9, 12, 17, 20, 23 та 15 вершинах (при цьому до заповнення баку не вистачала 1 контейнера) заїхати у 16, а при знаходженні у 19, 23, 28, 29 вершинах (при цій же умові) заїхати у 25. Тобто в залежності від місцезнаходження та заповнення баку сміттєвоза, можна збільшити протяжність маршруту в одному рейсі, проте в іншому зменшити.

Література

[1] - Бех О. В. Математичне програмування: [навчальний посібник] / Т. А. Городня, А. Ф. Щербак – Львів, 2007. – 200 с.

[2] - Липатов Е. П. Теория графов и её применения / Евгений Петрович Липатов. – М.: Знание, 1986. – 32 с.

РОЗРОБКА ОПТИМАЛЬНОГО МАРШРУТУ ОБ'ЇЗДУ ПРОМИСЛОВИХ ЦЕНТРІВ ДНІПРОПЕТРОВСЬКОЇ ОБЛАСТІ

Бреус В.В. (студ., 1 курс)

Лубенська А.В. (студ., 1 курс)

Науковий керівник – доц. Лукашук Т.І.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Дніпропетровський регіон – один з найбільших промислових регіонів України. У структурі промисловості області переважне місце займають галузі важкої індустрії, розвиток та обіг яких грають важливу роль у формуванні економіки країни. Метою нашого дослідження є розробка оптимального маршруту об'їзду найбільших промислових центрів Дніпропетровської області. Зробивши розрахунки маємо змогу здійснити управління матеріальними, інформаційними й людськими потоками на основі їх оптимізації (мінімізації витрат).

План об'їзду промислових центрів розробимо за допомогою методу гілок та границь. Розглянемо такі міста: 1 – Жовті Води; 2 – Дніпро; 3 – Марганець; 4 – Нікополь; 5 – Кривий Ріг. Відстань між кожним з цих міст відома, тож наше завдання полягає у тому, щоб розробити план об'їзду всіх міст таким чином, щоб сукупна відстань була мінімальною, при цьому в кожне місто один раз в'їхати та виїхати.

Складемо матрицю відстань між усіма містами та знайдемо в кожному рядку найменший елемент h (матриця 1), після чого зробимо приведення матриці 1 по рядках:

	1	2	3	4	5	h
1	∞	135	152	182	68	68
2	135	∞	117	122	146	117
3	152	117	∞	29	126	29
4	182	122	29	∞	106	29
5	68	146	126	106	∞	68

Матриця 1.

Від кожного елемента рядка віднімаємо найменший з них, отримуємо приведення матриці 1 по рядках (матриця 2):

	1	2	3	4	5
1	∞	67	84	114	0
2	18	∞	0	5	29
3	123	88	∞	0	97
4	153	93	0	∞	77
5	0	78	58	38	∞

Матриця 2.

Щоб зробити приведення матриці по стовпчиках, із матриці 2 обираємо той стовпчик, де немає 0 та його найменший елемент (q), у нашому випадку $q=67$, та віднімаємо його від усіх елементів стовпчика. Отримуємо матрицю приведену по рядках та стовпчиках (матриця 3):

	1	2	3	4	5	
1	∞	0	84	114	0	
2	18	∞	0	5	29	
3	123	21	∞	0	97	
4	153	26	0	∞	77	
5	0	11	38	38	∞	

Матриця 3.

Зробимо оцінку нулів матриці 3 - це сума найменших елементів рядка й стовпчика, не враховуючи нуля, який оцінюється.

Отримуємо: $0_{12}=11$; $0_{15}=29$; $0_{23}=5$; $0_{34}=26$; $0_{43}=26$; $0_{51}=29$.

Викреслюємо першу ланку за найвищою оцінкою нуля, тобто викреслюємо з матриці 3 перший рядок й останній стовпчик, на перехресті яких стоїть нуль з найвищим показником серед оцінюваних нулів.

Таким чином, дозволяємо проїзд з міста 1 до міста 5, проте забороняємо проїзд з міста 5 до міста 1: $1 \rightarrow 5$; $5 \nrightarrow 1$.

Складаємо матрицю 4:

	1	2	3	4
1	18	∞	0	5
2	123	21	∞	0
3	153	26	0	∞
4	∞	11	38	38

Матриця 4.

Дивимося чи в кожному рядку та стовпчику є нуль, якщо немає, то робимо приведення матриці 4 по рядках, у стовпчиках також обираємо константу приведення й на основі цього складаємо матрицю 5:

	1	2	3	4
2	0	∞	0	5
3	105	10	∞	0
4	135	15	0	∞
5	∞	0	38	38

Матриця 5.

Робимо оцінку нулів за зразком того, як ми робили з матрицею 3:

$$0_{21}=105; 0_{23}=0; 0_{34}=15; 0_{43}=15; 0_{52}=48.$$

Дозволяємо проїзд з Дніпра до Жовтих Вод, проте забороняємо у зворотньому напрямку та з Дніпра до Кривого Рогу:

$$2 \rightarrow 1; 2 \nrightarrow 5; 1 \nrightarrow 2.$$

	2	3	4
3	10	∞	0
4	15	0	∞
5	∞	38	38

Матриця 6.

	2	3	4
3	0	∞	0
4	5	0	∞
5	∞	0	0

Матриця 7.

$$\text{Оцінка нулів: } 0_{32}=5; 0_{43}=5; 0_{53}=0; 0_{54}=0.$$

Дозволяємо проїзд с Марганцю до Дніпра, забороняємо у зворотньому напрямку та з Марганцю до Кривого Рогу:

$$3 \rightarrow 2; 3 \nrightarrow 5; 2 \nrightarrow 3.$$

	3	4
4	0	∞
5	∞	0

Матриця 8.

Дозволяємо проїзд з Нікополю до Марганцю, та з Кривого Рогу до Нікополю, але забороняємо в обох зворотних напрямках.

$$4 \rightarrow 3; 5 \rightarrow 4; 3 \nrightarrow 4; 4 \nrightarrow 5$$

Таким чином, спираючись на прорахунки у матричному вигляді усіх можливих варіантів об'їзду промислових центрів, робимо висновок, що найбільш оптимальним маршрутом буде такий:

$$1 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1,$$

тобто з Жовтих Вод до Кривого Рогу, з Кривого Рогу до Нікополю, з Нікополю до Марганцю, з Марганцю до Дніпра та з Дніпра у первісне місцезнаходження – до Жовтих Вод. Сукупна відстань є мінімальною з усіх можливих: 455 кілометрів.

Література

[1] - Кузнецов Ю.Н. Математическое программирование: учеб. пособие для студентов вузов / Ю.Н.Кузнецов, В.И.Кузубов, А.Б.Волощенко. - Высшая школа, 1980. – 302 с.

УДК 51-3: 658.(043)

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В МЕНЕДЖМЕНТЕ

Буженинова В.А. (студ., 1 курс)

Научный руководитель – доц. Ротанева Н.Ю.

Мариупольский государственный университет

При решении современных задач менеджмента требуется учитывать большое количество факторов различной природы. В формировании и анализе моделей принятия решения должны участвовать разработчики разных областей. Процесс в таких условиях превращается в проблему выбора целей, критериев, средств и вариантов достижения целей. Проблема

считается формализованной, если удастся найти выражение, которое бы связывало цель принятия решения со средствами ее достижения. Спектр методов, позволяющих формализовать проблемы, связанные с принятием решений, достаточно широк. Их цель —сократить время, затрачиваемое на постановку задачи, анализ целей и определение возможных средств, а также время, необходимое для отбора информации, характеризующей условия принятия решения и влияющей на выбор критериев и ограничений. Постановка любой задачи заключается в том, чтобы перевести ее словесное (вербальное) описание в формальное. В случае относительно простых задач такой переход осуществляется на основе использования знаний человека. Если полученная формальная модель опирается на фундаментальный закон или подтверждается экспериментом, то этим доказывается ее адекватность отображаемой ситуации, и модель рекомендуется для решения всех подобных задач. По мере усложнения задач получение модели и доказательство ее адекватности усложняется.

Модель в общем смысле (обобщенная модель) есть создаваемый с целью получения и (или) хранения информации специфический объект (в форме мысленного образа, описания знаковыми средствами либо материальной системы), отражающий свойства, характеристики и связи объекта-оригинала произвольной природы, существенные для задачи, решаемой субъектом [1, с.44]. Для теории принятия решений наиболее полезны модели, которые выражаются словами или формулами, алгоритмами и иными математическими средствами.

При более тщательном анализе ситуации словесных моделей, как правило, не достаточно. Необходимо применение достаточно сложных математических моделей. Математическое моделирование – процедура создания особой знаковой структуры позволяющей изучать количественные характеристики и закономерности в работе системы.

Так, при принятии решений в менеджменте производственных систем используются:

- модели технологических процессов (прежде всего модели контроля и управления);
- модели обеспечения качества продукции (в частности, модели оценки и контроля надежности);
- модели массового обслуживания; модели управления запасами (модели логистики);
- имитационные и эконометрические модели деятельности предприятия в целом, и др.;

В процессе подготовки и принятия решений часто используют имитационные модели и системы. Имитационная модель позволяет отвечать на вопрос: «Что будет, если...» Имитационная система – это совокупность моделей, имитирующих протекание изучаемого процесса, объединенная со специальной системой вспомогательных программ и информационной базой, позволяющих достаточно просто и оперативно реализовать вариантные расчеты [2, с.213]. Таким образом, под имитацией понимается численный метод проведения машинных экспериментов с математическими моделями, описывающими поведение сложных систем в течение продолжительных периодов времени, при этом имитационный эксперимент состоит из следующих шести этапов:

- 1) формулировка задачи;
- 2) построение математической модели;
- 3) составление программы для ЭВМ;
- 4) оценка пригодности модели;
- 5) планирование эксперимента;
- 6) обработка результатов эксперимента.

Экономико-математические методы управления можно разделить на несколько групп:

- методы оптимизации, методы учитывающие неопределенность, прежде всего, вероятностно-статистические;
- методы построения и анализа имитационных моделей;

– методы анализа конфликтных ситуаций (теории игр).

Во всех этих группах можно выделить статическую и динамическую постановки. При наличии фактора времени используют дифференциальные уравнения и разностные методы [3].

Моделирование процессов управления предполагает последовательное осуществление трех этапов исследования. Первый – от исходной практической проблемы до теоретической чисто математической задачи. Второй – внутри математическое изучение и решение этой задачи. Третий – переход от математических выводов обратно к практической проблеме.

В области моделирования процессов управления, как, впрочем, и в иных областях применения математики, целесообразно выделять четверки составляющих:

ЗАДАЧА – МОДЕЛЬ – МЕТОД – УСЛОВИЯ ПРИМЕНИМОСТИ.

Задача, как правило, порождена потребностями той или иной прикладной области. Вполне понятно, что при этом происходит одна из возможных математических формализаций реальной ситуации.

Метод, используемый в рамках определенной математической модели – это уже во многом, если не в основном, дело математиков. В эконометрических моделях речь идет, например, о методе оценивания, о методе проверки гипотезы, о методе доказательства той или иной теоремы, и т.д. В первых двух случаях алгоритмы разрабатываются и исследуются математиками, но используются прикладниками, в то время как метод доказательства касается лишь самих математиков.

Последний элемент – условия применимости. Он – полностью внутри математический. С точки зрения математика замена условия (частичной) дифференцируемости некоторой функции на условие ее непрерывности может представляться существенным научным достижением, в то время как прикладник оценить это достижение не сможет. Для него, как и во времена Ньютона и Лейбница, непрерывные функции мало отличаются от (частично)

дифференцируемых. Точнее, они одинаково хорошо (или одинаково плохо) могут быть использованы для описания реальной действительности.[4]

Таким образом, в практике управления ресурсами организации большое значение имеет применение методов прикладной математики, и моделирования процессов. Однако стоит помнить, что сфера практического применения метода моделирования ограничивается возможностями и эффективностью формализации экономических проблем и ситуаций, а также состоянием информационного, математического, технического обеспечения используемых моделей. Стремление, во что бы то ни стало, применить математическую модель может не дать хороших результатов из-за отсутствия хотя бы некоторых необходимых условий.

Литература

- [1] - Неуймин Я.Г. Модели в науке и технике. История, теория, практика /Я.Г.Неуймин. – Л.: Наука, 1984. – 190 с
- [2] - Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа / Н.Н.Моисеев. – М.: Наука, 1981. – 488 с.
- [3] - Административно-управленческий портал Режим доступа: <http://www.aup.ru>
- [4] - Орлов А.И. Эконометрика / А.И.Орлов. – М.: Экзамен, 2003. – 576 с.

УДК 514.85

МЕТОДОЛОГІЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ БАРИЦЕНТРИЧНИХ КООРДИНАТ

Гутнік О.О. (студ., 4 курс)

Чаус М.М. (студ., 4 курс)

Науковий керівник – ст. викл.Лисянська Г.В.

Харківський національний університет будівництва та архітектури

Історично метод барицентричних координат виник до векторного метода і служить однією з основ при створенні векторного числення, а в проективній геометрії метод барицентричних координат дозволяє розв'язувати задачі, до яких векторний метод не може бути застосовано.

Оберемо на площині довільний трикутник ABC (рис.1), який надалі будемо називати координатним, або базисним трикутником Мебіуса. Нехай (P, p) – довільна матеріальна точка P , забезпечена масою p , що належить площині цього трикутника.

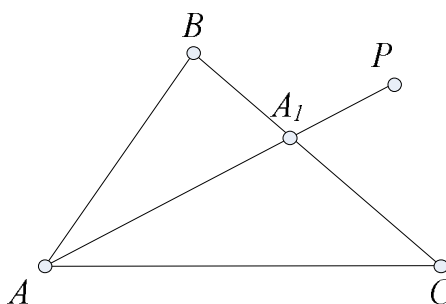


Рисунок 1 – Довільний трикутник ABC на площині

Тоді можливо підібрати для точок A , B , і C такі маси a , b і c , щоб об'єднанням цих матеріальних точок була точка (P, p) .

Очевидно, що не може бути одночасно $PA \parallel BC$, $PB \parallel CA$, $PC \parallel AB$. Нехай, для визначеності, PA і BC не паралельні. З'єднаємо точки P і A та відмітимо точку A_1 , в якій PA зустрічає пряму BC . Підберемо три дійсних числа a , b і c так, щоб $b \cdot \overline{BA_1} = c \cdot \overline{A_1C}$, $a \cdot \overline{AP} = (b + c) \cdot \overline{PA_1}$, $a + b + c = p$. Тоді $(P, p) = I$ навпаки, якщо взяти три довільні дійсні числа a , b і c ($a + b + c \neq 0$), то існує точка (P, p) , така що $(P, p) = (A, a) + (B, b) + (C, c)$.

Отже, кожен матеріальну точку (P, p) на площині можна охарактеризувати трьома числами, а саме, трьома масами a , b і c , які треба помістити у вершини базисного трикутника таким чином, щоб точка P виявилася об'єднанням трьох утворених при цьому точок (A, a) , (B, b) , (C, c) . Ці три числа називаються барицентричними координатами матеріальної точки P .

Якщо маси трьох матеріальних точок збільшити або зменшити в одну й ту ж кількість разів, то розташування їх центра тяжіння не зміниться. Тому барицентричними координатами геометричної точки P будуть також числа ka , kb і kc ($k \in \mathbb{R}$, $k \neq 0$). Таким чином, точка P (навідміну від матеріальної точки P) має нескінченно багато трійок барицентричних координат.

Застосування барицентричних координат дозволяє внести суттєве спрощення у викладки, зв'язані з розгляданням матеріальних точок: розглядання будь-яких довільно розташованих матеріальних точок у будь-

якій кількості зводиться до розглядання тільки таких матеріальних точок, які є носіями вершин базисного трикутника. Розглянемо застосування методу барицентричних координат на прикладах.

Приклад 1. На стороні AC трикутника ABC (рис.2) взята така точка M , що $|AM| = \frac{1}{3}|AC|$, а на продовженні сторони BC – така точка N , що $|BN| = |CB|$. Пряма MN перетинає сторону AB в точці P . В якому відношенні ці точка поділяє сторону AB і відрізок MN ?

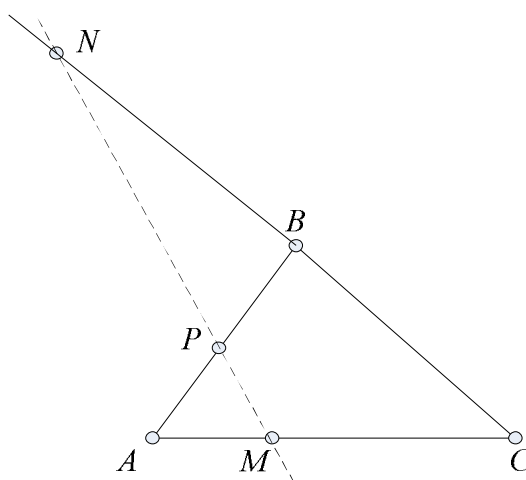


Рисунок 2

Розв'язання. Метод розв'язання полягає у розміщенні в точках A , C , N таких мас, щоб центром цих мас виявилася точка P . Ясно, що в точках N і C потрібно розмістити рівні маси, оскільки тоді центром мас двох матеріальних точок буде точка B , і тому, помістивши належну масу в точку A , можна досягти, щоб центром мас трьох матеріальних точок виявилася потрібна нам точка відрізка AB , а саме, точка P .

Отже, помістимо у кожную з точок N і C масу 1, тобто візьмемо матеріальні точки $(N,1)$ і $(C,1)$. Оскільки $|CM| = 2|AM|$, то, згідно правила важеля M – центр мас двох матеріальних точок $(A,2)$ і $(C,1)$. Отже, центр мас Z трьох точок $(N,1)$, $(C,1)$, і $(A,2)$ буде в той же час центром мас точок $(N,1)$ і $(M,3)$. Таким чином, Z – точка перетину відрізків MN і AB , тобто $Z = P$.

оскільки Z – центр мас двох матеріальних точок $(N,1)$ і $(M,3)$, а також центр мас двох матеріальних точок $(B,2)$ і $(A,2)$, то за правилом важеля отримаємо: $|NP|:|PM| = 3:1$, $|AP|:|PB| = 1:1$.

За бажанням це барицентричне розв'язання можна перевести на векторну мову, тобто надати векторний розв'язок, де немає поняття ані матеріальних точок, ані центра мас. У даному випадку розв'язання має наступний вигляд. Зафіксуємо будь-яку довільну точку O . З умови випливає, що $2\overline{MA} + \overline{MC} = \overline{0}$, що рівносильне таким векторним рівностям: $\overline{OM} = \frac{2\overline{OA} + \overline{OC}}{3}$; $\overline{OB} = \frac{\overline{OC} + \overline{ON}}{2}$.

Розглянемо точку Z , що задовольняє умові $\overline{OZ} = \frac{2\overline{OA} + \overline{OC} + \overline{ON}}{4}$.

Маємо $\overline{OZ} = \frac{3\overline{OM} + \overline{ON}}{4} = 3\overline{ZM} + \overline{ZN} = \overline{0} \Rightarrow Z \in [MN]$;

$\overline{OZ} = \frac{2\overline{OA} + (\overline{OC} + \overline{ON})}{4} = \frac{2\overline{OA} + 2\overline{OB}}{4} = \overline{ZA} + \overline{ZB} = \overline{0} \Rightarrow Z \in [AB]$.

Отже, точка Z є точкою перетину відрізків AB і MN , тобто $Z = P$, і тому $|NP|:|PM| = 3:1$, $|AP|:|PB| = 1:1$.

Відмітимо, що цей розв'язок на мові векторного аналізу має бездоганний вигляд, але є досить штучним.

Приклад 2. В трикутнику ABC (рис. 3) точка C поділяє основу BC у відношенні $3:1$, рахуючи від вершини B . Точки M і P відсікають від бокових сторін AB і AC по одній шостій, рахуючи відповідно від вершини A і від вершини C . В якому відношенні ділиться кожний з відрізків MP і AF точкою їх перетину?

Розв'язання. Навантажимо точки B і C такими масами, щоб їх центром виявилася точка F . В силу правила важеля достатньо помістити в точку B масу 1, а в точку C – масу 3. Далі, вже маючи матеріальну точку $(B,1)$ підберемо для точки A таку масу x , щоб точка M виявилася центром мас точок $(B, 1)$ і (A, x) .

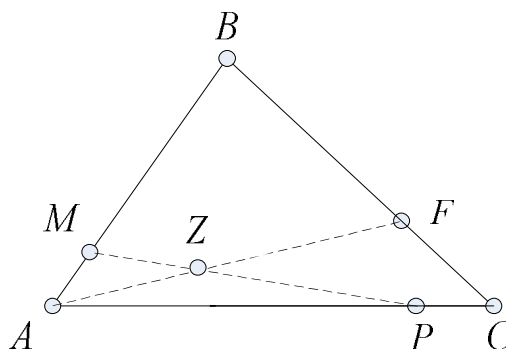


Рисунок 3.

За правилом важеля маємо $1 \cdot |BM| = x \cdot |MA|$, звідки $x = |BM| : |MA| = 5$. Нарешті, маючи матеріальну точку $(C, 3)$, підберемо для точки A іншу масу y таким чином, щоб точка P виявилася центром мас точок $(C, 3)$ і (A, y) . За правилом важеля маємо $3 \cdot |CP| = y \cdot |PA|$, звідки $y = 3|CP| : |PA| = 0,6$. Таким чином, виникла нова ситуація: окрім точок $(B, 1)$ і $(C, 3)$, маємо в точці A дві різні маси 5 і $0,6$. Розглянемо систему з усіх чотирьох матеріальних точок $(B, 1)$, $(A, 5)$, $(C, 3)$ і $(A, 0,6)$. Її центр мас позначимо через Z . Перенесемо маси матеріальних точок $(B, 1)$ і $(A, 5)$ в їх центр мас точку M , а маси матеріальних точок $(C, 3)$ і $(A, 0,6)$ в їх центр мас точку P . Тоді точка Z виявиться центром мас лише двох матеріальних точок $(M, 6)$ і $(P, 3,6)$. Отже, $Z \in [MP]$.

Можливо було б згрупувати ті ж чотири точки інакше: перенести маси матеріальних точок $(B, 1)$ і $(C, 3)$ в їх центр мас F , а замість $(A, 5)$ і $(A, 0,6)$ розглянути одну матеріальну точку $(A, 5,6)$. Тоді точка Z виявиться центром мас двох матеріальних точок $(F, 4)$ і $(A, 5,6)$. Тому $Z \in [AF]$. Таким чином, Z – точка перетину відрізків MP і AF . Оскільки Z – центр мас матеріальних точок $(F, 4)$ і $(A, 5,6)$, то $5,6|AZ| = 4|FZ|$; $|AZ| : |FZ| = 5 : 7$. Аналогічно отримаємо, що $6|MZ| = 3,6|PZ|$, звідки $|MZ| : |PZ| = 3 : 5$.

Майстерність застосування метода барицентричного метода полягає в тому, щоб за умовами задачі здійснити такий вибір точок та навантажених у ці точки мас, при якому задача має максимально легкий та красивий розв'язок.

**МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОСТАВА И КОНСТАНТ
НЕСТОЙКОСТИ КОМПЛЕКСНЫХ СОЕДИНЕНИЙ В РАСТВОРАХ**

Двуреченский С.В. (студ., 2 курс)

Научный руководитель – доц. Ненастина Т.А.

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

Как известно, металлы имеют свойство терять электроны и, тем самым, образовывать катионы. Положительно заряженные ионы металлов могут находиться в окружении анионов или нейтральных молекул, образуя молекулярные соединения, называемые комплексными и способные к самостоятельному существованию как в кристалле или растворе. А соединения, содержащие в узлах своих кристаллов комплексные частицы, называются комплексными соединениями. В растворе комплексных соединений существует система динамических равновесий, зависящая от концентрации растворенного вещества, могут происходить разнообразные сложные превращения, определяемые природой как самого комплексного соединения, так и растворителя.

Исследование равновесий в растворах комплексных соединений с применением разнообразных физико-химических методов измерения дает возможность установить химическое поведение комплексов в растворе, определить состав и прочность образующихся соединений, что особенно важно для тех случаев, когда последние не могут быть выделены из раствора[1].

В настоящее время для управления процессами электрохимического осаждения ряда металлов и сплавов, таких как серебро, никель, медь, цинк и др., используют полилигандные системы. При образовании смешанных или полилигандных координационных соединений взаимное влияние лигандов приводит к определенным изменениям структурных и термодинамических параметров комплексов (устойчивости комплекса, теплоты образования), а также кинетических характеристик (константы скорости реакции

диссоциации, энергии активации). Целенаправленное сочетание лигандов может способствовать в одних случаях упрочнению всех связей и образованию смешанных комплексов, превосходящих монолигандные по прочности, в других – образованию интермедиатов, диссоциация которых протекает с заметным торможением, в – третьих – отсутствию совместной координации вообще. Тем самым реализуются возможности для сознательного управления условиями, контролирующими процессы электроосаждения [2].

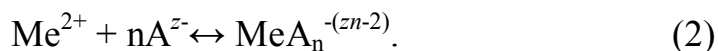
За последние несколько лет не было предложено принципиально новых методов исследований равновесий реакций комплексообразования, а из широко используемых существующих методов определения состава комплексов наиболее простым и эффективным является потенциометрический метод [3].

Метод сводится к измерению равновесного потенциала, по величине которого, применив уравнение Нернста

$$E = E^0 + \frac{RT}{zF} \ln a_{Me}, \quad (1)$$

рассчитывается активность свободных ионов металла, величина которой входит в выражение для константы нестойкости.

Известно, что большинство металлов образует мооядерные комплексы, и если обозначить лиганд через A , то следовательно реакцию комплексообразования с участием ионов металла (Me) можно представить следующим образом:



Константа нестойкости такого комплекса выражается уравнением:

$$K_n = \frac{[Me^{2+}][A^{z-}]^n}{[MeA_n^{-(nz-2)}]} \quad (3)$$

Для определения состава комплекса необходимо определить величину координационного числа n , а также следует также рассчитать константу нестойкости K_n .

Все измерения проводятся при постоянной ионной силе раствора ($I=1$), поэтому в уравнения 1-3 вместо активностей можно подставлять концентрации. Величину $[Me^{2+}]$, которую следует подставить в уравнение 3, вычисляют по уравнению 1 после измерения равновесного потенциала. Для определения величин $[A^{z-}]$ и $MeA_n^{-(zn-2)}$, следует принять следующее допущение: растворы готовятся таким образом, чтобы концентрация лиганда была во много раз больше концентрации комплексообразователя, и следовательно, все ионы металла связываются в комплекс.

Диссоциация комплекса приводит к появлению в растворе некоторой концентрации свободных ионов металла $[Me^{2+}]$ и, таким образом, начальная концентрация металла равна сумме концентраций комплексных и свободных ионов металла. Если обозначить начальную концентрацию металла как C_{Me} , следовательно, можно записать

$$C_{Me} = [MeA_n^{-(zn-2)}] + [Me^{2+}] \quad (4)$$

Так как концентрация свободных ионов металла во много раз меньше концентрации комплексных ионов $[Me^{2+}] \ll [MeA_n^{-(zn-2)}]$, то величиной $[Me^{2+}]$ в уравнении (4) можно пренебречь, поэтому

$$C_{Me} = [MeA_n^{-(zn-2)}] \quad (5)$$

С другой стороны, поскольку начальная концентрация лиганда во много раз больше концентрации комплексообразователя, то убыль концентрации свободных ионов лиганда за счет связывания его в комплекс будет ничтожно мала, поэтому практически $[A^-]$ равна начальной концентрации лиганда C_A .

Подставив эту величину в (3), получим:

$$K_n = \frac{[Me^{2+}]c_A^n}{C_{Me}} \quad (6)$$

Расчет K_n по (6) возможен только тогда, когда известно координационное число n . Но так как величина n в формуле (6) подлежит определению, то прологарифмируем уравнение

$$\lg K_n = \lg [Me^{2+}] + n \lg c_A - \lg c_{Me} \quad (7)$$

Переносим в левую часть уравнения члены, содержащие концентрацию металла, а в правую $\lg K_n$, и получаем уравнение прямой

$$\lg \frac{c_{Me}}{[Me^{2+}]} = n \lg c_A - \lg K_n, \quad (8)$$

где n – соответствует тангенсу угла наклона этой прямой, а $(-\lg K_n)$ – отрезок, отсекаемый на оси ординат.

Полученное экспериментальное значение координационного числа округляется до ближайшего целочисленного значения.

Таким образом, потенциометрический метод определения состава комплекса и константы нестойкости сводится к расчету значений $[Me^{2+}]$ по результатам измерений в растворах различной концентрации комплексообразователя c_{Me} и лиганда c_A .

Литература

- [1] - Гороховская В. И. Практикум по электрохимическим методам анализа / В. И. Гороховская, В. М. Гороховский – М. : Высшая школа, 1983. – 191 с.
- [2] - Скопенко В. В. Координаційна хімія / В. В. Скопенко, Л. І. Савранський – Київ: Либідь, 1997. – 336 с.
- [3] - Кравцов В. И. Потенциометрическое и полярографическое исследования устойчивости комплексов свинца (II) с 2,2'-дипиридилем / В. И. Кравцов, В. Н. Стацюк // Электрохимия. – 1994. – т. – 30. – №1. – С.70–74.
- [4] - Орехова В. В. Полилигандные электролиты в гальваностегии / В. В. Орехова, Ф. К. Андрющенко – Х. : Вища школа, 1979. – 140 с.

СОНЯЧНА АКТИВНІСТЬ ТА ІСТОРИЧНІ ПРОЦЕСИ В УКРАЇНІ

Жак О. О. (студ., 6 курс)

Шерстньова Т.М. (студ., 6 курс)

Науковий керівник - проф. Філер З.Ю.

*Кіровоградський державний педагогічний університет ім.
В.Винниченка*

Стаття присвячена аналізу впливу сонячної активності на «революційні події» в Україні 1800–2014 рр., а також прогнозу подальших «революційних подій» за 2015–2035 рр.

Постановка проблеми. Нині доведено, що сонячний період впливає на масову поведінку людства. Можливо, це здасться дивним, але розбрати і злагодити в сім'ях або організаціях, бурхливий або мирний перебіг парламентських засідань, чергування ліберальних і консервативних урядів в різних країнах, розпал битв чи перемир'я на фронтах воєн і революцій – всі вони в середньому залежать від стану центрального тіла нашої системи, від змін, що вносяться ним в фізичну середу Землі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Той факт, що виверження і вибухи на Сонці впливають на людей, був вперше встановлений Чижевським в 1915-1919 рр. на підставі вивчення величезних статистичних матеріалів. В головному, було доведено синхронність максимумів сонячної активності з періодами виникнення революцій та війн [3].

Постановка завдання. На основі викладеного можна сформулювати завдання дослідження, яке полягає в дослідженні впливу сонячної активності на історичні процеси в Україні на основі статистичних даних чисел вольфа [6] та історичної літератури [1, 2] з 1800 року по 2014 рік, а також прогнозування рівня історичних подій в Україні до 2035 року.

Виклад основного матеріалу. Історичний процес – це послідовна низка змінюваних одна одну подій, у яких проявилася діяльність багатьох поколінь людей. Усі, хто здійснює цю діяльність, є суб'єктами історичного процесу: індивіди, різні соціальні спільноти, їхні організації та великі

особистості. Для дослідження були взяті дані по середньорічним числам Вольфа, що характеризують динаміку сонячної активності (далі по тексту – СА), проаналізовано хронологічний довідник «Україна від найдавніших часів до сьогодення».

Побудувавши графік залежності між сонячною активністю та рівнем «революційних подій» в Україні отримаємо такі коефіцієнти кореляції за 1800 -1899 рр. – $K = - 0,037$, за 1899-1990 рр. – $K = - 0,11$, за 1991-2014 рр. – $K = 0,36$. Це свідчить, що сонячна активність має значний вплив на дані події в Україні. З графіків видно, що кількість історичних подій та ступінь інтенсивності їх розвитку прагнуть відповідати змінам кривої, але в деяких періодах мають значні відхилення. Так іноді людська діяльність досягає свого максимуму незадовго до максимуму сонячної активності і залишається на висоті якийсь час. Також максимум воєнної і політичної діяльності настає не одночасно із сонячним максимумом, а трохи пізніше.

Обчислимо кореляцію між СА та «революційними подіями» за допомогою різних законів:

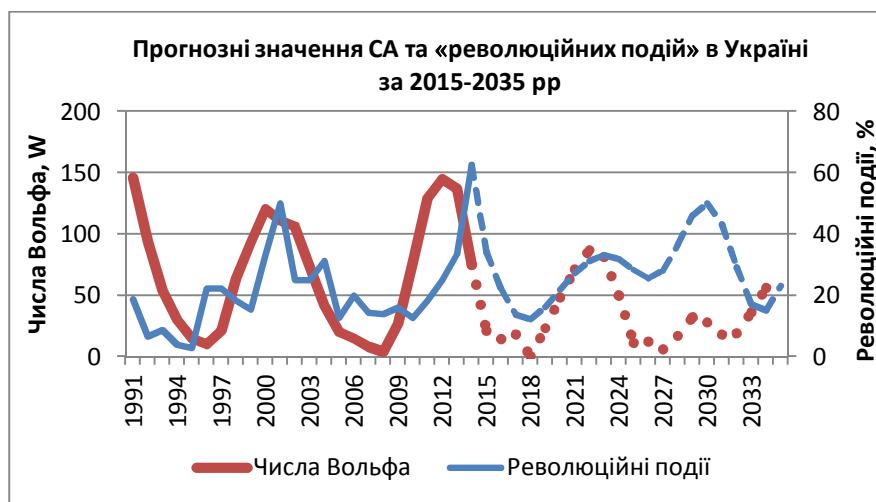
1. Класичний закон кореляції між величинами S і R $K(S, R) = 0,36$.
2. Закон кореляції між абсолютними приростами величин $K(\Delta S, \Delta R) = 0,18$.
3. Закон Вебера –Фехнера кореляції між величинами $K(\Delta R, \delta S) = 0,06$.
4. Закон кореляції між відносними приростами $K(\delta R, \delta S)$ Стівенса – $0,4$.
5. Закон кореляції між величинами $K(\delta S, \Delta R / R^z)$ Забродіна ($z > 0$) – $0,8$.
6. Закон кореляції між величинами $K(\delta S, \Delta R * R^z) = 0,1$.

Коефіцієнти кореляції, обчислені за допомогою зсувів графіка

Зсув	Кореляція
1 рік	0,49334
2 рік	0,45143
3 рік	0,20247
4 рік	0,14474

В результаті порівняння зсувів, отримується найбільший коефіцієнт кореляції: між СА і «революційними подіями» в Україні при зсуві на один рік він збільшився до 0,49. Це свідчить про те, що вплив сонячної активності на «революційні події» відбувається через рік. Якщо б хід історичних подій мав хаотичний період і жоден з космічних факторів не впливав би на нього, то не можна було б знайти зв'язку між данима величинами.

Скориставшись програмою Extrapol, отримали прогноз на 21 рік. Побудуємо графік, врахувавши отриманий прогноз.



Проведемо частотний аналіз впливу СА на «революційні події» в Україні. Після впорядкування чисел ω , отримали коефіцієнт кореляції: між сонячною активністю та «революційними подіями» в Україні, який становить $K = 0,94$. Можна використати для оцінки скорельованості спектрів формулу $B = \frac{1}{n} \sum \frac{2z_s}{1 + z_i^2}$, де $z_i = \omega_{1i} / \omega_{2i}$. Після підрахунків отримали значення коефіцієнта **$B = 0,96$** . Отже, можна сказати, що спектри мало відрізняються один від одного.

Програма Extrapol прогнозує на найближчі декілька років. Загалом графіки вийшли синхронними. Тобто можна зробити висновок, що програма Extrapol найточніше наближує результати, тоді як графічно статистичні дані прямують або наближені до прямої.

Висновки. З наведеного вище можна зробити наступні висновки. Дослідивши вплив сонячної активності на «революційні процеси» в Україні, отримано, що сонячна активність має вагомий вплив на ці процеси. Це наочно показують обраховані коефіцієнти кореляції. За результатами прогнозування можна стверджувати, що надалі буде спостерігатися зменшення активності «революційних подій».

Отже, історичні події розвиваються шляхом цілого ряду поштовхів, викликаних коливаннями плямоутворювального процесу на сонці. Можна зробити висновок, що дні найбільших хвилювань в масах, дні масових соціально-політичних рухів збіглися в часі з посиленням плямоутворювальної діяльності сонця [4, с.83].

Література

[1] - Верстюк В. Ф. Україна від найдавніших часів до сьогодення: Хронологічний довідник / В.Ф.Верстюк, О.М.Дзюба, В.Ф.Репринцев. - Київ: Видавництво Наукова думка, 1995. – 690 с.

[2] - Турченко Ф.Г. Новітня історія України (1939 - початок ХХІ ст.): Підручник для 11-го кл. загальноосв. навч. закл. - Вид. 5-те. / Ф.Г.Турченко, П.П.Панченко, С.М.Тимченко. - К.: Генеза, 2006. - 384 с.

[3] - Чижевский А.Л. Физические факторы исторического процесса / А.Л.Чижевский // Калуга, 1924; Сокр. Изд.: Химия и жизнь, 1990, № 1 – С. 22-32, № 2 – С. 82-90, № 3 – С. 22-33.

[4] - Філер З. Ю., Дреєв О.М., Вплив сонячної активності на погоду, врожайність, демографічні та соціально-економічні процеси в 2008 – 2009 роках / З.Ю.Філер, О.М.Дреєв, – Кіровоград: Поліграф-сервіс, 2008. – 56 с.

[5] - Юрій М. Ф. Людина і світ: Історичний процес і його учасники / М.Ф.Юрій. – К: Освіта, 2001. – 334 с.

[6] - Числа Вольфа: [Електронний ресурс]// Связь и синхронизация солнечных, климатических и популяционных циклов: Циклы солнечной активности: http://www.agromage.com/stat_id.php?id=97/

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОДХОДОВ ДЛЯ
ОПТИМИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА
ХИМИЧЕСКОГО ТРАВЛЕНИЯ СПЛАВА Л-62
В ХЛОРИДСОДЕРЖАЩИХ РАСТВОРАХ**

Забрудская В.Н. (студ., 2 курс)

Научный руководитель - доц. Егорова Л.М.

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

Математика для химиков – это, в первую очередь, инструмент решения многих химических задач. Приложения математики в химии обширны и разнообразны: математические уравнения и методы, используемые в химии, имеют дело не с абстрактными величинами, а с конкретными свойствами атомов и молекул, которые подчиняются естественным природным ограничениям. Говоря другим языком, математические уравнения, применяемые в химии, а также их решения должны иметь химический смысл, к примеру:

Особенно важно применение математики для решения конкретных экспериментальных научных задач, например математические расчеты, позволяющие подобрать оптимальные параметры травления α -латуни.

Для размерного травления изделий из меди и ее сплавов широко используются травильные растворы на основе хлоридов железа (III) и меди (II). Однако закономерности травления латуней практически не изучены. В литературе встречаются отдельные публикации, посвященные данным вопросам [1-5].

Корректировка концентраций компонентов растворов известного состава и создание новых травильных растворов могут быть направлены на повышение эффективности процесса растворения медно-цинковых сплавов, либо на усиление у травильных растворов определенных свойств [6]. Основными требованиями, предъявляемыми к травильным растворам, являются: наличие высокой скорости травления, точность формирования изображения, большая емкость по компонентам сплавов, простота

регенерации и невысокая стоимость.

Целью работы являлся выбор количественных критериев химического растворения α -латуни Л-62 в хлоридсодержащих растворах, позволяющих подбирать состав раствора с заданными свойствами.

Экспериментальные методы исследования

В работе применяли гравиметрический и атомно-абсорбционный методы исследования. Выбор экспериментальных условий: большая скорость вращения латунного электрода и высокие концентрации ионов хлора и Fe^{3+} в растворах предупреждали псевдоселективное растворение сплава, то есть обратное осаждение меди [7]. Одновременно при высокой скорости вращений ВДЭ снимаются диффузионные ограничения по отводу продуктов растворения медной составляющей в объем раствора [8, 9].

Травление медных сплавов может преследовать различные цели: поддержание высокой скорости процесса, равномерность травления во времени, большая емкость раствора по металло-ионам – компонентам сплава, равномерность растворения компонентов сплава. В зависимости от этого необходимо подбирать состав травильного раствора. Качественное и эффективное растворение достигается в том случае, когда травильный раствор одновременно обладает несколькими оптимальными характеристиками.

Результаты серии экспериментов по измерению скорости растворения латуни Л-62 в растворах хлорида железа(III) различной концентрации с добавками ионов хлора, введенными в виде NH_4Cl и HCl представлены в таблице 1. Согласно полученным результатам можно подобрать составы травильных растворов с высокой скоростью травления сплава. Был рассчитан показатель $\Delta v / \Delta \sum C_{\text{Cl}^-}$, который характеризует крутизну нарастания скорости травления латуни с увеличением концентрации ионов хлора. Быстрее всего скорость растворения латуни возрастает при увеличении концентрации NH_4Cl в интервалах: 1,5 М – 2,0 М в растворе 1,0 М FeCl_3 ; 0,5 М – 1,0 М в растворе 1,5 М FeCl_3 . Сравнение скорости травления латуни в растворах с

350

одинаковыми концентрациями FeCl_3 и хлоридсодержащего компонента, введенного в виде различных соединений, показало, что как основную добавку для создания высокоскоростных травильных растворов можно рассматривать хлорид аммония NH_4Cl . Была проведена сравнительная характеристика травильных растворов по всем рассмотренным показателям травления. Выбор составов травильных растворов должен обеспечивать достижение оптимальных значений нескольких параметров травления.

Таблица 1 - Зависимость скорости растворения латуни Л-62 от состава травильного раствора ($\omega=74 \text{ об} \cdot \text{с}^{-1}$; 20°C)

№	Состав раствора, моль/л	ΣC_{Cl^-}	Скорость травления v , $\text{кг}/\text{м}^2 \cdot \text{с}$	$\Delta v / \Delta \Sigma C_{\text{Cl}^-}$ по v_{max} и v_{min}	Ступенчатые значения $\Delta v / \Delta \Sigma C_{\text{Cl}^-}$
1	1,0 М FeCl_3	3,0	2,73	0,35	-
2	1,0 М FeCl_3 + 0,5 М NH_4Cl	3,5	2,95		0,44
3	1,0 М FeCl_3 + 0,75 М NH_4Cl	3,75	3,019		0,28
4	1,0 М FeCl_3 + 1,0 М NH_4Cl	4,0	2,97		-0,20
5	1,0 М FeCl_3 + 1,5 М NH_4Cl	4,5	3,33		0,72
6	1,0 М FeCl_3 + 2,0 М NH_4Cl	5,0	3,43	0,22	0,46
7	1,0 М FeCl_3 + 2,5 М NH_4Cl	5,5	3,5		0,14
8	1,0 М FeCl_3 + 0,5 М HCl	3,5	2,84		0,22
9	1,0 М FeCl_3 + 0,75 М HCl	3,75	3,03		0,76
10	1,0 М FeCl_3 + 1,0 М HCl	4,0	3,074	0,22	0,18
11	1,0 М FeCl_3 + 2,0 М HCl	5,0	3,17		0,10
12	1,0 М FeCl_3 + 2,5 М HCl	5,5	3,23		0,12
13	1,5 М FeCl_3	4,5	3,67	0,67	-
14	1,5 М FeCl_3 + 0,5 М NH_4Cl	5,0	3,9		0,46
15	1,5 М FeCl_3 + 0,75 М NH_4Cl	5,25	4,23		1,32
16	1,5 М FeCl_3 + 1,0 М	5,2	4,34		0,88

	NH ₄ Cl				
17	1,5 M FeCl ₃ + 2,0 M NH ₄ Cl	6,5	4,32		-0,02
18	1,5 M FeCl ₃ + 2,5 M NH ₄ Cl	7,0	4,32		0
19	1,5 M FeCl ₃ + 0,5 M HCl	5,0	4,03		0,72
20	1,5 M FeCl ₃ + 0,75 M HCl	5,25	4,18		0,60
21	1,5 M FeCl ₃ + 1,0 M HCl	5,5	4,08	0,27	-0,40
22	1,5 M FeCl ₃ + 2,0 M HCl	6,5	4,2		0,11
23	1,5 M FeCl ₃ + 2,5 M HCl	7,0	4,34		0,28
24	2,0 M FeCl₃	6,0	4,69		
25	2,0 M FeCl ₃ + 0,5 M NH ₄ Cl	6,5	4,87		0,36

Серия 1,5 M FeCl₃ + *n* M NH₄Cl единственная из исследованных, растворы которой в определенном концентрационном интервале хлоридсодержащей добавки обеспечивают равномерное, высокоскоростное и «высокоемкостное» травление. Оптимальный в этом отношении раствор состава (моль/л) 1,5 FeCl₃+1,0 NH₄Cl. Менее выражена оптимальность всех показателей у раствора (моль/л) 1,5 FeCl₃+0,75 NH₄Cl. Отсюда можно заключить, что целесообразно использовать для травления латуни Л-62 растворов составов (моль/л) 1,5 FeCl₃+(0,75-1,0) NH₄Cl.

Литература

- [1] - Ларин В.И. Электрохимическое поведение латуни Л-62 в растворах различного состава / В.И.Ларин, Э.Б.Хоботова, М.А.Добряня, В.В.Даценко // Вісник Харк. нац. ун-ту. – 2002. – № 532. – С. 183 - 188.
- [2] - Miller B., Bellavance M. Rotating ring-disc electrode studies of corrosion rates and partial currents: Cu and Cu₃₀Zn in oxygenated chloride solutions // J. Electrochem. Soc. – 1972. – Vol. 119, № 11. – P. 1510 – 1517.
- [3] - Анодное растворение и селективная коррозия сплавов / И.К. Маршаков, А.В. Введенский, В.Ю. Кондрашин, Г.А. Бобков. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1988. – 208 с.
- [4] - Каплан Л.А., Вдовенко И.Д., Лисогор А.И. Избирательное растворение α-латуни в растворах сульфаминовой кислоты // Укр. хим. журн. – 1992. – Т. 58, № 10. – С. 882 – 885.
- [5] - Taylor A.H. The corrosion behavior of Cu and naval brass in 0,5 M NaCl solutions at ambient temperature // J. Electrochem. Soc. – 1971. – Vol. 118, № 6. – P. 854 – 859.
- [6] - Jurczook P. Ätzen und Beizen von Eisen, Stahl, Aluminium und Leren Legierungen, Kupfer – und Leiterplattentechnologie, Metall – und Säurerückge-winnung //Jahrb. Oberflächentechn. – 1990. – Bd. 46. – S. 23 – 30.
- [7] - Маршаков И.К., Вязовикина Н.В. Избирательное растворение β-латуней с фазовым превращением в поверхностном слое // Защита металлов. – 1978. – Т. 14, № 4. –

С. 410 – 415.

[8] - Вязовикина Н.В., Горкина И.К., Маршаков И.К. Изучение кинетики анодного растворения β -латуни в хлоридных растворах на вращающемся дисковом электроде с кольцом // Электрохимия. – 1982. – Т. 18, № 10. – С. 1391 – 1395.

[9] - Маршаков И.К., Вязовикина Н.В., Деревенских Л.В. Активность меди на поверхности растворяющейся α -латуни // Защита металлов. – 1979. – Т. 15, № 3. – С. 337 – 340.

УДК 517.7

ВЕКТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ЯК СКЛАДОВА МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ УПРАВЛІННЯ

Кравчук Д. І. (студ., 3 курс)

Науковий керівник – доц. Гейлик А.В.

*Київська державна академія водного транспорту ім. Петра
Конашевича*

Математичні методи управління базуються на використанні математичних моделей для вирішення найбільш часто використовуваних стандартних управлінських рішень, що приймають у процесі професійної діяльності.

Послідовність етапів побудови математичної моделі управлінських рішень [3, с 118]:

- 1) математична постановка задачі;
- 2) вибір моделі і методу дослідження для отриманої математичної задачі;
- 3) проведення математичного дослідження;
- 4) визначення критеріїв ефективності аналізованої ситуації;
- 5) кількісний вимір факторів, що впливають на досліджувану ситуацію;
- 6) побудова математичної моделі досліджуваного об'єкта;
- 7) перевірка адекватності моделі і знайденого рішення аналізованої ситуації;
- 8) коригування і відновлення моделі.

Кожна проблема, по суті, є проблемою вибору рішення з можливих альтернатив. Ми завжди прагнемо в тому чи іншому сенсі зробити кращий вибір і називаємо його оптимальним. Оптимальне рішення максимально відповідає критеріям вибору. Зокрема, управлінсько-адміністративні

рішення, пов'язані з суспільним розвитком, визнаються оптимальними, якщо максимально відповідають очікуванням всіх зацікавлених сторін.

Як показує досвід, нерідко варіант, оптимальний за одним критерієм, далекий від оптимальності по іншому. Зазвичай це конфлікт між ступенем досягнення поставлених цілей і ресурсами. В такому випадку використовують векторну оптимізацію. При багатокритеріальних рішеннях апарату управління доводиться вдаватися до компромісу: вибирати найбільш важливий критерій, а решту відкидати або ж давати "вагові" оцінки різним критеріям і враховувати їх при визначенні найкращого варіанта.

Критерії вибору варіанту, являють собою фактори, що враховуються при виробленні та прийнятті рішення. Чим більше факторів використовується, тим більшою мірою ускладнюється пошук оптимального варіанту.

Векторна оптимізація повинна дати відповіді на наступні питання:

- яким буде стан проблеми по кожному варіанту після її рішення;
- скільки часу і які кошти будуть необхідні;
- як і які потрібно подолати труднощі при реалізації різних варіантів;
- як буде відображатися кожен варіант на соціальному організмі в цілому.

До загального формулювання векторної задачі оптимізації можуть зводитися завдання різного змісту, які можна поділити на чотири типи.

Тип 1. Завдання оптимізації на множині цілей, кожна з яких повинна бути врахована при виборі оптимального рішення. Прикладом може служити завдання складання плану роботи підприємства, в якій критеріями служить ряд економічних показників.

Тип 2. Завдання оптимізації на множині об'єктів, якість функціонування кожного з яких оцінюється самостійним критерієм. Якщо якість функціонування кожного об'єкта оцінюється декількома критеріями, то таке завдання називається багатовекторним. Прикладом може служити завдання розподілу дефіцитного ресурсу між декількома підприємствами.

Для кожного підприємства критерієм оптимальності є ступінь задоволення його потреби в ресурсі або, наприклад, величина прибутку.

Тип 3. Завдання оптимізації на множині умов функціонування. В цьому випадку заданий спектр умов, в яких доведеться працювати об'єкту, і стосовно кожної умови якість функціонування оцінюється деяким приватним критерієм.

Тип 4. Завдання оптимізації на безлічі етапів функціонування. Розглядається функціонування об'єктів на деякому інтервалі часу, розбитому на кілька етапів. Якість управління на кожному етапі оцінюється приватним критерієм, а на безлічі етапів - загальним векторним критерієм [1, с 48].

При розв'язанні поставлених управлінських задач, використовується ряд методів векторної оптимізації:

- оптимізація одного визнаного найбільш важливим критерію, інші критерії при цьому відіграють роль додаткових обмежень;
- упорядкування заданої множини критеріїв і послідовна оптимізація за кожним з них;
- зведення багатьох критеріїв до одного введенням експертних вагових коефіцієнтів для кожного з критеріїв таким чином, що більш важливий критерій отримує більш високу вагу.

В свою чергу, серед методів векторної оптимізації можна виділити 5 основних класів:

- методи, засновані на формалізації, у вигляді завдань математичного програмування;
- методи, засновані на реінжируванні критеріїв і їх послідовне застосування;
- методи, які використовують узагальнений критерій для порівняльної оцінки альтернатив;
- методи, які не використовують узагальнений критерій для порівняльної оцінки альтернатив;

- методи, що реалізують процеси структуризації та адаптації при виборі раціональних рішень [2, с. 95].

Одним з методів векторної оптимізації є метод Оптимуму Парето. Принцип Вільфредо Парето проголошує: «Слід вважати, що будь-яка зміна, яка нікому не завдає збитків і яка приносить людям користь (за їх власною оцінкою), є поліпшенням». Ситуація, коли досягнута ефективність за Парето — це ситуація, коли всі вигоди від змін вичерпані [3, с 138].

Наведемо приклад розв’язання задачі векторної оптимізації методом Оптимуму Парето.

Задача: визначити Парето-оптимальні варіанти системи, з блоку А та Б.

Показ- ник	Одиниця вимірювання	Напрямок екстремуму	Блок А						Блок Б				
			А1	А2	А3	А4	А5	А6	Б1	Б2	Б3	Б4	Б5
Маса	Вартість	min	6	7	5	17	14	15	10	6	6	15	17
Вартість	Грошові одиниці	min	80	60	50	30	20	25	50	40	30	20	30

Оскільки, нам необхідно визначити min, то обираємо найбільш оптимальні варіанти. Одразу видно, що варіанти А1 та Б2 можна відкинути, бо Б3 – дешевше. По тій же причині відкидаємо А3. А2 можна забракувати і залишити А4 та рівний йому Б5. Варіант А5 також відкидаємо, оскільки, серед запропонованих є кращі. Граничними варіантами в області будуть Б3 і А4, Б5. Інші варіанти порівнюємо з ними, тим самим визначивши Парето-оптимальні варіанти системи.

Література

- [1] - Галіцин В. К. Векторна оптимізація організаційної структури системи керування / В. К. Галіцин, О. П. Суслов, О. В. Остапчук // ScienceRise. - 2015. - № 2(3). - С. 47-53. - Режим доступу: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/text_2015_2\(3\)_9](http://nbuv.gov.ua/UJRN/text_2015_2(3)_9).
- [2] - Галушак, М.П. Економічне прогнозування: підручник [Текст] / М.П. Галушак, Т.І. Кужда. – Тернопіль: ТНТУ, 2012. – 160 с.
- [3] - Прийняття управлінських рішень [Текст]: навч. посібник / ред. Ю. Є. Петруня. - 2-е вид. - К.: ЦУЛ, 2011. - 216 с.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Курмаз В.С. (студ., 2 курс)

Науковий керівник – ст. викл. Мороз І.І.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Одним із ефективних методів пізнання навколишнього світу є метод математичного моделювання. Історія його виникнення сягає коренями в глибину тисячоліть. Відомо, що філософи античного світу, не вживаючи терміна «модель», створювали свої натурфілософські концепції як системи тверджень, для ілюстрації яких розроблялися якісні аналогії і природними, реально існуючими об'єктами і явищами та робилися спроби обґрунтувати їх правомірність.

В епоху розвитку науки в добу Відродження виникла необхідність переходу від інтуїтивної, емпіричної аналогії до наукової. З'явилося експериментальне моделювання, пов'язане з іменами Леонардо да Вінчі, Йоганна Кеплера, Галілео Галілея, Миколи Коперника та ін.

Згодом з'явилася математична символіка, яка стала потужним засобом моделювання навколишнього середовища. Історично першою всеохоплюючою математичною моделлю була класична механіка І. Ньютона. Узагальнюючи власний досвід математичного моделювання земних і небесних тіл, Ньютон заклав початки теорії подібності, яка стала основою застосування і розвитку методу моделей у природничих і технічних науках.

У XIX—XX ст. метод математичного моделювання входить до сфери наукового експерименту. Зокрема, Дж. К. Максвелл давав формулювання методу моделювання як одного із загальних методів пізнання, використовував модель як евристичний засіб побудови теорії, на основі чого створив теорію електромагнітного поля.

Таким чином, математичне моделювання стало науковим методом і засобом пізнання навколишнього середовища. Поняття модель увійшло в математику в XIX ст. у зв'язку з виникненням гіперболічної геометрії

М. Лобачевського, сферичної геометрії К. Рімана. Сам термін модель запропонував Е. Бельтрамі, який згодом використав Ф. Клейн.

Модель – це об’єкт-замінник, створений з метою відтворення при певних умовах суттєвих властивостей об’єкта-оригіналу. Модель може бути представлена фізичним об’єктом, подібним до оригіналу, або описом об’єкта у вигляді математичних формул, тексту, комп’ютерної програми.

Основні властивості моделей:

- цілеспрямованість;
- скінченність;
- спрощеність;
- повнота;
- адекватність.

Цілеспрямованість моделі полягає в тому, що вона завжди будується з певною метою. Ця мета має вплив на те, які властивості об’єктивного явища вважаються істотними, а які – ні.

Скінченність моделі визначає те, що модель відтворює лише скінчену кількість властивостей та відношень, і через це модель завжди є більш простою, ніж оригінал.

Повнота моделі полягає в тому, що вона має відображати всі істотні з точки зору мети моделювання властивості оригіналу.

Необхідною умовою для переходу від дослідження об’єкта до дослідження моделі і подальшого перенесення результатів на об’єкт дослідження – вимога адекватності моделі і об’єкта. Адекватність – це відтворення моделлю з необхідною повнотою всіх властивостей об’єкта, важливих для цілей даного дослідження.

Модель називається ізоморфною (однаковою по формі), якщо між нею і реальною системою існує повна поелементна відповідність, і гомеоморфною, якщо існує відповідність лише між найбільш значними складовими частинами об’єкту і моделі.

Методи моделювання широко використовуються в різних сферах людської діяльності, особливо в сферах проектування і управління, де основними є процеси ухвалення ефективних рішень на основі інформації, що отримується.

Хол у 1963 дійшов висновку, що метою прикладної математики є математичне осмислення дійсності, але сучасна версія говорить що це здобуття, обробка, представлення і використання інформації про об'єкти, які взаємодіють між собою і зовнішнім середовищем; а модель тут виступає як засіб пізнання властивостей і закономірностей поведінки об'єкту. Основним призначенням моделі в задачах управління є прогноз реакції об'єкту на керуючі впливи. Крім того, моделі використовуються для дослідження об'єкта, аналізу його чутливості. Теорія моделювання є розділом науки, що вивчає способи дослідження властивостей об'єктів (оригіналів) на основі заміщення їх іншими об'єктами (моделями). Відрізняють натурні, фізичні, мовні та математичні моделі.

Найбільш універсальний вид моделювання – математичний, що ставить у відповідність модельованому фізичному процесу систему математичних співвідношень, вирішення якої дозволяє отримати відповідь на питання про поведінку об'єкту без створення фізичної моделі, яка часто є дорогою і малоефективною. На підставі різних критеріїв класифікації, виділяють наступні види моделей:

- лінійні чи нелінійні;
- аналітичні, імітаційні чи комп'ютерні.
- неперервні, дискретні або дискретно-неперервні;
- динамічні або статичні;
- з розподіленими або зосередженими параметрами;
- детерміновані або стохастичні;

Якщо при описі моделі використовуються лише лінійні математичні конструкції (наприклад, лінійні алгебраїчні рівняння), то модель називають лінійною, інакше – нелінійною.

Для аналітичних моделей (analytical models) властиво те, що процеси функціонування об'єкта представляються у вигляді аналітичних математичних залежностей: алгебраїчних, диференціальних, інтегральних рівнянь або їх систем, логічних умов. Наприклад, закон Ома чи рівняння Максвелла. Дослідження аналітичних моделей можливе за допомогою методів:

- аналітичних;
- чисельних;
- якісних.

Неперервні моделі (continuous model) представляють системи з неперервними процесами, а дискретні моделі відображають поведінку систем з дискретними станами. Дискретно-неперервні моделі використовуються, коли на об'єкті виділяються обидва типи процесів.

Динамічні моделі (dynamic models) відтворюють поведінку нестационарних об'єктів, що змінюються у часі. Статичні моделі описують стан об'єкта у деякий момент часу. Такі моделі розробляються для стаціонарних об'єктів, зміни яких у часі не є істотними стосовно періоду розробки та використання моделі.

Моделі з розподіленими параметрами (models with distributed parameters) описують просторове поширення явищ, а моделі з зосередженими параметрами нехтують просторовою складовою. Динамічні неперервні детерміновані моделі з розподіленими параметрами використовують апарат диференціальних рівнянь у частинних похідних, а з зосередженими параметрами – звичайних диференціальних рівнянь.

Детерміновані моделі (deterministic models) використовують для опису процесів, що не містять істотної випадковості. Поєднанням цих простих елементів і джерел фазових змінних отримують еквівалентну схему технічної системи будь-якої складності і її математичну модель.

Процес побудови будь-якої математичної моделі можна представити послідовністю етапів, зображених на рис.1:

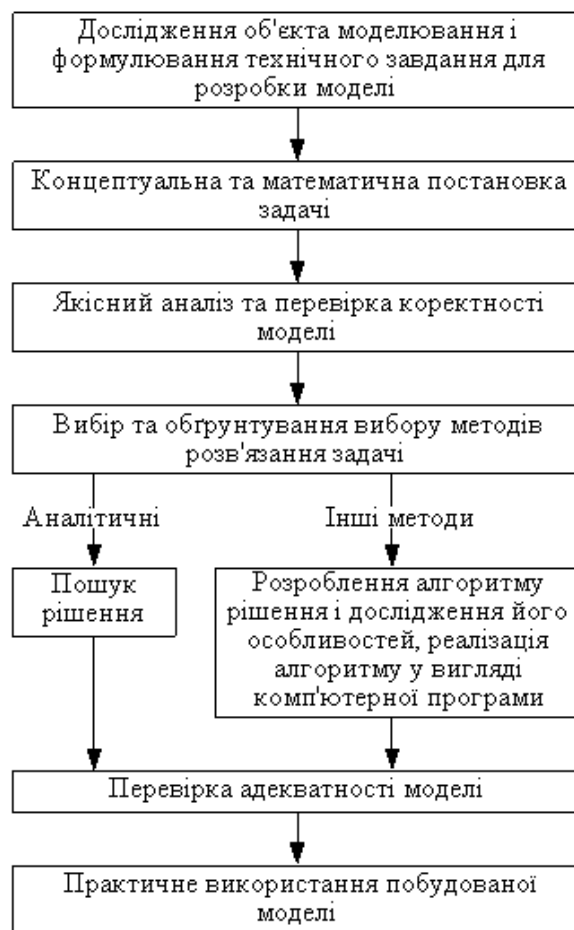


Рисунок 1- Послідовність етапів процесу побудови математичної моделі

На етапі дослідження об'єкта моделювання потрібно виконати наступні дії:

- аналіз взаємодії об'єкта з зовнішнім середовищем, виділення характеристик вхідних впливів та реакції об'єкту, класифікація їх на вимірні та невимірні, керуючі та перешкоди;
- проведення декомпозиції та дослідження внутрішньої структури об'єкту;
- дослідження порядку функціонування об'єкту, виявлення зв'язку між входом та виходом, формування множини станів об'єкту;
- збір та перевірка існуючих експериментальних даних про об'єкти-аналоги, проведення, при необхідності, додаткових експериментів;

- класифікація об'єкта моделювання на стаціонарний чи нестаціонарний, визначення міри впливу випадкових факторів на об'єкт та порядку нелінійності зв'язків між характеристиками об'єкту;
- аналітичний огляд літературних джерел, аналіз та порівняння побудованих раніше моделей подібних об'єктів;
- аналіз та узагальнення всього накопиченого матеріалу, розроблення загального плану створення математичної моделі.

Концептуальна постановка задачі моделювання – це сформульований в термінах конкретних дисциплін (фізики, хімії, біології тощо) список основних питань, а також сукупність гіпотез відносно особливостей та поведінки об'єкта моделювання. Розробник моделі на підставі результатів аналізу об'єкта моделювання формує своє бачення стосовно процесів на об'єкті і формулює його на природній мові в термінах предметної області. При цьому з метою спрощення моделі він приймає низку припущень та обмежень. Припущення можуть містити нехтування певними процесами або зміну характеру їх протікання. Концептуальна модель має пройти погодження з експертами по даній предметній області з метою перевірки на адекватність. Адекватність концептуальної моделі визначає адекватність математичної моделі, яка формується на її основі.

Література

- [1] - Скурихин В. Н. Математическое моделирование / В.Н. Скурихин, В. Б. Шифрин, В. В. Дубровский. – К.: Техніка, 1983. – 270 с.
- [2] - Трусов П. В. Введение в математическое моделирование: учеб. пособие / П. В. Трусов. – М.: Логос, 2005. – 440с.
- [3] - Васильков Ю. В. Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании: учеб. Пособие / Ю. В. Васильков, Н. Н. Василькова. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 256 с.

**РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРОФЕСІЙНО-ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ
ЗАСОБАМИ SolidWorks Simulation**

Кушнір Б.В. (студ., 4 курс)
Науковий керівник – доц. Рудик О.Ю.
Хмельницький національний університет

Задача дослідження – методом скінченних елементів (МСЕ) визначити міцнісні характеристики корпусу нижньої кульової опори передньої підвіски автомобіля М-2141, та, на основі цього, її працездатність.

Ходова частина автомобіля призначена для його переміщення по дорозі без тряски та вібрацій. Механізми та деталі ходової частини зв'язують колеса з кузовом, гасять його коливання, сприймають й передають діючі на автомобіль сили.

Передня підвіска автомобіля М-2141 — незалежна на поперечних важелях і пружинах (важіль-пружинна) з гідравлічними телескопічними амортизаторами, агрегатована у самостійний вузол [1].

При обслуговуванні автомобілів на СТО особливу увагу надають несправностям, які можуть вплинути на безпеку руху. При цьому обов'язково усувають виявлені несправності та ослаблення рульової тяги на кульових пальцях і кульових пальців у гніздах кульових опор.

У процесі експлуатації у передній підвісці можуть виникнути наступні несправності, пов'язані з тематикою дослідження:

- стукоти, які прослуховуються у підвісці при переїзді передніми колесами нерівностей на дорозі й при різкому гальмуванні; одна з причин виникнення – знос корпусу та кульового шарніра на важелі передньої підвіски, яка може бути усунена тільки після заміни зношених деталей;
- поперечне коливання передніх коліс (виляння) при русі автомобіля із швидкістю 70-80 км/год може виникнути у випадку зносу шарнірів;
- підвищений та нерівномірний знос шин виникає через знос кульових шарнірів та корпусів підвіски;

– підвищені вібрації при русі можуть з’явитись через знос кульових опор та їх корпусів.

Нижнє шарнірне з’єднання стояка з важелем (шарнірна опора – рис. 1) регулювань не має, оскільки зазори в опорі у міру збільшення зносу поверхонь тертя усуваються навантаженням від маси автомобіля, яка припадає на відповідне колесо (за умов перевірки палець шарніра повинен піддаватися навантаженню в радіальному та осьовому напрямі зусиллям 980 Н – рис. 2). Однак, зменшення розмірів корпуса нижньої кульової опори (допустимий люфт пальця у радіальному та осьовому напрямках – не більше $\pm 0,5$ мм, який у подальшому враховано як знос корпусу на 0,5 мм на сторону) однозначно призведе до втрати його міцності. Як саме і чи суттєво для безпеки руху?

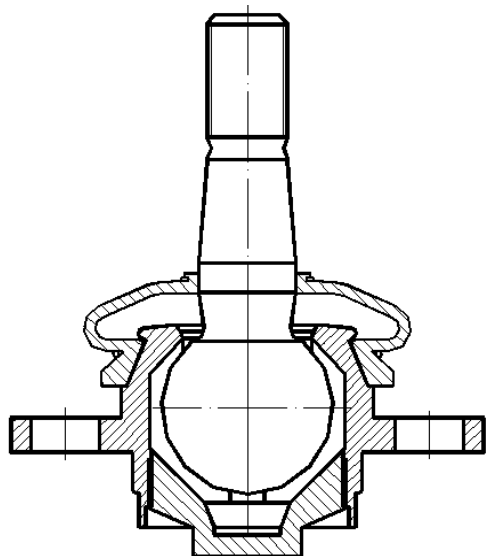


Рисунок 1- Нижній кульовий шарнір підвіски

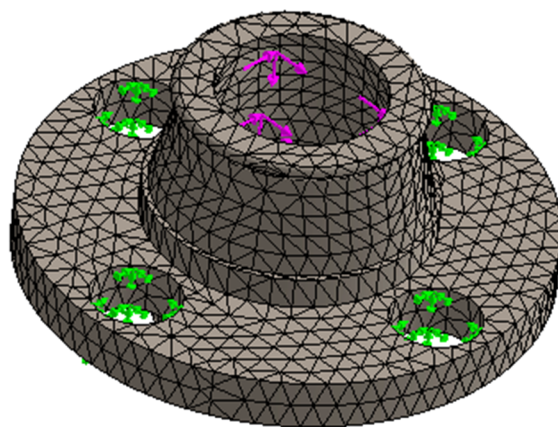


Рисунок 2 - Сітка на твердому тілі

Щоб дати відповідь на це питання, застосували SolidWorks Simulation – потужний і простий у використанні програмний комплекс для проведення інженерних розрахунків, у якому задаються кріплення, навантаження, властивості матеріалів, проводиться аналіз моделі та переглядаються результати для будь-якої деталі [1, 2].

Інтеграція з Solidworks дає можливість мінімізувати операції, пов'язані зі специфічними особливостями кінцево-елементної апроксимації. Змінюючи при чисельному моделюванні деякі вхідні параметри, можна прослідити за змінами, які відбуваються з моделлю (напруження, переміщення, деформація, коефіцієнт запасу міцності). Основна перевага методу полягає у тому, що він дозволяє не тільки поспостерігати, але і передбачити результат експерименту за якихось особливих умов (у даному випадку – вплив зносу корпусу на його міцність).

З бібліотеки SolidWorks вибрана сталь C45E (DIN 1,1191) – аналог матеріалу корпусу (сталь 45), для якої $\sigma_m = 750$ МПа. Параметри сітки на твердому тілі (рис. 3): якість висока, 4 точки Якобіана, розмір елементу 3.4706 мм, допуск 0.17353 мм, всього вузлів 16181, всього елементів 9331, максимальне співвідношення сторін 20.262. Результати розрахунків відображено у табл. 1 та на рис. 5 і 6.

Таблиця 1 – Результати розрахунків корпусу MCE

Параметри	Максимальне напруження Von Mises, МПа	Максимальне результуюче переміщення URES, мм	Максимальна еквівалентна деформація ESTRN	Мінімальний запас міцності
До зносу	12,1242	0.000982714	4.8904e-005	46.6009
Після зносу	12,1352	0.00101134	4.89438e-005	46.5587

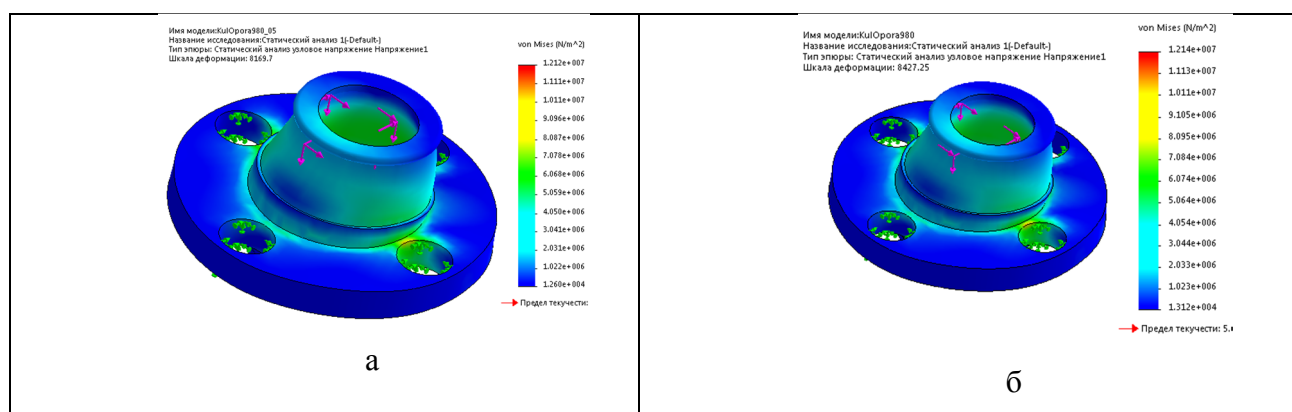


Рисунок 5 - Розподіл еквівалентних напружень у корпусі до його зносу (а) й після (б)

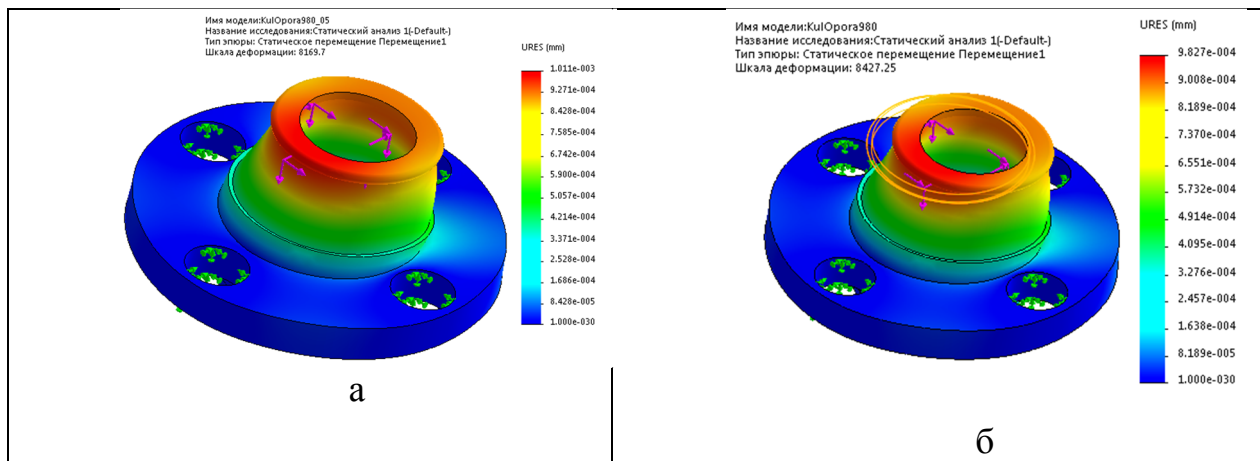


Рисунок 6 - Результуюче переміщення корпусу до його зносу (а) й після (б)

Таким чином, вплив зносу корпусу на його міцність абсолютно невідчутний (мінімальний коефіцієнт запасу міцності зменшується на 1%).

Література

- [1] – Горелов Л.Р. Ремонт автомобиля АЗЛК-2141 "Москвич" / Л.Р. Горелов. – М.: Транспорт, 1991. – 398 с.
- [2] – Рудик О.Ю. Застосування SolidWorks у навчанні предметів технічного (інженерного) циклу. [Електронний ресурс] / О.Ю. Рудик, В.В. Герасімчук // Режим доступу: http://www.irtc.org.ua/dep105/publ/ITEA-2015/2 ITEA_2015_ua.pdf
- [3] – Рудик О.Ю. Спільне використання систем CAE/CAD та MathCAD в інженерних розрахунках. [Електронний ресурс] / О.Ю. Рудик, В.М. Франко // Режим доступу: http://fts.khadi.kharkov.ua/fileadmin/F_Transport_system/v_matem/sbornik_sek_3.pdf

УДК 514.112.4

ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК ТЕОРЕМИ ПІКА ІЗ ДЕЯКИМИ ФОРМУЛАМИ ПІДСУМОВУВАННЯ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ

Маслюченко Ю.А. (студ., 4 курс)

Науковий керівник – викл. Рудницький С.О.

Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини

У процесі розв'язування математичних задач під час здійснення перетворень вдається помічати багато цікавих взаємозв'язків. Зокрема, під час знаходження суми n -ої кількості натуральних чисел, а також суми квадратів та кубів натуральних чисел нами було помічено взаємозв'язок із теоремою Піка. Дану теорему застосовують для знаходження площ

геометричних фігур, вершини яких є цілими числами на координатній сітці.

Теорема Піка формулюється так: $S = \frac{a}{2} + b - 1$, де b - кількість внутрішніх вузлових точок многокутника, a - кількість вузлових точок на його зовнішній межі [2, с. 46].

Маємо формулу суми натуральних чисел: $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ [1, с. 22], для якої ми подали геометричну інтерпретацію (див. рис. 1) так, щоб для довільного натурального n : $S_n = \frac{a_n}{2} + b_n - 1$.

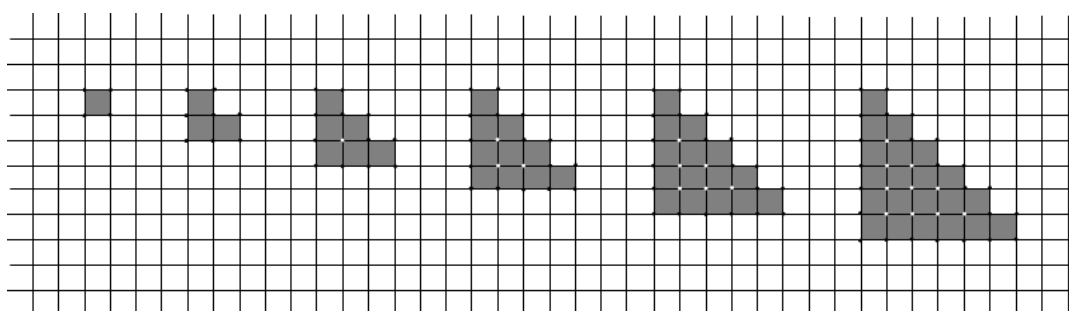


Рисунок 1- Геометричне представлення суми натуральних чисел

У таблиці представлено значення послідовних натуральних чисел та

n	a_n	b_n
1	4	0
2	8	0
3	12	1
4	16	3
5	20	6
6	24	10
....		
n	$4n$	$\frac{(n-1)(n-2)}{2}$

виведено загальні формули для знаходження невідомих a_n та b_n (див. табл.1). Отримані загальні значення невідомих a_n та b_n ми можемо використовувати для знаходження площ геометричних фігур, структуру яких зображено на рисунку 1, а також для наочного представлення знаходження суми відповідної кількості натуральних чисел.

Початкові значення коефіцієнта a_n

було знайдено із рисунку 1 і виведено загальну формулу для знаходження

усіх інших значень цієї змінної. Загальну формулу для коефіцієнта b_n вдалося віднайти, підставивши знайдене загальне значення коефіцієнта a_n у формулу суми натуральних чисел. Тобто, загальне значення коефіцієнта b_n було обраховано внаслідок розв'язання наступного рівняння:

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{4n}{2} + b_n - 1.$$

Аналогічними міркуваннями було розглянуто суму квадратів (див. табл. 2). Маємо формулу для знаходження суми квадратів натуральних чисел $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$ [1, с. 22], геометричну інтерпретацію якої ми зобразили на рисунку (див. рис. 2).

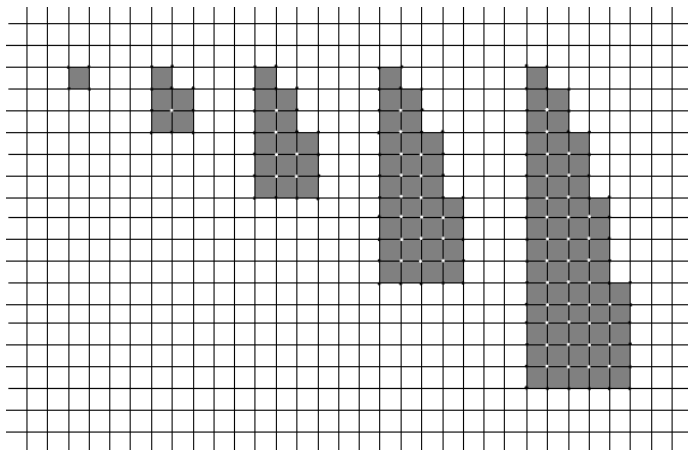


Рисунок 2 - Геометричне представлення суми квадратів натуральних чисел

Формулу загальних членів внутрішніх і зовнішніх точок можна також знаходити методом скінченних різниць. Розглянемо застосування цього методу для знаходження загального члену a_n . Випишемо для цього отриману нами послі-

довність і будемо знаходити різницю двох сусідніх членів початкової та наступних отриманих послідовностей до того часу, поки не отримаємо у різниці однакові числа (див. рис. 3). У даному випадку у нас було здійснено два кроки віднімання, отже шукана функція загального члена послідовності є многочленом загального вигляду

$f(n) = an^2 + bn + c$. Маємо три невідомих a , b і c . Знаходимо їх, розв'язавши

n	a_n	b_n
1	4	0
2	10	1
3	18	6
4	28	17
5	40	36
.....	...	...
n	$n(n+3)$	$\frac{(n-1)(n^2+n-3)}{3}$

систему із трьох рівнянь, яку утворимо, підставивши замість $f(n)$ числове значення обраного члену послідовності, а замість змінної n - його номер за

порядком. Наприклад, маємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} a \times 1^2 + b \times 1 + c = 4 \\ a \times 2^2 + b \times 2 + c = 10, \\ a \times 3^2 + b \times 3 + c = 18 \end{cases}$$

розв'язком якої є числа $a=1$, $b=3$, $c=0$.

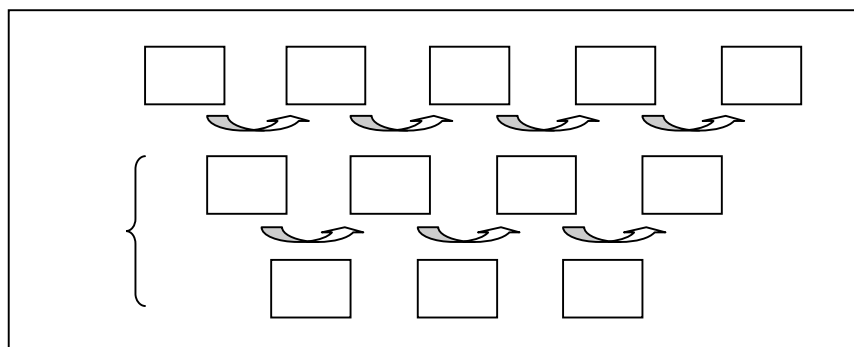


Рисунок 3 - Використання методу скінченних

Особливість методу скінченних різниць полягає в тому, що потрібно задати достатню кількість початкових членів послідовності, необхідну для отримання однакових різниць на певному кроці [3].

Було розглянуто також суму кубів натуральних чисел $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ [1, с. 22], геометричну інтерпретацію якої представлено на рисунку, а числові значення та формули загальних членів внутрішніх і зовнішніх точок у таблиці (див. рис. 4, табл.3).

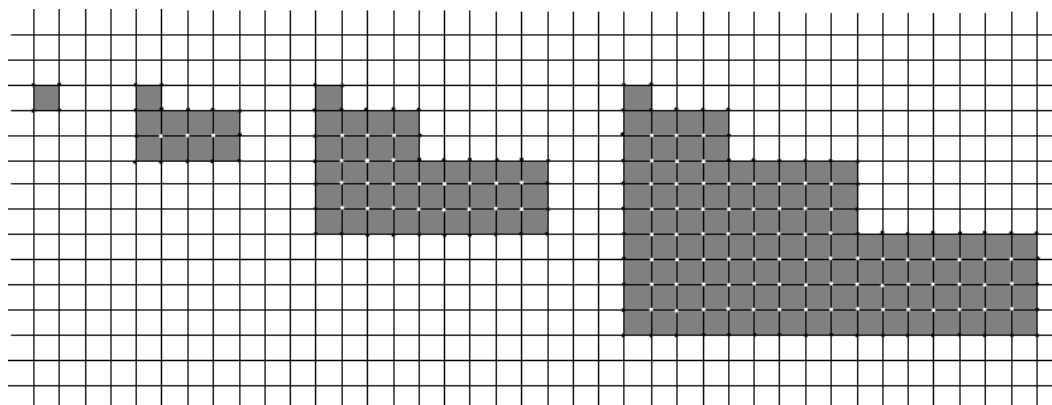


Рисунок 4 - Геометричне представлення суми кубів натуральних чисел

Таблиця 3 - Формули загальних членів
внутрішніх і зовнішніх точок

	a_n	b_n
	4	0
	14	3
	30	16
	52	75
	...	...
	$n(3n+1)$	$\frac{(n-1)(n+1)(n^2+2n-4)}{4}$

Залишається відкритим питання для встановлення залежностей для кількості a_n і b_n для довільних натуральних степенів суми перших натуральних чисел виду $1^n + 2^n + 3^n + \dots + K^n$, $K, n \in N$, для їх геометричного представлення на площині, а також встановлення можливої залежності для a_n і b_n та виведення загальної формули для

них.

Розглянуті нами залежності можна використовувати для подальших досліджень, формування та розв'язування нестандартних та олімпіадних задач.

Література

- [1] - Абрамчук В.С., Шунда Н.М. Математичні формули. Навчальний посібник. / В.С. Абрамчук, Н.М. Шунда. – Вінниця : ТОВ «фірма «Планер», 2012. – 124 с.
[2] - Роганін О.М. Геометрія в таблицях і схемах. / О.М. Роганін. – Х.: Торсінг плюс, 2009. – 96 с.
[3] - Finding the Next Number in a Sequence: The Method of Common Differences [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://www.purplemath.com/modules/nextnumb.htm>.

УДК 378.51

МАТЕМАТИЧНА КОМПЕТЕНТНІСТЬ ЯК СКЛАДОВА ПРОФЕСІЙНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ МАЙБУТНЬОГО ІНЖЕНЕРА

Мешалкіна Т.С. (студ., 1 курс)

Науковий керівник – ст. викл. Михайленко І.В.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Завданням будь-якого ВНЗ освіти є формування гармонійно розвиненої особистості, фахівця, який би зміг гідно конкурувати з іншими на сучасному ринку праці. Вирішальне значення в ефективності виконання

функціональних завдань фахівцями інженерного профілю відіграє їхня професійна компетентність, яка дозволяє впевнено почувати себе на робочому місці, швидше адаптуватися в нових умовах, успішно вирішувати складні завдання професійної діяльності. Сьогодні вища школа орієнтується на якісну підготовку конкурентоспроможного фахівця. Вирішення цієї проблеми неможливе без вдосконалення математичної підготовки майбутніх фахівців у ВНЗ. Використання математичного моделювання, кількісних методів дослідження, обчислювальних засобів є важливою складовою професійно діяльності сучасного інженера, що передбачає переосмислення ролі математичної складової в системі підготовки студентів інженерних спеціальностей і розробки відповідних підходів та технологій [8, с. 11]. Проте, не зважаючи на значимість математичних дисциплін в підготовці інженерів, сьогодні спостерігається протиріччя між потребою у фахівцях, які володіють сучасними методами інженерної математики, та недостатнім рівнем підготовки таких фахівців в умовах традиційної системи математичної підготовки у вищих навчальних закладах інженерного профілю. Змінити ситуацію, що склалася, можливо, якщо зміст навчального процесу з математики зорієнтувати на нові потреби і вимоги суспільства, а саме: на формування математичної компетентності майбутнього фахівця інженерного профілю.

Метою статті є аналіз основних аспектів поняття «математична компетентність», виявлення структури та етапів її формування.

Питання розвитку математичної освіти студентів вищих технічних навчальних закладів достатньо широко розглядалися в роботах Р.Р. Бікмурзиної, Н.А. Вірченко, К.В. Власенко, В.І. Клочка, В.А. Петрук, Н.В. Рашевської, Н.А. Тарасенкової та ін.

Виявлення професійно важливих якостей майбутніх фахівців і шляхів їх формування у вищих закладах освіти стали предметом досліджень Н.А. Побірченко, Г.Й. Юркевича та ін. Реалізацію компетентнісного підходу

аналізують у своїх дослідженнях Н.М. Бібік, В.М. Носков, С.А. Раков, С.Е. Трубачева та ін.

Згідно з методологією компетентнісного підходу важливо визначити склад компетентностей, якими повинен володіти фахівець та компетентностей, яких повинен набути майбутній фахівець в процесі навчання. З них ключові компетентності є фундаментом для формування професійної компетентності.

**КОМПЕТЕНТНІСТЬ = МОБІЛЬНІСТЬ ЗНАНЬ +
+ ГНУЧКІСТЬ МЕТОДУ + КРИТИЧНІСТЬ МИСЛЕННЯ**

Формула вказує, що шляхом до формування компетентності є: озброєння студентів знаннями та вміннями їх знайти, відсіяти від непотрібної інформації, перевести їх у досвід власної діяльності; розуміння, яким чином можна здобути ці знання, в якому випадку який метод потрібний; розвинене критичне мислення для адекватного оцінювання себе, світу, свого місця у світі.

Компетентність – це по-перше, мобільні знання, які постійно оновлюються, по-друге – гнучкі (дієві) методи, які дають можливість використовувати ці знання у конкретній ситуації, по-третє – критичне мислення, яке дозволяє оцінювати окремі ідеї, знання та можливість їх використання в тій чи іншій ситуації. [2, с. 36].

Професійна компетентність трактується досить широко і багатоаспектно. Так, І. А. Зязюн – як особливий тип організації знань, що забезпечує можливість прийняття ефективних рішень; Л.І.Даниленко – як інтегральну якість особистості, що має свою структуру, яка дозволяє майбутньому фахівцю у найбільш ефективний спосіб здійснювати свою діяльність. [3].

Професійна компетентність інженера складається з: мотиваційної, теоретичної, математичної, технологічної, комунікативної. [4].

Основною метою навчання вищої математики у ВНЗ технічного напрямку є формування у студентів математичної компетентності на рівні, достатньому для забезпечення життєдіяльності в сучасному світі, успішного оволодіння знаннями з інших освітніх галузей у процесі навчання, забезпечення інтелектуального розвитку студентів, розвитку їх уваги, пам'яті, логіки, культури мислення та інтуїції.

Математична компетентність – це вміння бачити та застосовувати математику в реальному житті, розуміти зміст і методи математичного моделювання, вміння будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень.[1, с. 53].

Розглянемо модель математичної компетентності (рис. 1).

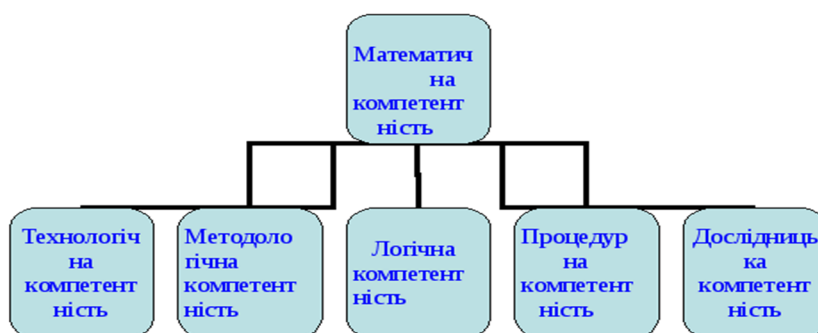


Рисунок 1 - Модель математичної компетентності.

Технологічна компетентність – володіння сучасними математичними поняттями.

Методологічна компетентність – уміння оцінювати доцільність уміння оцінювати доцільність використання математичних методів для розв'язування практичних та прикладних задач.

Логічна компетентність – володіння дедуктивним методом доведення та спростування тверджень.

Процедурна компетентність – уміння розв'язувати типові математичні задачі.

Дослідницька компетентність – володіння методами дослідження практичних та прикладних задач математичними методами.

Компонентами математичної компетентності є: мотиваційний (внутрішня та зовнішня мотивація, інтерес); змістовний (комплекс математичних знань, умінь та навичок); діяльнісний (навички навчальної праці, самостійність, самооцінка, самоконтроль).

Основні напрями формування математичної компетентності:

- вміти працювати з формулами, володіти технікою обчислень;
- вміти будувати і аналізувати графіки функціональних залежностей, досліджувати їх властивості;
- вміти застосовувати знання елементів статистики та ймовірності для характеристики нескладних реальних явищ і процесів;
- вміти використовувати при необхідності довідкові матеріали і найпростіші обчислювальні пристрої;
- вміти класифікувати і конструювати геометричні фігури на площині і в просторі;
- вміти будувати і досліджувати найпростіші математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ тощо.

Предметне навчання, де навчальними програмами регламентується зміст та вимоги до засвоєння предметних знань, може стати основою для формування компетентностей студента. Для досягнення цілей і отримання результату освітньої діяльності потрібно оптимально поєднувати традиційні та сучасні форми, методи, засоби навчання, при яких розвиваються і формуються компетентності кожного студента.

Висновок. Компетентнісний підхід при навчанні майбутніх інженерів вищої математики поряд із конкретними знаннями й вміннями охоплює здібності, готовність до пізнання, готовність до професійної діяльності, соціальні навички тощо. Усі ці якості формуються в процесі професійної підготовки. Отже, професійна компетентність майбутнього інженера безпосередньо залежить від успіху формування математичної компетентності, тому що, вона є основною її складовою, без якої неможливо стати висококваліфікованим спеціалістом. Адже, математична

компетентність включає в себе цілий ряд компетенцій, які підвищують рівень знань фахівця.

Література

- [1] - Раков С. Формирование математических компетентностей выпускника школы как миссия математического образования / С. Раков // Математика в школе. – 2005. – № 5. – С. 51-79.
- [2] - Дахин А. Моделирование компетентности участников открытого образования. / А.Дахин // НИИ школьных технологий. – 2009. – С. 85-120.
- [3] - <http://math.blogspot.ru/2013/05/blog-post.html>
- [4] - <https://yandex.ua/images/search?p=1&text=інженернакомпетентність.html>

УМОВИ ІСНУВАННЯ ПЕРІОДИЧНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ОДНІЄЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

Михайленко Є.В. (студ., 3 курс)

Науковий керівник – ст. викл. Нестеренко В.О.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

В багатьох задачах фізики, механіки, при проектуванні автомобільних доріг, при дослідженні руху матеріальної точки використовуються математичні моделі у вигляді диференціальних рівнянь.

Виникає проблема: за яких умов розв'язки лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами є періодичними.

Нехай дано лінійне диференціальне рівняння зі сталими коефіцієнтами [1. с. 470]

$$x'' + px' + qx = f(t) \quad (1)$$

де $f(t)$ - функція, яка є періодичною з періодом 2π , що задовольняє теоремі Діріхле, про розклад функції у ряд Фур'є. [1. с. 540]

Тоді ряд Фур'є заданої функції має вигляд:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nt + b_n \sin nt) \dots \quad (2)$$

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) dt$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \cos nt dt$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \sin nt dt.$$

Оскільки ми шукаємо періодичний розв'язок рівняння (1), то будемо знаходити його у вигляді ряду Фур'є

$$x(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos nt + B_n \sin nt) \quad (3)$$

Підставляємо ряд (3) в рівняння (1), зводимо подібні члени лівої частини. Прирівнюємо вільні члени й коефіцієнти при $\cos nt$ і $\sin nt$ лівої та правої частин одержаної рівності, оскільки $f(t)$ розкладена в ряд (2), знайдемо невідомі коефіцієнти

$$A_0 = \frac{a_0}{q}; \quad A_n = \frac{(q - n^2)a_n - pnb_n}{(q - n^2) + p^2n^2};$$

$$B_n = \frac{(q - n^2) + pna_n}{(q - n^2) + p^2n^2}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Перше рівностей (4) дає *необхідну умову* існування розв'язку вигляду (3): якщо $a_0 \neq 0$, то необхідно, щоб $q \neq 0$. Підставляємо (4) в (3), дістанемо

$$x(t) = \frac{a_0}{2q} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(q - n^2) - pnb_n}{(q - n^2) + p^2n^2} \cos nt + \frac{(q - n^2) + pna_n}{(q - n^2) + p^2n^2} \sin nt \right) \quad (5)$$

Коли $p = 0$ і $q = n^2$, де $n = 1, 2, \dots$, то періодичний розв'язок *буде існувати* лише за умови

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \cos nt \, dt = 0, \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \sin nt \, dt = 0. \quad (6)$$

Коефіцієнти A_k та B_k , коли $k \neq n$ знаходяться за формулами (4), а коефіцієнти A_n та B_n залишаються довільними, оскільки вираз $A_n \cos nt + B_n \sin nt$ є загальним розв'язком відповідного однорідного рівняння

$$x'' + px' + qx = 0.$$

У випадку, коли умова (6) не виконується рівняння (1) періодичних розв'язків немає (виникає явище – резонанс).

Коли $q = 0$ та $a_0 = 0$, то коефіцієнт A_0 залишається невизначеним і рівняння (1) має нескінченну множину періодичних розв'язків, які відрізняються один від одного сталим доданком.

Якщо функція $f(t)$ рівняння (1) має період $2l \neq 2\pi$, то ця функція розкладається в ряд Фур'є з періодом $2l$ і розв'язок рівняння (1) знаходимо у вигляді

$$x(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \cos \frac{n\pi t}{l} + B_n \sin \frac{n\pi t}{l} \right).$$

Формули (4) при цьому відповідно зміняться.

Розглянемо приклади застосування одержаних умов.

Приклад 1. Знайти періодичний розв'язок рівняння

$$x'' + 4x = \sum_{n=3}^{\infty} \frac{\sin nt}{n^2}.$$

Розв'язання. Маємо

$$p = 0, \quad q = 4 = 2^2, \quad a_0 = 0, \quad a_n = 0, \quad b_n = \frac{1}{n^2} \quad (n = 3, 4, \dots).$$

Функція $f(t) = \sum_{n=3}^{\infty} \frac{\sin nt}{n^2}$ не містить члена $a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t$, який дає резонанс, отже рівняння має нескінченну множину періодичних розв'язків.

За формулами (4) знаходимо коефіцієнти

$$A_0 = 0, \quad B_0 = 0, \quad B_n = \frac{1}{n^2(4 - n^2)}, \quad n = 3, 4, \dots$$

Усі розв'язки мають вигляд

$$x(t) = A_2 \cos 2t + B_2 \sin 2t + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{\sin nt}{n^2(4 - n^2)},$$

де A_2 та B_2 - довільні сталі.

Приклад 2. Знайти періодичний розв'язок рівняння

$$x'' + x = \sin t.$$

Розв'язання. Маємо $p = 0, q = 1$ Перевіряємо виконання умов (6):

$$\int_0^{2\pi} \sin t \cos nt \, dt = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (\sin(n+1)t + \sin(1-n)t) \, dt =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{-1}{n+1} \cos(n+1)t - \frac{1}{1-n} \cos(1-n)t \right) \Big|_0^{2\pi} = 0.$$

$$\text{Якщо } n = 1, \text{ то } \int_0^{2\pi} \sin t \sin t \, dt = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (1 - \cos 2t) \, dt =$$

$$= \frac{1}{2} (t - \sin 2t) \Big|_0^{2\pi} = \pi \neq 0,$$

то умови існування періодичних розв'язків не виконуються. Отже задане рівняння періодичних розв'язків не має.

Література

[1] - Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навчальний посібник/ В.П.Дубовик, І.І.Юрик. – Київ: Вища шк. - 1993. - 648 с.

КРИВІ ПОСТІЙНОЇ ШИРИНИ

Назарова С.Ф. (студ., 4 курс)

Науковий керівник – доц. Вишневецький О.Л.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

У повсякденному житті нерідко виникає необхідність перевезти з місця на місце важкий предмет. Користуватися при цьому візком не завжди зручно: осі його від великого навантаження можуть прогнутися і навіть тріснути. У таких випадках важкий предмет кладуть на плоску платформу, установлену на циліндричних ковзанках. У міру просування платформи задні ковзанки, що звільнилися, заносять уперед і укладають перед нею. Ні сама платформа, ні предмет що лежить на ній, при русі по рівній горизонтальній поверхні не відчують вертикальних переміщень із тієї причини, що циліндричні ковзанки в перетині мають форму кола, а границя кола - окружність - належить до числа замкнутих кривих, що володіють важливою властивістю - «постійною шириною».

Якщо замкнуту криву помістити між двома паралельними прямими і рухати ці прямі доти, поки вони не торкнуться цієї кривої, то відстань між паралельними прямими в момент торкання буде називатися шириною даної кривої в напрямку, перпендикулярному паралельним прямим. Еліпс не має

однакової ширини в усіх напрямках: платформа, установлена на ковзанках у формі еліптичного циліндра, при русі відчувала б вертикальні переміщення (моряки сказали б «відчувала диферент», тобто хитавицю з носа на корму). Саме тому, що окружність має однакову ширину в усіх напрямках, її можна обертати між двома паралельними прямими, не змінюючи відстані між ними.

Чи існують інші замкнуті криві постійної ширини, крім окружності? Більшість людей вважають, що таких кривих немає. У дійсності кривих постійної ширини нескінченно багато. Кожна з них може служити поперечним перерізом котка, по якому платформа буде котитися так само рівно, як і по циліндрі. Якби криві постійної ширини не були відкриті, незнання їх привело б до самих фатальних наслідків у техніці! Уявимо собі, що на кораблебудівному заводі збирають корпус підводного човна, перевіряючи його циліндричність промірами максимального діаметра в усіх напрямках. Як ми побачимо, корпус міг би бути дуже деформованим і проте благополучно пройти подібні випробування. Саме тому циліндричність корпусу підводного човна перевіряється спеціальними шаблонами.

Найпростіша крива постійної ширини, відмінна від окружності, називається трикутником Рело на честь математика і інженера Франца Рело (1829-1905), що викладав у Берлінській королівській вищій технічній школі. Ця крива була відома математикам і до Рело, але саме він уперше довів її дивну властивість - сталість ширини.

Якщо крива постійної ширини обмежена двома парами паралельних прямих і одна пара перетинається з іншою під прямим кутом, то крива постійної

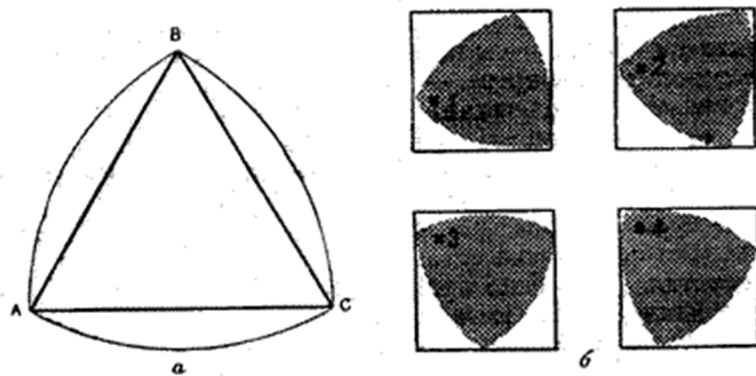


Рисунок 1 - Трикутник Рело.

а - побудова; б - обертання усередині квадрата.

ширини повинна бути вписана у квадрат. Подібно окружності або будь-якої іншої кривої постійної ширини, трикутник Рело може обертатися у квадраті, щільно прилягаючи до сторін останнього, тобто увесь час торкаючись всіх чотирьох сторін квадрата (рис. 1,б). Можна переконатися в цьому, вирізавши трикутник Рело з картону і вставивши його у квадратний отвір належних розмірів.

При обертанні трикутника Рело усередині квадрата кожна з вершин трикутника проходить майже весь периметр квадрата. Невеликі відхилення є лише поблизу вершин квадрата: кути виходять злегка закругленими. Трикутник Рело знаходить застосування в багатьох механічних пристроях, але в жодному з них не використовуються його чудові властивості кривої постійної ширини. Лише в 1914 році англійський інженер Гаррі Джеймс Уаттс винайшов інструмент, що мав у перетині форму трикутника Рело, для свердління квадратних отворів. З 1916 року одна з фірм приступила до виробництва свердлів Уаттса. «Ми всі чули про гайкові ключі, пристосовані для гайок з лівим різьбленням, зав'язаних у вузол водопровідних трубах

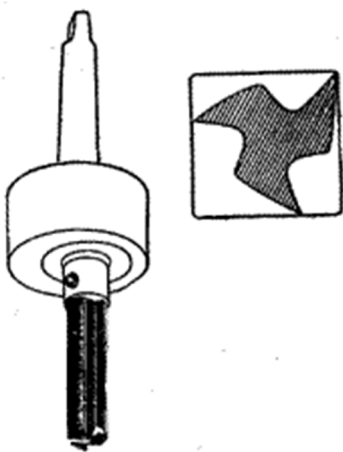


Рисунок 2 - Свердло Уаттса і патрон для затиску свердла.

і бананах із чавуну, - було написано в одній з рекламних листівок цієї фірми. - Ми вважали подібні речі смішними дрібничками і відмовлялися навіть вірити, що вони коли-небудь зустрінуться нам у дійсності. І раптом з'являється інструмент, що дозволяє свердлити квадратні отвори!»

Свердло Уаттса зображене на рис. 2. Праворуч показаний поперечний переріз свердла усередині квадратного отвору. Свердління відбувається так. Спочатку на метал накладають металевий шаблон із квадратним отвором потрібних розмірів. Свердло, обертаючись усередині отвору в напрямній пластині (шаблоні), урізається крайками в метал і просвердлює в ньому квадратний отвір. Як видно з рис.2, свердло Уаттса являє собою трикутник Рело, у якому прорізані поглиблення

для відводу стружки і заточені ріжучі крайки. Коли трикутник Рело обертається, його центр не стоїть на місці, тому патрон для затиску свердла Уаттса не повинен перешкоджати цьому руху. Компанія запатентувала спеціальний патрон з «вільно плаваючим у ньому свердлом», що задовольняє всім потрібним вимогам.

Із всіх кривих із заданою постійною шириною трикутник Рело має найменшу площу. Якщо ширина трикутника Рело дорівнює ω , то його площа дорівнює $(\pi - \sqrt{3})\omega^2$. Кути при вершинах трикутника рівні 120° . Це самі «гострі» з кутів, які тільки можуть бути в кривій постійної ширини. Ці кути можна закруглити, продовживши кожную зі сторін вихідного (прямолінійного) рівностороннього трикутника на ту саму відстань в обидва боки (рис. 3).

Проводячи дугу окружності із центром у вершині А, потрібно збільшити розчин циркуля і провести потім ще одну дугу окружності (цього разу FG) також із центром у вершині А. Те ж потрібно зробити і у вершинах В і С. Отримана крива буде в усіх напрямках мати ширину, рівну сумі радіусів дуг, описаних з кожної вершини, тобто буде кривою постійної ширини. Інші

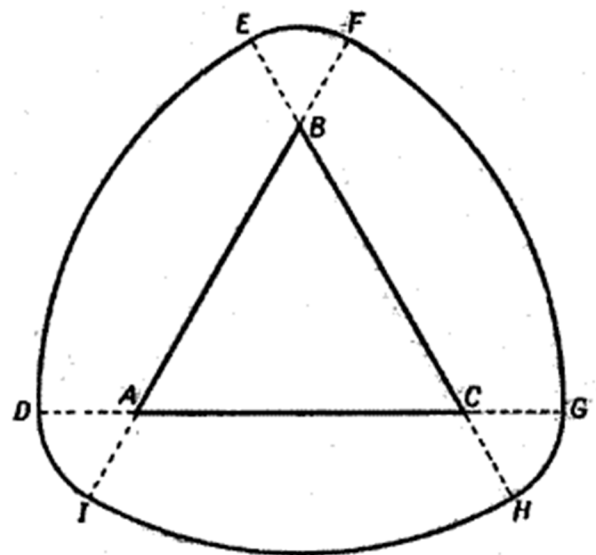
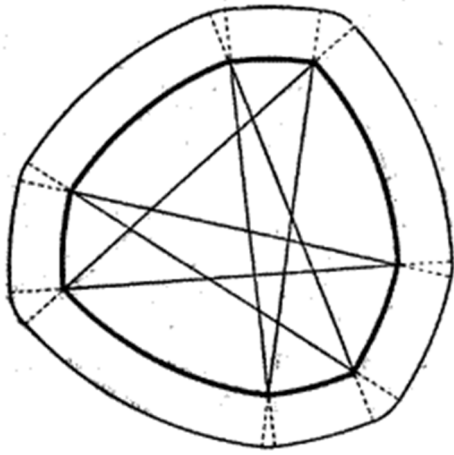


Рисунок 3 - Симетрична крива постійної ширини із закругленими кутами.

симетричні криві постійної кривизни ви побудуєте, взявши замість рівностороннього трикутника правильний п'ятикутник (або взагалі будь-який правильний багатокутник з непарним числом сторін) і виконавши з ним аналогічну процедуру. Існують способи, що дозволяють будувати і несиметричні криві постійної кривизни. Один з них полягає в наступному. Візьміть зірчастий багатокутник неправильної форми (число вершин у



такого багатокутника неодмінно буде непарним), утворений відрізками прямих рівної довжини (рис.4) показаний зірчастий семикутник. Поставивши ніжку циркуля в кожную вершину, проведіть дугу окружності, що з'єднує дві протилежні вершини. Оскільки всі дуги мають однаковий радіус, крива, що вийшла (на рис. 4 вона показана жирною лінією) буде

кривою постійної ширини. Її кути можна закруглити, скориставшись для цього вже описаним раніше способом: продовжити сторони зірчастого

Багатокутника на ту саму відстань в обидва боки і з'єднати кінці продовжених відрізків дугами окружностей із центрами у вершинах зірки. Крива із закругленими вершинами, проведена на мал. 4 тонкою лінією, буде іншою кривою постійної ширини.

Ще один метод побудови кривих постійної ширини показаний на рис. 5.

Проведіть будь-яке число прямих, що перетинаються, потім, ставлячи по

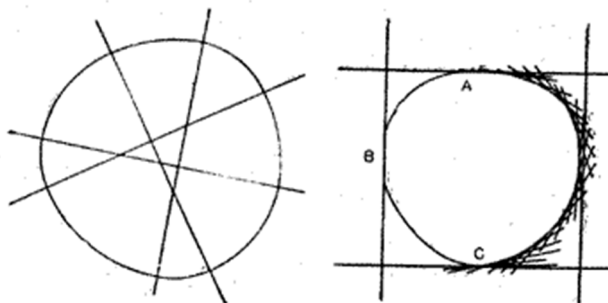


Рисунок 5 - Побудова кривої постійної ширини методом пересічних прямих. Праворуч показано, як добудувати довільно проведену дугу до кривої постійної ширини.

черзі ніжку циркуля в усі точки перетину, з'єднуєте щораз дугою окружності ті дві прямі, які перетинаються в обраній вами точці. Почати можна з будь-якої точки, а потім продовжувати креслення кривої, сполучаючи чергову дугу з попередньої. Якщо провести всі

дуги досить акуратно, крива повинна замкнутися, і ми одержимо ще один різновид кривих постійної ширини. Всі побудовані нами дотепер криві

постійної ширини були утворені дугами окружностей лише двох різних радіусів, але з тим же успіхом можна було б будувати криві постійної ширини з дуг кожного з наперед заданого числа окружностей.

Більше того, крива постійної ширини може взагалі не складатися з дуг окружності. Справді, візьмемо квадрат і проведемо довільну криву, що з'єднає його верхню основу з нижньою і дотичною лівою стороною (крива ABC на рис. 5 праворуч).

Ця крива буде лівою частиною деякої певної кривої постійної ширини. Щоб побудувати відсутню праву частину, проведемо множину прямих, кожна з яких паралельна одній з дотичних до дуги ABC і відстоїть від її на відстань, рівна довжині сторони квадрата. Побудувати такі прямі неважко, якщо скористатися обома сторонами лінійки (вихідний квадрат варто вибирати таких розмірів, щоб його сторона була дорівнює ширині лінійки). Наклавши лінійку так, щоб одна з її сторін стосувалася дуги ABC, проведіть пряму уздовж її іншої сторони. Проробіть цю операцію в як можна більшому числі точок дуги ABC. Огинаючи до проведених прямих і буде відсутньою правою частиною кривої постійної ширини. Цей спосіб дозволяє будувати необмежене число «кривобоких» кривих постійної ширини. Необхідно помітити, що дуга ABC не цілком довільна. Грубо говорячи, її кривизна в жодній точці не повинна бути менше кривизни окружності, радіус якої дорівнює стороні квадрата. Дуга ABC не може, наприклад, містити в собі відрізок прямої.

Якщо є потрібні інструменти, можна виточити дерев'яні ковзанки, що мають у перетині вид різних кривих постійної ширини. Багато хто дивується, побачивши товсту книгу, що рухається на кривобоких ковзанках строго паралельно поверхні стола, не відчуваючи ніякої хитавиці нагору і униз. Ще простіше демонструвати надзвичайні властивості кривих постійної ширини, якщо вирізати їх з картону і прибити до дерев'яної планки на деякій відстані друг від друга. Криві можуть бути всілякої форми, важливо лише, щоб цвяхи проходили через їх «центри». Якщо взяти більшу, але легку картонну

коробку, поставити її на вертикальні картонні криві, прибиті до планки, і поклати вперед та назад, то ми побачимо дивну картину: обидва кінці планки роблять вертикальні переміщення, а коробка їде на картонних «колесах» так, ніби вони були круглими.

Література

- [1] - Александров А.Д., Нецветаева Н.Ю. Геометрия / А.Д. Александров, Н.Ю. Нецветаева. - Москва: Наука. - 1990. – 673 с.
- [2] - Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия, ч. 1 /Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. - Москва: Просвещение. - 1986. – 336 с.
- [3] - Данцер Л. Теорема Хелли / Л.Данцер, Б.Грюнбаум.- М.: Мир,1968. – 162 с.
- [4] - Моденов П.С. Аналитическая геометрия / П.С.Моденов. - Москва: 1969. – 699 с.
- [5] - Энциклопедический словарь юного математика/Сост. А.П. Савин.- М.: Педагогика,1985.
- [6] - Математическая энциклопедия / Гл. ред. И.М. Виноградов.- Москва: Советская энциклопедия, 1984.
- [7] - Бляшке В. Круг и шар / В.Бляшке. - Москва: Мир, 1968. – 234 с.

ТІЛА ПОСТІЙНОЇ ШИРИНИ

Назарова С.Ф. (студ., 4 курс)

Науковий керівник – доц. Вишневецький О.Л.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет



Рисунок 1 - Два тіла постійної ширини

Тривимірні аналоги кривих постійної ширини називаються тілами постійної ширини. Сфера — не єдине тіло, що може обертатися усередині куба, увесь час торкаючись всіх шести його граней. Цією ж властивістю

володіють всі тіла постійної ширини. Найпростішим прикладом несферичного тіла постійної ширини може служити тіло, що утвориться при обертанні трикутника Рело навколо однієї з його осей симетрії (див. ліве тіло на мал. 6). Існує нескінченно багато і інших тіл постійної ширини. Ті з них, які мають найменший об'єм при даній ширині, виходять із правильного тетраедра, так само, як трикутник Рело — з рівностороннього трикутника:

спочатку на кожну грань тетраедра поміщають сферичні шапочки, а потім злегка скругляють ребра. Ребра або виходять із однієї вершини, або утворюють трикутник. Прикладом такого скругленого тетраедра постійної ширини може служити тіло, зображене на рис. 1 праворуч. Оскільки всі криві однакової постійної ширини мають той самий периметр, то може здатися, начебто і всі тіла однакової постійної ширини мають ту саму площу поверхні. Однак таке твердження не вірно. Як показав відомий математик Герман Мінковський, всі тіні, що відкидаються тілами постійної ширини (передбачається, що промені сонця паралельні, а тінь падає на площину, перпендикулярну променям), мають форму кривих постійної ширини. Периметри всіх тіней, що відкидаються тілами однієї і тієї ж постійної ширини, однакові (і рівні πd , де d — ширина тіла). Опукла фігура, що може обертатися усередині багатокутника або багатогранника, торкаючись увесь час всіх його сторін, називається ротором. Трикутник Рело є ротором мінімальної площі для квадрата. Ротор мінімальної площі для рівностороннього трикутника показаний на рис. 2 ліворуч. Це фігура у формі лінзи (її контур не є кривою постійної ширини), утворена дугами двох окружностей, радіус яких дорівнює висоті трикутника (кожна дуга становить 60°). Важливо помітити, що кінці ротора при обертанні описують весь периметр трикутника, не закруглюючи кутів.



Рисунок 2 - Ротор найменшої площі усередині рівностороннього трикутника. Праворуч показаний відрізок прямий, що обертається усередині гіпоциклоїди

Висновки. Технологічні труднощі не дозволяють виготовляти свердла у формі ротора для рівностороннього трикутника, але свердла, що дозволяють робити отвори у формі правильних п'яти -, шести - і навіть восьмикутників з не закругленими кутами, є. Доведено, що в тривимірному просторі існують несферичні ротори для правильного тетраедра, октаедра і

куба, але не для додекаедра і ікосаедра. Про ротори у просторах більшого числа вимірів майже нічого не відомо.

Література

- [1] - Александров А.Д., Нецветаева Н.Ю. Геометрия / А.Д. Александров, Н.Ю. Нецветаева. М.: Наука. - 1990. – 673 с.
- [2] - Атанасян Л.С. Геометрия, ч. 1 /Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев // Москва: Просвещение. - 1986. – 336 с.
- [3] - Данцер Л. Теорема Хелли / Л.Данцер, Б.Грюнбаум. - Москва: Мир, 1968. – 162 с.
- [4] - Моденов П.С. Аналитическая геометрия / П.С.Моденов.- Москва: 1969. – 699 с.
- [5] - Энциклопедический словарь юного математика/Сост. А.П. Савин.- М.: Педагогика,1985.
- [6] - Математическая энциклопедия / Гл. ред. И.М. Виноградов.- Москва: Советская энциклопедия, 1984.
- [7] – Бляшке В. Круг и шар / В.Бляшке. - Москва: Мир, 1968. – 234 с.

УДК 517.9

ПОСТАНОВКИ ТА МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ГАСІННЯ КОЛИВАНЬ СТРУНИ

Овчаренко М. Р. (студ., 5 курс)

Наукові керівники – проф. Корольський В. В., доц. Бобилев Д. Є.

Криворізький державний педагогічний університет

Розглянемо задачу про вільні коливання струни, яка закріплена на обох кінцях. Як відомо, коливання струни задаються гіперболічним рівнянням [3]:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + g(t, x), \quad t > 0, \quad 0 < x < l,$$
$$(a > 0) - const, \quad (1)$$

де t – час, x – координата точки струни, y – функція коливань струни, a – фізичні характеристики струни, l – довжина струни. Функція $g(t, x)$ буде описана нижче.

В нашому випадку, у якості початкових даних виступають початкові відхилення та швидкість:

$$y \Big|_{t=0} = h_0(x), \quad \frac{\partial y}{\partial t} \Big|_{t=0} = h_1(x), \quad x \in (0, l), \quad (2)$$

які будемо розглядати як початкові коливання, де $h_0(x)$, $h_1(x)$ – фіксовані функції. На границі струни накладемо умови жорсткого закріплення:

$$y \Big|_{x=0} = 0; \quad y \Big|_{x=l} = 0. \quad (3)$$

Також, відомо що енергія струни, яка коливається в момент часу t , задається таким інтегралом:

$$E(t) = \int_0^l \frac{1}{2} (T y_x^2(t, x) + P y_t^2(t, x)) dx \quad (4)$$

Будемо розглядати проблему гасіння (демпфірування) коливань на основі припущення, що управляюча функція $g(t, x)$ належить достатньо малому інтервалу по змінній x : $x \in [\alpha, \beta] \subset [0, l]$, де $\frac{(\beta-\alpha)}{l} \ll 1$. Отже, розглянемо таку задачу гасіння: знайти управляючу функцію $g(t, x)$ (з деякої множини U), яка дозволяє повністю погасити початкові коливання (2) за скінчений час $T > 0$, що відповідає такій цільовій функції:

$$E(t) = 0; \quad (5)$$

Таким чином, знаходження шуканої функції зводиться до розв'язання рівняння (1), що доречно робити найпоширенішим методом – методом розділення змінних (методом Фур'є).

Перша частина методу полягає в тому, що ми шукаємо часткові розв'язки рівняння (1), які задовольняють крайовим умовам (3), виду

$$y(t, x) = u(x) \cdot v(t) \quad (6)$$

Кожний з шуканих часткових розв'язків, таким чином, представляється у вигляді добутку двох функцій, одна з яких залежить тільки від x , а інша – тільки від t .

Диференціюючи двічі вираз (6) по x і по t , отримаємо

$$v''(x) = u''(x) \cdot v(t), \quad v''(t) = v''(t) \cdot u(x)$$

Підставляючи вирази для похідних в рівняння (1), отримаємо

$$v''(t) \cdot u(x) = a^2 u''(x) \cdot v(t) + g(t, x)$$

або, поділивши обидві частини рівності на добуток $a^2 u(x) \cdot v(t)$,

$$\frac{v''(t)}{v(t)} = \frac{a^2 u''(x)}{u(x)} + \frac{g(t, x)}{u(x) \cdot v(t)}. \quad (7)$$

Щоб функція $y(t, x) = u(x) \cdot v(t)$ була розв'язком рівняння (1), рівність (7) повинна виконуватись при всіх значеннях x і t . Ліва частина цієї рівності залежить тільки від змінної t і не може змінюватись при зміні x . Тому, якщо зафіксувати t і змінювати x , ліва частина, а отже і права, буде зберігати стале значення. Розмірковуючи аналогічно, встановимо, що права частина, а отже і ліва, не може змінюватись і при зміні t . Це буде справедливо тільки в тому випадку, коли обидві частини рівності (7) взагалі не залежать ні від x , ні від t , тобто коли обидві частини рівності $\frac{v''(t)}{v(t)}$ і $\frac{a^2 u''(x)}{u(x)} + \frac{g(t, x)}{u(x) \cdot v(t)}$ є величинами постійними:

$$\frac{v''(t)}{v(t)} = \frac{a^2 u''(x)}{u(x)} + \frac{g(t, x)}{u(x) \cdot v(t)} = c = \text{const.} \quad (8)$$

Звідси слідує, що функції $u(x)$ і $v(t)$ повинні задовольняти диференціальним рівнянням [1]

$$u''(x) - cu(x) = 0 \quad \text{і} \quad v''(t) - ca^2 v(t) = 0. \quad (9)$$

Враховуючи наші крайові умови, щоб знайти розв'язки, які не тотожно рівні нулю, слід вважати, що $u(0) = 0$ і $v(l) = 0$.

Врешті, для відшукування функції $u(x)$ необхідно знайти розв'язки лінійного диференціального рівняння другого порядку $u''(x) - cu(x) = 0$, за умови, що $u(0) = u(l) = 0$.

Аналогічно, використовуючи друге з рівнянь (9), знаходиться функція $v(t)$, після чого обидві знайдені функції підставляються у рівняння (6) і знаходяться часткові розв'язки рівняння (1), які матимуть вигляд:

$$y(x, t) = \left(a_k \cos \frac{\pi k a t}{l} + b_k \sin \frac{\pi k a t}{l} \right) \sin \frac{k \pi x}{l}, \quad (10)$$

де a_k, b_k — довільні сталі, $k = \pm 1, \pm 2, \dots$.

Перейдемо до другої частини методу Фур'є і за допомогою власних функцій побудуємо розв'язок, що задовольняє початкові умови (2), для цього візьмемо суму розв'язків (10) по k , яка в силу лінійності і однорідності рівняння (1) також буде його розв'язком :

$$y(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{\pi k a t}{l} + b_k \sin \frac{\pi k a t}{l} \right) \sin \frac{k \pi x}{l}. \quad (11)$$

Далі підбирають довільні сталі a_k, b_k так, щоб функція (11) задовольняла початковим умовам (2). Підставивши в рівняння (10) $t = 0$ знаходимо $h_0(x) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin \frac{k \pi x}{l}$, а диференціюючи ряд (11) по t і підставивши $t = 0$, отримаємо $h_1(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k \pi a}{l} b_k \sin \frac{k \pi x}{l}$. Ці формули показують, що величини a_k і $\frac{k \pi a}{l} b_k$ є коефіцієнтами розкладу функцій $h_0(x)$ і $h_1(x)$ в ряд Фур'є по синусам в інтервалі $(0, l)$ [1].

Використовуючи формули коефіцієнтів для цього розкладу, знаходять a_k, b_k і підставляючи їх в ряд (11) знаходять остаточний розв'язок рівняння (1).

Використання рухомого демпфера для розв'язання задачі гасіння коливань струни. Побудуємо функцію, що описує точковий демпфер на основі методики, яка запропонована А.Г. Бутковським [2].

Розв'яжемо задане рівняння описаним вище методом:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + g(t, x), \quad t > 0, \quad 0 < x < l, \quad (a > 0) - const$$

з такими крайовими умовами: $y(0, t) = y(l, t) = 0$, при чому, очевидно, що $g(0, t) = g(l, t) = 0$.

Функцію $y(t, x)$ будемо шукати у вигляді: $y(t, x) = u(x) \cdot v(t)$.
Отримаємо:

$$v''(t) \cdot u(x) = a^2 u''(x) \cdot v(t) + g(t, x).$$

Функцію $g(t, x)$, в свою чергу, будемо шукати в такому вигляді:

$$\begin{aligned} g(t, x) &= \\ &= v(t) \cdot \delta(x - v_d t), \quad v_d = const, \text{ а отже:} \end{aligned}$$

$$v''(t) - \lambda \cdot v(t) = 0$$

звичайне однорідне диференціальне рівняння II порядку зі сталими коефіцієнтами і друге рівняння

$$a^2 u''(x) - \lambda \cdot u(x) + \delta(x - v_d t) = 0$$

звичайне неоднорідне диференціальне рівняння II порядку зі сталими коефіцієнтами.

Функцію $u(x)$ шукатимемо у вигляді $u(x) = C(x) \sin \frac{\pi n x}{l}$. Отже, підставивши у початкове рівняння, після елементарних перетворень отримаємо:

$$a^2 C''(x) \sin \frac{\pi n x}{l} + 2a^2 C'(x) \frac{\pi n}{l} \cos \frac{\pi n x}{l} = -\delta(x - v_d t)$$

звичайне диференціальне рівняння II порядку із змінними коефіцієнтами. Розв'язавши дане рівняння отримаємо розв'язок нашої задачі.

Література

- [1] - Араманович И. Г. Уравнение математической физики [Текст]: учебное пособие для студентов ВУЗов / И. Г. Араманович, В. И. Левин. – 2-е изд., стереот. – М.: Физматлит, 1969. – 288 с.
- [2] - Бутковский А. Г. Управление системами с распределенными параметрами (обзор) / А. Г. Бутковский // Автоматика и телемеханика. – 1979. – № 11. – С. 16-65.
- [3] - Годунов С. К. Уравнения математической физики [Текст]: учебное пособие для вузов / С. К. Годунов, В. С. Рябенский. – 2-е изд. испр. и доп. – Москва: Наука, 1979. – 392 с.

ГЕОМЕТРИЧНІ ЗАДАЧІ ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ УМІНЬ У СТУДЕНТІВ ВНЗ ТЕХНІЧНОГО ПРОФІЛЮ

Палій М. Р. (студ., 1 курс)

Науковий керівник – ст. викл. Михайленко І. В.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Проблема посилення прикладної спрямованості навчання математики є наскрізною проблемою сучасної школи, характерною для всіх ступенів навчання, особливо для вищої школи, де основна увага приділяється опрацюванню теорії та розв'язуванню абстрактних задач. Подолання існуючого формалізму у знаннях студентів потребує встановлення правильного співвідношення між теоретичним рівнем навчального матеріалу, розвитком логічного мислення та формуванням в студентів знань й умінь прикладного характеру.

Проблеми реалізації прикладної спрямованості навчання математики розглянуто у роботах науковців-методистів: А.С. Адигозалова, О.В. Александрова, Г.П. Бевза, І.В. Бекбоєва, О.С. Вентцель, Г.Д. Глейзера, М.І. Жалдака, М.Я. Ігнатенка, А.М. Колмогорова, В.В. Корнещук, О.І. Маркушевича, А.Д. Мишкіса, Н.В. Морзе, А.В. Прус, З.І. Слєпкань, Л.О. Соколенко, В.О. Швеця та ін.

Реалізація прикладної спрямованості є актуальною сьогодні, оскільки це розвиває просторове уявлення студентів, дає можливість бачити застосування аналітичної геометрії у житті.

Мета статті полягає у з'ясуванні ролі геометричних задач прикладного характеру у формування математичних умінь у студентів ВНЗ технічного спрямування.

Важливе місце у професійній підготовці майбутнього математика займає дисципліна «Аналітична геометрія». Необхідно, щоб студенти бачили не лише стрункість і красу її теоретичної думки, а й застосування апарату аналітичної геометрії в інших розділах математики, для розв'язання практичних проблем у різних галузях виробництва й економіки. Саме тому треба правильно організовувати навчання аналітичної геометрії у вищій школі, щоб змістовну частину задач з дисципліни «Аналітична геометрія» становили прикладні геометричні задачі, що вимагають використання здобутих геометричних знань і вмінь для побудови й дослідження математичних моделей, інтерпретації графіків у різних системах координат.

Основні дидактичні цілі виконання задач – це експериментальне підтвердження вивчених теоретичних положень, поєднання їх з практичною діяльністю, розвиток самостійності. Задачі дозволяють значно глибше усвідомити математичні залежності між величинами, установити більш тісні зв'язки між розділами курсу і різними математичними дисциплінами, набутти досвіду дослідницької діяльності.

У педагогічній літературі поняття прикладної задачі трактується по-різному: – задачі, які використовуються у навчальній діяльності, мають свою

специфіку порівняно із задачами, що розв'язуються у науковій діяльності: мету використання, спосіб формулювання, засоби і оптимальність розв'язування, застосовність знайденого розв'язку тощо; – задачі, які виникають за межами математики, але розв'язування яких вимагає застосування математичного апарату.

У нашому дослідженні під прикладною геометричною задачею вважатимемо задачу, розв'язування якої передбачає створення математичної моделі реального процесу або явища, проведення геометричного експерименту, відповідних вимірювальних операцій, побудову геометричних

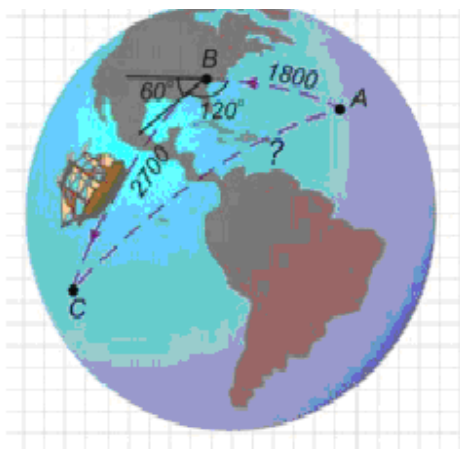


Рис. 1. Сферичний трикутник ABC

кривих або графіків тощо.

Прикладні геометричні задачі ілюструють принцип оптимізації трудової діяльності (знаходження найбільшого ефекту з найменшими затратами), мотивують студентів до навчання, розвивають просторове й логічне мислення, також творчі здібності студентів. Такі задачі стимулюють студентів до здобуття

нових знань, збагачують системними знаннями з аналітичної геометрії й реалізують міжпредметні зв'язки вищої математики із спецдисциплінами.

Наведемо приклади геометричних задач прикладного характеру.

Задача 1. Мореплавець Христофор Веспуччі проплив 1800 миль в одному напрямку з точки А до точки В, повернув на 60 градусів і проплив у новому напрямку ще 2700 миль, опинився в точці С. Знайти відстань (у морських милях) від точки А до точки С.

Зробимо рисунок 1, на якому зобразимо сферичний трикутник ABC.

Розв'язання:

Позначимо через a , b і c довжини дуг BC , AC і AB відповідно, ψ – внутрішній кут при вершині B сферичного трикутника ABC . Тоді $\frac{c}{R} = 1800 + \frac{10800}{\pi} = \frac{\pi}{6}$, $\frac{a}{R} = 2700 + \frac{10800}{\pi} = \frac{\pi}{4}$, де R – радіус земної кулі, виражений в морських милях.

За теоремою косинусів для сферичного трикутника

$$\cos \frac{b}{R} = \cos \frac{c}{R} \cdot \cos \frac{a}{R} + \sin \frac{c}{R} \cdot \sin \frac{a}{R} \cdot \cos \psi = \cos \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{6} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{2\pi}{3} =$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2\sqrt{6} - \sqrt{2}}{8} \cong 0.4356$$

За таблицями або за допомогою калькулятора знаходимо, що $\frac{b}{R} = \arccos(0.4356) \cong 0.90662$ рад.

Отже, довжина дуги $AC = b$ дорівнює $b = R * 0.90662 = 3437.4 * 0.90662 = 3116.7$ миль.

Відповідь: 3117 морських миль=5772 км. [4, с.21]

Задача 2. Для прикрашання будови магазину на його даху був встановлений козирок у формі конусу. Необхідно визначити, скільки потрібно, скільки потрібно фарби, якщо козирок має діаметр основи 2м і висоту 90см, а на 1м витрачається 200г фарби.

Задача 3. На будівельному майданчику знаходиться ємкість для води у формі сегменту кулі з радіусом 2м і висотою 1м. Скільки кубометрів води вміщується в цю ємкість?

Висновки. Розв'язання прикладних геометричних задач виступає ефективним засобом формування математичних умінь студентів. Це відбувається завдяки зосередженню уваги на значенні геометричних знань у реальному житті. Методика використання задач прикладного характеру сприяє підвищенню пізнавального інтересу та якості математичної підготовки студентів, допомагає подолати формалізм у навчанні, формувати позитивні мотиви навчальної діяльності та, як наслідок, сприяє досягненню

студентами практичної компетентності, яка свідчить про готовність молоді до повсякденного життя, найважливіших видів суспільної діяльності, оволодіння майбутньою професією.

Література

[1] - Лосєва Н.М. Нові підходи до організації лабораторних робіт з дисципліни «Аналітична геометрія» / Н.М. Лосєва, Д.Є. Губар // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. – 2010. – №2. – С. 185 – 193.

[2] - Губар Д.Є. Роль прикладних задач з математики у процесі активізації пізнавальної діяльності учнів / Д.Є. Губар // Вісник Черкаського університету: Педагогічні науки. – 2011. – Вип. 201. – С. 15 – 20.

[3] - Мудранова Я.О. Розробка контролюючих засобів до засвоєння теми «Геометрія на різних поверхнях» / Я.О. Мудранова, Н.М. Лосєва // Тези доповідей наук. конф. студ. з ф-ту мат. та інф.технологій. – Донецьк, 2012. – С. 21.

[4] - Севрюк І.В. Текстові задачі економічного, виробничого, фізичного змісту та методи їх розв'язання / І.В. Севрюк, П.Я. Михайлик – П.: Плюс. – 2000. – 50 с.

УДК 517.7

ТЕОРІЯ ІГОР ТА МОДЕЛЬ СМІТТЄВОГО БАКУ В МЕНЕДЖМЕНТІ

Петрова О.Ю. (студ., 3 курс)

Науковий керівник – доц. Гейлик А.В.

*Київська державна академія водного транспорту ім. Петра
Конашевича*

Економіко-математичні моделі будуються для аналізу тих чи інших передумов і положень економічної теорії, логічного обґрунтування економічних закономірностей, обробки і приведення в систему емпіричних даних. У практичному сенсі вони використовуються як інструмент прогнозу, планування та управління об'єктами економіки і як один із засобів вирішення проблеми вдосконалення планування, управління господарським механізмом в справу та інших сторін економічної діяльності суспільства [1].

Однією з таких моделей є «Теорія ігор». Основну задачу теорії ігор можна сформулювати так: визначити, яку стратегію має застосувати розумний гравець у конфлікті з розумним противником, аби гарантувати кожному з них виграш при чому так, що відхилення будь-якого з гравців від оптимальної стратегії може тільки зменшити його виграш.

В більшості випадків для прийняття управлінських рішень використовується неповна і неточна інформація, яка і утворює ситуацію невизначеності. Для обґрунтування рішень в умовах невизначеності використовують: методи теорії статистичних рішень (ігри з природою) та методи теорії ігор.

Логічною основою теорії ігор є формалізація трьох понять, які входять в її визначення і є фундаментальними для всієї теорії:

- 1) конфлікт;
- 2) прийняття рішення в конфлікті;
- 3) оптимальність прийнятого рішення.

Розглянемо приклад застосування апарату теорії ігор в економіці. Припустімо, ринок поділяють між двома фірмами-олігополістами: фірмою А та фірмою В. Якщо б обидві фірми могли співпрацювати, то, скоротивши випуск і призначивши монопольно високі ціни, вони одержали б високий прибуток по 100 грн. за одиницю продукції. Однак фірми діють як конкуренти. Тому вони можуть порушити негласну угоду всупереч очікуванням суперника понизити ціни і захопити частину його ринку, одержавши ще більший прибуток у 140 грн. за одиницю. Тоді прибуток суперника ще більше скоротиться і становитиме, наприклад, 20 грн. Спробувавши переграти суперника, кожен гравець вибере низькі ціни, та обидві фірми одержать прибуток по 60 грн замість 140. Варіанти прибутків залежно від вибору цін зображені у платіжній матриці.

Фірма А і фірма В не можуть діяти узгоджено і роблять вибір на підставі цінової поведінки конкурента. Обидві фірми вибирають найвищі ціни і одержують однаковий прибуток по 60 грн. за одиницю продукції. В результаті ризику мінімізовані, й олігополістичний ринок перебуває в умовах рівноваги за Нешем. Це — часткова рівновага, оскільки фірми не максимізують свою корисність. Ця рівновага збережеться доти, доки в олігополістів не з'явиться стимул до зміни обсягів випуску.

У мікроекономічних моделях розглядають такі моделі поведінки олігополістів: ламана крива попиту, таємний зговір (картель), лідерство в цінах, принцип ціноутворення “витрати–плюс”.

Аналіз взаємовідносин двох фірм в умовах дуополії був запропонований 1838 року французьким економістом А. Курно (1801-1877).

Модель Курно має такі припущення. Фірми А та В виробляють однорідний товар. їм відома крива ринкового попиту. Обидві фірми приймають рішення про виробництво самостійно та незалежно один від одного. Кожна з фірм передбачає випуск товару конкурента постійним, продавці не мають інформації про свої помилки. При цьому можливі різні варіанти.

Якщо фірма В приймає рішення призупинити виробництво, то попит повністю задовольняється випуском фірми А. Обсяг виробництва, який максимізує прибуток, буде визначатись з умови збігання граничного доходу і граничних витрат. Якщо фірма В буде виробляти максимальну кількість товару, то фірма А відреагує на це зупинкою виробництва. Якщо позначити на графіку зміни випуску фірми А залежно від зміни випуску фірми В, одержимо криву реакції фірми А: R_a . стосовно фірми В одержимо криву реакції фірми В: R_b . Перетин кривих реагування цих двох фірм (точка E) показує рівновагу Курно: кожна фірма вірно передбачає поведінку конкурента і приймає оптимальне для себе рішення [2, с. 213-216].

Ще однією важливою та ефективною економіко-математичною моделлю є «Модель сміттевого баку». Модель сміттевого баку була розроблена з метою пояснити схему прийняття управлінських рішень в організаціях, чия діяльність є вищою мірою невизначеною. Майкл Коен, Джеймс Марч і Джон Олсен, що стояли біля витоків створення цієї моделі, назвали умови крайньої невизначеності організованою анархією, яка представляє собою екстремально органічну організацію. Організована анархія не покладається на нормальну вертикальну ієрархію влади та бюрократичні правила прийняття рішень. Вона характеризується трьома ознаками [3]:

1) проблематичність переваг (цілі, завдання, альтернативи і рішення погано визначені);

2) причинно-наслідкові зв'язки всередині організації складно виявити (всебічна інформація, необхідна для вироблення рішення, недоступна);

3) плинність кадрів (в організації спостерігається плинність кадрів, службовці дуже завантажені і обмежені в часі для того, щоб зосередитися на одній-єдиною проблемі і її вирішенні; участь у прийнятті будь-якого рішення виявляється нестабільним і обмеженим).

Унікальною особливістю моделі сміттового баку є те, що процес прийняття управлінських рішень не виглядає як послідовність кроків, які починаються з проблеми, а закінчуються рішенням. Насправді ідентифікація проблеми та її рішення можуть бути і не пов'язані один з одним. В якості вирішення може бути запропонована якась ідея і в тих випадках, коли немає ніяких проблем. І навпаки, проблема може існувати, але не породжувати ніяких рішень. Рішення являють собою результат незалежних потоків подій, що відбуваються всередині організації. Є чотири види потоків подій, що мають відношення до процесу прийняття рішень в організаціях [3]:

1) проблеми;

2) потенційні рішення;

3) учасники прийняття рішення;

4) сприятливі можливості для вибору.

З урахуванням концепції чотирьох потоків загальна схема прийняття управлінських рішень в організації набуває випадковий характер. Проблеми, пропонувані рішення, учасники та вибрані рішення - все це проходить через організацію. У певному сенсі організація є великим кошиком для сміття, в якій всі ці потоки змішуються. [3]

Якщо проблема, вирішення і учасник випадково з'єднуються в одній точці, то проблема може бути врегульована; але якщо рішення не підходить даній проблемі, проблема може залишитися невирішеною. Таким чином, спостерігаючи організацію в цілому і розглядаючи її в крайньому ступені

невизначеності, можна побачити, що є проблеми, які не вирішуються, і є рішення, які не спрацьовують. Рішення не піддаються упорядкуванню та не є результатом покрокової логічної послідовності. Ситуація може бути настільки складною, що рішення, проблеми та результати абсолютно незалежні один від одного. Коли вони стикаються, то якісь проблеми вирішуються, але більшість так і залишаються невирішеними.

Література

[1] - Гальчинський А. Основи економічних знань: Посібник для ліцеїв, гімназій та середн. закл. освіти/ А.Гальчинський, П.Єщенко, Ю.Палкін. - 2-е вид. - К.: Вища школа, 2002. - 542 с.

[2] - Дослідження операцій. Ч. 3. Ухвалення рішень і теорія ігор / М. Я. Бартіш, І. М. Дудзяний. – Львів : Видавничий центр Львівського національного університету ім. І.Франка, 2009 . – 277 с.

[3] - Шиян А.А. Теорія ігор: основи та застосування в економіці та менеджменті. Навчальний посібник / А.А.Шиян. – Вінниця: ВНТУ, 2009. – 164 с.

ПОНЯТТЯ МАТЕМАТИЧНОЇ КУЛЬТУРИ: ЇЇ СУТЬ І СТРУКТУРА

Савчук Р.В. (студ., 1 курс)

Науковий керівник – ст. викл. Михайленко І.В.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Постановка проблеми. Проблема формування математичної культури дуже актуальна у наш час. Якщо Україні потрібне населення розумне, здатне самостійно й критично обмірковувати перспективи суспільного розвитку, вміти не лише застосовувати, але й створювати високі технології, то зараз нам, як ніколи раніше, слід усвідомити, що математична культура є необхідним компонентом сучасного інформаційного суспільства і стимулювати її розвиток можна лише приділяючи гідну увагу математичній складовій в національній системі освіти [1].

Видатний професор Володимир Левицький говорив: «Хто переборе математичну символіку і вдумається в глибокі царини математики, той відкриє в ній такий ідеальний світ і таку величну поезію, як у ніякій іншій науці». І він мав повне право так говорити, оскільки, за словами Михайла

Кравчука, В. Левицький був основоположником математичної культури нашого народу. Він перший написав фахову статтю з математики українською мовою, був незмінним редактором першого українського наукового часопису з природничих наук, перший підготував і опублікував матеріали до української термінології з математики, фізики, хімії, перший згуртував навколо себе математиків-українців для наукової роботи.

Мета цієї статті – розкрити суть математичної культури й показати її структуру.

Математична культура – це інтегральна характеристика особистості, яка у всій повноті на даний момент часу фіксує здатність цієї особистості адекватно сприймати доступну їй розумінню математичну складову наукової картини світу і вибудувати у відповідності з цим сприйняттям свою освітню, професійну, суспільну діяльність, творити свої морально-етичний та естетичний ідеали.

Математична культура є системою взаємно залежних, взаємно обумовлених якостей особистості – елементів математичної культури: математичних знань, умінь і навичок, уподобань, естетичних уподобань і навіть деяких частинних (по відношенню до математичної) культур, наприклад, культури математичного мовлення, графічної, знаково-символьної культури, культури мислення, комунікаційної математичної культури [2].

Основними складовими математичної компетентності є математична грамотність та математична компетентність (рис. 1).

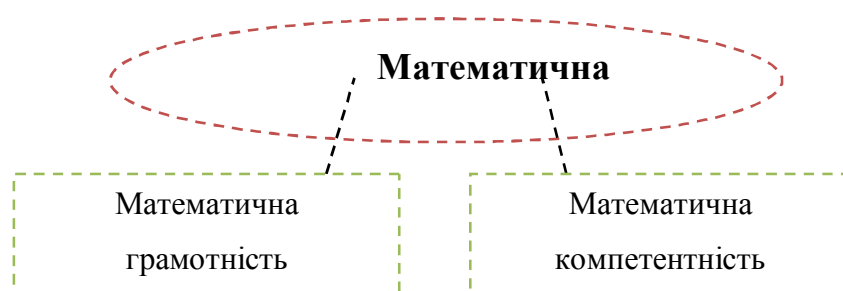


Рисунок 1- Структура математичної культури

До поняття математичної грамотності, як однієї зі складових математичної культури, відносять здатність людини визначати й розуміти роль математики в світі, де вона живе, висловлювати добре обґрунтовані математичні судження та використовувати математику в такий спосіб, щоб задовольняти сьогоденні та майбутні потреби, властиві творчому, зацікавленому та свідомому громадянину. Термін "грамотність" використовується для того, щоб показати, що вивчення стану математичних знань та вмінь, які зазвичай визначені в університетській програмі, не є першочерговим завданням цього дослідження. Основна увага приділяється використанню математичних знань у різноманітних ситуаціях через застосування різних підходів, які потребують міркування й інтуїції).

До математичної компетентності відносять найбільш загальні математичні здібності та вміння, які включають математичне мислення, письмову та усну математичну аргументацію, постановку та рішення проблеми, математичне моделювання, використання математичної мови, сучасних технічних засобів [3]. Математична компетентність складається з понятійної та технологічної компетентностей.

Понятійна компетентність – знання понятійного апарату в області математики, структури і форми дедуктивних теорій; уміння відтворювати означення, формулювати факти та їх обґрунтування; уявлення про їх походження та їх модельні інтерпретації (прикладні задачі, що орієнтовані на майбутню професійну діяльність).

Характеризується спроможностями:

- ✓ розпізнавати, конструювати приклади об'єктів, що охоплюються різними математичними поняттями, та приклади об'єктів, що не охоплюються поняттям,
- ✓ відтворювати математичні факти та аргументувати їх;
- ✓ застосовувати математичні визначення та факти;
- ✓ порівнювати, протиставляти та узагальнювати поняття та факти;

- ✓ розпізнавати, інтерпретувати і застосовувати математичні позначення, символіку та терміни для подання понять і фактів,
- ✓ інтерпретувати допущення і відношення між поняттями в математичних постановках.

Технологічна компетентність – знання програмових засобів для автоматизації обчислень та математичного моделювання, уміння виконувати обчислення за допомогою відповідних програмових засобів; уявлення про методи та засоби автоматизації обчислень і побудови математичних моделей, про потужність та обмеженість програмових засобів для автоматизації обчислень та математичного моделювання.

Характеризується спроможністю:

- ✓ використовувати технічні засоби для розв'язування математичних задач, які включають калькулятори, пакети комп'ютерної алгебри, геометрії, математичної статистики.
- ✓ оцінювати похибки при виконанні обчислень, які включають похибку методу розв'язування задачі, похибку обчислень,
- ✓ конструювати комп'ютерні моделі для предметної області задачі з метою її евристичного, наближеного або точного розв'язування, досліджувати комп'ютерні моделі реальних фізичних процесів та явищ за допомогою комп'ютерних експериментів [4].

Висновок. Математична культура має високе значення у розвитку суспільства в цілому. Завдяки вмінням мислити математично, адекватно сприймати доступну розумінню математичну складову наукової картини світу і вибудувати у відповідності з цим сприйняттям свою освітню, професійну, суспільну діяльність, творити свої морально-етичний та естетичний ідеали, людина зможе створювати інновації, які зможуть змінити наше майбутнє. Викладання будь-якого розділу математики благотворно позначається на розумовому розвитку, оскільки прищеплює навички логічного мислення, що оперує чітко визначеними поняттями. Математична культура містить у собі риси вольової діяльності, умоглядного міркування і

прагнення до естетичної досконалості. Її основні і взаємно протилежні елементи - логіка й інтуїція, аналіз і конструкція, спільність і конкретність.

Література

- [1] - http://visnyk.chnpu.edu.ua/?wpfb_dl=1241
- [2] http://knowledge.allbest.ru/pedagogics/2c0a65635a2bd78a4d53b88521216c27_0.htm
- [3] - <http://www.educateua.com/wonivs-1608-2.htm>
- [4] - <http://voynivka-oleks.edukit.kr.ua/Files>

ОБЗОР ПРИМЕНЕНИЯ МАТЕМАТИКИ В ЭКОНОМИКЕ

Сагирова Г.С. (студ., 1 курс)

Научный руководитель – доц. Ротанева Н.Ю.
Мариупольский государственный университет

Каждый из нас хотя бы раз в жизни задавал вопрос себе либо преподавателю: «Зачем нужна высшая математика?». Попробуем ответить на этот вопрос.

Одно из первых определений предмета математики дал Декарт: «К области математики относятся только те науки, в которых рассматривается либо порядок, либо мера, и совершенно не существенно, будут ли это числа, фигуры, звёзды, звуки или что-нибудь другое, в чём отыскивается эта мера. Таким образом, должна существовать некая общая наука, объясняющая всё относящееся к порядку и мере, не входя в исследование никаких частных предметов, и эта наука должна называться не иностранным, но старым, уже вошедшим в употребление именем Всеобщей математики.»

Известно, что математика никогда не бывает одна, она всегда к чему-то прикладывается! Математика превратилась в повседневное орудие. Математические знания люди используют и на работе, и в повседневной жизни. В наше время невозможно представить специалиста любой отрасли без математических знаний. Исследования в физике, астрономии, биологии, инженерном деле, организации производства и многих других областях теоретической и прикладной деятельности.

Рассмотрим на примере производную в условиях существования науки Экономики. Экономические задачи помогают нам правильно тратить ресурсы и средства труда. Расчёт их сложен и чтобы облегчить решения данных задач, существует применение такого понятия, как «производная».

Производная - одно из фундаментальных понятий математики. Мы часто упоминаем понятие производной в физике, геометрии и даже в экономике. Само понятие «производная в экономике» тесно связано с производственными задачами, предельным анализом и эластичностью функций. В экономике очень часто требуется найти значение таких показателей, как предельная производительность труда, минимальные издержки максимальная прибыль, максимальный выпуск. Каждый показатель представляет собой функцию от одного или нескольких переменных, нахождение которых сводится к вычислению производной.

Понятие производной в экономике отвечает на многие важные вопросы:

- оптимальный уровень налогообложения;
- предельные показатели в микроэкономике помогают определить меру величины спроса на товар либо услугу.

Понятие матрицы имеет чрезвычайно важное значение для экономистов. Объясняется это тем, что значительная часть математических моделей экономических объектов и процессов записывается в достаточно простой, а главное – компактной матричной форме. С помощью матриц удобно записывать некоторые экономические зависимости. Например, рассмотрим таблицу распределения субсидии по отдельным областям Украины:

Таблица 1 - Субсидии в областях Украины

Області	% від загальної суми станом на 2010 рік	% від загальної суми станом на 2011 рік
Донецька обл.	20,9%	27%
Житомирська обл.	0,8%	0,7%
Закарпатська обл.	0,4%	0,1%

Данная таблица может быть записана в компактной форме в виде матрицы распределения субсидии по областям:

$$A = \begin{pmatrix} 20,9 & 27 \\ 0,8 & 0,7 \\ 0,4 & 0,1 \end{pmatrix}$$

Проанализировав использования матриц в экономике, мы пришли к выводу, что достоинства матриц состоят в том, что они используются во многих сферах деятельности. Также матрицы позволяют с минимальными затратами труда и времени обрабатывать огромный и весьма разнообразный статистический материал, различные исходные данные, характеризующие уровень, структуру, особенности социально-экономического комплекса.

Таким образом, математика всегда была неотъемлемой частью экономики, она является ключом к её познанию, базой научно-технического прогресса.

Никогда ещё математика не была настолько всеобъемлющей и такой нужной людям наукой, как сегодня. О том, какой будет математика завтра, говорить трудно. Она развивается сейчас так стремительно, так часто делаются в ней новые открытия, что гадать о том, что будет, пожалуй, бесполезно. Одно можно сказать наверняка: завтра математика станет ещё могущественнее, ещё важнее и нужнее людям, чем сегодня.

Литература

[1] - Арзамасцева В.А., Головки Е.С., Мелешко С.В. Применение теории вероятности в сфере кредитования. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.scienceforum.ru/2015/991/11418>.

[2] - Масляев А. В. Роль математики в современном мире. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://mirznanii.com/a/314644/rol-matematiki-v-sovremennom-mir>.

[3] - Михайлова М. В. Зачем нужна математика? [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://mirznanii.com/a/314644/rol-matematiki-v-sovremennom-mir>.

[4] - Цитаты и афоризмы о математике. [Электронный ресурс]. - <http://math4school.ru/citation.html>

ТЕНДЕНЦІЇ ВДОСКОНАЛЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ СТУДЕНТІВ ТЕХНІЧНИХ ВНЗ

Сафонков Р.Д. (студ., 1 курс)

Науковий курс - ст. викл. Михайленко І.В.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Випускник сучасного вищого технічного навчального закладу повинен на високому рівні володіти як професійними знаннями, так і знаннями, вміннями і навичками предметів природничо-наукового циклу, і перш за все, математичними. Вдосконалення підготовки фахівців неможливе без вдосконалення їхньої математичної підготовки.

Аналіз наукової літератури та дисертаційних досліджень свідчить про посилення уваги науковців до питань професійної підготовки кваліфікованих фахівців. Проблема забезпечення ефективності та результативності навчального процесу у навчальному закладі розглядалось у роботах О. Ануфрієвої, Ю. Бабанського, В. Беспалька, В. Бондаря, І. Лернера, Н. Тализіної, Т. Шамової та ін. Удосконаленням математичної підготовки студентів приділяли увагу К. Власенко, О. Євсєєва, В. Ключко, В. Петрук та ін. Разом з цим, виникає потреба в узагальненні напрацьованих матеріалів й наукових досліджень. Тому важливим є виявлення основних тенденцій вдосконалення математичної освіти студентів вищих навчальних закладів технічного профілю, що є **метою даної статті**.

Орієнтуючись на сучасний ринок праці, до пріоритетів освіти України на сьогодні відносяться не тільки знання, вміння і навички, які студенти набувають під час навчання у вищих навчальних закладах, а й уміння оперувати такими технологіями, що відповідають потребам сучасного інформаційного суспільства. Тому метою навчання у ВНЗ в умовах сьогодення є забезпечення професійного та особистісного розвитку майбутнього фахівця, який здатен не тільки застосовувати отримані знання на практиці, а й спроможний здобувати нову інформацію та використовувати

її у подальшій діяльності, розвиватися та вдосконалюватися як фахівець та бути компетентним у своїй галузі.

Це означає впровадження цілої низки системних заходів, які є основними тенденціями вдосконалення математичної освіти студентів ВНЗ технічного профілю :

- професійна спрямованість курсу вищої математики;
- реалізація внутрішньо предметних та міжпредметних зв'язків;
- використання засобів ІКТ.

Математична наука перетворилася на потужний інструментарій аналізу та прогнозування технічних і технологічних процесів, природних явищ, суспільних ситуацій. У зв'язку з цим викладання має обов'язково враховувати майбутню професійну діяльність студентів, що відповідає першій тенденції – *професійна спрямованість курсу вищої математики*. Якщо студент не бачить зв'язку математичних понять і методів з майбутньою спеціальністю, то він не бачить для себе сенсу в навчальній інформації, ця інформація не трансформується в його свідомості в системоутворюючі знання, вона перетворюється на знання формальні, поверхневі. Тому можливості підвищення якості математичної підготовки на основі зазначеного вище традиційного змісту навчання обмежені. Потрібна чітко окреслена спрямованість навчання – для кого читати. Акцентуючи увагу на тонкощах математичних доказів чи на методах розв'язання задач, що використовуються у практичній або професійній діяльності.

Другою тенденцією є *реалізація внутрішньо предметних та міжпредметних зв'язків* – узгодження програм з математики з навчальними програмами із суміжних дисциплін, встановлення реальних, а не декларативних внутрішньо предметних і міжпредметних зв'язків. Навряд чи будуть зрозумілі студентам першого курсу розв'язки рівняння Шредінгера, якщо вони мають ще слабке уявлення про диференціювання функцій і зовсім не мають уявлення про диференціальні рівняння і функції декількох змінних. Необхідно використовувати будь-які можливості для ілюстрації зв'язку між

окремими розділами курсу вищої математики, а також зв'язок цих розділів з темами спецдисциплін, навіть аж до інтеграції фундаментальних математичних курсів зі спеціальними. Органічне включення в навчальний матеріал з вищої математики конкретних прикладів, зрозумілих і цікавих студентам, оскільки вони пов'язані з їх майбутньою професійною діяльністю, підвищує мотивацію студентів до навчання.

У системі навчання майбутнього інженера величезне значення має розбір прикладів і задач практичного змісту, які поєднують навчальну діяльність і науковий пошук (особливо якщо зміст завдання стосується питань майбутньої спеціальності студентів), виробляють математичну та інженерну інтуїцію, винахідливість (вміння огрубити завдання, щоб отримати розумне інженерне рішення або знайти прийнятний варіант рішення з неповними чи зайвими даними), формують логічне мислення. Використання в навчальному процесі ретельно підібраних завдань, що використовують поряд з досліджуваними в даній темі математичними методами і прийомами знання з інших галузей, як ось, геометричні уявлення або фізичні міркування багато ефективніші формального доведення теорем. Адже "при вивченні наук приклади корисніші правил" (І.Ньютон).

Використання засобів ІКТ в процесі навчання вищої математики дозволяє забезпечити наочне сприйняття навчального матеріалу. Колосальні можливості комп'ютерних технологій зародили новий напрямок наукового пізнання – математичне моделювання та математичний експеримент. Застосування комп'ютерної обробки результатів тестування при оцінюванні рівня засвоєння навчального матеріалу студентами сприяє підвищенню інформативності та об'єктивності оцінки. Тому сьогодні не можна готувати фахівців завтрашнього дня, не враховуючи нові методи та форми навчання з використання засобів ІКТ.

Висновки. У жодному разі не слід вважати вичерпними тенденції вдосконалення математичної освіти майбутніх фахівців – ми лише окреслили основні. Враховуючи вкрай низький рівень математичної підготовки

нинішніх абітурієнтів технічних ВНЗ, навряд чи можна обмежитися названими тенденціями в навчанні студентів. Потрібен цілий комплекс дій, який дозволив би викладачеві, в міру можливостей, керувати навчальним процесом, активізуючи його та демонструючи важливість і необхідність свідомого вивчення предмета.

Література

[1] - Власенко К. В. Вища математика для майбутніх інженерів: навч. посібник для студ. техн. ВНЗ / К. В. Власенко ; за ред. проф. О. І. Скафи. – Донецьк : Ноулідж, 2010. – 429 с.

[2] - Власенко К. В. Теоретико-методичні засади навчання вищої математики майбутніх інженерів-машинобудівників з використанням інформаційних технологій : автореф. дис. ... д-ра пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / Власенко Катерина Володимирівна. – Черкаси, 2011. – 40 с.

[3] - Далингер В. А. Методика реализации внутрипредметных связей при обучении математике / В. А. Далингер – Москва: Просвещение, 1991. – 80 с.

[4] - Євсєєва О. Г. Проектування методичної системи навчання математики студентів технічного університету / О. Г. Євсєєва // Дидактика математики: проблеми і дослідження: зб. наук. робіт / Редкол.: О. І. Скафа (наук. ред.) [та ін.]: Донец. нац. ун-т; Ін-т педагогіки АПН України, НПУ ім. М. П. Драгоманова. – Донецьк, 2012. – Вип. 37. – С. 7–16.

УДК: 519.6

ВИКОРИСТАННЯ ВИЗНАЧЕНИХ ІНТЕГРАЛІВ В ЕКОНОМІЦІ

Семенець В.А. (студ., 2 курс)

Науковий керівник – викл. Бєла Л.П.

Криворізький державний комерційно-економічний технікум

Актуальність. Математичні закони інтегрування мають широке застосування при розв’язуванні задач у різних галузях наук. Наприклад, у геометрії використовується для обчислення площ плоских фігур та об’ємів. Фізичне застосування визначеного інтегралу полягає у обчисленні пройденого шляху, роботи сили, маси і координати центру ваги неоднорідного стрижня, Обчислення тиску рідини на вертикально занурену пластину, часу витікання рідини з отвору і інше. Використання інтегрального числення широко впроваджується в сучасні економічні дослідження.

Мета. Розкрити економічний зміст визначених інтегралів, показати шляхи застосування інтегрального числення, як одного із основних понять математичного аналізу, в економічних дослідженнях.

Першим відомим методом для розрахунку визначених інтегралів є метод вичерпання Евдокса (приблизно 370 до н. е.), який намагався знайти площі і об'єми, розбиваючи їх на нескінченну безліч частин, для яких площа або об'єм вже відомий. Цей метод був підхоплений і розвинутий Архімедом. Важливе відкриття зробили Ньютон і Лейбніц, що довели незалежно один від одного факт, відомий за назвою формули Ньютона-Лейбніца.

Геометричний зміст визначеного інтегралу.

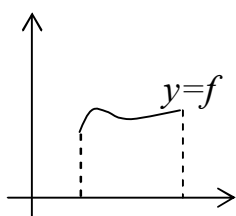


Рисунок 1.

Поняття визначеного інтегралу введено таким чином, що у випадку, коли функція $y=f(x)$ невід'ємна на відрізку $[a, b]$, де $a < b$, $\int_a^b f(x) dx$ численно дорівнює площі S під кривою $y=f(x)$ на відрізку $[a, b]$ (рис.1).

Економічний зміст визначеного інтегралу. Нехай функція $z=f(t)$ описує зміну продуктивності деякого виробництва з плином часу. Знайдемо об'єм продукції, виробленої за проміжок часу $[0, T]$. Відзначимо, що якщо продуктивність не змінюється з плином часу ($f(t)$ – постійна функція), то об'єм продукції Δu , виробленої за деякий проміжок часу $[t, t+\Delta t]$, задається формулою $\Delta u = f(t)\Delta t$.

Враховуючи означення визначеного інтегралу, остаточно отримуємо $u = \int_0^T f(t) dt$, тобто якщо $f(t)$ – продуктивність праці в момент t , то $\int_0^T f(t) dt$ – об'єм випущеної продукції за проміжок $[0, T]$.

Порівняння цієї задачі з задачею про площу криволінійної трапеції показує, що величина u об'єму продукції, виробленої за проміжок часу $[0, T]$, численно дорівнює площі під графіком функції $z=f(t)$, що описує зміну продуктивності праці з плином часу, на проміжку $[0, T]$ або $\int_0^T f(t) dt$.

Розглянемо деякі приклади використання визначеного інтегралу в економіці.

Якщо у функції Кобба-Дугласа вважати, що витрати праці є лінійною залежністю від часу, а витрати капіталу незмінні, то вона матиме вигляд $g(t) = (at + \beta)e^{yt} dt$. Тоді об'єм випущеної продукції за T років складатиме:

$$Q = \int_0^T (at + \beta) e^{yt} dt.$$

Задача 1

Нам необхідно знайти об'єм продукції, виробленої за 4 роки, якщо функції Кобба-Дугласа має вигляд $g(t) = (1 + t)e^{3t}$.

Розв'язання

Об'єм виробленої продукції дорівнює $Q = \int_0^T (at + \beta) e^{yt} dt$. Використовуємо метод інтегрування по частинам. Нехай $u=t+1$, $dv=e^{3t}dt$. Тоді $du=dt$, $v=\int e^{3t}dt = \frac{1}{3}e^{3t}$. Отже, $Q = (t + 1)\frac{1}{3}e^{3t} \Big|_0^4 - \int_0^4 \frac{1}{3}e^{3t}dt =$
 $\frac{1}{3}(5e^{12} - 1) - \frac{1}{9}e^{3t} \Big|_0^4 = \frac{1}{9}(14e^{12} - 2) \approx 2,53 * 10^5$ (ум. од.)

Досліджуючи криву Лоренца (Рис.2) – залежність відсотка доходів від відсотку що має їх населення (крива OBA), ми можемо оцінити ступінь нерівності у розподілі доходів населення. При рівномірному розподілі доходів, крива Лоренца являє собою пряму бісектрису OA , тому площа фігури OAB між бісектрисою OA і кривою Лоренца, що має відношення до площі трикутника OAC (коефіцієнт Джинні), характеризує ступінь нерівності у розподілі доходів населення.

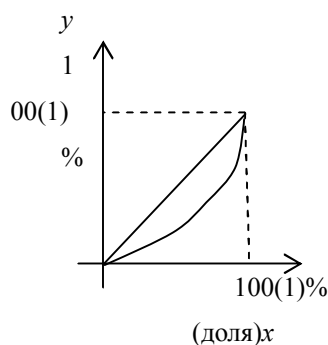


Рисунок 2

Задача 2

За даними дослідження розподілу доходів в одній із країн крива Лоренца OBA може бути описана рівнянням $y = 1 - \sqrt{1 - x^2}$, де x – частка населення, y – частка доходів населення. Обчислити коефіцієнт Джинні.

Розв'язування

Очевидно, коефіцієнт Джинні

$$k = \frac{S_{OAB}}{S_{\Delta OAC}} = 1 - \frac{S_{BAC}}{S_{\Delta OAC}} = 1 - 2S_{OAB}, \text{ так як } S_{\Delta OAC} = \frac{1}{2}.$$

$$S_{OAB} = \int_0^1 (1 - \sqrt{1 - x^2}) dx = \int_0^1 dx - \int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx = 1 - \int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx. \text{ Тому } k = 1 - 2(1 - \int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx) = 2 \int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx - 1.$$

За допомогою заміни, наприклад, $x = \sin t$, можна обчислити $\int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx = \pi/4$. Отже, $k = 2 * \frac{\pi}{4} - 1 = \frac{\pi}{2} - 1 \approx 0,57$.

Достатньо високе значення k показує суттєвий нерівномірний розподіл доходів серед населення в країні, що була об'єктом нашого дослідження [1, с. 316].

Таким чином, можна сказати, що визначений інтеграл - це деякий фундамент для вивчення багатьох економічних задач. Звідси й важливість знання методів їх розв'язування.

Геніальні вчені І. Ньютон та В. Лейбніц довели, що виявлення точності і можливості розрахунків у світовому хаосі рухів під силу людському розуму. Такими ж оптимістичними повинні бути і ми, ті, хто користується їх простою і зрозумілою формулою. Систематизація різних випадків в економіці приводить до правильності і точності відповідей, поглиблює знання і вдосконалює вміння володіти важливою математичною операцією – інтегрування.

Література

- [1] - Кремер Н. Ш. Высшая математика для экономистов/ Н.Ш. Кремер и др. - Москва, 2000. - 471 с.
- [2] - Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник / В.П.Дубовик, І.І.Юрик. - Київ, 2006. - 648 с.
- [3] - Замков О.О. Математические методы в экономике /О.О.Замков, А.В.Толстомятенко, Ю.Н.Черемных. - Москва, 1998. - 368 с.
- [4] - Колесников А.Н. Краткий курс математики для экономистов / А.Н. Колесников. - Москва, 2001. - 208 с.
- [5] - [<http://shkola.ostriv.in.ua/publication/code-50409747F5617/list-B65BB05F26>]
- [6] - [http://studopedia.ru/15_36724_zastosuvannya-viznachenogo-integralu.html]

**МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ІНДУКЦІЙНОГО НАГРІВУ
МЕТАЛІВ ЗАСОБАМИ ПАКЕТУ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНОГО
АНАЛИЗУ ANSYS**

Стрельнікова В.А.(аспірант)

Наукові керівники - проф. Батигін Ю.В., доц. Ярхо Т.О.
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

З розвитком сучасної обчислювальної техніки стали доступні методи вирішення складних технічних завдань в більш короткі терміни. Якщо раніше завдання дослідження працездатності механізмів та їх складових, які мають практичний інтерес для розробників в будь-яких сферах діяльності людини, представляли собою досить об'ємний і трудомісткий процес вирішення, то за допомогою сучасного програмного забезпечення процедура спрощується і стає автоматизованою. Працездатність виробів і механізмів безпосередньо визначає їх конкурентоспроможність на споживчому ринку. Для того щоб її підвищити і забезпечити їм гідне становище потрібно проводити заходи з підвищення довговічності і надійності механізмів за рахунок достовірного визначення місць можливих відмов у роботі або поломок.

У свою чергу настільки швидкий розвиток дозволить дати поштовх новому етапу вдосконалення електротехніки, який супроводжується масштабним використанням передових програмних продуктів [1]. До завдань, які досліджує електротехніка і відноситься індукційний нагрів металів. Сьогодні аналіз і синтез конструкцій будь-якого типу електричної техніки неможливий без математичної моделі різного рівня узагальнення і складності. З огляду на те, що електромагнітні процеси в електричному обладнанні для індукційного нагріву протікають в тривимірному просторі, в загальному випадку математична модель повинна бути побудована на основі рішення задачі розрахунку магнітного поля в тривимірній постановці. Для розв'язання тривимірних польових задач в електротехнічних пристроях можуть бути використані різні математичні методи. Аналіз показує, що

доцільним є метод скінченних елементів (МСЕ), застосування якого дозволяє з високою точністю апроксимувати складну геометрію електричного пристрою при обмеженому числі розрахункових вузлів [1]. Його суть полягає в наступному:

- будь-яку безперервну величину (наприклад, температуру, тиск, переміщення) можна апроксимувати дискретною моделлю, яка будується на безлічі кусочно-безперервних функцій, визначених на кінцевому числі елементів;
- кусочно-безперервні функції визначаються за допомогою значень неперервної величини в кінцевому числі точок даної області.

Одним з найбільш популярних програмних продуктів, що реалізують МСЕ для вирішення завдань електротехніки, є система ANSYS. В рамках цієї системи можливе вирішення задач електростатики, магнітостатики, електродинаміки. Однак для вирішення цілого ряду практичних проблем поставленої задачі можна обмежитися польовою моделлю індукційного нагріву в нелінійній магнітостатичній постановці. У цій ситуації може бути рекомендовано застосування об'єктно-орієнтованого програмного продукту Ansys Workbench [1].

Основними етапами розрахунку в даному програмному продукті є:

- створення основи скінченно-елементної моделі досліджуваного об'єкта (в даному випадку безпосередньо індуктор і листові металева пластина);
- накладення на модель необхідних фізичних умов і рішення поставленого завдання (на цьому етапі задаються граничні умови, обирається тип аналізу і вирішується система рівнянь за принципом МСЕ);
- аналіз отриманих результатів розрахунку (виводяться у вигляді графіків, таблиць, малюнків або анімації).

При індукційному нагріві використовуються котушки збудження різноманітної форми, за якими пропускається електричний струм високої частоти. Змінне магнітне поле індуктора створює в нагрівається об'єкті

вихрові струми, які є джерелом значного тепловиділення. При індукційному методі нагрівання процес повністю керований, при цьому досягається висока точність позиціонування. Теплові та електричні властивості є локальними функціями температури і створюють нестационарний електротермічний відгук. Індукційний нагрів в основному використовується для термічної обробки матеріалів, плавки, пайки і зварювання металів. Незалежно від процесів виникнення струмів в суцільних провідниках, перебіг їх супроводжується з виділенням Джоулевого тепла, що є джерелом в тепловій системі. Електричні і теплофізичні властивості матеріалів залежать від температури, що впливає на розподіл струму в провідниках і тепловий потік. Управління Джоулевою втратами і контролювання зміни температури стало можливо за допомогою спеціальної методики моделювання в програмному забезпеченні ANSYS [2].

Література

[1] - Рымша В.В., Радимов И.Н., Баранцев М.В. «Технология расчета трехмерного стационарного магнитного поля в вентильно-реактивных электродвигателях на платформе ANSYS WORKBENCH» / Електротехніка і Електромеханіка. – 2006. №6 – с 25-32

[2] - ANSYS CLUB Блог [Режим доступа]:<http://cae-club.ru/publications/zadachi-indukcionnogo-nagreva-i-zakalki-obektov-ansys>

ФОРМУВАННЯ ПІЗНАВАЛЬНОГО ІНТЕРЕСУ СТУДЕНТІВ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Тарасов А. В. (студ., 1 курс)

Науковий керівник – ст. викл. Нестеренко В.А.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

У сучасних умовах модернізації системи освіти на одне з перших місць висувається активізація навчально-пізнавальної діяльності студентів. Однією з головних завдань технічного, вищого навчального закладу є формування багатогранно і гармонійно розвиненої особистості, фахівця, здатного вирішувати весь спектр поставлених завдань, представлених на робочому місці, а також бути конкурентною на сучасному ринку праці. Для вирішення даної задачі виникає необхідність пошуку таких методів, засобів та форм

навчання, при яких формуються інтелектуальні якості особистості, розвиваються творчі та пізнавальні здібності, а також сприяють підвищенню мотивації студентів.

Одна з основних потреб людини – потребу в пізнанні себе, інших і світу в цілому. Чим більше випускник вищого навчального закладу буде знати, тим краще він буде підготовлений до життя і праці в суспільстві. Навчання веде не тільки до розвитку розуму, але й до розвитку внутрішнього світу особистості студента, виховання його характеру і світогляду. У сучасних умовах модернізації системи освіти на одне з перших місць висувається активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів. Однією з головних завдань технічного, вищого навчального закладу є формування багатогранно і гармонійно розвиненої особистості, фахівця, здатного вирішувати весь спектр поставлених завдань, представлених на робочому місці, а також бути конкурентною на сучасному ринку праці. Для вирішення даної задачі виникає необхідність пошуку таких методів, засобів та форм навчання, при яких формуються інтелектуальні якості особистості, розвиваються творчі та пізнавальні здібності, а також сприяють підвищенню мотивації студентів.

Одна з основних потреб людини – потребу в пізнанні себе, інших і світу в цілому. Чим більше випускник вищого навчального закладу буде знати, тим краще він буде підготовлений до життя і праці в суспільстві. Навчання веде не тільки до розвитку розуму, але й до розвитку внутрішнього світу особистості студента, виховання його характеру і світогляду.

Інтерес розглядається як одна з фундаментальних природних емоцій і вважається домінуючою серед усіх емоцій нормальної здорової людини. Вважається, що саме інтерес разом з пізнавальними структурами і орієнтаціями спрямовує пізнання і дії. [1, с. 14-16].

«Познавательный интерес – избирательная направленность личности на предметы и явления, окружающие действительность. Эта направленность характеризуется постоянным стремлением к познанию, к новым, более

полным и глубоким знаниям. Систематически укрепляясь и развиваясь, познавательный интерес становится основой положительного отношения к учению».[2, с. 23-24].

Пізнавальний інтерес можна визначити як емоційно-пізнавальне ставлення до предметів або безпосередньо мотивованої діяльності, що переходить при сприятливих умовах в емоційно-пізнавальну спрямованість особистості. Р.В. Щукіна вказує також на те, що інтерес виступає як «потужний збудник активності особистості, під впливом якого всі психічні процеси протікають особливо інтенсивно і напружено, а діяльність стає захоплюючою і продуктивною» [3]. На думку О. М. Корчмелюка пізнавальний інтерес носить пошуковий характер. Під його впливом у людини постійно виникають питання, відповіді на які він сам постійно і активно шукає. [3, с. 40-43].

Проаналізувавши вищесказане можна стверджувати, що пізнавальний інтерес є важливою складовою не тільки процесу навчання вищій математики, але і просування науково-технічного прогресу в цілому.

При організації процесу навчання вищої математики необхідно враховувати загальні принципи: гнучка форма організації навчання, що враховує потреби, інтереси, здібності студентів; пріоритет групової та індивідуальної форм роботи; наявність різноманітних матеріалів для самостійної практичної роботи; самоврядування; опора на наявний рівень розвитку студента та подання умов для його зростання. Викладач у цьому випадку відіграє роль радника, досвідченого помічника координатора спільної діяльності. Його функції – стимулювати пізнавальні інтереси студентів, допомогти їм у самостійному пошуку необхідної інформації, в організації власної діяльності. Навчальний процес орієнтується на індивідуальний підхід до розвитку кожного студента. В такій організації навчального процесу особливого значення набуває розвиток мотивації студентів, їх відповідальності по відношенню до власного навчання.

Як провідних принципів навчання вищої математики розглядаються принципи самостійної активності і свідомості пізнання, тому при організації навчального процесу необхідно використовувати активні методи і форми навчання, такі як: евристичний метод, проблемне навчання, метод проектів, інтерактивне навчання, застосування комп'ютерних технологій, диференційований підхід, реалізація професійної спрямованості у навчанні.

Формування пізнавального інтересу в процесі навчання вищої математики відбувається в кілька етапів:

1. Перший етап характеризується формуванням інтересу, спрямованого на результат інформаційної діяльності, тобто на результат вирішення завдань. На цьому етапі розвитку студентам надається можливість здійснення інформаційної діяльності.

2. Другий етап характеризується ускладненням діяльності обучаемых і переходом інтересу на більш високий рівень. На цьому етапі студентам надається можливість вибору способу вирішення прикладних задач, що розкривають значення предмета математики і створюють позитивне ставлення до неї; пізнавальний інтерес стає більш активним за рахунок наявності вибору.

3. На третьому, процесуальному етапі свого розвитку, інтерес до змісту завдань переростає в інтерес до способів їх вирішення. При цьому відбувається усвідомлення процесу розв'язання задачі з використанням коштів. Рішення задач різними способами з використанням засобів інформаційно-комунікаційних технологій та інших засобів, вибір більш раціонального рішення, комбінування відомих способів рішення і створення нових способів потребують високих інтелектуальних здібностей. Ця операційна сторона навчання в більшій мірі пов'язана з емоційною, ніж із змістовною стороною предмета.

4. На четвертому етапі – високому рівні розвитку, пізнавальний інтерес спрямований на освоєння способів теоретичної діяльності. Для більш

глибокого розуміння досліджуваних предметів і явищ необхідно оволодіти такими способами пізнання, як аналіз, узагальнення, моделювання та ін.

Висновок. Виходячи з проведеного дослідження і проаналізованих праць учених виявлено важливість пізнавального інтересу в системі навчання вищої математики. Для підвищення рівня мотивації студентів до вивчення вищої математики доцільно розвивати потребу студентів займатися пізнавальною діяльністю.

Література

- [1] - Выготский Л. С. Избранные психологические исследования / Л. С. Выготский. — Москва: Изд-во АПН РСФСР, 1956. — 520 с.
- [2] - Маркова А. К. Формирование интереса к учению у школьников / А.К.Маркова. — Москва: Педагогика. — 1986. — 195 с.
- [3] - Маркова А. К. Формирование мотивации учения в школьном возрасте / А.К.Маркова. — Москва: Просвещение. — 1983. — 96 с.
- [4] - Щукина Г. И. Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся / Г.И.Щукина. — Москва: Педагогика. — 1988. — 237 с.

ВПЛИВ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ НА ФОРМУВАННЯ ІНЖЕНЕРНОГО МИСЛЕННЯ СТУДЕНТІВ ТЕХНІЧНИХ ВНЗ

Тітов М.Ю. (студ., 1 курс)

Науковий керівник – ст. викл. Нестеренко В.О.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

За кілька останніх десятиріч суттєво змінилися умови існування людського суспільства. Змінюються пріоритети у професійній освіті. На сучасному етапі розвитку суспільства все більше відчутною стає нестача у кваліфікованих інженерних кадрах. Сучасна інженерна діяльність не тільки стала складнішою, оснащеною комп'ютерною технікою, але в ній все частіше вирішуються нетрадиційні завдання, що вимагають нового інженерного мислення. Тому зараз діячі освіти і науки приділяють значну увагу підготовці фахівців технічного профілю.

Виявлення професійно важливих якостей майбутніх фахівців і шляхів їх формування у вищих закладах освіти стали предметом досліджень А. Г. Воронов, Л. И. Гурье, Н.А. Побірченко, Г.Й. Юркевича та ін.

Мета статті: проаналізувати вплив вищої математики на формування інженерного мислення студентів технічних ВНЗ.

Удосконалення навчального процесу, підвищення якості підготовки фахівців у нових умовах розвитку технічних вищих навчальних закладів вимагають ґрунтовної математичної підготовки. Математика – мова інженерних досліджень, основа інженерної освіти, у роботі інженера необхідна для розв’язування професійних задач.

Інженерне мислення займає особливе місце серед професійних компетенцій для успішної діяльності інженера. Під інженерним мисленням ми розуміємо особливий вид мислення, який формується і проявляється при розв’язанні інженерних задач, що дозволяє швидко, чітко та оригінально вирішувати як ординарні, так і неординарні задачі в певній предметній області, направлені на забезпечення технічних потреб в знаннях, способах, прийомах з метою створення технічних засобів та організації технологій.

Інженерне мислення складається з таких компонентів:

- технічне мислення (вміння аналізувати зміст, структуру, засоби та принципи роботи технічних об’єктів в мінливих умовах);
- конструктивне мислення (побудова певної математичної моделі вирішення поставленої проблеми, вміння комбінувати теорію з практикою);
- дослідницьке мислення (визначення новизни в завданні, вміння аргументувати свої дії та отримані результати, вміння робити висновки;
- економічне мислення (рефлексія якості навчального процесу та результатів діяльності з позиції потреб ринку) [4].

Інженерне мислення майбутнього інженера сприяє формуванню його конкурентоспроможності. Вважаємо, що в умовах технічного ВНЗ необхідно розвивати інженерне мислення не тільки під час викладання спеціальних дисциплін, але й математичних дисциплін.

Вища математика в математичній підготовці майбутніх є методологічною основою всього природно-наукового знання. Математична підготовка інженерів має бути спрямована на розвиток інженерного мислення студентів і на розвиток його здібностей до подальшої самостійної освіти. Розвинути інженерне мислення студента, дисциплінувати логіку суджень, виховати точність і обгрунтованість аргументації, придбати такий рівень математичних знань, який забезпечить вміння оперувати математичними методами, необхідними для роботи за фахом – цю мету і переслідує вивчення вищої математики в технічних ВНЗ.

Для формування інженерного мислення майбутньому спеціалісту необхідні вміння проводити уявні (мисленні) експерименти, комбінувати різні чуттєві образи на основі якогось початкового поняття [1]. Підготовка спеціалістів у технічному ВНЗ будується з урахуванням специфіки інженерних функцій (раціональне та ефективне використання існуючої техніки та технологій, розробка нових технологій, конструювання нової техніки), тому навчання у технічному ВНЗ має враховувати основні зміни, які відбуваються у науці, техніці, економіці та організації виробництва. Воно має бути спрямоване на підготовку спеціаліста до творчої, самостійної діяльності та вміння постійно підвищувати свою самоосвіту.

Ефективність творчого професійного мислення інженера пов'язана з рівнем його загального розвитку, який визначає здатність до оволодіння загальними принципами розв'язування професійних інженерних задач, схильності до діагностики та прогнозуванню стану технічних систем та об'єктів, змістовному аналізу та оперативному усуненню недоліків, плануванню різних видів профілактичних робіт. Важливими властивостями інтелекту, формування якого створює у психіці людини основу для активного розвитку технічного творчого мислення, є: особливості оперування технічними та технологічними образами, спрямованість інтелекту на продуктивну діяльність, яка виражається у готовності, прагнення розв'язувати поставленні задачі; високий рівень розвитку діяльності

мислення людини, основних процесів мислення, якості розуму, а також вміння використати у процесі мислення різні комбінації знань, та вмінь [2].

Більшість студентів не розуміють необхідність вивчення вищої математики. У результаті відокремленого вивчення вищої математики від загальнопрофесійних і спеціальних дисциплін у майбутніх інженерів-механіків недостатньо формуються знання і вміння орієнтації на сприйняття практичних завдань, спрямованих на розв'язування задач, пов'язаних із майбутньою професією. Студенти не вміють переносити знання, які отримали при вивченні вищої математики для аналізу технічних процесів, які вивчають в інших дисциплінах. Все це негативно впливає на ефективність процесу спеціальної інженерної підготовки студентів щодо подальшого застосування математичної теорії [3]. Отже, головним шляхом формування інженерного мислення майбутніх інженерів-механіків є реалізація прикладної спрямованості курсу вищої математики на основі розв'язування професійно-спрямованих задач.

Висновки. Вища математика створює особливо широкі можливості для формування інженерного мислення студентів в процесі навчання, що обумовлені абстрактністю категорій, якими вона оперує, багатством її змісту та методів, різноманітністю внутрішньо предметних та міжпредметних зв'язків. Отже, вища математика не тільки впливає, але й сприяє формуванню та розвитку інженерного мислення і математичних здібностей студентів.

Література

[1] - Воронов А. Г. Гуманітарні аспекти сучасної інженерної освіти [Електронний ресурс] / А. Г. Воронов, Л. Г. Сергієнко, О. В. Сименко ; Красноармійський індустріальний ін-т ДВНЗ «ДонНТУ». – Режим доступу: <http://ea.donntu.org:8080/jspui/bitstream/123456789/1962/1.pdf>.

[2] - Гурье Л. И. Концептуальные основы методологической составляющей многоуровневой подготовки инженеров [Электронный ресурс] / Л. И. Гурье // Инженерное образование. – 2005. – № 3. – С. 44–49. – Режим доступа: http://aeer.ru/files/io/m3/art_7.pdf.

[3] - Побірченко Н. А. Технології професійної орієнтації населення в умовах ринку праці: монографія / Н. А. Побірченко, Н. І. Литвинова, В. В. Синявський [та ін.] ; Нац. акад. пед. наук України, Ін-т пед. освіти і освіти дорослих. – Київ : Пед. думка, 2011. – 256 с.

[4] - Юркевич Г. Й. Психологічні детермінанти розвитку особистості менеджера : автореф. дис. ... канд. психол. наук: спец. 19.00.05 «Соціальна психологія» / Юркевич Галина Йосафатівна. – Київ, 1999. – 19 с.

ВИКОРИСТАННЯ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗПОДІЛУ ТОВАРІВ СЕРЕД МАГАЗИНІВ

Цоуфал В. Е. (студ., 4 курс)

Науковий керівник – ст викл. Бобилев Д. Є.

Криворізький державний педагогічний університет

Оптимізація виробничих процесів та раціональне використання виробничо-технічного потенціалу автотранспорту підприємства забезпечує їх розвиток як головної ланки в умовах функціонування ринкової інфраструктури на сучасному етапі становлення економічної системи України. Розробка та практична реалізації методів, моделей і алгоритмів організації й керівництва процесами перевезення вантажів сприяє вдосконаленню організаційного управління виробництвом в транспортних комплексах. Позитивні результати в розв'язанні окресленої проблеми забезпечує використання транспортної задачі.

Транспортна задача є типовою задачею лінійного програмування, отже, її розв'язок можна отримати звичайним симплексним методом. Однак у деяких випадках застосування універсальних алгоритмів є нераціональним. Специфічна структура транспортної задачі дає змогу отримати альтернативний метод знаходження оптимального плану у вигляді простішої у порівнянні з симплексним методом обчислювальної процедури. Транспортна задача належить до типу розподільчих задач лінійного програмування.

Класична транспортна задача лінійного програмування формулюється так: деякий однорідний продукт, що знаходиться у m постачальників A_i в обсягах $a_1, a_2, \dots, a_m$ одиниць відповідно необхідно перевезти n споживачам B_j в обсягах $b_1, b_2, \dots, b_n$ одиниць. При цьому виконується умова, що загальний наявний обсяг продукції у постачальників дорівнює загальному

попиту всіх споживачів. Відомі вартості c_{ij} перевезень одиниці продукції від кожного A_i -го постачальника до кожного B_j -го споживача, що подані як елементи матриці виду:

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{pmatrix}$$

Необхідно визначити план перевезень, за якого вся продукція була б вивезена від постачальників, повністю задоволені потреби споживачів і загальна вартість всіх перевезень була б мінімальною.

У такій постановці задачі ефективність плану перевезень визначається його вартістю і така задача має назву транспортної задачі за критерієм вартості перевезень.

Застосування транспортної задачі для оптимізації розподілу товарів серед магазинів досліджувалась на прикладі мережі магазинів «АТБ» (м. Кривий Ріг), яка є інтегрованою компанією, що має дивізійну структуру побудови бізнесу, що найбільшою мірою відповідає поставленим базовим принципам: забезпечувати високу інвестиційну привабливість і прозорість корпоративної структури.

В нашому дослідженні знайдено оптимальний план перевезення товару в магазини із складів мережі «АТБ» (м. Кривий Ріг). Було встановлено, що вартість перевезень є суттєвою, але сума перевезень вантажу є оптимальною та задовольняє потреби всіх магазинів. Для ефективного формування і реалізації розподілу товару серед магазинів на необхідному рівні, розроблені критерії та математична модель.

Математична модель задачі, що досліджувалась, має вигляд:

$$\begin{aligned} \min Z = & 5x_{11} + 5x_{12} + 3x_{13} + 6x_{14} + 6x_{21} + 4x_{22} + 2x_{23} + 3x_{24} + 3x_{31} \\ & + 2x_{32} + 5x_{33} + 3x_{34} \end{aligned}$$

за умов:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 170 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 80 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 100 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 110 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 60 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 80 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 100 \end{cases}$$

$$x_{ij} \geq 0, i = \overline{1,3}; j = \overline{1,4}.$$

Перший опорний план транспортної задачі є вироджений, оскільки кількість заповнених клітинок у таблиці дорівнює п'яти, а $(m+n-1) = 3+4-1 = 6$.

Другий опорний план транспортної задачі також не оптимальний (має місце порушення для клітинки A_3B_1). За допомогою побудованого циклу, виконавши перехід до третього опорного плану транспортної задачі, отримуємо таблицю 1.

Таблиця 1

Третій опорний план

A_i	B_j				u_i
	$B_1 = 110$	$B_2 = 60$	$B_3 = 80$	$B_4 = 100$	
$A_1 = 170$	5 90	5	3 80	6	$u_1 = 2$
$A_2 = 80$	6	4	2	3 80	$u_2 = 0$
$A_3 = 100$	3 20	2 60	5	3 20	$u_3 = 0$
v_j	$v_1 = 2$	$v_2 = 1$	$v_3 = 0$	$v_4 = 2$	

Визначимо загальну вартість витрат на транспортування продукції згідно з третім опорним планом:

$$Z_3 = 5 * 90 + 3 * 80 + 3 * 80 + 3 * 20 + 3 * 60 + 3 * 20 = 1230$$

(ум. од.).

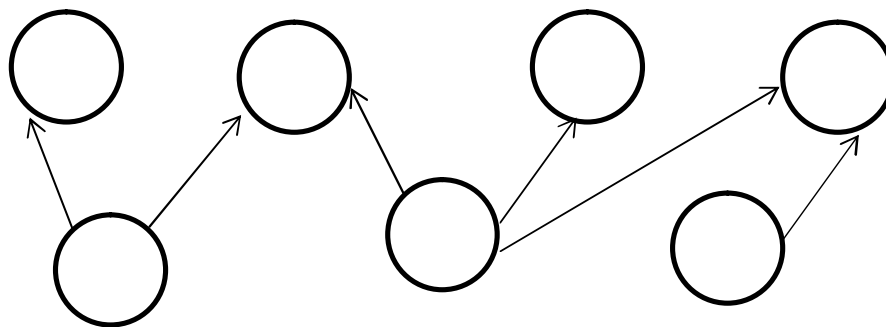
Перевірка останнього плану на оптимальність за допомогою методу потенціалів показує, що він оптимальний. Тому:

$$X^* = \begin{pmatrix} 90 & 0 & 80 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 80 \\ 20 & 60 & 0 & 20 \end{pmatrix}$$

За оптимальним планом перевезень перший магазин отримує 90 тис.од. продукції з першого складу та 20 тис. од. з третього. Другий магазин задовольняє свій попит за рахунок перевезення 60 тис. од. продукції з третього складу. Третій магазин отримує продукцію з першого складу тим самим задовольняє повністю перший склад. Четвертий магазин задовольняє свій попит з другого та третього складу, що є оптимальним для них. При цьому загальна вартість перевезень всієї продукції є найменшою і становить 1230 ум. од.

Ми знайшли оптимальний план перевезень продукції серед магазинів, знайшовши найкоротший маршрут перевезень.

Покажемо план перевезень серед магазинів за допомогою графів:



На нашу думку, реалізація запропонованої моделі задачі та критеріїв забезпечує раціональне перевезення товару, а також мінімальні затрати при задоволенні потреб кожного магазину. За результатами розрахунку можна зробити висновок, що модель вихідної транспортної задачі є відкритою.

ПРОБЛЕМИ РОЗРОБКИ КОМПОНЕНТІВ ЕЛЕКТРОННОГО ДОВІДНИКА З ПОРІВНЯЛЬНОЇ ЛІНГВІСТИКИ

Шехтман Є.В. (студ., 5 курс)

Науковий керівник – проф. Гризун Л.Е.

Харківський національний педагогічний університет ім. Г.С. Сковороди

Останнім часом одним з актуальних напрямків прикладної лінгвістики стала порівняльна лінгвістика. Ця наука зосереджується на порівнянні декількох мов (зазвичай двох різних мовних груп) для виявлення їх подібностей і відмінностей на всіх мовних рівнях (фонемний, морфемний, лексичний, синтаксичний) [3, с. 12]. Актуальність порівняльної лінгвістики є очевидною. Все більше і більше прискорюються процеси глобалізації та переходу до існування в інформаційному просторі. Все частіше роботодавці вимагають при прийомі на роботу знання не лише англійської, а ще якоїсь іншої іноземної мови. При вивченні кількох мов необхідно розрізняти структуру та логіку кожної з цих мов, а також розуміти їх зв'язок з рідною мовою.

Метою даної роботи є визначення проблем проектування електронного довідника з порівняльної лінгвістики, висвітлення його структури та функцій.

Аналіз проблем порівняльної лінгвістики та наявних інструментів для розв'язання завдань прикладної лінгвістики засвідчує необхідність розробки електронних ресурсів для підтримки проведення порівняльного аналізу різних мов. У зв'язку з цим постає завдання створення електронного довідника з порівняльної лінгвістики. Такий довідник має: (1) забезпечувати візуалізацію особливостей мов двох груп за різними критеріями, яка буде підкріплена базою прикладів; (2) містити елементи перекладача, що демонструє морфемні та лексичні особливості мов; (3) працювати в режимі

тренажеру для усвідомлення головних особливостей обраних мов; (4) має бути доступним онлайн та інтегрувати корисні Інтернет-ресурси та сервіси.

Виходячи із зазначених функцій електронного довідника було спроектовано його структуру. Посібник має містити компонент, що надає доступ до структурованих теоретичних матеріалів з порівняльної лінгвістики та забезпечує візуалізацію особливостей мов. Це висуває необхідність пошуку, добору та структурування інформації стосовно критеріїв і напрямів порівняння мов. Ця інформація має бути сконцентрована та представлена у компактному вигляді засобами інфографіки. Також до структури посібника необхідно включити базу прикладів для ілюстрації граматичних, семантичних та логічних особливостей різних мов.

Одним із важливих компонентів довідника є інтелектуальний конструктор фраз. Цей компонент дозволяє сконструювати фразу вихідною мовою із пропонованих членів речення, встановити граматичну форму фрази та перевірити її граматичну коректність, автоматично перекласти фразу, що обирається із колекції наявних у конструкторі, на іншу мову з урахуванням її граматичних особливостей. За необхідністю конструктор ставить користувачу уточнюючі запитання. У ході розробки конструктора фраз слід звернути увагу на підбір уточнюючих питань до користувача, які необхідні для визначення граматичного часу оригінальної фрази та адекватного перекладу.

Планується також розробити компонент, що дозволяє реалізувати роботу довідника в режимі тренажеру. Тренажер допомагає краще усвідомити та закріпити знання з порівняльної лінгвістики. Для розробки даного компоненту доцільно залучити середовища, які дозволять створити ефективні вправи для перевірки особливостей мов двох груп.

Висвітлені вище функції та структура електронного довідника дозволяють визначити комплекс інструментів та програмних засобів, які слід використати при його створенні. Так, основною платформою для розробки посібника доцільно зробити Google Sites, адже цей сервіс є інструментом для

створення сайту [4], що надає необхідні можливості для реалізації основних компонентів довідника. На ньому буде знаходитися теоретична складова довідника з посиланнями на його інші розділи та додаткові джерела. Google Sites дозволить розмістити й структурувати теоретичну інформацію, забезпечити візуальне оформлення, підключити базу прикладів та встановити перехід між різними частинами довідника.

Для розробки бази прикладів можна застосувати популярні сервіси Google Docs, Google Sheets, які знаходяться на сервері Google і є частиною пакету Google Apps. Вони будуть зручними для створення онлайн-бази прикладів слів, фраз та речень, які будуть підключені до довідника.

Планується також використання сервісу Learning Apps, який дозволяє конструювати власні дидактичні додатки за допомогою певних інструментів й шаблонів та ділитися ними з іншими Інтернет-користувачами. За допомогою його інструментів планується створити необхідний комплекс вправ для закріплення матеріалу, який буде працювати в режимі тренажеру.

Delphi, Python, JavaScript як мови програмування, можуть бути використані для створення конструктора фраз та візуалізації особливостей мов.

Означений довідник може знадобитися школярам та студентам при виборі іноземної мови для вивчення, а також при вивченні одночасно кількох іноземних мов для глибокого розуміння сутності їх понять, походження слів, логіки мови, семантичних особливостей або порівняння іноземної мови з рідною.

В роботі, відповідно до мети, визначено проблеми проектування електронного довідника з порівняльної лінгвістики. Обґрунтовано його функції, виділено структурні компоненти довідника, встановлено комплекс інструментів для його програмної реалізації.

Література

[1] - Информационные технологии в лингвистике. Прикладная лингвистика как научное направление [Електронний ресурс] // Тихоокеанский государственный

університет – 2013. – Режим доступу: <http://www.slideshare.net/ssusereefbf7/microsoft-power-point-24671703>.

[2] - Прикладна лінгвістика і англійська мова [Електронний ресурс] // Інститут філології Київського національного університету імені Тараса Шевченка – Режим доступу: <http://philology.knu.ua/node/575>.

[3] - Карамишева І. Д. Contrastive grammar of English and Ukrainian languages / Ірина Дамірівна Карамишева. – Вінниця: Нова Книга, 2012. – 320 с. – (Друге видання). – (ISBN 978-966-382-380-5).

[4] - Створення сайту на GoogleSites [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://sites.google.com/site/onlinedelo/home>

[5] - McCarthy M. Issues in applied linguistics / M. McCarthy. – Cambridge University Press, 2001. – 170 p.

УДК 004.91

ПРОБЛЕМИ ПРОЕКТУВАННЯ ІНТЕРНЕТ-РЕСУРСУ ДЛЯ ПІДТРИМКИ ПОЗААУДИТОРНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

Ярмошко С.А. (студ., 5 курс)

Науковий керівник – проф. Гризун Л.Е.

Харківський національний педагогічний університет ім. Г.С.Сковороди

Поза аудиторна робота є важливим компонентом навчально-виховного процесу університету, який потребує певної скерованості. У зв'язку з цим актуальним є забезпечення віртуальної підтримки такої роботи, що спирається на доступ до ресурсів різноманітних типів, потребує їх ефективного структурування і пошуку, надає зворотній зв'язок. Це завдання висуває необхідність вибору ефективних інструментів та проектування відповідного Інтернет-ресурсу на їх основі. Одним із таких інструментів є сучасний фреймворк Django, що за своєю сутністю є програмним каркасом для розробки веб-додатків, який використовує шаблон проектування [MVC](#) «Модель-Вид-Контролер» [1].

Метою роботи є висвітлити основні особливості платформи Django та її можливості щодо використання як основи для проектування Інтернет-ресурсу для підтримки поза аудиторної роботи студентів.

Django був створений групою розробників з Лоуренс, штат Канзас, США в 2003 році. Перша версія була випущена в липні 2005 року. Цікаво, що назва Django пов'язана з ім'ям джазовського гітариста Джанго Рейнхардта, відповідно до музичних смаків одного зі засновників проекту. З кожним роком Django вдосконалюється і доповнюється новими можливостями, позбавляючись своїх недоліків [2].

Фреймворк використовує мову програмування Python. Проте при переході на Django програмісту не потрібно глибоке знання мови. Для вивчення існує спеціальна документація, як англійською мовою, так і російською чи українською мовами.

Сайт на фреймворку Django будується з додатків, які можна робити повністю незалежними від інших додатків і від самого сайту. Ці складові сайту можна відключати при потребі або використовувати для інших сайтів. Модель бази даних описується класами python, з чого потім створюється схема бази даних. Django підтримує роботу із СУБД (системами управління базами даних) postgresql, mysql, sqlite, oracle [3].

Однією з переваг Django є те, що незалежно який сервер баз даних використовує користувач, йому не обов'язково знати синтаксис або особливості звернення до якого-небудь типу баз даних. Створивши модель даних за допомогою django, можна використовувати будь-яку із вищевказаних СУБД (postgresql, mysql, sqlite), а також є можливість транспортувати базу даних із однієї системи в іншу. URL сторінок сайту вказуються явно, через регулярні вирази, а не генеруються автоматично [3].

Також, зручністю використання фреймворка django є безліч вже готових вбудованих додатків (а також зовнішніх написаних іншими розробниками). Наприклад, є вже готові вбудовані моделі і контролери для роботи з сесіями і користувачами, готова адміністративна частина сайту,

через яку можна управляти будь-якими об'єктами бази даних, користувачами і групами [4].

На базі фреймворка django написані готові рішення: блоги, інтернет-магазини, CMS та інше.

Даний веб-фреймворк має свій власний веб-сервер для розробки, що прискорює процес створення, так як він автоматично визначає зміни в файлах і перезапускається при цьому.

Можливості Django:

- Безкоштовність
- Програмні інтерфейси API доступу до баз даних
- Архітектура «MVC: Model-View-Controller»:
 - модель даних додатків;
 - інтерфейс кінцевого користувача;
 - засоби управління веб-фреймворком.
- Зручний і інтуїтивно зрозумілий інтерфейс адміністратора.
- Інтернаціональність системи [3].

У межах поза аудиторної роботи студентів пед. Університету значне місце займає робота гуртів та клубів, що об'єднує студентів та викладачів, які мають спільні науково-педагогічні інтереси. Так, на кафедрі інформатики ХНПУ ім. Г.С.Сковороди протягом шести років працює англomовний дискусійний клуб «Наука навкруги нас» («Science around us»). За роки існування клубу накопичено значний обсяг корисних матеріалів та розробок різної науково-популярної тематики, які мають різноманітний формат та представлені інформацією різних типів. Клуб продовжує свою діяльність для студентів нових поколінь, тому накопичені матеріали і досвід роботи потребують систематизації, оперативного доступу і пошуку за різними критеріями, а також можливості організації дистанційної колективної роботи студентів і викладачів над спільними проблемами. Вище висвітлені функціонал та переваги фреймворка Django, засвідчують, що для досягнення поставленої мети використання даного засобу розробки та планування

інтернет-ресурсів є доцільним. Він дозволить структурувати матеріали, зібрані викладачами та студентами, на протязі років, та надасть базу для подальшого розвитку сайту та організації позакласної діяльності студентів, які активно приймають участь в позакласній діяльності.

Висновки. У роботі проаналізовано основні особливості платформи Django та її можливості щодо використання як основи для проектування для підтримки позааудиторної роботи студентів в межах англomовного дискусійного клубу «Наука навкруги нас» («Science around us») на кафедрі інформатики ХПНУ ім. Г.С. Сковороди.

Література

- [1] - Что такое Django [Електронний ресурс]. - Режим доступу: <https://tutorial.djangogirls.org/ru/django/>
- [2] - Django [Електронний ресурс]: режим доступу <https://ru.wikipedia.org/wiki/Django>
- [3] - Документація Django 1.9 [Електронний ресурс]. - Режим доступу <https://djbook.ru/rel1.9/>
- [4] - Як оптимально працювати з базою даних та моделями Django [Електронний ресурс]. - Режим доступу: <http://www.vitalypodoba.com/2016/04/django-db-models/>

Наукове видання

**МАТЕМАТИЧНА ПІДГОТОВКА У
БАГАТОСТУПЕНЕВІЙ
СИСТЕМІ ВИЩОЇ ОСВІТИ:
ПОГЛЯД СТУДЕНТІВ І МОЛОДИХ ВЧЕНИХ**

**Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції
студентів і молодих вчених**

13-14 квітня 2017 року

Відповідальний за випуск *Ємельянова Т.В.*

В авторській редакції

Комп'ютерна верстка *Купіної Е.А.*

Підписано до друку _____ р. Формат 60×84 1/16. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman Cyr. Віддруковано на ризографі.
Ум. друк. арк. _____. Обл.-вид. арк. _____.
Зам. № _____. Тираж _____ прим. Ціна договірна

ВИДАВНИЦТВО

Харківського національного автомобільно-дорожнього університету

**Видавництво ХНАДУ, 61200, Харків-МСП, вул. Петровського, 25.
Тел. /факс: (057)700-38-72; 707-37-03, e-mail: rio@khadi.kharkov.ua**

*Свідоцтво Державного комітету інформаційної політики, телебачення
та радіомовлення України про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів
видавничої продукції, серія № ДК №897 від 17.04 2002 р.*