

Тема 1 Існуючі підходи й рівні аналізу транспортного потоку

Етапи лекції

1. Системний підхід до аналізу транспортного потоку.
2. Транспортні моделі і їх класифікація.
3. Закономірності транспортних потоків.
4. Склад транспортного потоку.
5. Інтенсивність руху й тимчасова нерівномірність транспортних потоків.
6. Щільність, швидкість і затримки руху транспортного потоку.
7. Підходи до дослідження транспортного потоку.

1. Системний підхід до аналізу транспортного потоку.

Система - це набір об'єктів, що включає взаємозв'язки між об'єктами і їх ознаками.

Під об'єктами можна розуміти елементи руху: автомобіль, водій, дорога.

Ознаки - це властивості зазначених об'єктів або елементів. До ознак ставляться: час реакції водія, швидкість автомобіля, її прискорення й інтервал між автомобілями, ширина вулиці й засобу регулювання руху і т.д.

Ціль моделювання транспортних потоків полягає в мотивації водія, що забезпечує безпека руху й економію часу й відстані.

Взаємозв'язки відбивають взаємодія транспортних засобів один з одним і з навколишнім середовищем, під яким розуміють дорогу, вулицю або шляхово-транспортну мережу в цілому (рис 1.1).

У рамках системного підходу для проведення синтезу й аналізу необхідно побудувати модель, яка зв'язувала б властивості системи з її входами й виходами.

Аналіз - це поділ системи на компоненти для розгляду їх наслідків з погляду цілей.

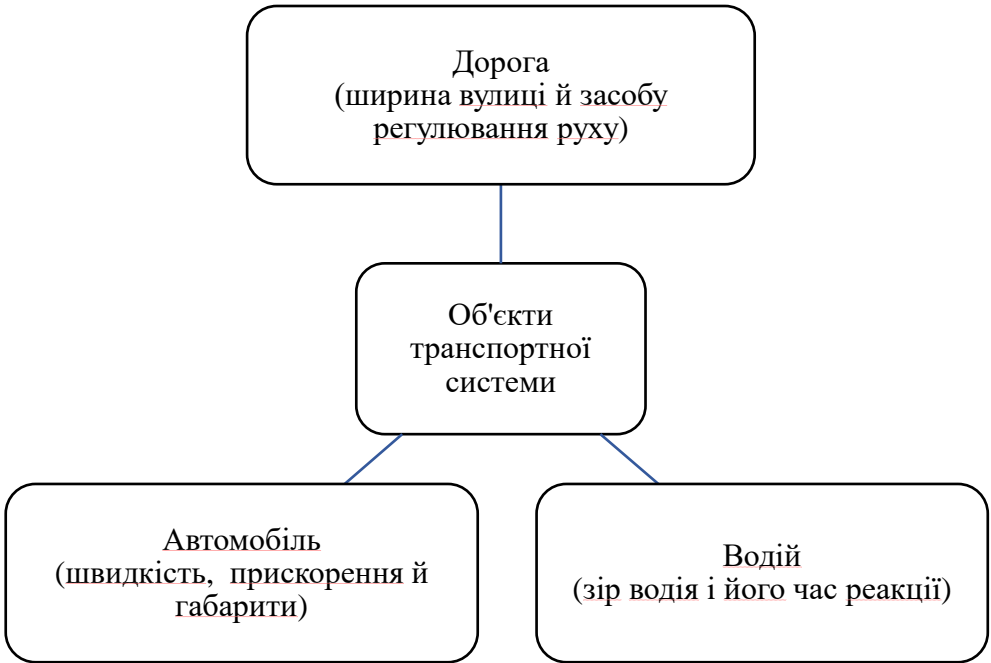


Рисунок 1.1. - Взаємозв'язки об'єктів транспортної системи

Синтез припускає з'єднання частин у ціле; звичайно його здійснюють шляхом екстраполяції або інтерполяції існуючих методів і результатів для досягнення певних мет, які у свою чергу піддають аналізу.

Екстраполяція - особливий тип апроксимації, при якому функція апроксимується поза заданим інтервалом, а не між заданими значеннями.

Інтерполяція - спосіб знаходження проміжних значень величини по наявному дискретному набору відомих значень.

Система транспортний потік являє собою сукупність автомобілів, що рухаються по геометрично певній ділянці дороги під впливом усіх інших зовнішніх умов (рис. 1.2).

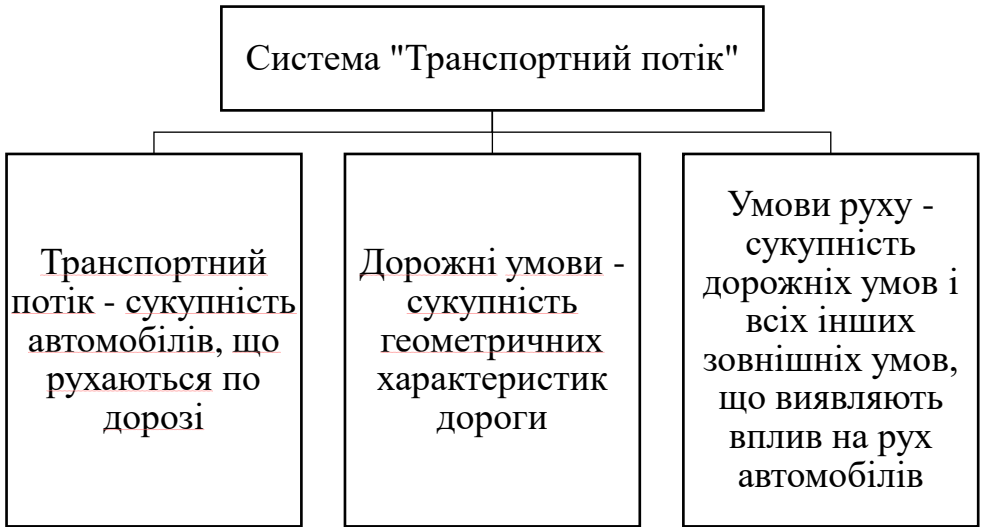


Рисунок 1.2. - Система транспортний потік

2. Транспортні моделі і їх класифікація

Перш ніж почати розробку моделі, необхідно зрозуміти, що собою представляють структурні елементи, з яких вона будується. Хоча математична або фізична структура моделі може бути дуже складної, основи її побудови досить прості. У загальному виді структуру моделі ми можемо представити

$$E = f(x_i, y_i),$$

де E - результат дії системи;

x_i - змінні й параметри, якими може управляти дослідник;

y_i - змінні й параметри, якими дослідник управляти не може по об'єктивних причинах.

Методологічна основа моделювання полягає в дослідженні об'єктів і систем об'єктів навколишнього світу найчастіше починається з побудови гіпотези про їхнє обладнання, функціонування й динаміку розвитку. Гіпотези будуються на підставі досвідчених даних, здогадів або спостережень. Будь-яка гіпотеза повинна бути перевірена в ході експерименту.

Коли ми починаємо будувати гіпотезу, те, як правило, ґрунтуємося на якихось перевірених досвідченим шляхом аналогіях. Аналогія - це деяке судження про часткову подібність двох об'єктів. Саме на аналогії будуються сучасні наукові гіпотези, які зводяться, наприклад, до спрощених і зручних для дослідження логічних схем міркувань.

Моделювання - це заміщення одного об'єкта іншим з метою одержання інформації про властивості об'єкта-оригіналу за допомогою об'єкта-моделі.

Суть такого спрощеного вистави моделі полягає в необхідності показати, що характер протікання процесу функціонування системи залежить від контрольованих і неконтрольованих змінних (рис. 1.3).

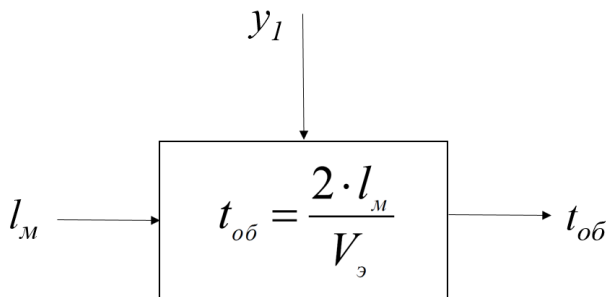


Рисунок 1.3 – Спрощена модель руху автобусу

Фактично кожна модель являє собою комбінацію таких складових, як: компоненти, змінні, параметри, функціональні залежності, обмеження, цільова функція.

Під компонентами розуміються складові частини, які при відповідному їхнім об'єднанні утворюють систему. Іноді компонентами називаються ще елементи або підсистеми.

Параметр - величина, що характеризує яку-небудь основну властивість об'єкта-оригіналу, що дозволяє розділяти різні групи його (об'єкта) елементів.

Змінної є атрибут моделі або об'єкта-оригіналу. Безпосередньо змінними виступають деякі параметри моделі, які вибирає дослідник при побудові й дослідженні моделі. Безліч усіх значень, які може ухвалювати змінна, називається областю зміни цієї змінної. Ця безліч і задає змінну, тобто формально і є їй.

При моделюванні систем змінні розділяють на дві групи: екзогенні й ендогенні.

Екзогенні змінні називають ще вхідними, тобто вони породжуються поза системою або є результатом взаємодії зовнішніх причин.

Ендогенними називаються зміни, що виникають у системі або в результаті взаємодії внутрішніх причин. Ендогенні змінні ще називаються змінними стани.

Функціональні залежності описують поведінку змінних і параметрів у межах компонента або виражають співвідношення між компонентами системи. Ці співвідношення по своїй природі є або детерміністичними, або стохастичними.

Детерміністичні співвідношення - це тотожності або визначення, які встановлюють залежність між певними змінними або параметрами в тих випадках, коли процес на виході системи однозначно визначається. Наприклад, час обороту автобуса на маршруті можна визначити виходячи з довжини маршруту й експлуатаційної швидкості. Тотожність

(у математику) - рівність, що виконується на всій безлічі значень вхідних у нього змінних

У свою чергу стохастичні співвідношення являють собою такі залежності, які при заданій вхідній інформації дають на виході невизначений результат. А саме, наприклад, при постійному чисельному значенні однієї змінної результуючі значення функції будуть різними. Обравши за основу залежність час обороту це легко можна показати. Так, допустимо, що довжина маршруту становить 10 км. Це значення фіксоване, воно постійно. При цьому час обороту для кожного рейсу автобуса буде різним, що й показує наявність стохастичного співвідношення.

Обмеження - це встановлювані межі зміни значень змінних або обмежуючі умови розподілу й витрати тих або інших засобів (ресурсів).

Цільова функція (функція критерію) - це точне відображення цілей і завдань системи й необхідних правил оцінки їх виконання.

Одна з найбільш важких проблем, що стоять перед дослідником організації руху - це перетворення реальної шляхово-транспортної обстановки, що включає водіїв, автомобілі, обладнання регулювання руху й дороги, у набір математичних символів і залежностей, що відтворюють їхню поведінку. Саме модель є основою, яка дозволяє розглядати подібні взаємодії в цілому.

Будь-яка модель є ідеалізованим відображенням дійсності. Будувати її впливає таким чином, щоб реальні процеси відтворювалися із прийнятною точністю; при цьому необхідно пам'ятати, що ніяка абстракція не може точно збігатися з дійсністю.

Спробу встановити відповідність між завданням і раціональним мисленням можна реалізувати у вигляді фізичної або теоретичної моделі.

Поняття фізичної моделі

Натурні або фізичні моделі, еквівалентні або подібні оригіналу (макети) або процес функціонування яких такий же, як в оригіналу й має ту ж або іншу фізичну природу.

Фізична модель може бути скалярної або аналогової, наприклад аеродинамічна труба для випробування літаків і пісковий годинник для виміру часу.

Аналоговими моделями є моделі, у яких властивість реального об'єкта представляється деякою іншою властивістю аналогічного по поведінці об'єкта. Наприклад логарифмічна лінійка й номограф - це цифрові аналоги; автомобільний спідометр видає значення площі, обмеженої кривий "швидкість як функція часу"; із цього погляду він являє собою інтегруюче обладнання.

Поняття теоретичної моделі

Будь-яка теоретична модель - це по суті справи гіпотеза.

Ціль математичного опису шляхово-транспортної ситуації полягає у виявленні істотних моментів і складанні набору співвідношень між ними, які мають достатню простоту, але дозволяють одержувати важливі результати.

В організації руху багато завдань можна звести до знаходження максимуму або мінімуму деякої функції. Так, розрахунки числа смуг залежить від знаходження максимальної інтенсивності (пропускної здатності), у той час як при розрахунках циклу світлофора можна виходити із критерію мінімальної затримки.

Інженер лише в невеликому ступені може впливати на зміни, що характеризують рух. Правда, він може побільшати число смуг для того, щоб зменшити інтенсивність руху по кожній смузі, може ввести обмеження швидкості для того, щоб перешкодити руху з більшими швидкостями, і може встановити світлофори для того, щоб регулювати рух. Однак також залишаються змінні, які не залежать від його волі.

У моделюванні дорожнього руху існує два основні підходи детерміністичний і імовірнісний. В основі детермінованих моделей лежить функціональна залежність між окремими показниками, наприклад, швидкістю й дистанцією між автомобілями в потоці. У стохастичних моделях транспортний потік розглядається як імовірнісний процес.

Усі моделі транспортних потоків можна розбити на три класи: моделі-аналоги (враховуючі макро-характеристики), моделі враховуючі Мікро характеристики й моделі засновані на стохастичному підході (рис 1.4).

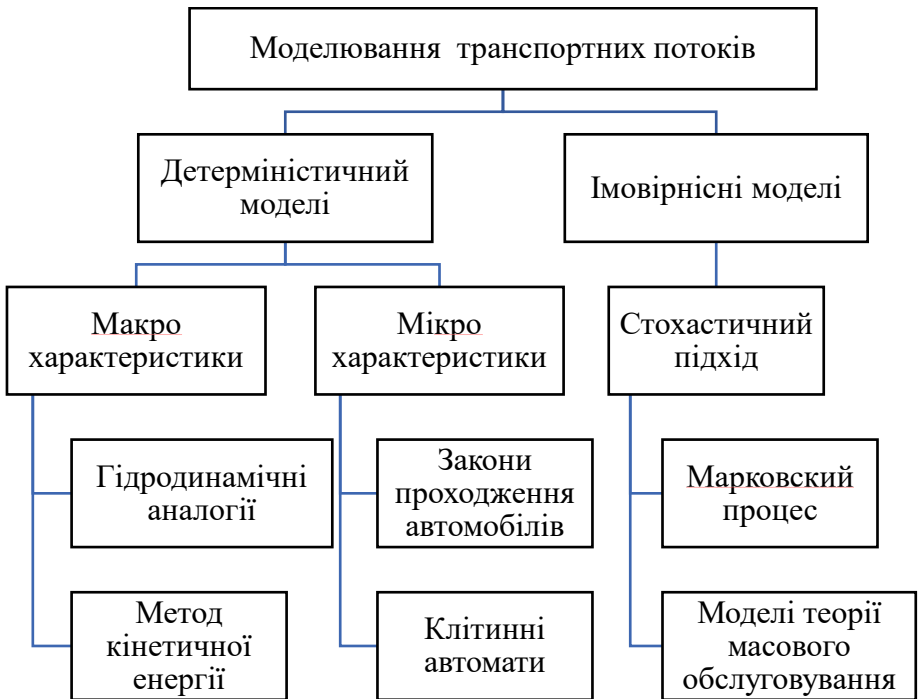


Рисунок 1.4 – Класифікація транспортних моделей

У моделях-аналогах рух транспортного засобу вподібнюється якому або фізичному потоку (гідро й газодинамічні моделі). Метод кінетичної енергії припускає, що повна енергія транспортного потоку складається з

кінетичної енергії руху транспортних коштів і внутрішньою енергією, величина якої ототожнюється із шумом прискорення або градієнтом швидкості. Для збільшення ефективності функціонування транспортної системи необхідно побільшати її повну енергію, домагаючись одночасно зниження шуму прискорення.

У моделях проходження за лідером існує припущення про наявність зв'язку між переміщенням відомого й головного автомобіля.

Клітинні автомати є математичною ідеалізацією фізичних систем, у яких простір і час є дискретним.

В імовірнісних моделях транспортний потік розглядається як результат взаємодії транспортних засобів на елементах транспортної мережі. У зв'язку із твердим характером обмежень мережі й масовим характером руху в транспортному потоці складаються виразні закономірності формування черг, інтервалів, завантажень по смугах дороги й т.д. Ці закономірності носять суттєво стохастичний характер.

Наприклад. Маневр виїзду на швидкісну дорогу - це імовірнісна подія, що включає розподіл автомобілів, що прибувають до в'їзду, розподіл інтервалів між автомобілями на швидкісній дорозі, розподіл часу очікування для автомобілів, що очікують можливості виконання маневру на в'їзді, і навіть розподіл часу реакції водіїв і прискорення автомобілів. Після виконання маневру виїзду певна частка автомобілів, що в'їхали на швидкісну дорогу, буде переміщатися на інші смуги; цей маневр буде відбуватися на наступних ділянках дороги. Даний процес по своїй природі відповідає Марківського процесу, який підданий флуктуаціям до переходу в стаціонарний процес, або стан, що встановився.

При макро-підході використовують такі фізичні аналогії, як ударні хвилі, потік стисливої рідини, тепловий

потік, метод кінетичної енергії. При мікро-підході аналізують систему водій - автомобіль.

Мікро-підхід забезпечує найкращі можливості для дослідження стійкості при взаємодії автомобілів, настільки важливої для безпеки руху. Макро-підхід особливо зручний для вивчення, що встановилося стану транспортного потоку й питань ефективності.

Перше завдання, з яким зустрічається дослідник транспортних проблем, - це перетворення реальної транспортної ситуації в набір математичних символів і співвідношень, які відтворюють їхню поведінку. Друге завдання - це застосування значень, отриманих у результаті дослідження цих математичних виразів.

Флуктуація - будь-яке випадкове відхилення якої-небудь величини.

Марківський процес - випадковий процес, еволюція якого після будь-якого заданого значення тимчасового параметра t не залежить від еволюції, що передувала t , за умови, що значення процесу в цей момент фіксоване ("майбутнє" процесу не залежить від "минулого" при відомому "сьогоденні"; інше трактування (Вентцель): "майбутнє" процесу залежить від "минулого" лише через "сьогодення").

Шум прискорення об'єктивно характеризує ступінь нерівномірності Руху.

Автомобілі в потоці змушені неодноразово рушати з місця й зупинятися. Це явище зветься ударної хвилі.

3. Закономірності транспортних потоків.

При розгляді показників дорожнього руху потрібно виділити ті з них, які є первинними. До первинних показників ставиться сумарна інтенсивність руху транспортних коштів і пішоходів і склад транспортного

потоків. Усі інші показники можна вважати похідними, оскільки вони в основному визначаються цими первинними параметрами й сукупністю умов дорожнього руху.

До показників, що найчастіше використовуються в характеристиці дорожнього руху ставляться: інтенсивність руху, склад транспортного потоку, щільність потоку транспортних засобів, швидкість руху, тривалість затримок руху.

Однієї з найважливіших властивостей транспортних потоків у міських умовах є його інерційність, зміна середніх параметрів у часі й просторі.

Середня швидкість може бути визначена як середня тимчасова й просторова швидкість:

- середня тимчасова швидкість це середнє арифметичне швидкостей транспортних засобів, які проходять перетин під час певного періоду;

- просторова середня швидкість це середнє арифметичне швидкостей транспортних засобів, які присутні в сегменті дороги в певний час.

Залежність інтенсивності руху q від щільності транспортного потоку ρ прийнято називати фундаментальною (або основний) діаграмою транспортного потоку (див. рис. 1.5). Ліва частина кривої (показана суцільною лінією) відбиває стійкий стан потоку, при якому в міру збільшення щільності транспортний потік проходить фази вільного, потім частково зв'язаного й нарешті зв'язаного руху, досягаючи крапки максимально можливої інтенсивності, тобто пропускної здатності (крапка $q_{max} = P_a$).

У процесі цих змін швидкість потоку падає - вона характеризується тангенсом кута нахилу α радіус- вектора, проведеного від крапки 0 до будь-якої крапки кривій, що характеризує зміна q . Відповідні до крапки $q_{max} = P_a$ значення щільності й швидкості потоку вважаються оптимальними по пропускній здатності (ρ_{opt} і V_{opt}).

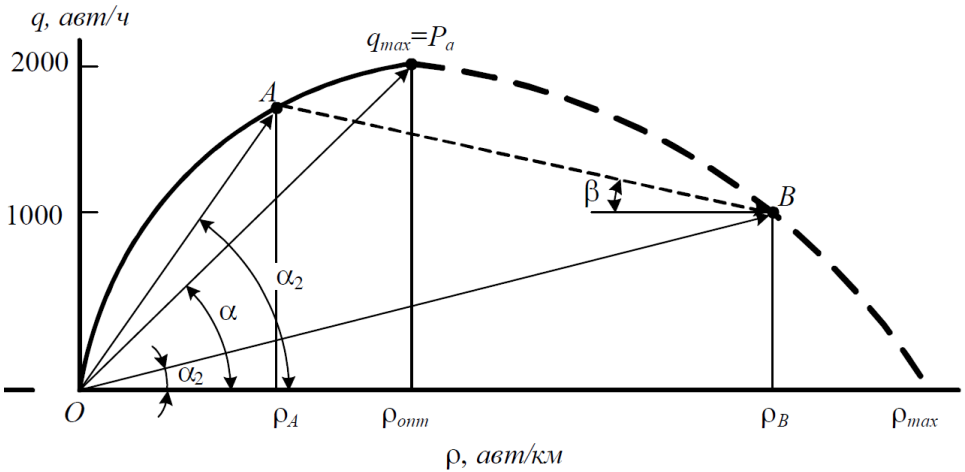


Рисунок 1.5 – Основна діаграма транспортного потоку

При подальшому росту щільності (за крапкою P_a перегину кривої) потік стає нестійким (ця галузі кривої показана переривчастою лінією). Перехід потоку в нестійкий стан відбувається внаслідок несинхронності дій водіїв для підтримки дистанції безпеки (дії "гальмування-розгін") на будь-якій ділянці шляху й особливо проявляється при несприятливих погодних умовах. Усе це створює "пульсуючий" (нестійкий) потік. У крапках O и ρ_{max} інтенсивність руху $q = 0$, тобто відповідно на дорозі немає транспортних засобів або потік перебуває в стані затору (нерухомості).

Основна діаграма транспортного потоку відображає зміну однорідного **транспортного потоку** переважно легкових автомобілів в залежності від збільшення його інтенсивності та щільності.

Основна діаграма транспортного потоку багато в чому залежить від дорожніх умов, коефіцієнта зчеплення коліс із дорожнім покриттям, складу транспортного потоку, досвіду, емоційного стану водія.

Тому параметри потоку можуть мінятися на тому самому ділянці дороги. Фактор взаємозалежності міняється також від складу потоку, що важливо для об'єкта системи регулювання. Без вивчення складу транспортного потоку не можливо правильно розв'язати завдання ОДР.

4. Склад транспортного потоку.

Склад транспортного потоку характеризується співвідношенням у ньому транспортних засобів різного типу. Склад транспортного потоку здійснює значний вплив на всі параметри, які характеризують дорожній рух. Разом з тим, склад потоку звичайно відображає загальний склад парку автомобілів у країні, області, місті. Склад транспортного потоку впливає на завантаження доріг, які пояснюється насамперед істотною різницею в габаритних розмірах автомобілів.

$$N_{зв.а} = N_{л} + N_{в} \cdot K_{зв.в} + N_{а} \cdot K_{зв.а} + N_{п} \cdot K_{зв.п}$$

де $N_{л}$, $N_{в}$, $N_{а}$, $N_{п}$ - відповідно інтенсивність руху легкових, вантажних автомобілів, автобусів, автопоїздів у фізичних одиницях;

$K_{зв.в}$, $K_{зв.а}$, $K_{зв.п}$ - відповідно коефіцієнти приведення для вантажних автомобілів, автобусів і автопоїздів.

Якщо довжина легкових автомобілів становить 4-5 м, вантажних 6 - 13,6 м, довжина автобусів досягає 11 м, а автопоїздів 24 м. Однак відмінність у габаритних розмірах не є єдиною причиною необхідності спеціального обліку складу потоку при аналізі інтенсивності руху. При русі в транспортному потоці важлива не тільки відмінність у статичному габариті, але також у динамічному габариті довжини автомобіля, який залежить в основному від часу

реакції водія й гальмової динаміки транспортних засобів (рис. 1.6).

Під динамічним габаритом розуміють відрізок смуги дороги, мінімально необхідний для безпеки руху автомобіля із заданою швидкістю, довжина якого включає довжину автомобіля й дистанцію, яка називається дистанцією безпеки (рис. 1.6).

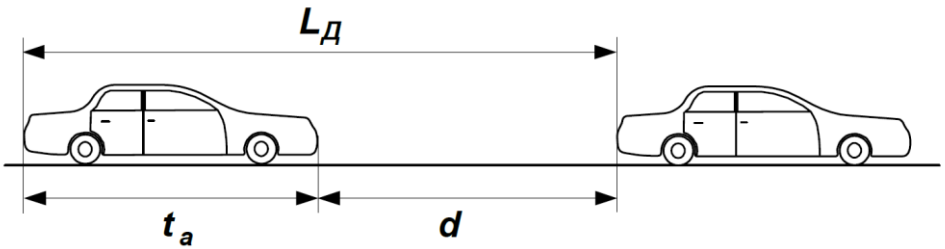


Рисунок 1.6 – Динамічний габарит

5. Інтенсивність руху й тимчасова нерівномірність транспортних потоків.

Інтенсивність руху ця кількість транспортних засобів, які проходять через перетин дороги за одиницю часу. У якості розрахункового періоду часу для визначення інтенсивності руху ухвалюють рік, місяць, час, годину й більш короткі проміжки часу (хвилина, секунда) залежно від поставленого завдання спостереження.

Година пік – часові проміжки найбільшого навантаження на транспортну систему міста.

На ВДМ можна виділити окремі ділянки й зони, де рух досягає максимальних розмірів, у той час, як на інших ділянках він у кілька раз менший. Така просторова нерівномірність відображає насамперед нерівномірність розміщення вантажо та пасажирообразуючих пунктів і їх функціонування. Крива завантаження ВДМ дозволяє виділити так звані піковий години або періоди, у яких виникають найбільш складні завдання організації й

регулювання руху. Піковий період часу, протягом якого інтенсивність, яка виміряється малими проміжками часу, значно перевищує середню інтенсивність періоду найбільш інтенсивного руху. Періодом найбільш інтенсивного руху є час між 7:00 і 9:00 годинником ранком і 17:00 і 19:00 годинником увечері (рис. 1.7).

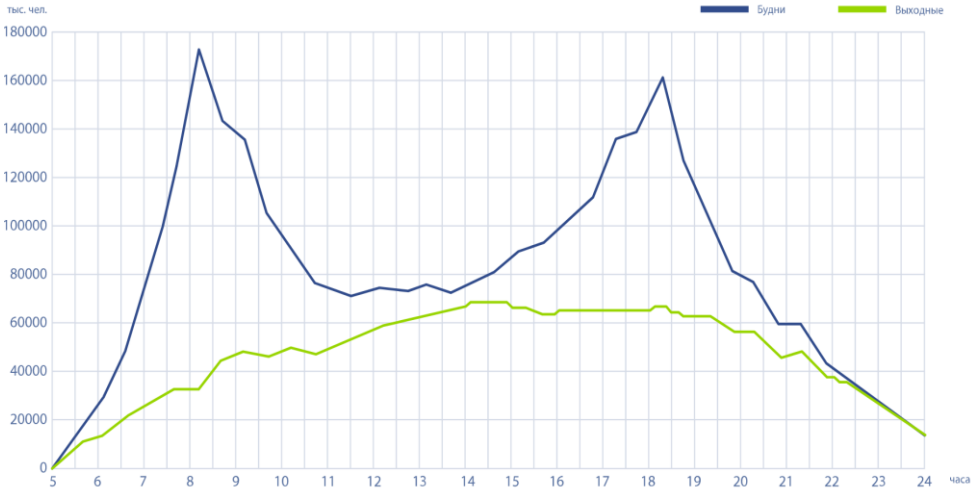


Рисунок 1.7 – Піковий період

Тимчасова нерівномірність транспортних потоків характеризується відповідним коефіцієнтом нерівномірності. Цей коефіцієнт може бути розрахований для річної, добової й годинної нерівномірності руху. Для характеристики просторової нерівномірності транспортного або пішохідного потоку можуть бути також певні відповідні коефіцієнти нерівномірності за окремими ділянками дорожньої мережі.

6. Щільність, швидкість і затримки руху транспортного потоку.

Щільність транспортного потоку є просторовою характеристикою, яка визначає ступінь щільності руху (завантаження смуги дороги). Її вимірюють кількістю

транспортних засобів, які припадають на 1 км довжини смуги дороги. Гранична щільність може спостерігатися при нерухомому стані колони автомобілів, розташованих впритул друг до друга на смузі дороги. Природно, що при такій щільності рух неможливий навіть при автоматичному керуванні автомобілями, тому що відсутня дистанція безпеки. Тому зазначена величина щільності потоку має суцього теоретичне значення. При використанні показника щільності потоку необхідно враховувати коефіцієнт приведення для різних типів транспортних засобів, тому що а якщо ні, то результати порівняння щільності для різного по складу потоку можуть привести до несумісних результатів. Залежно від щільності потоку можна умовно розділити умови руху по ступеню завантаженості на наступні:

- вільний рух,
- частково зв'язане рух,
- насичений рух,
- колонний рух,
- перенасичений рух.

Чисельні величини щільності у фізичних одиницях транспортних засобів, характерні для кожної з умов, дуже суттєво залежать від характеристики дороги й, у першу чергу, від плану й профілю дороги, швидкостей руху й складу потоку транспортних засобів на ній.

Ширина смуги руху, призначена для руху одного ряду автомобілів і виділена звичайної поздовжньою розміткою, визначає вимоги до точності траєкторії руху автомобіля. Чим менше ширина смуги, тим більше тверді вимоги пред'являються до водія й тим більше його психічна напруга при забезпеченні точного положення автомобіля на дорозі. Тому, при малій ширині смуги, а також при зустрічному роз'їзді на вузькій дорозі водій підсвідомо знижує швидкість. На підставі проведених досліджень була отримана

залежність, яка характеризує приблизний зв'язок між швидкістю й шириною смуги дороги

$$B_d = 0,015 \cdot v_a + b_a + 0,3$$

де B_d - ширина смуги, м; V_a - миттєва швидкість автомобіля, км/год;

b_a - ширина автомобіля, м; 0,3 - додатковий зазор, м.

Швидкість руху є найважливішим показником дорожнього руху, тому що характеризує його цільову функцію. Найбільш об'єктивною характеристикою швидкості транспортного засобу на дорозі може служити крива, яка характеризує її зміна протягом усього маршруту руху. Однак одержання таких просторових характеристик для безлічі автомобілів, які рухаються, є складним завданням. У практиці організації рух прийнято характеризувати швидкість руху транспортних потоків миттєвими її значеннями V_a , зафіксованими в окремих типових крапках дороги. Вимірником швидкості доставки вантажів і пасажирів є швидкість повідомлення V_a , що визначається як відносини відстані між крапками з'єднання до часу перебування транспортного засобу в дорозі.

Величиною, зворотної швидкості повідомлення, є темп руху, який вимірюється часом, витраченим на подолання одиниці довжини шляхи (хв/км). Цей вимірник дуже зручний для розрахунків часу доставки пасажирів і вантажів на різні відстані.

Миттєва швидкість транспортного засобу й відповідно швидкість повідомлення залежать від багатьох факторів і зазнає значним коливанням.

Будь-яке зниження швидкості руху транспортних потоків у порівнянні з розрахунковою швидкістю для даного ділянки дороги, а тим більше перерва в русі (зупинка), приводять до втрати часу. Тому при організації дорожнього

руху особлива увага повинна бути звернена на затримки руху. До затримок слід відносити не тільки всі змушені зупинки транспортних засобів перед перехрестями, залізничними переїздами, при заторах на дорозі, але також і зниження швидкості транспортного потоку в порівнянні з розрахункової (дозвленої) для даної дороги.

Втрати часу при русі транспортного засобу можуть бути виражені в загальному виді вираженням на слайді

$$t_{\Delta} = \int_{l_0}^{l_1} \left(\frac{1}{v_{c.\phi}(l)} - \frac{1}{v_{c.p}(l)} \right) dl$$

де $V_{c.\phi}$ - фактична швидкість повідомлення, км/год;

$V_{c.p}$ - розрахункова (оптимальна) швидкість руху, км/год;

l_1, l_0 - крапки розглянутого ділянки дороги, км.

При визначенні оптимальної швидкості руху необхідно враховувати не тільки втрати часу, але й витрати, пов'язані з витратами палива, зношуванням автомобіля, аварійністю, які можуть збільшуватися в міру економії часу (росту швидкості). Як вихідну величину для визначення затримки руху може бути прийнята нормативна швидкість руху або нормативний темп руху для даного типу дороги, якщо такі будуть установлені. Так, якщо на дорозі дозволена швидкість рівняється 60 км/год, що відповідає темпу руху 1 хв/км, а фактична швидкість руху, установлена досвідченою перевіркою, становить 30 км/год, те втрата часу кожним автомобілем у потоці становить 30 сек/км. Якщо довжина розглянутого відрізка магістралі рівняється, наприклад, 5 км, затримка кожного автомобіля складе 2,5 хв.

7. Підходи до дослідження транспортного потоку.

Залежно від мети дослідження можуть бути використані різні методи збору транспортної інформації.

Перша група підходів, які дозволяють одержати статистичні дані щодо характеристик дорожнього руху складається з аналітичних досліджень планових, звітних, статистичних і проектно-технічних документів і проведення анкетування (рис. 1.8).



Рисунок 1.8 – Методи дослідження транспортних потоків

Дослідження документальних матеріалів у першу чергу спрямовані на визначення чисельності населення, обсягів відправлення й прибуття, характеристик житлового фонду й рівня автомобілізації населення. Також одними із джерел необхідної інформації можуть виступати дані щодо кількості зареєстрованих автомобілів у досліджуваному

районі на підставі якого можливо визначити рівень автомобілізації.

З іншої сторони анкетування дозволяє одержати необхідну інформацію безпосередньо в користувачів автомобілями.

Типовим прикладом анкетного обстеження є опитування власників приватних автомобілів у місті про величину здійснених ними пробігів і маршрутів поїздок.

Вивчення картотеки обліку ДТП у ДАІ дозволяє виконати їхній всебічний аналіз і дати узагальнену характеристику причин і факторів, які сприяють виникненню ДТП без виїзду на місця подій.

Аналіз наявної проектної документації на ВДМ дозволяє підготувати характеристику доріг (ширину, кількість смуг, радіусів закруглень і т.д.), необхідних для розробки рішень по організації руху.

Натурні дослідження це фіксація конкретних умов і показників дорожнього руху, фактично того, що відбувається протягом заданого періоду часу.

Традиційне визначення характеристик дорожнього руху на УДС виконується за допомогою обліковців або за допомогою приладів відео- фіксації, з подальшою обробкою відеоряду на комп'ютері. Використання датчиків і детекторів при автоматизованому зборі даних дозволяє уникнути обробки інформації, яка значно зменшує час проведення обстеження.

Перераховані методи не дозволяють визначити пункти відправлення й прибуття автомобілів (транспортні кореспонденції), для збору такої інформації використовують методи: талонний, ярлик на машині й метод номерного знаку.

Талонний метод припускає, що на встановлених контрольних постах водіям ТС вручають талони (картки), які потім у певних пунктах збирають. Метод талонного обстеження вимагає дворазова зупинка кожного

транспортного засобу в зоні обстеження, що при інтенсивному русі може викликати затори на дорозі. Тому, якщо при обстеженні руху не потрібно одержати дані про швидкості повідомлення, використовують метод наклеювання ярликів. У цьому випадку автомобілі зупиняють тільки один раз - на вхідному пункті. Тут на вітрове скло або кузов наклеюють ярлик, який по кольору, формі або символах відповідає даному вхідному пункту. На інших постах у зоні обстеження спостерігачі орієнтуються на ярлики й фіксують у своїх протоколах число ТС, які проїхали з кожного попереднього пункту за встановлені періоди часу.

Метод запису номерних знаків дозволяє взагалі виключити зупинку автомобілів для реєстрації й дає можливість об'єднати вивчення інтенсивності, складу ТП і кореспонденції з одержанням даних про швидкість повідомлення, а також виявляти транзит на будь-якому пості спостереження.

Обстеження на стаціонарних постах дозволяє одержати інформацію, яка ставиться тільки до місця на дорозі, на якому організовані ці пости. У зв'язку із цим для одержання інформації щодо просторово-тимчасових режимів руху на УДС застосовують метод "плаваючого" автомобіля. Суть методу полягає в тому, що автомобіль або пересувна лабораторія рухається зі швидкістю властивий основний масі ТС у потоці.

Моделювання руху полягає в штучному відтворенні процесу руху фізичним або математичними методами, за допомогою персональний комп'ютер.

Контрольні запитання

1. Назвіть що являє собою система транспортний потік.
2. Назвіть методологічні основа моделювання.
3. Що таке функціональні залежності?

4. Що таке детерміністичні співвідношення?
5. Назвіть класифікацію транспортних моделей.
6. Які існують швидкості руху транспортних потоків. Дайте їм визначення.
7. Що таке основна діаграма транспортного потоку?
8. Що таке динамічний габарит?
9. Перелічіть основні методи досліджень транспортних потоків.

Тема 2 Мікромоделювання транспортних потоків

План лекції

1. Знайомство з інтерфейсом програми.
2. Операції з растровою основою.
3. Уведення дорожньої мережі.
4. Уведення транспортного руху.
5. Регулювання руху.
6. Результати імітації
7. Запис відеороликів.

VISSIM - це мікроскопічна модель імітації руху міського транспорту й операцій суспільного транспорту, що базується на кроці часу й на поведінці водія. Поряд з рухом індивідуального транспорту також може моделюватися як рейковий/залізничний, так і автомобільний суспільний місцевий пасажирський транспорт. Рух транспорту імітується для різних граничних умов, наприклад, поділ смуг руху, склад транспортного потоку, регулювання світлосигнальних установок і облік індивідуального й суспільного транспорту. Стосовно транспортно-технічних параметрів можуть бути оцінені різні варіанти.

1. Знайомство з інтерфейсом програми.

Інтерфейс VISSIM підрозділений на наступні області (рис.2.1):

Рядок заголовка

Назва програми, номер версії й, при необхідності, активний файл мережі

Меню

Обслуговування за допомогою миші або гарячих клавіш на клавіатурі

Наступне підміню

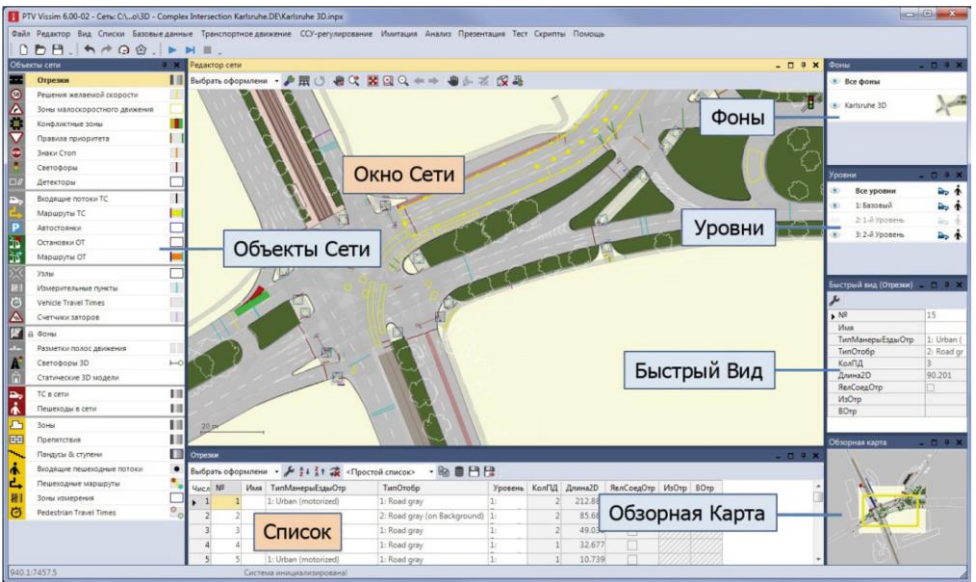


Рисунок 2.1 – Интерфейс VISSIM

"..." Наступне вікно.

Чотири останні, використаних в VISSIM файлу мережі, перераховані в меню ФАЙЛ і можуть бути відкриті клацанням миші.

Панель інструментів

Для регулювання зміни мережі й циклів імітації.

Рядок поточного стану

Коротка інформація про актуально встановлений режим роботи

Смуги прокрутки

Перемістити актуальну частину мережі горизонтально або вертикально.

Елемент можна заново ввести або відредагувати, якщо активована відповідна клавіша (рис 2.2).

Відрізки й з'єднуючі відрізки

Дорожня розмітка (покажчики напрямку)

Вхідні потоки транспорту (інтенсивність транспортного руху)

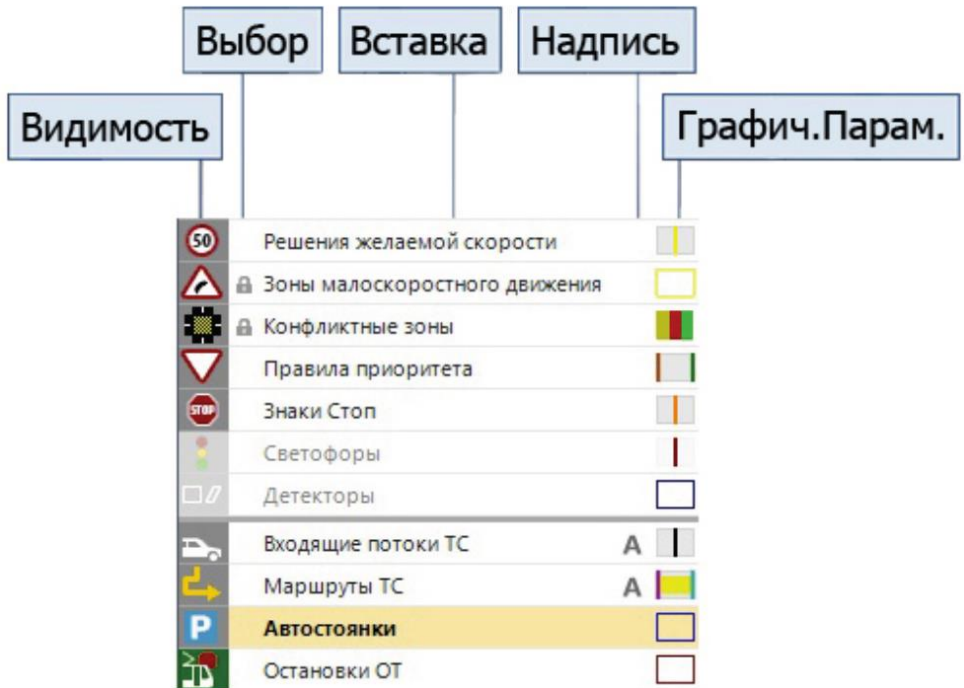


Рисунок 2.2 – Панель об'єктів мережі

Розв'язку маршруту й статичні маршрути для індивідуального транспорту

Бажані розв'язки швидкостей

Зони мало скоротного руху (ділянки зі зміненим розподілом бажаної швидкості)

Перешкоди на пересічній дорозі (регулювання пріоритету проїзду)

Знаки "Стоп" і каси оплати проїзду

Світлофори

Детектори

Зупинки суспільного транспорту

Маршрути суспільного транспорту

Збір даних

Виміру часу в дорозі й часу затримок

Лічильник затору

Стоянки / Примикання району

Вузли (крім самої маленької версії VISSIM усі ліцензії охоплюють аналіз вузлів, незалежно від модуля Динамічного розподілу.

У режимі 3D є додаткові клавіші для відображення на екрані. Зобразити всю мережу: Мережа представляється в безпосередній горизонтальній проекції, також як і при першому перемиканні в режим 3D (рис. 2.3).

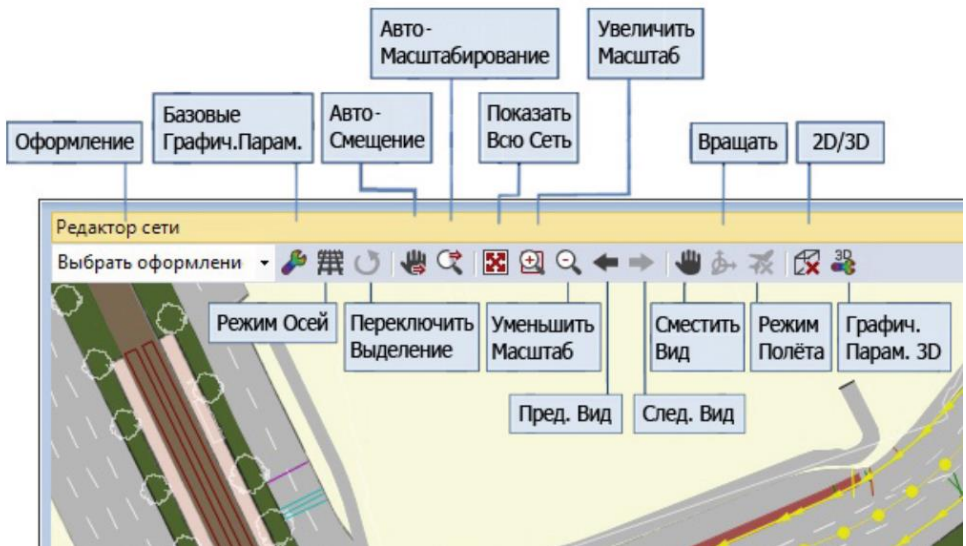


Рисунок 2.3 – Панель об'єктів мережі

Динамічний Zoom: На протИвагу ZOOM у режимі 2D, при якому прямокутник визначає нову площу зображення, мережі в режимі 3D можна наблизити за допомогою ДИНАМІЧНОГО Zoom рухом миші ліворуч праворуч при натиснутій лівій кнопці. Щоб збільшити фрагмент, курсор миші необхідно рухати при натиснутій лівій кнопці праворуч ліворуч. Натисканням на праву кнопку миші можливо перейти до колишнього фрагмента.

Фрагмент мережі змінити з фактором: Фрагмент зміниться на певний фактор. Фактори <1 зменшують фрагмент.

Перемістити мережа: Перемістити зображення мережі в будь-якому напрямку без зміни висоти над мережею (Рухати курсор миші при натиснутій лівій кнопці в бажаному напрямку). При невеликій висоті позиції камери маленький рух курсору миші може викликати уже значний зсув мережі.

Обертати мережу: Зміна кута спостереження (Рухати курсор миші при натиснутій лівій кнопці в бажаному напрямку):

Рух курсору миші нагору й або вниз змінить висоту й або кут спостереження.

Рух курсору миші вліво й або вправо обертає мережа навколо крапки спостереження.

Поле над мережею:

Змінити напрямок польоту : при натиснутій кнопці миші.

Змінити швидкість польоту; швидше за допомогою лівої клавіші shift і повільніше за допомогою лівої клавіші CTRL.

Під час руху натиснути ALT: Курсор миші залишається там же, де і перебуває, і викликає безперервне обертання у відповідний напрямок.

Камера може обертатися без руху при використанні правої клавіші Shift .

За допомогою списків можливо виводити на екран різну інформацію в табличному вигляді 3D (рис. 2.4).

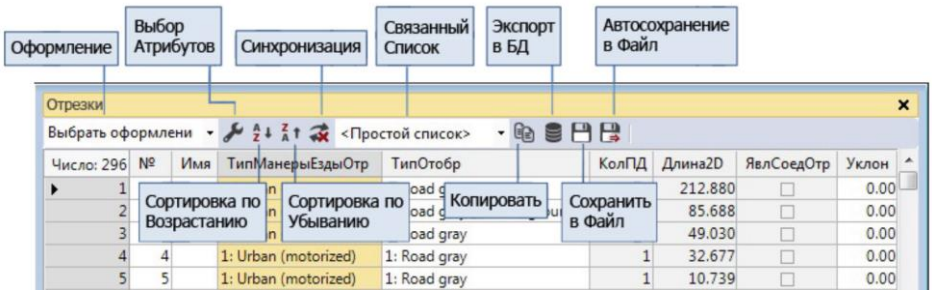


Рисунок 2.4 – Вікно списків

2. Операції з растровою основою.

Побудова точної моделі VISSIM на порожньому місці вимагає, принаймні, однієї от масштабованої карти, яка показує реальну мережу. Якщо карти в цифровому виді не існує, то вона може бути від сканована.

В VISSIM можливо використання різних форматів зображень файлів, як піксельних, так і векторних (рис. 2.5).

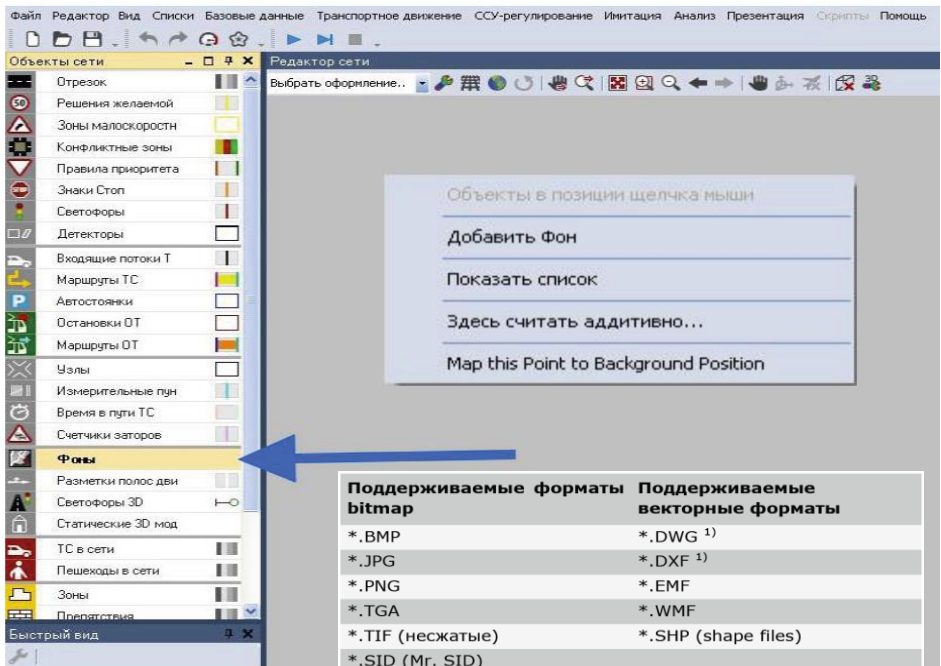


Рисунок 2.5 – Уведення растрової основи

Наступні кроки показують, як із графічних файлів створюються VISSIM файли підложки. Рекомендується використовувати карту, на якій представлена вся площа досліджуваної мережі.

Розмір файлу підложки залежить від:

- формату файлу й стиску (особливо при форматі JPG)
- дозволу екрана й глибини кольору
- оперативної пам'яті й пам'яті для графічних карт

(зокрема для режиму 3D)

Тому максимально можливий розмір файлу залежить від відповідної системи. Якщо файл підложки зображується неправильно (наприклад, замість зображення з'являється чорна або біла площа), то це означає, що файл занадто великої. У цьому випадку повинен бути зменшений файл зображень, або площа зображення, або дозвіл.

Після того, як встановлена підложка "предпросмотру", у цю же мережу можуть бути завантажені й отмасштабовані, тим же самим способом, більш детальні підложки (або додаткові фонові зображення) і, потім пересунені до їхнього правильного місця розташування. Щоб розмістити їх правильно (щодо інших зображень), рекомендується спочатку створити грубу VISSIM мережа, куди в основну підложку "предпросмотру" помістити стратегічні відрізки. Нове імпортоване тло буде розташовуватися поверх старої підложки, тому його необхідно пересунути на правильне місце розташування. Для досягнення таких результатів рекомендується тимчасово розмістити деякі відрізки на споруджуваних ребрах.

Якщо Ви починаєте працювати в порожній мережі, на відміну від імпортованої, Ви повинні впевнитися, що встановлений масштаб вірний до того, як почнете вводити елементи мережі. Правильно встановити масштаб для майбутньої мережі можна за допомогою масштабування підложки. (рис. 2.6).

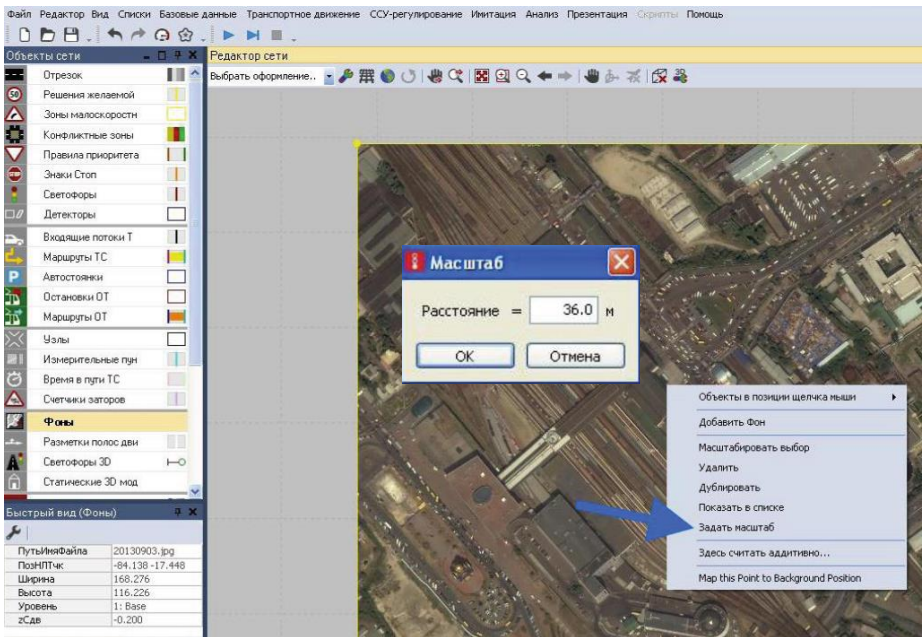


Рисунок 2.6 – Масштабування

3. Уведення дорожньої мережі.

VISSIM підтримує кілька типів відрізка, що відрізняються параметрами манери їзди й кольором. Сполучний відрізок мають той же самий тип, що й відрізок, з якого він починається. У середині одного типу відрізка різні класи транспортних засобів можуть мати різні параметри манери їзди.

В VISSIM за замовчуванням установлено кілька типів відрізків.

Вони можуть редагуватися й створюватися заново в Базові дані -Типи відрізків...

Список усіх типів відрізків, установлених за замовчуванням, може редагуватися при використанні кнопок на панелі праворуч.

Першим кроком у створенні мережі VISSIM є трасування відрізків. Тому, необхідно знайти всі під'їзди до

перехресть і визначити кількість смуг, як на під'їзді, так і на перехресті. Кожне примикання і його складові будуть представлено в якості одного відрізка. Необхідно починати вводити відрізки з головної дороги.

Один відрізок не може мати різну ширину проїзної частини. У такий спосіб для одного відрізка необхідно створити розрив відрізка, мають різну кількість смуг руху. Якщо по яких або причинах необхідно змінити кількість смуг руху на вже існуючому відрізку, то можна існуючий відрізок розбити на дві частини.

Методи моделювання:

Створіть відрізок спочатку для одного напрямку, змодельуйте його кривизну й потім використовуйте опцію Зустрічний рух, за допомогою якої створиться відрізок для зустрічного руху.

Для моделювання руху на перехрестях використовуйте сполучні відрізки.

Відрізки не повинні імітувати рух на поворотах, але вони повинні доходити майже до центру перехрестя (якщо різна кількість смуг руху не дозволяють використання проміжних відрізків) (рис. 2.7).

№ - задаєте номер відрізка;

Ім'я - можете задати назву відрізка (наприклад, назва вулиці);

Тип манери повед. - вказуєте тип відрізка;

Кіл. смуг - кількість смуг руху в одному напрямку;

Ширина - задаєте ширину смуг руху;

Тип изображ. - відображення відрізка (проїжджаючи частина, рейки, ескалатор, щаблі і т.д.)

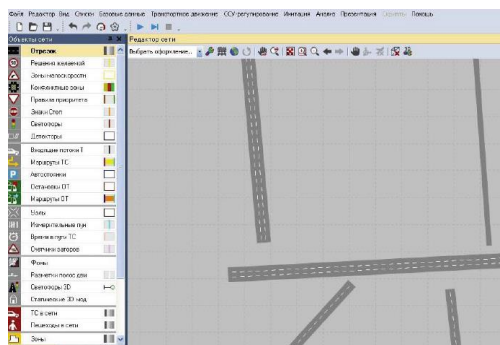
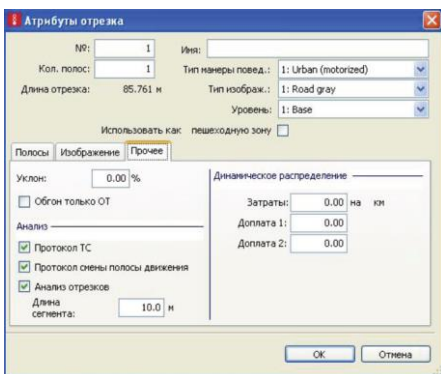
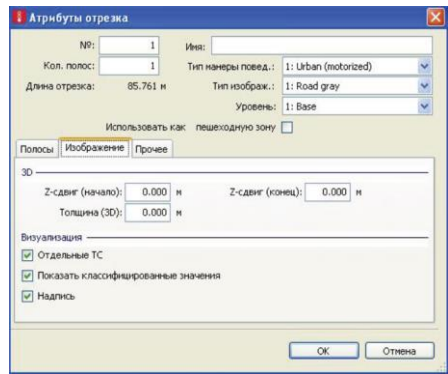
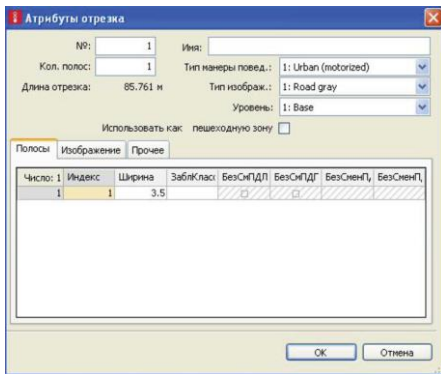


Рисунок 2.7 – Створення відрізків

Ухил - описує поздовжній ухил. Для зображення з'єднуючого відрізка

У тривимірному режимі (3D) цей параметр не використовується. Для тривимірного зображення (3D) висота початкового й кінцевого пункту з'єднуючого відрізка (z-координата) обчислюється автоматично з висот початкового й наступного відрізків.

z- зрушення (початок) / z- зрушення (кінець) - тут Ви вказуєте висотні оцінки крапок початку й кінця відрізка (по ходу руху).

Товщина - використовується для візуального відображення товщини відрізка в тривимірному режимі (3D). Звичайно, указувати отут впливає максимальне значення висоти відрізка.

Напис - якщо опція активна, то відрізок на кресленні буде підписаний зазначеним вище іменем (для цього також необхідно активувати опцію Ім'я у Вид/Елементи мережі/Відрізок);

Візуалізація - якщо опція неактивна, то машини, що в'їжджають на відрізок, стають невидимими (це необхідно для зображення на кресленні тунелів);

Сполучні відрізки

Для того щоб створити дорожню мережу відрізки необхідно з'єднати один з одним за допомогою сполучних відрізків. Не можна пристикувати один відрізок до іншого так, щоб транспортні засоби продовжили рух з один на іншій. Замість цього, для зв'язку двох відрізків застосовуються сполучні відрізки. Крім того, сполучні відрізки використовуються для моделювання поворотів на перехресті (рис. 2.8).

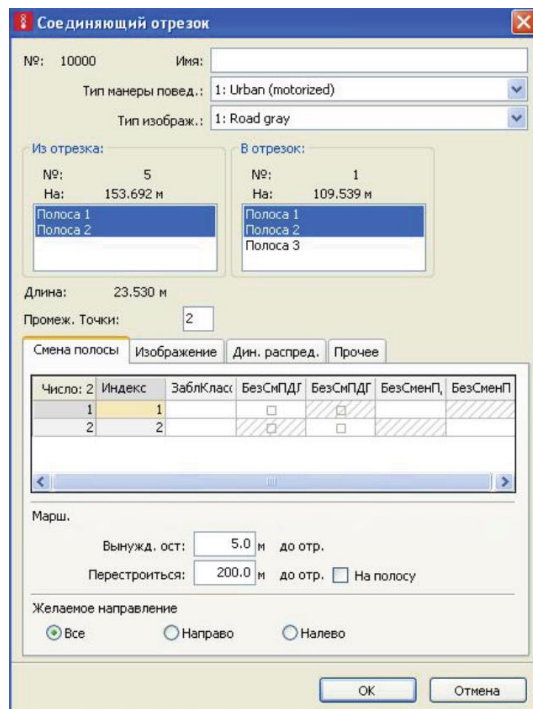


Рисунок 2.8 – Створення сполучних відрізків

4. Уведення транспортного руху.

Склад транспортного потоку визначає частку кожного класу транспортних засобів у кожному вхідному потоці. У складі потоку не враховуються маршрути громадського транспорту, вони задаються окремо. Склад транспортного потоку повинен бути визначений до того, як будуть задані інтенсивності вхідних потоків. Рух пішоходів задається як своєрідний рух транспорту й для нього теж треба визначати склад потоку. Склад потоку являє собою набір параметрів, що включають класи транспортних засобів, їх процентне співвідношення й розподіл швидкостей для кожного обраного класу (рис. 2.9).

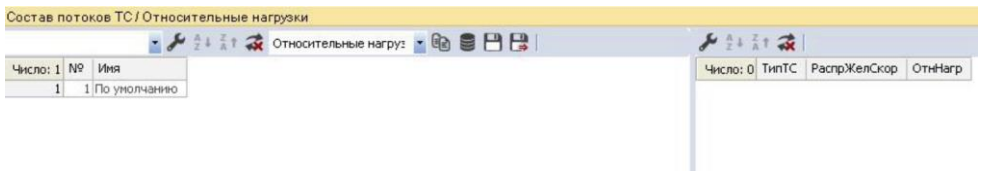


Рисунок 2.9 – Склад транспортного потоку

Вхідні потоки транспортних засобів. Визначити транспортні потоки, що входять у мережу. Транспортні потоки вводяться на окремий відрізок і для певного інтервалу часу, обумовленого як кількість транспортних засобів за годину, навіть якщо період моделювання не одна година (рис. 2.10). Протягом установленого періоду часу транспортні засоби вводяться на відрізок, ґрунтуючись на розподілі Пуассона. Якщо транспортні засоби не можуть бути введені в мережу через її зайнятість, то вони вибудовуються в чергу поза мережею, і будуть вводитися в неї в міру звільнення місця. Якщо деякий обсяг транспортних засобів не був уведений на відрізок за встановлений проміжок часу, то по закінченню імітації, на екрані з'явиться повідомлення про запис файлу помилок з розширенням *.ERR.

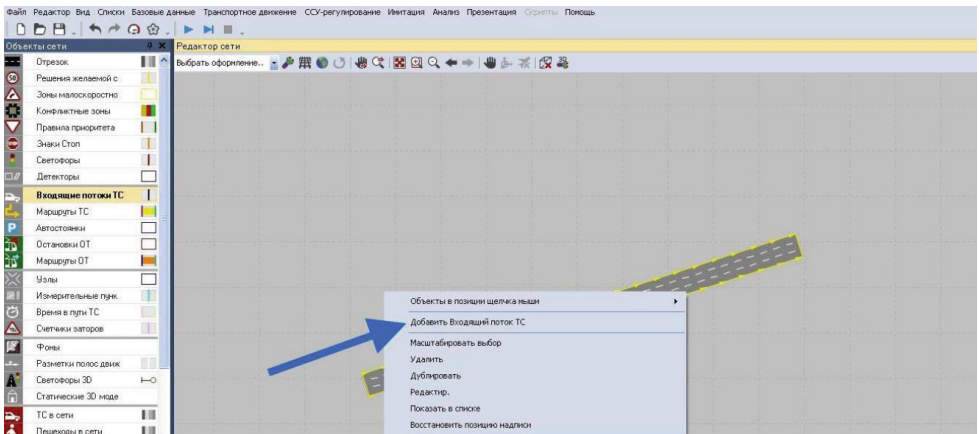


Рисунок 2.10 – Визначення вхідного потоку

При використанні динамічного розподілу немає необхідності у визначенні вхідного потоку. Усю необхідну інформацію комп'ютер одержує з матриці кореспонденцій.

Маршрути руху транспортних потоків.

В VISSIM існує два способи моделювання транспортних маршрутів:

Статичні маршрути, що використовують функції розв'язку напрямку або розв'язки маршрутів.

Динамічний розподіл маршрутів при використанні матриць кореспонденцій (застосовується при наявності додаткового модуля VISSIM Динамічний розподіл маршрутів).

При використанні статичних маршрутів маршрути транспортних засобів, що рухаються через VISSIM мережу, можуть бути статично визначені або за допомогою розв'язку маршрутів або розв'язку напрямків. Однак, настійно рекомендується використання розв'язку маршрутів, тому що ця функція найбільш зручна й легка в обігу й потоки транспортних засобів перерозподіляються з більшою точністю. Крім того, повинні бути визначені вхідні потоки транспортних засобів

У тому випадку, коли використовується динамічний розподіл, немає необхідності у визначенні статичних маршрутів і вхідних потоків.

Маршрут - це фіксована послідовність відрізків і сполучних відрізків від точки розв'язку маршруту (червона риса) до місця призначення (зелена риса).

Кожний маршрут має одну точку розв'язку маршруту й може мати кілька місць призначення, як дерево з одним коренем і численними галузями (рис. 2.11).

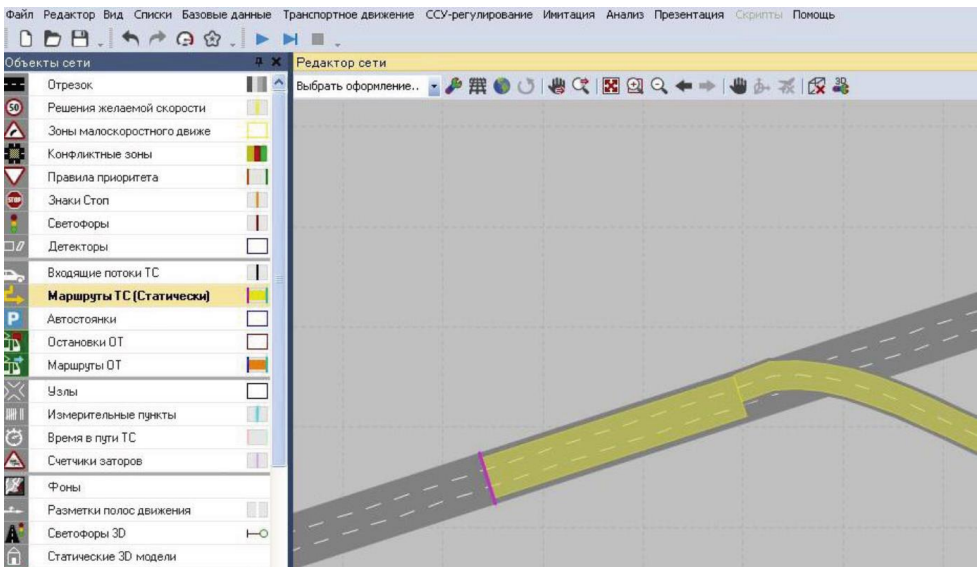


Рисунок 2.11 – Маршруты руху транспортних потоків

Маршрут може мати різну довжину - від повороту на одному перехресті до маршруту, що пролягає через усю мережу.

Розв'язку маршруту торкається тільки тих транспортних засобів, класу яких зазначений у розв'язку маршруту інших, що й не мають більше, рішень маршрутів. Якщо транспортний засіб уже одержав інформацію про свій маршрут, то для одержання нового маршруту, транспортний

засіб повинний спочатку приїхати в місце призначення поточного маршруту (зелена риса). Виключення із цього правила: часткові маршрути й стоянки.

Протягом моделювання кожний транспортний засіб, що перетинає крапку розв'язку маршруту, одержує напрямок на маршрут у тому випадку, якщо в нього вже немає призначення на інший маршрут. Стохастичний розподіл на багаторазові маршрути з однієї крапки розв'язку маршруту базується на методі Монте-Карло; іншими словами відсоток. Транспортний засіб, який призначений на певний маршрут вибирає смугу руху на багатосмуговом відрізку незалежно, але так, щоб воно змогло потрапити на наступний сполучний відрізок, не відхиляючись від свого маршруту. Як тільки транспортний засіб досягає деякого порога, де встановлені параметри, що пропонують йому поміняти смугу для продовження проходження по встановленому маршруту, воно намагається перешикуватися на смугу, яка веде до сполучного відрізка маршруту. Починаючи із цієї крапки транспортний засіб не буде змінювати смуги, яка не веде до потрібного сполучного відрізка, навіть якщо йому необхідно обігнати більш "повільне" транспортний засіб, крім випадків зупинок суспільного транспорту.

Коли використовуються серії рішень маршрутів (наприклад, окреме моделювання поворотних процесів на перехрестях) важливо пам'ятати, що транспортні засоби можуть проігнорувати будь-який розв'язок маршруту, якщо продовжують рух по попередньому. Для успішного переміщення з одного маршруту на інший початок наступного маршруту повинне розташовуватися нижче за течією попереднього.

Найлегшим способом досягнення такого результату є розміщення всіх зелених секцій маршруту на першому сполучному відрізку (або подібному відрізку) після останньої крапки розв'язку даного маршруту. Розташовуючи

всі червоні секції (розв'язку маршрутів) завжди на відрізку після перехрестя (після закінчення всіх сполучних відрізків) Ви забезпечуєте те, що всі попередні маршрути закінчаться до початку наступного (див. малюнок нижче).

Транспортний засіб одержує інформацію про маршрут у момент часу після перетинання їм крапки розв'язку маршруту. Тому відстань між крапкою розв'язку маршруту й сполучним відрізком повинне бути як мінімум дорівнює відстані, яку транспортний засіб проїжджає за один крок часу з найвищою швидкістю.

Транспортні засоби, призначені на певний маршрут, що й чекають моменту для перебудування віддаляються з мережі, якщо чекають більш 60 секунд у запобіганні нереалістичних результатів моделювання. За логікою, у реальності, цей транспортний засіб буде змушено продовжувати рух у потоці без перебудування.

VISSIM регулює право проїзду конфліктних місць за допомогою правил пріоритету. Правило пріоритету складається з:

- стоп - лінії, де транспортний засіб чекає на позиції змушеної зупинки й
- одного або декількох місць, що викликає перешкоди (конфліктна лінія, позначувана зеленим кольором).

Залежно від поточних умов на конфліктних лініях, стоп - лінія "дозволяє" проїзд чи ні.

При під'їзді транспортного засобу до стоп - лінії проявляються дві умови, які відлічуються від конфліктної лінії по напрямкові назустріч руху:

- мінімальна конфліктна відстань;
- мінімальний конфліктний час.

Якщо значення цих параметрів менше встановлених, то транспортний засіб чекає доти , поки вони не стануть досить більшими. Конфліктна відстань визначається як відстань від конфліктної лінії (зелена смуга) до першого

транспортного засобу, який до неї наближається по напрямкові назустріч руху. Якщо транспортний засіб ще перебуває на конфліктній лінії, то конфліктна відстань рівняється 0.

Існуючий конфліктний час визначається як час, який необхідно транспортному засобу, що рухається з поточною швидкістю, для досягнення конфліктної лінії по напрямкові назустріч руху (зелена смуга). При цьому, транспортний засіб, який уже перебуває на конфліктній лінії, у розрахунки не ухвалюється. Якщо поточний конфліктний час менше встановленого мінімального (певного для місця конфлікту), то відповідна йому стоп - лінія буде "зупиняти" усі транспортні засоби, що наближаються (аналогічно червоному сигналу світлофора) (рис. 2.12).

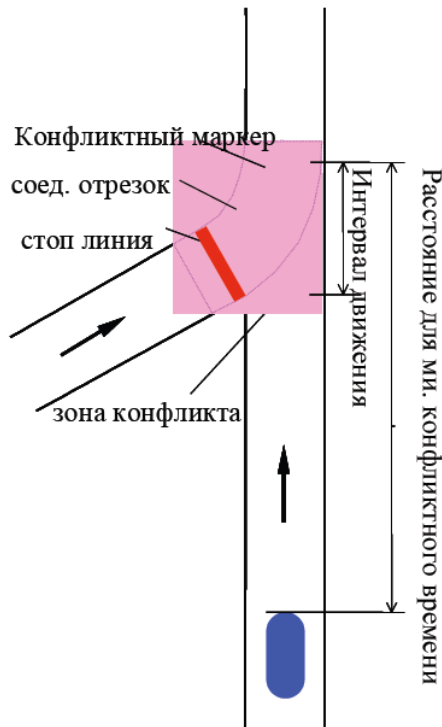


Рисунок 2.12 – Введення правил пріоритету

Елемент мережі "Стоянки" використовується у двох різних випадках:

1) Якщо використовуються статичні маршрути: Моделювання звичайних стоянок і стоянок на узбіччях.

2) Для динамічного розподілу: Моделювання місць початку руху й місць призначення по

Стоянки на узбіччі

Для моделювання проміжних зупинок невеликої тривалості за часом, стоянок типу Справжні стоянки, комбіновані з розв'язками маршруту типу Стоянки. Такі розв'язки маршруту працюють за принципом Часткових маршрутів. Для розв'язків маршруту типу Стоянки не треба прокладати ніяких маршрутів, потрібно встановити кілька стоянок. Для такого типу розв'язків маршрутів користувач повинен визначити відсоток транспортних засобів, які займають задане місце на стоянці. Для розподілу стоянок або місць на стоянці беруться до уваги наступні критерії:

- години роботи;
- максимальний час стоянки;
- привабливість.

Транспортний засіб, якому по результату розподілу типу Стоянки призначене місце на стоянці, буде впливати туди по автоматично створеному маршруту. Потім він припаркується на своє місце, причому час паркування буде залежати від призначеного розподілу часу перебування, обумовленого інтервалом часу для розв'язку маршруту типу Стоянки. Коли час перебування закінчиться, транспортний засіб покине стоянку й знову почне рух по автоматично створеному маршруту. Автоматично створений маршрут обслуговує маршрут транспортного засобу так швидко, як тільки можливо переписати недавній маршрут на первісний (рис. 2.13).

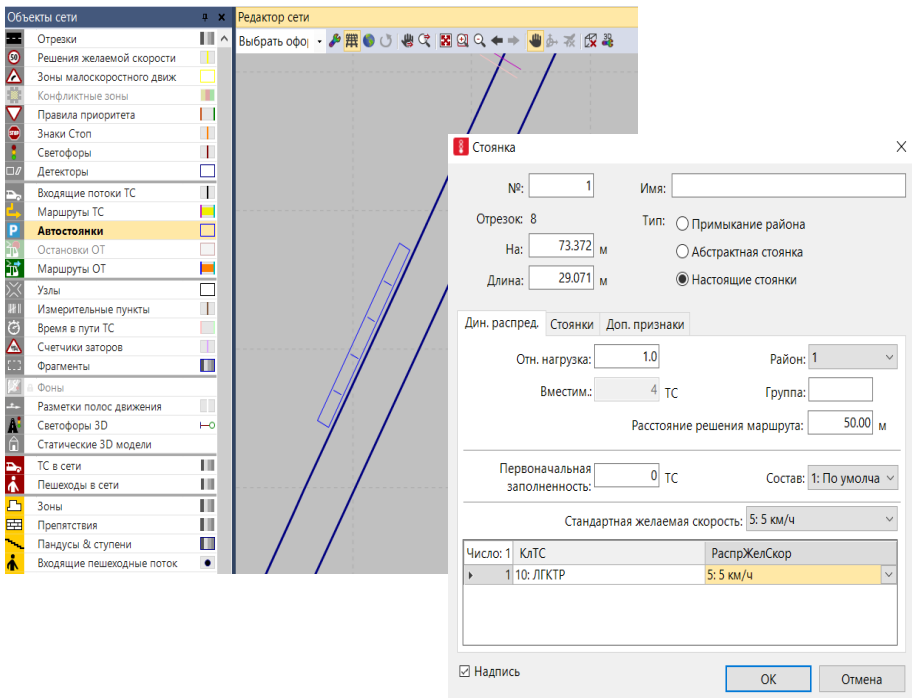


Рисунок 2.13 – Обмеження бажаної швидкості

Рішення бажаної швидкості розташовується в місцях, де необхідно встановити постійне обмеження швидкості (наприклад, зміна бажаної швидкості). Кожний транспортний засіб одержує нове значення розподілу швидкості, який змінює бажаний розв'язок швидкості. Тільки тоді автомобіль реагує на нову швидкість - або прискоренням, або вповільненням згідно з його бажаною функцією розподілу (рис. 2.14).

Найпоширеніше застосування розв'язку бажаної швидкості - це імітація реальних знаків обмеження швидкості. Також можна застосовувати дану функцію як обмежник швидкості на вході й виході з населених пунктів або при вузьких проїзних частинах.

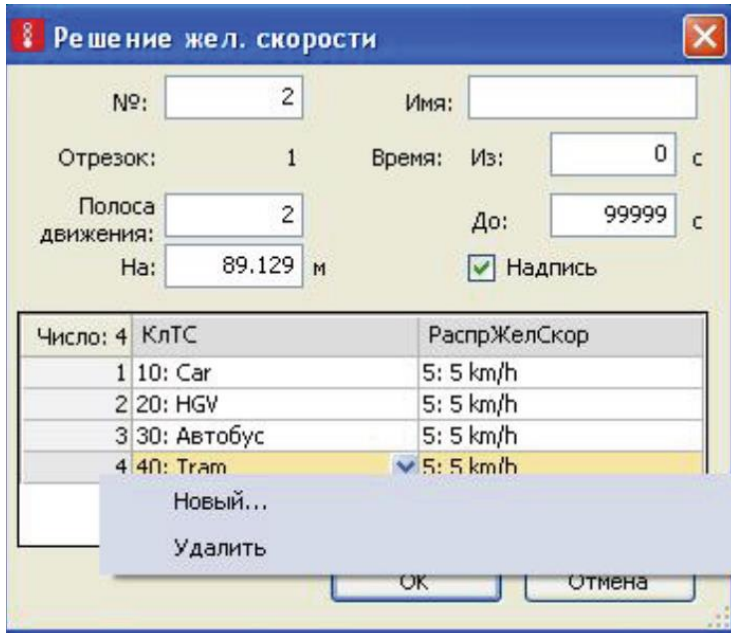


Рисунок 2.14 – Обмеження бажаної швидкості

5. Регулювання руху.

В VISSIM кожна світлосигнальна установка представлена індивідуальним номером і групами сигналів. Дотримуючись обраної логіки, VISSIM може створити до 125 груп сигналів для однієї світлосигнальної установки. В VISSIM є відмінність між групами сигналів і світлофорами.

Світлофор - фактичне обладнання, що показує картину зв'язаної групи сигналів. Світлофори закодовані в VISSIM для кожної смуги індивідуально й розташовуються поруч зі стоп - лінією. Транспортні засоби зупиняються приблизно за 0,5 м до світлофора/стоп - лінії, якщо він показує червоний колір. Транспортні засоби, що наближаються до жовтого сигналу світлофора, проїдуть на нього, якщо не зможуть зробити безпечну зупинку перед стоп - лінією. В VISSIM, за бажанням, може використовуватися сучасний метод обчислення ймовірності проїзду на жовтий сигнал світлофора, з використанням трьох факторів у параметрах

поведінки водіїв. За допомогою кодування світлофора можна точно змоделювати будь-яку ситуацію. Це включає здатність моделювання різних груп сигналів для різних типів транспортних засобів на одній і тій же смузі руху. Наприклад, моделювання автобусного руху в змішаному потоці руху. Для автобуса можна створити окремий світлофор, який буде впливати тільки на цей тип транспортних засобів. Діалогове вікно Світлосигнальні установки складається зі списку всіх світлосигнальних установок, певних у поточній роботі (рис. 2.15).

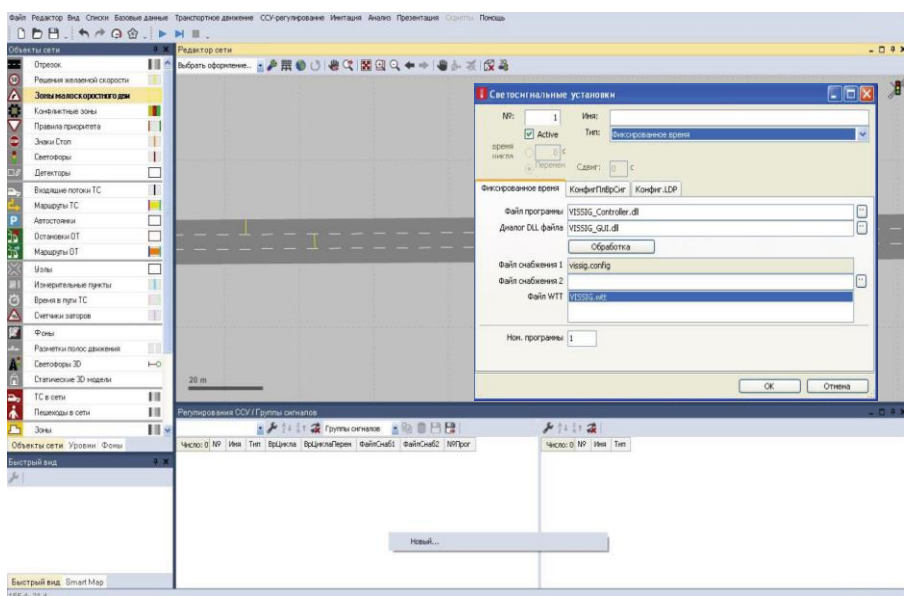


Рисунок 2.15 – Створення світлофорного регулювання

Для світлосигнальної установки з фіксованим часом необхідно визначити час закінчення зеленого й червоного сигналів разом з визначенням тривалості жовтого й червоно-жовтого сигналів.

Якщо Ви прагнете відключити жовтий і червоно-жовтий сигнали світлосигнальної установки, то в графові значень просто задайте 0.

Також у світлосигнальній установці з фіксованим часом зелений сигнал може бути включений двічі протягом одного циклу. Це можна зробити, увівши в додаткові графі значення закінчення зеленого 2 і червоного 2 сигналів. Тип забезпечує постійний у часі зелений і червоний сигнали світлофора, а також і його цикл.

Час сигналів показується в окремому вікні для кожної світлосигнальної установки. Ці вікна можуть бути активовані протягом ходу імітації.

Поточний стан групи сигналу світлосигнальної установки буде показаний кольором. Стан актуального кроку часу виводиться праворуч.

У вікні плану часу сигналів запропонована лінійка, як засіб для визначення відстані між двома моментами часу (наприклад, тривалість від вимоги детектора до розв'язної групи сигналів) (рис. 2.16).

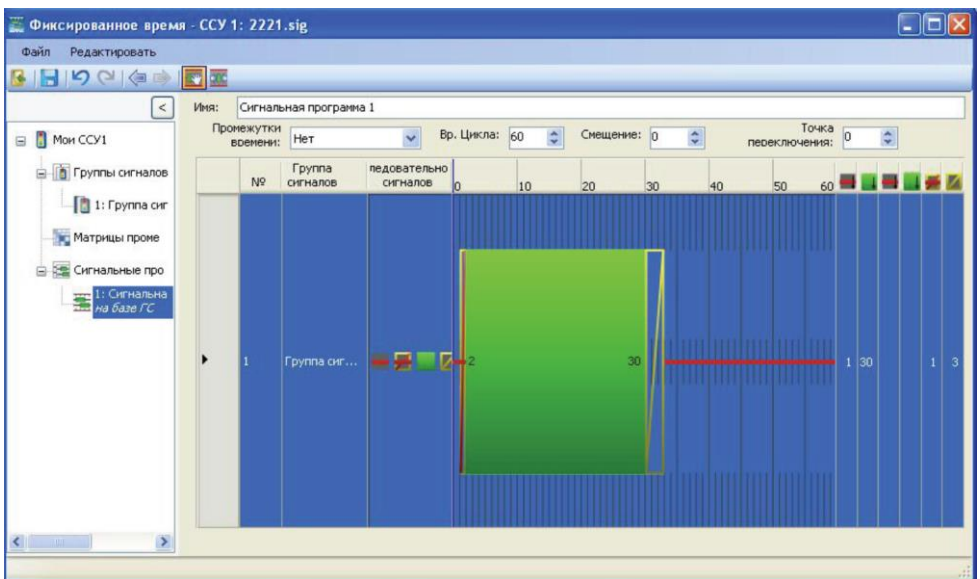


Рисунок 2.16 – Уведення світлофорних циклів

6. Результати імітації.

Параметри для імітації або тесту можуть бути встановлені у вікні Параметри імітації, яке перебуває в ІМІТАЦІЯ - ПАРАМЕТРИ. Маркер: Рядок для ідентифікації циклу імітації, яка виводиться на початку всіх файлів висновку. За допомогою ФАЙЛ - ЗБЕРЕГТИ вона буде записана також у файл мережі (*.INP).

Рух: Тут установлюється вид руху: право- або лівостороннє. Залежно від виду руху, будуть по-різному регулюватися: створення зустрічних смуг руху, створення автобусних зупинок, манера їзди на магістралях.

Тривалість імітації: Вказується тривалість імітації (у секундах імітації). Тут також повинне враховуватися час для "розігріву" мережі.

Час старту: Час старту імітації (відповідає секунд імітації). Для висновку часу в рядок стану потрібно активувати опцію Час у ВИД - РЯДОК СТАНУ. Для динамічного розподілу Час старту використовується для генерування в потрібний час транспортного попиту матриці кореспонденцій. Час старту повинний відповідати настойкам у файлі матриці.

Частота обчислення: вказує, як часто заново розраховується позиція транспортного засобу в межах секунди імітації (діапазон значень 1 - 10). Це значення впливає також на час реакції транспортних засобів відносно один одного. При значенні даного параметра 1 транспортні засоби рухаються один раз у секунду імітації, при значенні 10 позиція транспортного засобу обчислюється 10 раз за секунду імітації, таким чином, досягається більш гладкий рух транспортних коштів. Рекомендуються значення > 2 (залежно від розміру мережі).

Стартове випадкове число: Зазначене тут значення служить для ініціалізації генератора випадкових чисел. Два

цикли імітації з однаковим файлом мережі й ідентичним стартовим випадковим числом проходять однаково. При зміні стартового випадкового числа стохастичні функції в VISSIM одержують різну черговість значень, і, таким чином, змінюється транспортний потік. Тобто при використанні різних стартових випадкових чисел змінюється профіль часу прибуття (стохастичні коливання часу прибуття вхідного потоку). Для досягнення змістовних результатів необхідно арифметично осереднити результати декількох циклів імітації з різним стартовим випадковим числом.

Стохастичний характер руху має на увазі потребу забезпечення такого виду мінливості в VISSIM. VISSIM базується на моделі поведінки Відемана, де дана завдання вирішено шляхом включення декількох параметрів, які використовуються в стохастичному розподілі. У цій главі перебуває базова інформація для імітації руху, де описуються різні типи розподілу, функції й також способи моделювання транспортних засобів. Якщо Ви прагнете використовувати VISSIM тільки для функціонального тестування, то Вам необов'язково читати дану главу.

Швидкість процесу: указує кількість секунд імітації в секунді реального часу (Фактор цейтрафера). Якщо опція встановлена на максимум, то імітація проходить із максимально можливою швидкістю. Значення 1.0 означає, що імітація проходить у режимі реального часу. Значення 2.0 приведе до того, що імітація буде проходити у два рази швидше, чим у реальності. Швидкість процесу не має впливу на результати імітації й може бути змінена під час циклу імітації.

При більших мережах і/або повільно працюючих комп'ютерах можливо, що бажана швидкість імітації не буде досягнута.

Перервати після: досягнення, зазначеної тут секунди імітації відбувається автоматичне перемикання на

покроковий режим. Ця опція може використовуватися, наприклад, для того, щоб мати можливість спостерігати за імітацією, починаючи з деякої її секунди, і не витратити час на перегляд усієї попередньої імітації (рис. 2.17).

8 Параметры имитации

Маркер:

Продолж. имитации: Секунды имитации

Время старта: [чч:мм:сс]

Дата старта: [ДД.ММ.ГГГГ]

Частота расчета: Шаг(и) вр./Сек.Имит.

Старт. случ. число:

Количество запусков:

Шаг случайного числа:

Приращение интенсивности движения для динамического распределения: %

Скорость процесса: Сек.имит./Сек
 Максимально
 Ретроспективная синхронизация

Прервать после: Секунды имитации

Исп. ядро процессора:

OK Отмена

Рисунок 2.17 – Параметры імітації

Файли висновку можливо одержати відкривши діалогове вікно Аналізи (Файли) за допомогою меню АНАЛІЗ - ФАЙЛИ. Тут за допомогою оцінки потрібно вказати, які з можливих файлів оцінки повинні записуватися під час циклу імітації (рис. 2.18).

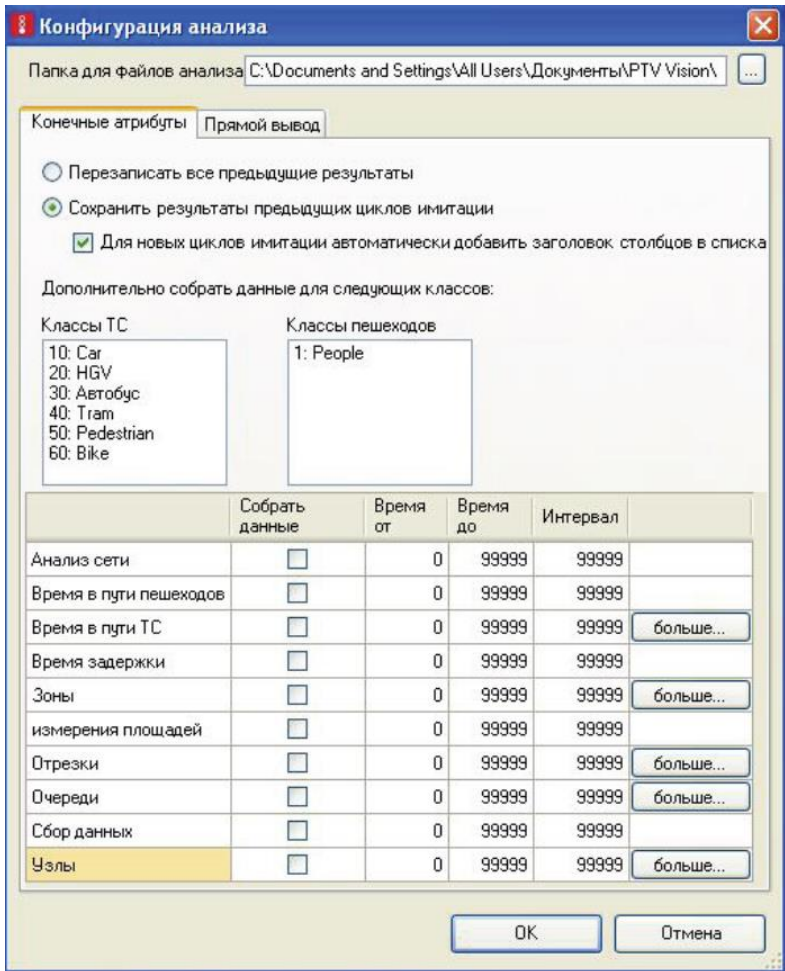


Рисунок 2.18 – Збереження результатів

Вивід даних у вікно можливий за допомогою пункту меню АНАЛІЗ - ВІКНО. Доступні наступні опції: Інформація про транспортний засіб: зазначена конфігурація даних транспортного засобу за допомогою подвійного клацання мишкою по транспортному засобу під час імітації (рис. 2.19).

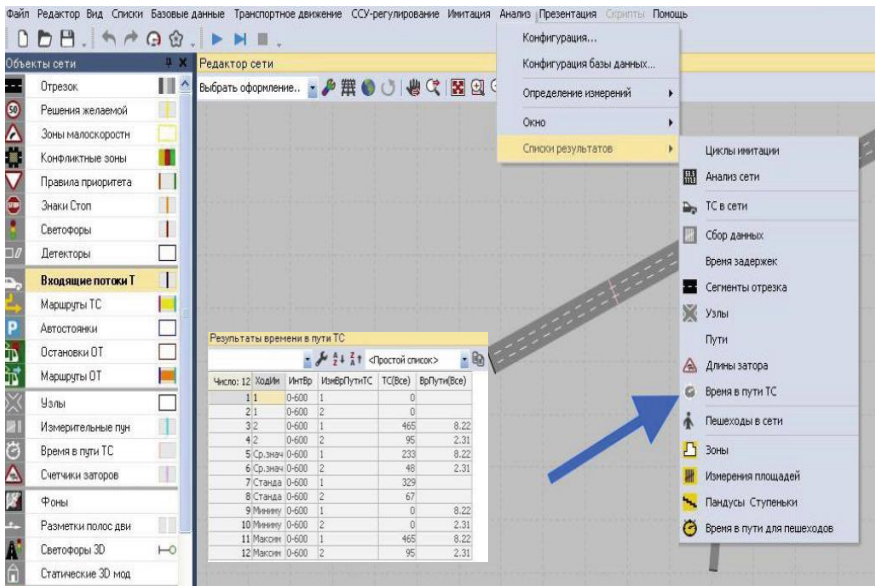


Рисунок 2.19 – Відображення результатів на екрані

Лічильник довжини затору

Довжина затору може оцінюватися в будь-яких місцях мережі VISSIM і встановлюватися для будь-яких інтервалів часу. Виводяться наступні значення:

- максимальна довжина затору;
- середня довжина затору;
- кількість зупинок.

Затори вимірюються від місця розташування лічильника затору на відрізьку або з'єднуючому відрізьку до останнього транспортного засобу, який потрапив в умову затору. Якщо затор має розвинену систему, то протоколюватися будуть усі рукава, а самий довгий рукав буде визначений як максимальна довжина затору.

Довжина затору буде обчислюватися доти, поки затор не ліквідується повністю, навіть якщо між лічильником затору й кінцем затору транспортні засоби знову придуть у рух і перестануть задовольняти умовам затору. При цьому довжина затору буде обчислюватися до останнього, що

перебуває в заторі, транспортного засобу, поки більше жодне транспортний засіб не буде задовольняти умовам затору.

Довжина затору виводиться в одиницях довжини, а не в кількості транспортних засобів.

Лічильники затору можуть бути розташовані на будь-якій позиції відрізка/з'єднуючого відрізка. Найбільш вигідна позиція для розміщення лічильників затору - це місця розташування стоп - ліній і регульовані перетинання.

Для визначення лічильника затору необхідно:

Вибрати режим Лічильник затору.

1) Вибрати за допомогою лівої клавіші миші відрізок, на якому повинен бути розміщений лічильник затору.

2) Установити позицію лічильника затору на обраному відрізку за допомогою правої клавіші мишки. Довжина затору буде розраховуватися від цієї позиції назустріч руху.

3) Увести в діалоговому вікні Вимірювальний пункт номер вимірювального пункту й підтвердити за допомогою ОК.

Для кожного виміру часу в дорозі потрібно вказати два місця виміру. Середній час у дорозі визначається від проїзду першого поперечного перерізу (місце старту) до проїзду другого поперечного перерізу (місце мети), включаючи час очікування або час, витрачене на стоянці. Якщо вимір часу в дорозі було визначено й відзначено хрестиком у меню АНАЛІЗ - ФАЙЛИ - ЧАС У ДОРОЗІ або АНАЛІЗ - ВІКНО - ЧАС У ДОРОЗІ, то під час імітації у файл висновку (вікно висновку) протоколюється середній час у дорозі. (*.RSZ файл) (рис. 2.20).

Результаты очередей						
Число	ХодИм	ИнтВр	СчЗат	ДлЗат	ДлЗатМакс	ОстЗат
1	3	0-600	1	0.00	0.00	0

Результаты времени в пути ТС					
Чис	ХодИм	ИнтВр	ИзмВрПутиТС	ТС(Все)	ВрПути(Все)
1	14	0-3600	1	7	148,91

Рисунок 2.20 – Визначення довжини затору та часу проїзду

7. Запис відеороликів.

VISSIM може зберегти 3D - імітацію як відеофайл в *.AVI- форматі. Це відбувається в 3D режимі на основі описаних нижче кроків.

VISSIM створює *.AVI - відеофайли, які програються зі стандартною частотою 20 кадрів у секунду. Тому що кожний часовий крок імітації створює рівно одне зображення, то швидкість відтворення залежить від кількості тимчасових кроків за секунду імітації. При частоті розрахунків в 10 тимчасових кроків (рекомендована величина) швидкість відтворення у два рази швидше, чим реальний час. Навпаки, якщо за секунду імітації обраний тільки один часовий крок, то швидкість відтворення в 20 раз швидше, чим реальний час (рис. 2.21).

Для зйомки необхідно визначити послідовність ключових кадрів (позиції камери), для яких точно визначений час перебування відеокамери й між якими вона рухається в затверджуваній час по лінійному відрізкові з постійним.

Для можливості визначення ключових кадрів повинен бути активований режим 3D зображення (рис. 2.22).

- 1) Налаштувати бажану позицію камери.

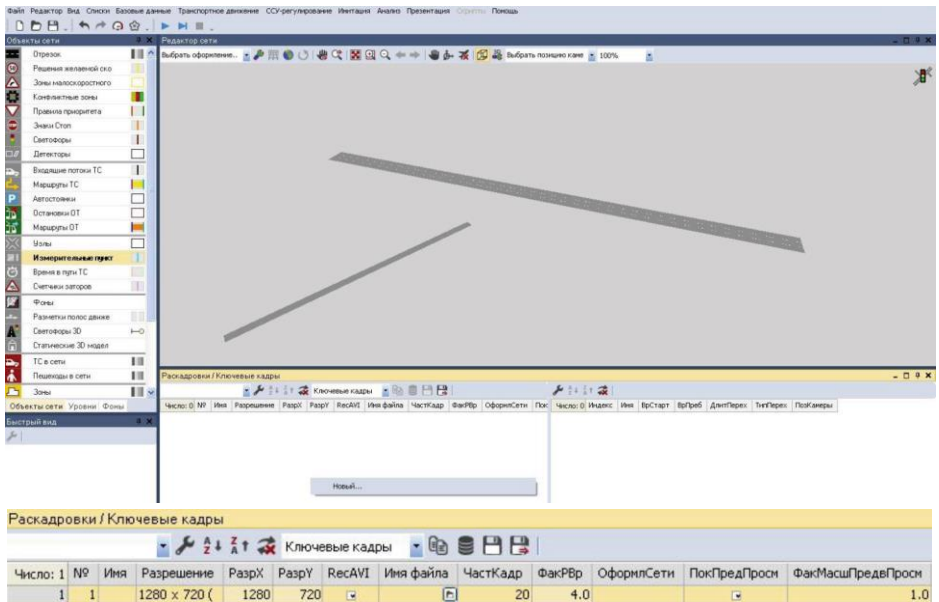


Рисунок 2.21 – Запис відеороликів

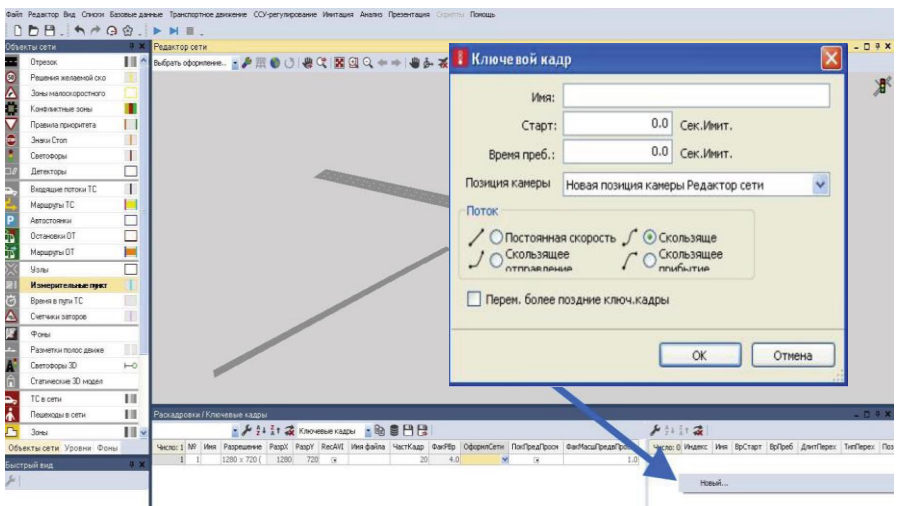


Рисунок 2.21 – Запис відеороликів

2) Вибрати ПРЕЗЕНТАЦІЯ - 3D - ВІДЕО - КЛЮЧОВІ КАДРИ. З'явиться діалогове вікно Ключові кадри зі списком усіх активних певних ключових кадрів.

3) Для створення нових ключових кадрів виберіть кнопку **НОВИЙ** і введіть необхідні параметри.

4) Вид 3D також може бути змінений при відкритому діалоговому вікні **Ключові кадри**. За рахунок повторення кроків 1 і 3 для кожного додаткового ключового кадра може бути створена необмежена кількість ключових кадрів.

5) Після того, як визначені всі ключові кадри, потрібно закрити відомість за допомогою **ОК**. або синусообразним ходом швидкості.

Контрольні запитання

1. Для яких задач доцільно використовувати програму Vissim?

2. Після завантаження карти в програму Vissim, яким чином встановити масштаб?

3. Що в програмі Vissim представляється в якості складу транспортного потоку?

4. Які види маршрутів можливо встановити в програмі Vissim?

5. Які критерії в програмі Vissim беруться до уваги при розподілі стоянок?

6. В яких місцях на ВДМ в програмі Vissim необхідно розміщувати рішення бажаної швидкості?

7. Яким чином в програмі Vissim реалізується стохастичний характер руху при кожному запуску імітації?

8. Які оціночні параметри роботи транспортної мережі можливо одержати в програмі Vissim у ході імітаційного експерименту?

Тема 3 Заходи щодо організації й безпеки дорожнього руху

План лекції

1. Методи, засоби й нормативно-правові основи організації дорожнього руху.
2. Поділ транспортних потоків.
3. Поліпшення орієнтування учасників дорожнього руху.
4. Обмеження руху.
5. Показники зручності руху.

1. Методи, засоби й нормативно-правові основи організації дорожнього руху.

Під організацією дорожнього руху розуміють комплекс інженерно-технічних і організаційних заходів, спрямованих на максимальне використання транспортним потоком можливостей, які представлені геометричними параметрами дороги і її станом. Основними завданнями організації дорожнього руху є:

- установа й дотримання певного порядку руху транспортних коштів;
- створення найкращих умов руху для забезпечення високопродуктивної роботи автомобілів;
- забезпечення безпеки руху, збереження рухливого складу й дорожніх споруджень від передчасного руйнування.

Враховуючи проблеми вибору методів організації руху на дорогах усі транспортні засоби необхідно розділяти на три групи:

- транспортні засоби, які працюють за розкладом;
- транспортні засоби, які працюють за графіками господарських організацій;
- транспортні засоби, які виконують окремі перевезення не за стабільними графіками.

Для транспортних засобів, які працюють за розкладом (постійно діючі автомобільні повідомлення), організація руху полягає в підвищенні швидкості руху, скороченні витрат часу на стоянках і зупинках, у використанні більш пасажиромістких автобусів, підвищенні кваліфікації водіїв і рівня технічного обслуговування транспортних засобів.

Для транспортних засобів, які працюють за графіками різних господарських організацій (періодично діючі автомобільні повідомлення) організація руху зводиться до такого впорядкування їх роботи, щоб їх рух наближався до постійно діючих з'єднань.

Транспортних засобів, які виконують перевезення не за стабільними графіками, а також автомобілі індивідуального користування, у транспортному потоці, як правило, що перевершує більшість. Рух їх носить тією чи іншою мірою випадковий характер, і організація їх руху полягає у використанні заходів, які спрямовані на забезпечення ефективної роботи їх і дотримання правил дорожнього руху.

Транспортний засіб – технічний пристрій, призначений для перевезення людей і вантажів.

Існує ряд специфічних методів, які використовують окремо або комплексно при вирішенні проблеми організації руху. Основними з них є:

- поділ транспортних потоків на однорідні групи транспортних засобів.;
- поліпшення орієнтування водіїв у процесі руху;
- обмеження руху;
- регулювання руху;
- керування рухом.

Реалізація методів організації дорожнього руху здійснюється за допомогою технічних засобів організації руху. До основних з них відносять: розмітку обладнання, що направляють, дорожні знаки й покажчики, елементи інженерного встаткування доріг, світлофори.

Розмітка автомобільних доріг дуже ефективний засіб організації й підвищення безпеки дорожнього руху, який застосовують на дорогах з удосконаленими покриттями при інтенсивності руху від 1000 авт./день.

Дорожні знаки й покажчики - ефективне засобу організації й забезпечення безпеки руху на автомобільних дорогах усіх категорій.

Усі засоби організації дорожнього руху й реалізовані з їхньою допомогою схеми організації руху в цілому повинні бути зрозумілі водіям і не повинні допускати помилкових тлумачень.

2. Поділ транспортних потоків.

Поділ транспортних потоків на однорідні групи транспортних засобів як один з методів організації дорожнього руху має за мету поліпшення умов руху за рахунок істотного зменшення ймовірності виникнення конфліктів між окремими типами транспортних засобів.

При поділі транспортних потоків по походженню й призначенню враховують наступні їхні види:

- потоки, транзитні стосовно даного району або населеного пункту (неперерваний транзит);

- потоки з інших транзитних районів, які поглинаються в даному районі (вхідний перерваний транзит);

- потоки, які виникають у даному транспортному районі й призначені для іншого району або міста (вихідний перерваний транзит);

- потоки, які виникають і закінчуються в даному транспортному районі або місті (внутрішньорайонне або міський рух).

Для організації неперерваного транзиту доцільно використовувати об'їзні (кільцеві) дороги. При їхній

відсутності для транзитного руху виділяють придатні для цієї мети мало завантажені ділянки дорожньої мережі, розробляються схеми неперерваного й перерваного транзитів з поділом транспортних потоків по призначенню шляхом установлення знаків і розмітки доріг (вулиць), відібраних для обслуговування транзитів.

Поділ потоків по видах дозволяє суттєво знижувати число ДТП і транспортні затримки, а також сприяє більш раціональному використанню дорожньої мережі різними транспортними засобами й пішоходами.

По видах потоки розділяють шляхом установки знаків, які забороняють певний вид руху (велосипедистів, тракторів, важких вантажівок, сільськогосподарської й іншої техніки) по дорогах загального користування, і світлофорів на перетинах; шляхом обладнання для пішоходів підземних і наземних переходів (у тому числі типу "зебра"), пішохідних світлофорних переходів, пішохідних доріжок і тротуарів; шляхом пропуску ненормативних вантажів, а по можливості й організованих колон у найменш напружений для руху час.

Поділ потоків по рівнях здійснюється шляхом будівництва перетинань із автомобільними дорогами й залізницями в різних рівнях, обладнання надземних і підземних пішохідних переходів. Поділ потоків по напрямках є ефективним заходом організації руху, оскільки дозволяє впорядковувати транспортні потоки й виділяти для кожного напрямку руху окремі смуги. Із цією метою будують окремі проїзні частини для руху в різних напрямках або наносять суцільні лінії розмітки, улаштовують напрямні островці, каналізовані перетини в одному рівні і т.д.

Поділ транспортних потоків по швидкостях дуже ефективний захід для підвищення зручностей і безпеки руху, головним чином у зв'язку зі зменшенням числа обгонів, які завжди створюють конфліктні ситуації. Із цією метою на експлуатованих дорогах улаштовують додаткові смуги для

більш тихохідних автомобілів на підйомах, поширюють проїзну частину, улаштовують смуги руху розгону й гальмування на перетинах і примиканнях доріг і біля автобусних зупинок, обмежують верхню, нижню або й ту й іншу границю швидкостей на окремих смугах руху, забороняють проїзд тихохідних транспортних засобів на окремих дорогах.

Відділення транспортних засобів, які рухаються, від тих, що стоять, здійснюють шляхом :

- обладнання укріпленої смуги узбіччя для стоянок і відділення її розміткою;
- будівництва спеціальних пришляхових майданчиків відстою;
- обладнання зупинних майданчиків біля автобусних зупинок, пунктів харчування, торговельних об'єктів та ін.

3. Поліпшення орієнтування учасників дорожнього руху.

Метод організації руху з поліпшенням орієнтування учасників руху дозволяє поліпшити умови й ефективність руху за рахунок головним чином підвищення своєчасності й точності прийняття рішень по керуванню транспортними засобами. Метод включає заходи щодо орієнтування водіїв:

- щодо доцільності й особливостей маршрутів руху;
- щодо напрямків руху;
- щодо можливих змін умов руху;
- щодо особливостей руху в складних умовах;
- у випадках несприятливих метеорологічних умов.

Орієнтування водіїв щодо доцільності й особливостей маршрутів руху здійснюють переважно за допомогою спеціальних маршрутних схем, лінійних інформаційних показників маршрутів і показників номерів маршрутів.

Спеціальні маршрутні схеми - табло індивідуального проектування розміщують на головних ділянках маршрутів на виїздах з населених пунктів (для орієнтування про міжміські маршрути) і на в'їздах у них (орієнтування про внутрішньоміські маршрути). На схемах, як правило, приводять схеми маршрутів з найважливішими населеними пунктами й відстанями між ними й номера маршрутів.

Лінійні інформаційні покажчики маршрутів установлюють на перегонах маршруту; вони несуть інформацію про декілька найближчих населених пунктів по ходу маршруту й про відстань до них від місця встановлення покажчика. Покажчики номерів маршрутів розміщують по ходу маршруту через 10-30 км і в місцях схрещення або примикання різних маршрутів. Орієнтування водіїв щодо напрямків руху здійснюють за допомогою групи інформаційно-вказівних знаків покажчиків напрямків індивідуального проектування, а також за допомогою горизонтальної розмітки.

Знаки й покажчики напрямків установлюють для орієнтування водіїв щодо напрямків руху до населених пунктів, через які не проходить даний маршрут, найчастіше на схрещеннях і примиканнях доріг. За допомогою горизонтальної розмітки орієнтують водіїв про місця початку й про шлях руху потоків на перетинаннях доріг, біля розв'язок, станцій і пунктів обслуговування й заправлення транспорту, об'єктів сервісу й ін.

4. Обмеження руху.

Метод обмеження дорожнього руху заснований на введенні обмежень на кількість і швидкість руху. Обмеження обсягу руху проводиться з метою:

- пропуску по дорозі негабаритних транспортних засобів;

- сезонного обмеження інтенсивності руху з метою зменшення циклів "навантаження-розвантаження";
- сезонного обмеження максимального осьового навантаження;
- повної заборони руху по дорозі.

До негабаритних транспортних засобів відносять великовагові великогабаритні транспортні засоби. Транспортний засіб з вантажем або без нього вважається великоваговим, якщо загальна маса автомобіля перевищує 34 т, а також якщо його загальна маса перевищує 30 т при русі по мостах, шляхопроводах і естакадам.

Транспортний засіб з вантажем або без нього вважається негабаритним, якщо його розміри перевищують хоч один з наступних показників:

- по висоті 3,8 м від поверхні дороги;
- по ширині 2,5 м;
- по довжині 20 м для напівпричепа 24 м для автопоїзда із двома й більше причепами;
- якщо вантаж виступає більше чому на 2 м за задню границю габариту транспортного засобу.

Проїзд по дорозі негабаритних транспортних засобів допускається тільки за спеціальним дозволом служб ДАІ при наявності погоджень маршруту руху з дорожніми службами. Перед усіма штучними спорудженнями, які розраховані на пропуск неконтрольованих навантажень із фактичною масою менше 30 т, дорожні служби повинні встановлювати знаки "обмеження маси" з позначенням розміру обмеження.

Обмеження швидкостей руху є найпоширенішим дійовим заходом організації руху для підвищення безпеки руху, економічності перевезень і пропускну здатності дороги. Обмеження швидкості руху здійснюється з метою:

- підвищення середніх швидкостей руху на дорозі;
- зменшення розбігу швидкостей у потоці;

- підвищення плавності змін швидкості по довжині дороги.

Завдання підвищення середньої швидкості транспортного потоку може бути вирішена шляхом підвищення на всій протяжності дороги максимальної дозволеної швидкості руху, зменшенням розбігу швидкостей на кожній ділянці й зменшенням впливу інтенсивності й складу транспортного потоку на швидкість.

Підвищення й вирівнювання швидкостей по довжині дороги можна досягти поліпшенням рівності проїзної частини, забезпеченням зчіпних якостей дороги, обладнанням розмітки, розширенням проїзної частини, зміцненням узбіч, зменшенням поздовжніх ухилів, поліпшенням характеристик інформаційного поля водія, іншими заходами, які входять у комплекс робіт з ремонту й обслуговуванню доріг.

5. Показники зручності руху.

Під рівнем зручності руху розуміють якісний стан потоку автомобілів, при якому реалізуються характерні умови праці водіїв, умови комфортабельності поїздки й економічності перевезень, а також певний рівень аварійності.

Рухи характеризуються показниками: коефіцієнтом завантаження, коефіцієнтом насичення й коефіцієнтом швидкості, а самі умови руху (режими руху) розділені на рівні зручності або обслуговування за граничними значенням перерахованих показників.

Коефіцієнт завантаження рухом

$$z = N / P$$

де N - інтенсивність руху на смузі дороги, авт./год;

P - пропускна здатність даної смуги руху при припустимій (прийнятній) величині ризику наїзду позаду на автомобіль, що йде спереду, авт./год.

Коефіцієнт насичення рухом

$$\rho = q_z / q_{\max}$$

де q_z - щільність транспортного потоку при інтенсивності руху N , авт/км;

q_{\max} - максимальна щільність транспортного потоку, при перевищенні якої виникає затор, авт/км.

Коефіцієнт швидкості руху

$$c = V_N / V_{CB}$$

де V_N - середня швидкість транспортного потоку, км/год;

V_{CB} - швидкість вільного руху, обумовлена по припустимому ризикові ($1 \cdot 10^{-4}$) виникнення дорожньо-транспортних пригод (ДТП) на ділянці дороги із проектними або фактичними параметрами плану, поздовжнього й поперечного профілю дороги, км/год.

Контрольні запитання

1. Перелічіть основні завдання організації дорожнього руху.
2. Назвіть основні методи які використовують при вирішенні проблеми організації руху.
3. Які види транзитних потоків існують?
4. Які існують шляхи відділення транспортних засобів, які рухаються, від тих, що стоять?
5. Що таке спеціальні маршрутні схеми?

6. Яка мета організації обмеження руху транспортних потоків?
7. Яка мета обмеження швидкості руху на ВДМ?
8. Перелічіть основні показники зручності руху водіїв.

Тема 4 Імовірнісні розподіли при моделюванні транспортних потоків

План лекції

1. Поняття випадкової величини
2. Біноміальний розподіл у моделюванні транспортних потоків.
3. Розподіл Пуассона в аналізі прибуття автомобілів.
4. Геометричного розподілу.
5. Поняття потоку випадкових подій.

Для оцінки ймовірності появи того або іншої події, що відбувається при русі автомобілів, можна використовувати один із двох методів. Перший метод дає статистичну ймовірність, яка має велике значення й широко використовується в математичній статистиці; другий метод приводить до теоретичної ймовірності.

У теорії ймовірностей основні фактори відомі, але результат не можна передбачити з абсолютною вірогідністю. У математичній статистиці є кінцевий результат, але причини, що обумовили його поява, невідомі.

Утруднення виникають при застосуванні теорії ймовірностей, полягає у визначенні всіх можливих способів появи даного події. У більшості азартних ігор гравець по суті витягає той або інший шанс із "чорного ящика", де різного роду виграші і їх відносні пропорції відомі заздалегідь. Однак у більшості реальних шляхово-транспортних ситуацій нечасто вдається перелічити всі можливі ісходи. Необхідно також мати на увазі, що не можна відривати теорію ймовірностей від математичної статистики, тому що звичайний підхід полягає в тому, щоб обрати з "чорного ящика" обґрунтовану експериментальну вибірку, а потім оцінити, при якому довірчому рівні вона представляє весь уміст "ящика".

1. Поняття випадкової величини

Теорія імовірності працює із двома основними поняттями подія й імовірність. Подія це деякі дії, наприклад виконання контрольної роботи тоді випадковою величиною буде оцінка за цю контрольну роботу яку ви можете одержати наприклад п'ятірка або двійка. У такий спосіб випадкова величина може ухвалювати значення два три чотири або п'ять.

Випадкова величина, що приймає конкретні значення називається дискретної випадкової величини 2, 3, 4, 5 - дискретна випадкова величина, а якщо випадкова величина може ухвалювати будь-які значення з інтервалу $(a; b)$ - безперервна випадкова величина, така величина називається безперервна випадкова величина. Тому що випадкова величина описує якість події, те кожній випадковій величині відповідає деяка ймовірність, співвідношення між значеннями випадкової величини й відповідні їм імовірності називається законом розподілу. Виражається закон розподілу по-різному, так для дискретній випадковій величині закон розподілу задається поруч розподілу наприклад для нашого випадку з контрольною роботою ряд розподілу випадкової величини буде виглядати приблизно так табл.4.1.

Таблиця 4.1 - Дискретна випадкова величина

X_i	2	3	4	5
p_i	0,1	0,2	0,6	0,1

Можливе значення подій А, тобто оцінки від 2 до 5 це ті які можна одержати за контрольну. Кожну оцінку можна одержати з якоюсь імовірністю - це називається ряд розподілу дискретної випадкової величини.

Тепер що стосується безперервної випадкової величини. Безперервна випадкова величина задається функцією щільності ймовірності f від x

$$p(a < x < b) = \int_a^b f(x) dx$$

Ймовірність P подія яке може потрапити в інтервал від A до B буде інтеграл від A до B узяті від функції f від x по dx . Графік функції f від x називається кривий розподілу.

Для закону розподілу й для ряду розподілу дискретної величини завжди повинне виконуватися наступні властивість, сума p_i повинна бути дорівнює одиниці

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1$$

У свою чергу для функції щільності ймовірності безперервної випадкової величини це співвідношення буде виглядати в такий спосіб інтеграл від мінус нескінченності до плюс нескінченності f від x по dx повинен бути дорівнює одиниці.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

Обоє цих рівностей виходять із того що ймовірність події не може бути більше одиниці, а ймовірність усіх ісходів подій повинна бути рівна також одиниці.

Ще раз випадкова величина це величина яка може ухвалювати деяке значення з деякою ймовірністю. Відповідно випадкова величина в нас буває двох типів дискретна випадкова величина це величина яка визначається поруч розподілу. Ряд розподілу представляється у вигляді

таблички яка складається зі значення цієї величини X і ймовірності. Безперервної випадкової величини вона визначається функцією щільності ймовірності це деякі функції f від x .

Математичним очікуванням дискретної випадкової величини називається сума добутку значень випадкової величини на ймовірності цих значень

$$M(x) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

Що стосується математичне очікування для безперервної випадкової величини математичне очікування буде перебувати по наступній формулі M від x рівняється інтеграл від мінус нескінченності до плюс нескінченності x помножена на $f(x)$ по dx

$$M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$$

От такі от дві формули для знаходження математичного очікування що вони означають, для дискретної випадкової величини математичне очікування щось начебто середнього арифметичного(чому вони відрізняються ми розглянемо на конкретному прикладі трохи пізніше).

Що таке математичне очікування для безперервної випадкової величини, є в математичному аналізі формула знаходження центру ваги деякої криволінійної трапеції. У безперервній випадковій величині є функція f від x яка представляє деякий графік (рис. 4.1) її математичне очікування в цьому випадку це буде не яке середнє найбільш вірогідна лінія на цьому графіку.

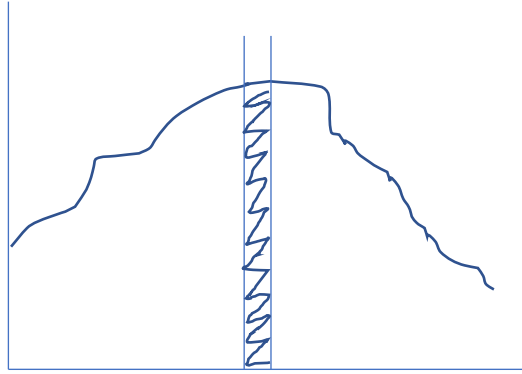


Рисунок 4.1 – Математичне очікування

Дисперсії випадкової величини називають математичне очікування квадрата відхилення випадкової величини від її математичного очікування іншими словами для дискретної випадкової величини дисперсія Dx виглядає так

$$D(x) = M(x^2) - [M(x)]^2$$

Для безперервної випадкової величини дисперсія рівна

$$D(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - M(x))^2 f(x) dx$$

Дисперсія випадкової величини є розсіювання значень близько її математичного очікування (рис. 4.2) тобто чим більше дисперсія тем ширше у вас розташовується графік і навпаки (рис. 4.2) Чим менше дисперсія тем уже зосереджена ймовірність деякої випадкової величини відносно її максимальної ймовірності події.

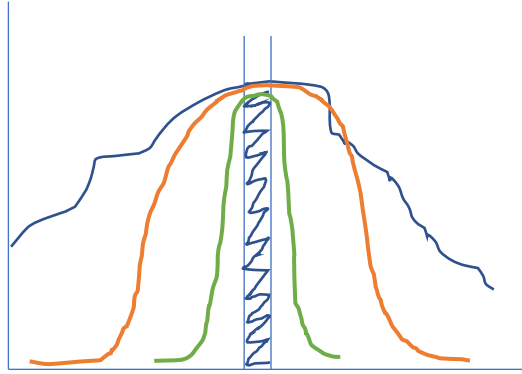


Рисунок 4.2 – Вплив дисперсії на розподіл випадкової величини на графіку

Перші завдання імовірнісного характеру виникли в різних азартних іграх - костях, картах.

Припустимо, що X – кількість випадань орлів при п'ятьох підкиданнях. Давайте розглянемо цей розподіл на прикладі монети. За умовою підкидаємо монету 5 раз. При цьому випадкова величина ця кількість випадань орлів після п'яти підкидань. Цю величину позначимо через X .

Вірогідність того що не випаде не один орел рівна тому що випануть усі решки $P(X=0)$ або $P(RRRRR) = \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} = (1/2)^5 = 1/32 * 1$. При цьому кожне підкидання рівне $\frac{1}{2}$, усього підкидань 5 тобто $(1/2)^5$, при цьому необхідно враховувати кількість можливих комбінацій при яких випадають усі решки або не одного орла. Така комбінація всього одна, тому множимо на 1.

Вірогідність того що випаде один орел $P(X=1)$ або $P(ORRRR)$ або $P(ROPPP)$ і т.д. $= \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} = (1/2)^5 = 1/32 * 5 = 5/32$ - орел може випасти в одному з 5 підкидань при цьому ймовірність випадання в кожному підкиданні орла рівна $\frac{1}{2}$ і кожної з наступних решок рівна $\frac{1}{2}$, відповідно $(\frac{1}{2})^5 = 1/32$. При цьому орел може випасти в кожному з п'яти підкидань при цьому число комбінацій у яких може бути один орел рівно п'яти тому необхідно $1/32 * 5 = 5/32$.

Вірогідність того що випаде два орли - потрібно розуміти що кожна з можливих комбінацій (ООРРР або ОРОРР) рівна $1/32$ тобто $P(X=2)$ або $P(ООРРР) = 1/32$ або $P(ОРОРР) = 1/32$. Залишається зрозуміти скільки можливо комбінацій випадання в цьому випадку двох орлів. На даному етапі послідовність нас не цікавить, але потрібно розуміти, що для випадання першого орла є 5 спроб, а для другого орла залишається 4. Відповідно $(5*4)/2$ де двійка це кількість орлів $X=2$ або кількість варіантів розставити два предмети. Звідси $(5*4)/2 = 20/2 = 10$ можливих комбінацій випадання орла. Або розрахунки через біноміальний коефіцієнт $(5*4)/2 = 5!/(2!*3!) = (5*4*3*2*1)/(2*1*3*2*1) = 10$. При цьому *Відповідно ймовірність випадання двох орлів* $1/32*10 = 10/32 = 5/16$

Вірогідність того що випаде три орли - за аналогією з попереднім у чисельники записуємо скільки можливостей для випадання є в кожного із трьох орлів, а в знаменнику кількість варіантів розставити три предмети (АВС, АСВ, САВ, ВАС, ВСА, СВА) тобто 6 варіантів або $3!$. $P(X=3) = (5*4*3)/3! = 10$ у результаті одержуємо 10. При цьому $1/32*10 = 10/32$ ймовірність випадання трьох орлів рівна $5/16$ така ж як при випаданні 2-х орлів. Це пояснюється тим що випадання трьох орлів дорівнює випаданню трьох решок.

Вірогідність того що випаде чотири орли - записуємо в числите скільки можливостей для випадання є в кожного із чотирьох орлів, а в знаменнику кількість варіантів розставити чотири предмети $P(X=4) = (5*4*3*2)/4! = (5*4*3*2)/(4*3*2*1) = 5$. У результаті одержуємо, що ймовірність випадання чотири рази орелів рівна ймовірності, що випаде один раз орел або чотири рази решка $1/32*5 = 5/32$.

Вірогідність того що випадуть усі орли розраховується також як і ймовірність того що не один орел не випаде $P(X=0)$ или $P(ООООО) = 1/32*1$.

2. Біноміальний розподіл у моделюванні транспортних потоків.

Біноміальний розподіл в теорії ймовірностей це розподіл кількості "успіхів" у послідовності з незалежних випадкових експериментів, таких, що ймовірність "успіху" у кожному з них постійна й рівна.

Перші дослідження транспортних потоків носили статистичний характер. Вони включали методи виміру середніх значень і середніх квадратичних відхилень таких характеристик транспортних потоків, як швидкість і інтенсивність руху. Однак виявилось, що для повного опису транспортного потоку недостатньо знання таких показників, як параметр і дисперсія, а необхідно розглядати розподіл ймовірностей.

Розглянемо тепер послідовність незалежних випробувань. Нехай p позначає ймовірність того, що певне подія відбудеться при даному випробуванні, отже, $q = 1 - p$ - ймовірність того, що ця подія при одному випробуванні не відбудеться. Оскільки $p + q = 1$, то сума $n + 1$ членів ряду, записаного в правій частині формули також повинна бути дорівнює одиниці

$$(p + q)^n = \sum_{k=0}^n k \frac{n!}{k! (n - k)!} p^k (1 - p)^{n-k}$$

де p - ймовірність успішного результату при будь-якому даному випробуванні;

q - ймовірність невдалого результату при будь-якому даному випробуванні;

n - число незалежних випробувань;

k - число успішних випробувань;

$P(k)$ - ймовірність появи n успішних ісходів при x випробуваннях.

Отже, кожний член біноміального розкладання являє собою деяку ймовірність, а всі члени утворюють так зване біноміальний розподіл. Формула для біноміального розподілу має вигляд

$$P(k) = \binom{n}{k} p^k (q)^{n-k}$$

Число комбінацій з n елементів по x

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n - k)!}$$

Якщо розділити всі автомобілі на п'ять класів: малолітражні, стандартні легкові, пікапи, вантажні й автобуси, то число комбінацій з п'яти елементів по два складе $5!/2!(5!-2!)=5!/2!3!=10$

На величини p и q ніякі обмеження поки не накладають. Розглянемо наближення автомобілів до перехрестя, де, як показали дослідження, 25% автомобілів роблять правий поворот, а лівий поворот заборонений. Згідно з формулою числа комбінацій, ймовірність того, що один із трьох автомобілів, що послідовно рухаються, зробить правий поворот, рівна $P(1)=3!/(1!2!)*(0,25)^1*(0,75)^2=0,422$

Розглянемо приклад.

6 автомобілів проїжджає через перехрестя при цьому ймовірність повороту автомобіля становить $P=30\%$.

Відповідно ймовірність того що автомобілі поїдуть прямо рівна $1 - P = 70\%$.

Ймовірність того що не один автомобіль не поверне. Перемножуємо всі шість ймовірностей того що автомобіль не поверне й множимо на кількість можливих варіантів того що не один автомобіль не поверне $P(X=0) = 0,7*0,7*0,7*0,7*0,7*0,7 = (0,7)^6 = 0,118*1 = 0,118*1$

Ймовірність того що один автомобіль поверне. Потрібно ймовірність того що один автомобіль поверне помножити на п'ять ймовірностей того що автомобіль не поверне й множимо на кількість можливих комбінацій, а їх шість. Ще кількість можливих комбінацій можна знайти за допомогою біноміального коефіцієнта $P(X=1)=6!/(1!(6-1)!)=6!/5!=6$. При цьому ймовірність буде дорівнювати $P(X=1)=P(\text{ПЕЕЕЕЕ}) = 0,3*0,7*0,7*0,7*0,7*0,7=0,3*(0,7)^5 = 0,05*6 = 0,3$ або $P(\text{ЕЕЕПЕЕ}) = 0,7 * 0,7 * 0,7 * 0,3 * 0,7 * 0,7=0,3*(0,7)^5 = 0,05*6 = 0,3$

Ймовірність того що два автомобілі повернуть. При цьому кількість можливих комбінацій рівно 15. $P(X=2)=P(\text{ЕЕЕЕПП}) = 0,7*0,7*0,7*0,7*0,3*0,3=0,3^2*0,7^4 = 0,022*15=0,32$. І так далі для трьох, чотирьох та п'яти автомобілів результати наведено в табл. 4.1. та на рис. 4.3.

Таблиця 4.1 – Біноміальний розподіл

Ймовірність того що	K	Ймовірність повороту	Біноміальний коефіцієнт	Ймовірність повороту для всіх автомобілів
не один автомобіль не поверне	0	0,117649	1	0,117649
один автомобіль поверне	1	0,050421	6	0,302526
два автомобілі поверне	2	0,021609	15	0,324135
три автомобілі поверне	3	0,009261	20	0,18522
чотири автомобілі поверне	4	0,003969	15	0,059535

п'ять автомобіля поверне	5	0,001701	6	0,010206
шість автомобіля поверне	6	0,000729	1	0,000729

Відмінністю від прикладу з монетою де всі ймовірності були рівні в цьому прикладі ймовірності відрізняються.

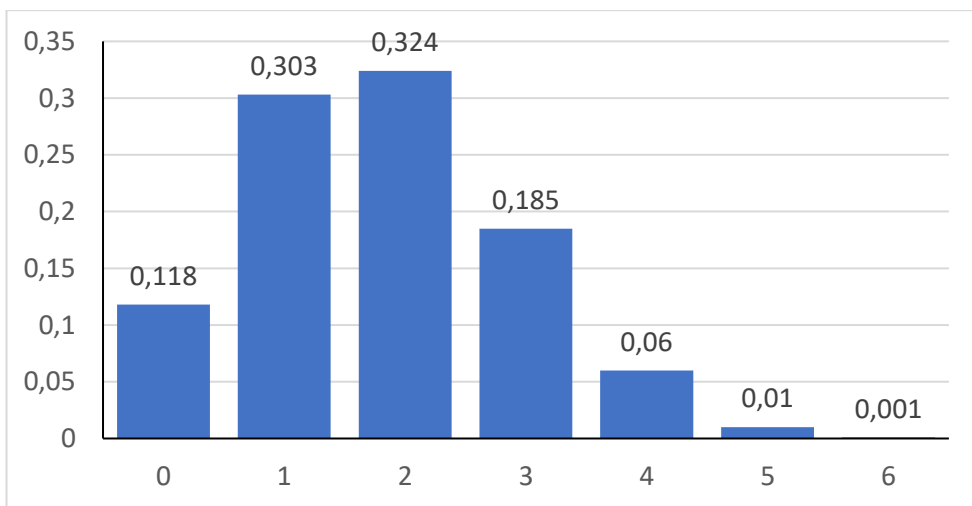


Рисунок 4.2 – Ймовірність повороту для всіх автомобілів

Перш ніж розглянути математичне очікування згадаємо що таке середньоарифметичне.

Середньоарифметична множина чисел - це сума всіх чисел, ділена на їхню кількість. Середньоарифметичне може бути розраховане при відомій і невідомій кількості чисел.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} (x_1 + \dots + x_n).$$

При цьому математичного очікування, за визначенням це - середнє значення випадкової величини при кількості вимірів, яка прагне до нескінченності.

В прикладі з визначенням ймовірності повертання для певної кількості автомобілів можемо бачити що нам невідомо загальна кількість чисел, а обчислення виконуються за рахунок частоти чисел.

Математичне очікування це теж значення що й середнє значення для сукупності (вибірки), але якщо значення сукупностей нескінченне. У вибірці або сукупності звичайно кінцеве число випробувань але вибірок може бути нескінченна кількість. Тому ми не можемо розділити на загальну кількість чисел тому що їхня нескінченність. Що б розв'язати таку ситуацію можемо провести аналогію з дискретним розподілом імовірності. Розрахуємо середньоарифметичне й математичне очікування для попереднього прикладу.

Математичне очікування

$$M(X) = 0 * 0,118 + 1 * 0,303 + 2 * 0,324 + 3 * 0,185 + 4 * 0,06 + 5 * 0,01 + 6 * 0,001 = 1,8$$

Середньоарифметичне

$$\bar{X} = (0 + 1 + 2 + 3 + 5 + 6) / 7 = 3$$

Як видно з розрахунку отримані значення мають відмінності.

Давайте розглянемо як можна одержати математичне очікування для біноміального розподілу. При розрахунках математичного очікування потрібно виходити з того що кожний елемент з'являється з якоюсь частотою або ймовірністю. Тому потрібно обчислити зважену суму

ймовірності (суму елементів сукупності помножену на відповідні ймовірності).

Уявімо ϵ випадкова величина x рівна кількості успіхів випробувань із ймовірністю p після n випробувань.

Математичне очікування для цієї випадкової величини дорівнює

$$E(X) = np$$

Наприклад якщо X - це кількість влучень у кошик у результаті 10 кидків при цьому ймовірність влучення дорівнює $p = 40\%$ у результаті Математичне очікування $E(X) = 10 * 0,4 = 4$. При цьому 4 – це найбільш імовірне число влучень або щораз при кидку ймовірність влучення рівна 40% тобто щоразу ви попадаєте при 40% кидків (якщо виконуєте 10 кидків то попадаєте 4 рази).

Доведемо що формула $E(X) = np$ істина для будь-якого значення біноміального розподілу

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

Підставимо ймовірність того що буде k вдалих результатів $P(x)$ в формулу математичного очікування $E(x)$ одержимо

$$E(X) = \sum_{k=0}^n k \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

Розпишемо суму

$$0 \binom{n}{0} p^0 (1-p)^{n-0} + 1 \binom{n}{1} p^1 (1-p)^{n-1} + \dots \\ + n \binom{n}{0} p^0 (1-p)^{n-0}$$

При $p^0 = 0$ перший доданок можна не враховувати. Тому формулу можна записати без першого елемента почавши суму з одиниці ($k=1$)

$$1 \binom{n}{1} p^1 (1-p)^{n-1} + \dots + n \binom{n}{0} p^0 (1-p)^{n-0}$$

Далі розпишемо біноміальний коефіцієнт

$$E(X) = \sum_{k=1}^n k \frac{n!}{k! (n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

Тому що $k! = k*(k-1)*(k-2)*\dots*k*(k-1)!$ Підставимо це у формулу вище, де k скоротиться й одержимо формулу

$$E(X) = \sum_{k=1}^n k \frac{n!}{k(k-1)! (n-k)!} p^k (1-p)^{n-k} = \\ = \sum_{k=1}^n \frac{n!}{(k-1)! (n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

Винесемо p і n за знак суми для цього розпишемо $n!$ як $n! = n*(n-1)*(n-2)*\dots*n*(n-1)!$, а $p^k = p*p^{k-1}$ У результаті p і n виносимо за дужки

$$\begin{aligned}
 E(X) &= \sum_{k=1}^n \frac{n(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} p * p^{k-1} (1-p)^{n-k} \\
 &= np \sum_{k=1}^n \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} p^{k-1} (1-p)^{n-k}
 \end{aligned}$$

Щоб довести що вся частина після суми рівна одиниці проведемо заміну $a=k-1$; $b=n-1$ тоді $a+1=k$; $b+1=n$ тоді $n-k=(b+1)-(a+1)=b-a$ і зробимо заміну до формули вище при цьому запишемо межі суми якщо в нижньому боковий вівтарі суми (5) $k=1$ те (6) $a=1-1=0$, якщо у верхній межі k рівно n , то $a=n-1$, відповідно $n-1=b$.

$$E(X) = np \sum_{a=0}^b \frac{b!}{a!(b-a)!} p^a (1-p)^{b-a}$$

або

$$E(X) = np \sum_{a=0}^b \binom{b}{a} p^a (1-p)^{b-a}$$

В результаті одержуємо суму ймовірностей біноміального розподілу, а сума всіх ймовірностей дорівнює 1. Якщо

$$\sum_{a=0}^b \binom{b}{a} p^a (1-p)^{b-a} = 1$$

Тоді

$$E(X) = np * 1$$

Тобто формула математичного очікування доказана. Потрібно відзначити що формула $E(X)=np$ має сенс тільки для біноміальних розподілів.

Дисперсія біноміального розподілу

Спочатку розглянемо окремий випадок коли виконується 1 випробування події А при цьому p - це ймовірність події А; q - імовірність не настання події А ($q=1-p$), X - число випробувань події А. Ми припускаємо, що дисперсія дорівнює

$$D(X)=pq,$$

Як деякі тіла можуть бути повністю описані за допомогою моментів (наприклад важіль застосування сили), деякі розподіли ймовірностей можна повністю описати за допомогою моментів. Перший момент називається середнім або математичним очікуванням $M(X^2)$. Другий момент використовується для знаходження дисперсії $M^2(X)$ у результаті дисперсію можна знайти як різницю цих величин

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X)$$

Для доказу розпишемо розподіл де є два значення 0 якщо подія не настала й 1 якщо подія настала.

X	0	1
P	q	p

Для здійснення дії можливо всього одна дія й вона дорівнює 1, відповідно математичне очікування рівне p . При цьому коли ми зводимо x у квадрат, одержуємо випадкову величину, яка є p . Підставимо значення розподілу у формулу дисперсії. Розшифруємо формулу мат. очікування квадрата x

це p мінус квадрат мат очікування тобто p у квадраті. Виносимо p за дужки - тому що $p-1$ це q , звідси теорема доведена

$$D(X)=M(X^2)-M^2(X)=p - p^2 = p(1-p) = pq$$

Розпишемо загальний випадок для n випробувань.

Допустимо проводиться серія випробувань n у кожному з якого події A настає з імовірністю p і не настає з імовірністю $q=1-p$. X - число випробувань події A . Припустимо що

$$D(X)=npq.$$

Для доказу розглянемо кілька допоміжних випадкових величин

x_1 - це число настань події A в першому випробуванні серії n ,

x_2 - це число настань події A в другому випробуванні серії n .

Тоді загальне число настань події A складається із суми настань у кожному випробуванні $x = x_1+x_2+x_3+\dots+x_n$. Дисперсія буде дорівнює дисперсії такої суми. Тому що всі доданки під знаком дисперсії незалежні тому дисперсія суми переходить у суму дисперсій. При цьому кожна з дисперсій нам відома із випадку коли розподіл має два значення.

$$\begin{aligned} D(X)=D(x_1+x_2+x_3+\dots+x_n) &= D(x_1) + D(x_2) + D(x_3) + \dots + D(x_n) = \\ &= pq + pq + pq \dots + pq = npq \end{aligned}$$

3. Розподіл Пуассона в аналізі прибуття автомобілів.

Закон Пуассона доцільний при допущенні про те, що ймовірність появи події залишається постійною, однак на практиці при русі транспортних потоків це досить рідке явище. Будь-яка зміна ймовірності появи події, зокрема збільшення або зменшення ймовірності появи якої-небудь події під впливом іншої події, приведе до збільшення або зменшення дисперсії розподілу щодо середнього, і, одержувані дані вже не можна описувати за допомогою пуассонівського розподілу.

Відомо, що обладнання, що регулюють рух транспорту, можуть змінювати число автомобілів, що прибувають, що виключає випадковість. Нарешті, деякі явища, спостережувані при русі транспортних потоків, можуть бути описані пуассонівським розподілом при спостереженні їх в інтервалі однієї довжини, але вони можуть виявитися не випадковими при спостереженні їх в інтервалі іншої довжини.

При розгляді прибуття автомобілів до перехрестя, неможливо визначити, скільки автомобілів не прибуло до перехрестя. У ситуаціях такого роду необхідно застосовувати пуассонівського розподіл.

Допустимо необхідно з'ясувати яку кількість машин проїде через певний перетин за якийсь час. Також необхідно знайти яка ймовірність того що проїде 100 авт. або 150 або якась інша кількість автомобілів.

Нехай X - випадкова кількість машин, що проїхали за 1 годину. Необхідно знайти розподіл імовірності випадкової величини X .

Визначимо величину математичного очікування випадкової величини машин, що проїхали. Допустимо, що

обліковець порахував чому дорівнює випадкова величина в сукупності моментів часу, потім обчислив мат. очікування

$$E(X) = \lambda$$

де λ - значення отримане якби ми сотні годин рахували кількість автомобілів, а потім знайшли б середню кількість.

З погляду біноміального розподілу мат. очікування дорівнює кількості спроб з яких полягає наша випадкова величина помноженої на ймовірність успіху при кожному підкиданні. Тобто кількість підкидань монети помноженої на ймовірність успіху при кожному підкиданні

$$E(X) = \lambda = n * p$$

де λ - середня кількість автомобілів, що проїхали за 1 годину;

n - кількість спроб;

p - імовірність успіху при кожній спробі.

Якщо розглядати кожну спробу як інтервал часу тоді можна сказати, що λ - це загальна кількість спроб в 1 годину (λ /година). Якщо ми прийmemo 1 хв. як окремий експеримент (аналогічний підкиданню монети), то за годину в нас буде 60 експериментів (спроб) тобто n . Потім імовірність того що буде успіх при кожній спробі якби ми це змодельювали як біноміальний розподіл була б рівна $p = \lambda/60$ тому що $\lambda = 60 * p$.

Якщо б у нас був біноміальний розподіл, то ймовірність того що наше випадкове значення X рівна якомусь значенню k , була б рівна з n , а $n=60$ вибрати k і помножити на ймовірність успіху (тобто на ймовірність того що в будь-яку хвилину проїде автомобіль) $(\lambda/60)^k$ і помножити на ймовірність невдачі (тобто не одного автомобіля не буде), а саме $(1 - \lambda/60)^{60-k}$

$$p(X = k) = \binom{60}{k} \left(\frac{\lambda}{60}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{60}\right)^{60-k}$$

У даному варіанті успіхом вважається, що проїжджає один автомобіль у хвилину (навіть якщо у хвилину проїжджає кілька автомобілів це зараховується як один успіх.

Звідси можна припустити, що необхідно зменшити час і вважати автомобіль, що проїхали не за хвилину, а за секунду.

$$p(X = k) = \binom{3600}{k} \left(\frac{\lambda}{3600}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{3600}\right)^{3600-k}$$

Але є ситуації коли в секунду може проїхати два автомобілі в результаті необхідно знайти межу при n , яка прагне до нескінченності. Якщо записати біноміальний розподіл при $n \rightarrow \infty$ тоді ми можемо більш докладно розписати формулу.

$$p(X = k) = \lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{k} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$$

Розпишемо біноміальний коефіцієнт

$$p(X = k) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n-k)! k!} \cdot \frac{\lambda^k}{n^k} \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{-k}$$

Скористаємось властивістю, щоб ще спростити вираз

$$\frac{x!}{(x-k)!} = (x)(x-1)(x-2) \dots (x-k+1)$$

при цьому n^k і $k!$ у чисельнику міняються місцями все інше записуємо без зміни

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots (n-k+1)}{n^k} \cdot \frac{\lambda^k}{k!} \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{-k}$$

Так як властивість \lim говорить що добуток функцій у \lim дорівнює добутку \lim цих двох функцій

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x)g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f(x) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} g(x)$$

то запишемо наше вираження відповідно до цього твердження. Так як $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots (n-k+1)$ є багаточленом в якому перемножується безліч двочленів k - раз. Тому найбільшим елементом буде значення після перемножування n^k . Після перемножування вийде n^k + щось помножити на $n^k - 1$ тобто вийде багато член у степені k . При цьому $\lambda^k/k!$ є константою (тому що в цій вираженні немає n тому це вираження константа стосовно n) тому \lim можна пропустити. Далі переписуємо іншу частину без зміни та множимо її на \lim

$$p(X = k) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^k + \dots}{n^k} \cdot \left(\frac{\lambda^k}{k!}\right) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{-k}$$

Тому що в чисельнику й у знаменнику n^k має вищий степінь, а коефіцієнти при цих степенях дорівнює одиниці тому й увесь перший \lim дорівнює одиниці. Також перша дужка другого \lim дорівнює експоненті

$$e^x = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$$

звідси запишемо $e^{-\lambda}$. Що стосується другої дужки в другому \lim , то λ тут це константа і якщо $n \rightarrow \infty$, то λ^k/n дорівнює нулю тоді залишиться одиниця в степені мінус k , а одиниця в будь-якій степені дорівнює одиниці.

$$p(X = k) = 1 \cdot \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda} \cdot 1$$

У результаті коли ми розглядаємо величину через біноміальний розподіл, але в міру того як ми беремо все менші інтервали ймовірність успіху на кожному інтервалі стає менше але коли беремо \lim одержуємо експоненту.

$$p(X = k) = \lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{k} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k} = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}$$

Пуассонівський розподіл дозволяє виконувати: аналіз інтенсивності руху, визначення ймовірності наявності вільного місця на стоянці, вивчення просторового розподілу деяких дорожньо-транспортних пригод і проектування розв'язок для транспорту, що роблять лівий поворот.

Дисперсію для Пуассонівський розподіл можливо вирахувати

$$D(X) = \lambda$$

Приклад: у середньому проїжджає 9 автомобілів у годину. Середнє значення $X=9$ автомобілів. Яка ймовірність того що проїде 2 автомобіля $P(X=2)$?

Відповідь

$$P(X=2) = ((9^2)/2!)*(2,72)^{-9} = 0,005$$

4. Геометричного розподілу.

Геометричний розподіл це ще один закон розподіл, що має велике значення при вивченні черг автомобілів.

Допусти необхідно підкидати монету поки не випаде орел. Яке число підкидань буде до настання цієї події? Тобто як скоро з'явиться перший орел (після чого серія закінчиться). При цьому нульового значення не буде тому що хоча б один раз монету потрібно підкинути.

Для розрахунків ймовірностей p ведемо допоміжні події A_1, A_2, \dots, A_k . Цей нескінченний ланцюжок допоміжних подій (тому що орел може не випадати нескінченно довго). У термінах цих подій можна знайти ймовірності.

Ймовірність $P(X = 1)$ виходить, що орел випав при першому підкиданні $P(A_1) = 1/2$.

$P(X = 2)$ значить що орел при першому підкиданні не випав, а випав при другому підкиданні. При застосуванні теореми множення ймовірності перемножуються при цьому події A_1 і A_2 незалежні події. У результаті одержуємо $P(A_1 A_2) = P(A_1)P(A_2) = 1/2 * 1/2 = 1/4$.

Далі розрахунки виконується аналогічно для $P(X=3) = P(A_1 A_2 A_3) = P(A_1)P(A_2)P(A_3) = 1/2 * 1/2 * 1/2 = 1/8$.

На катом кроці одержимо $P(X = k) = 1/(2^k)$

Значення представлені в таблиці розподілу та на графіку (рис. 4.3)

Таблиця 4.1 - Геометричний розподіл

X	1	2	3	...	k
p	1/2	1/4	1/8	...	1/(2 ^k)

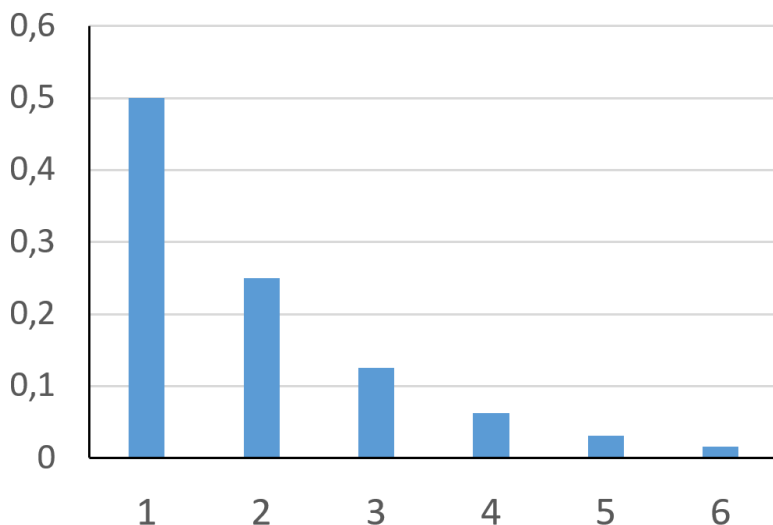


Рисунок 4.3 – Геометричний розподіл

На гістограмі даний розподіл має вигляд нескінченно убиваючої фігури яка асимптотична наближається до нуля.

Завдання з визначенням кількості підкидань монети до випадання орла є часним випадком загальної ситуації яка називається геометричним розподілом.

Припустимо проводиться випробування в кожному з яких, якась подія A настає з імовірністю p і не настає з імовірністю $q=1-p$. При цьому випробування проводяться до першого настання події A . X - це число проведених випробувань, яке геометрично розподілене. При цьому ймовірності числа X визначаються аналогічно розглянутому вище прикладу.

Давайте розглянемо цю нескінченну суму ймовірностей. Те що вийшло це числовий ряд, причому цей числовий ряд є геометричною прогресією (табл.4.2).

Таблиця 4.2 - Числовий ряд геометричної прогресії

X	1	2	...	k
p	p	qp	...	$q^{k-1}p$

Геометрична прогресія

$$\sum_{k=1}^{\infty} pq^{k-1}$$

У цієї геометричної прогресії $q < 1$ тому що q це якась ймовірність, а ймовірність не може бути більше 1. Тобто даний ряд суми сходиться до одиниці. Якщо розписати цю кінцеву суму одержуємо S_k

$$S_k = p + pq + \dots + pq^{k-1} = p(1 + q + \dots + q^{k-1}) = p \frac{1 + q^k}{1 + q}$$

Виносимо p за дужки. Отримане вираження в дужках можна записати у вигляді дроби. Тепер до цієї часткової суми застосуємо операцію граничного переходу то що виходить і є сумою нашого ряду

$$\lim_{k \rightarrow \infty} S_k = \lim_{k \rightarrow \infty} p \frac{1 + q^k}{1 + q}$$

Перетворимо й винесемо за \lim змінні які не залежать від k .

$$\lim_{k \rightarrow \infty} S_k = \frac{p}{1 - q} \lim_{k \rightarrow \infty} (1 + q^k)$$

Тому що $q < 1$ при зведенні його в нескінченний ступінь q прагне до нуля, звідси сама межа прагне до одиниці.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} S_k = \frac{p}{1 - q}$$

Тому що $p = 1 - q$, то у підсумку одержуємо, що весь ряд сходиться до одиниці

$$\lim_{k \rightarrow \infty} S_k = \frac{p}{p} = 1$$

Ще раз що таке геометрично розподілена випадкова величина - це коли подія A настає з імовірністю p і не настає з імовірністю $q = 1 - p$ і випробування проводяться до настання першої події A . Число випробування проведених до настання події A та називається випадковим числом геометрично розподіленим. Тоді мат. очікування такої випадкової величини буде число зворотне до величини ймовірності настання такої події в кожному випробуванні

$$M(X) = \frac{1}{p}$$

Для доказу цієї теореми випишемо розподіл (табл. 4.3) де X приймає значення від 1 до нескінченності.

Таблиця 4.2 – Геометричний розподіл

X	1	2	3	...	k
p	p	qp	q^2p	...	$q^{k-1}p$

За визначенням для визначення мат. очікування необхідно випадкове число X помножити на ймовірність p і складати

$$M(X) = p + 2qp + 3q^2p + \dots + kq^{k-1}p$$

У результаті виникає нескінченна сума. Виносимо загальний множник p за дужки.

$$M(X) = p(1 + 2q + 3q^2 + \dots + kq^{k-1})$$

Отримане вираження в дужках не є геометричною прогресією тому що заважають коефіцієнти (2, 3 і т.д). Для подальшого перетворення позначимо вираження в дужках як функцію $F(q)$

$$M(X) = pF(q)$$

Коли ми будемо знати як ця функція влаштована ми зможемо записати вираження для мат. очікування.

Замість того щоб записувати цю функцію її потрібно про інтегрувати. Інтегрування проводиться по змінній q . Сама по собі функція представлена сумою статечних функцій. При інтегруванні 1 стає q , $2q$ стає $2q^2/2$ і двійки скоротяться, $3q$ стає $3q^2/3$ і трійки скоротяться й k скоротиться. У результаті ми позбулися непотрібних коефіцієнтів, а то що одержимо є геометричною прогресією яку можна записати у вигляді дробу

$$\int F(q)dx = q + q^2 + q^3 + \dots + q^k = \frac{q}{1-q}$$

где $q < 1$.

Так як одержаний вираз $q/(1-q)$ де $q < 1$. Тому що q - це якась імовірність. У цьому випадку $q/(1-q)$ є не самою функцією, а її первісної. Щоб знайти суму функцію нам потрібно первісну продиференціювати. Диференціюємо за правилом дробу. Розкриваємо дужки в чисельнику в результаті залишиться q і $-q$ що в результаті дає 1.

$$F(q) = \left(\frac{q}{1-q}\right)' = \frac{1(1-q) - q(-1)}{(1-q)^2} = \frac{1}{(1-q)^2}$$

В результаті отримане вираження $1/(1-q)^2$ потрібно підставити у вираження $pF(q)$ та одержуємо

$$M(X) = p \frac{1}{(1-q)^2} = p \frac{1}{p^2} = \frac{1}{p}$$

Розглянемо приклад.

Представимо що ми підкидаємо монету до першого випадання орла. X - це число підкидань. Потрібно знайти мат. очікування $M(X)$. Тому що ймовірність одного випробування рівна $1/2 = 0,5$ тоді $M(X)=1/0,5=2$

5. Поняття потоку випадкових подій.

Критичне вивчення умов, які приводять до найпростішого потоку, змушують зробити висновок, що найпростіші потоки зустрічаються не так часто. Наприклад, найчастіше порушується ординарність - одночасно відбуваються замовлення того самого номера по телефону, необхідно ставити кілька машин під завантаження або розвантаження і т.д. Умова стаціонарності так само часто не виконується, наприклад міняється інтенсивність замовлень на переговори в плині доби. Недотримання умови без наслідку так само є звичайним. Прикладом цього може служити поломка машин таксопарку, яка може привести (через збільшення навантаження) до поломок інших машин.

Іншим узагальненням найпростішого потоку є потік Пальма:

Визначення: Поток Пальма називається потік, що володіє властивостями стаціонарності, ординарності й незалежності інтервалів часу t між подіями.

Вимога незалежності інтервалів більш слабким чим вимога без наслідку, тому такі потоки називають також потоками з обмеженими наслідками.

Теорема: нехай у систему надходить потік заявок типу Пальма. Заявка, що застала всі канали зайнятими, одержує відмову. Якщо при цьому час обслуговування має показовий закон розподілу, то потік не обслугованих заявок є потоком Пальма.

Найпростіший потік є часним случаем потоку Пальма. Його незалежні інтервали розподілені за показовим законом. Іншими словами потік подій називається потоком Пальма (або потоком з обмеженою післядією), якщо проміжки часу між послідовними подіями являють собою незалежні, однаково розподілені випадкові величини.

Найпростіший потік є окремий випадок потоку Пальма: у ньому відстані являють собою випадкові величини, розподілені по тому самому показовому закону; їхня незалежність випливає з того, що найпростіший потік є потік без післядії, і відстань за часом між будь-якими двома подіями не залежить від того, які відстані між іншими.

Потік подій називається рекурентним або потоком "Пальма", якщо він стаціонарний, ординарний, а інтервали часу між подіями являють собою незалежні випадкові величини з однаковим довільним розподілом. Найпростіший потік - це також окремий випадок рекурентного при показовому розподілі інтервалів між подіями.

Приведемо приклад рекурентного потоку. Технічний елемент (скажемо, радіолампа) працює безупинно до своєї відмови (виходу з ладу); елемент, що відмовив, миттєво замінюється новим. Якщо окремі екземпляри елемента виходять із ладу незалежно друг від друга, то потік відмов (він же "потік замін" або "відновлень") буде рекурентним. Інший приклад. Продавець у магазині безупинно зайнятий обслуговуванням покупців (як це буває в годинник

максимального навантаження). Обслуговування покупця триває випадковий час t . Тоді потік обслужених покупців буде рекурентним (якщо вважати, що часи обслуговування окремих покупців незалежні й, наприклад, сварка між продавцем і покупцем не позначиться на часі обслуговування інших).

Іншим часним случаєм рекурентного потоку є регулярний потік подій, де інтервали взагалі не випадкові, постійні.

Часним случаєм потоків Пальма є потоки Ерланга. Вони утворюються з найпростішого потоку по "розсіюванню", тобто видаленню деяких подій. Якщо з найпростішого потоку видалити кожен другий подій, то, що залишилося утворює потік, який називається потік Ерланга першого порядку. Цей потік є потоком Пальма, оскільки проміжки часу між подіями залишаються незалежними друг від друга як і в найпростішому потоці. Потік Ерланга другого порядку вийде якщо зберегти в потоці кожен третій подій, а дві проміжні події видалити. Узагальненим потоком Ерланга k -го порядку називається потік одержуваний з найпростішого, якщо зберігати кожен $k + 1$ подій, а інші події видалити.

Контрольні запитання

1. Що таке випадкова величина?
2. На які два типи поділяється випадкова величина?
3. Що таке математичне очікування? Як його визначити?
4. Що таке дисперсія? Як її визначити?
5. Як дисперсія впливає на графік випадкової величини?
6. Що таке Біноміальний коефіцієнт? Як його розрахувати?
7. Чим відрізняється Біноміальний закон розподілу випадкової величини від закону Пуассона?

8. Як розрахувати математичне очікування для закону Пуассона?

9. В чому полягає сутність геометричного закону розподілу?

10. Які основні характеристики має потік випадкових подій?