

Міністерство освіти і науки України  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ  
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ УНІВЕРСИТЕТ

**П.Ф. Горбачов, О.В. Свічинська**

**МОДЕЛЮВАННЯ ВИБОРУ ШЛЯХУ  
ПЕРЕСУВАННЯ ПАСАЖИРІВ У МІСЬКИХ  
СИСТЕМАХ ГРОМАДСЬКОГО ТРАНСПОРТУ**

*Монографія*

Харків  
ХНАДУ  
2016

УДК 656.072  
ББК 39.38  
Г 67

*Затверджено до видання Вченою Радою ХНАДУ, Дозвіл № 12/16/7.6 від 28.10.16*

Рецензенти: **Є.В. Нагорний**, д.т.н., професор, завідувач кафедри транспортних технологій (Харківський національний автомобільно-дорожній університет)  
**В.А. Войтов**, д.т.н., професор, проректор з наукової роботи (Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. Петра Василенка)  
**О.О. Лобашов**, д.т.н., професор, професор кафедри транспортних систем і логістики (Харківського національного університету міського господарства ім. О.М. Бекетова)

Колектив авторів:

*Горбачов П.Ф.*, д.т.н., професор, завідувач кафедри транспортних систем і логістики (Харківський національний автомобільно-дорожній університет)  
*Свічинська О.В.*, к.т.н., асистент кафедри транспортних систем і логістики (Харківський національний автомобільно-дорожній університет)

**Горбачов П.Ф.**

Г 67 Моделювання вибору шляху пересування пасажирів у міських системах громадського транспорту: монографія / П.Ф. Горбачов, О.В. Свічинська. – Харків : ХНАДУ, 2016. – 124 с.

**ISBN 978-966-303-654-0**

Розглянуті питання побудови та застосування моделей вибору пасажиром шляху пересування в маршрутній мережі міста для розрахунку пасажиропотоків на громадському транспорті. Представлений новий метод визначення коефіцієнтів функції корисності шляху.

Для інженерно-технічних працівників, вчених і аспірантів, які займаються питаннями планування і моделювання роботи громадського транспорту.

Іл. 9. Табл. 25. Бібліогр. 123 назви

Рассмотрены вопросы построения и применения моделей выбора пассажиром пути передвижения в маршрутной сети города для расчета пассажиропотоков на общественном транспорте. Представлен новый метод определения коэффициентов функции полезности пути.

Для инженерно-технических работников, ученых и аспирантов, занимающихся вопросами планирования и моделирования работы общественного транспорта.

Ил. 9. Табл. 25. Библиограф. 123 назв.

УДК 656.072  
ББК 39.38

ISBN 978-966-303-654-0

© Горбачов П.Ф., Свічинська О.В., 2016  
© ХНАДУ, 2016

## ВСТУП

На сучасному етапі розвитку міст транспорт грає найважливішу роль в забезпеченні сполучення між усіма об'єктами міської інфраструктури. Щохвилини люди здійснюють велику кількість пересувань з використанням як індивідуального, так і громадського транспорту (ГТ).

Обов'язковою умовою якісної організації роботи міського маршрутного пасажирського транспорту (ММПТ) є використання сучасних методів моделювання транспортних процесів. Особливе місце серед них займають математичні моделі розподілу транспортного попиту, що описують переваги пасажирів при виборі шляху пересування. Ці моделі засновані на теорії корисності і дають можливість прогнозувати вибір шляху з кінцевого набору альтернатив. Основним призначенням таких моделей є розподіл пасажиропотоків по маршрутній мережі міста.

Велика кількість транспортних підприємств і конкуренція між ними істотно впливають на показники якості перевезень, серед яких слід виділити тривалість поїздки, доступність і комфорт, що є дуже важливими факторами при виборі пасажиром шляху пересування. Незважаючи на це, в існуючих моделях вибору (МВ) вони враховуються або посередньо, або не враховуються зовсім. Також для більшості МВ шляху властиві проблема переходу від частоти вибору шляху до його привабливості та відсутність механізму перевірки отриманих моделей на адекватність. Це вказує на актуальність розробки нових підходів до моделювання поведінки пасажирів в маршрутній системі і оцінки адекватності результатів моделювання, а також створення нових моделей прогнозування ймовірності використання пасажиром альтернативних варіантів шляху.

З цією метою в першому розділі монографії проаналізовані відомі моделі вибору шляху пересування, критерії оцінки їх адекватності, методи проведення обстежень, спрямованих на отримання інформації для визначення коефіцієнтів моделей вибору, а також методи отримання згаданих коефіцієнтів.

У другому розділі обґрунтована можливість і доведена доцільність застосування методу найменших квадратів для отримання коефіцієнтів моделі вибору, запропоновані варіанти перетворення параметрів шляху, що дозволяють розв'язати проблему їх різного

масштабу в межах масиву даних, на основі якого будується модель. Також в розділі розроблений критерій адекватності моделей вибору шляху, що дозволяє давати як кількісну, так і ймовірнісну оцінку розбіжностей між розрахунковими і фактичними ймовірностями вибору шляху пересування, а також порівнювати різні моделі вибору між собою з метою вибору найкращої.

У третьому розділі розроблена методика проведення обстеження, спрямованого на отримання даних для побудови моделей вибору шляху пересування, проведено пробне обстеження, обґрунтовано мінімальну кількість респондентів обстеження, а також кількість днів, за які необхідно збирати інформацію про вибір шляху кожним респондентом.

Четвертий розділ монографії присвячений побудові моделей вибору шляху пересування пасажирів громадського транспорту м. Харкова і оцінці їх практичної придатності. Також в розділі дані рекомендації по застосуванню моделей поведінки пасажирів при виборі шляху пересування в маршрутних системах міст і відмічені особливості оцінки параметрів моделей за допомогою існуючого і запропонованого підходів.

# **1 ІСНУЮЧІ ПІДХОДИ ДО МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕДІНКИ ПАСАЖИРІВ В МАРШРУТНІЙ СИСТЕМІ МІСТА**

Моделювання переваг пасажирів при виборі шляху пересування є однією з найбільш складних задач у сфері транспортного планування і методи її вирішення на сьогоднішній день приводять до результатів, які не можна вважати надійними. Це породило значну різноманітність МВ пасажиром шляху пересування, більшість з яких не отримали широкого розповсюдження – жодна з них повністю не реалізована в сучасних програмних продуктах по транспортному плануванню. Причиною цьому є відсутність загальноприйнятих критеріїв перевірки якості цих моделей, що робить неможливим об'єктивний аналіз існуючих функцій корисності (ФК), які є основою МВ. Відсутність практичної реалізації відомих МВ також можна пояснити недосконалістю методик збору початкової інформації для їх побудови.

## **1.1 Відомі моделі вибору шляху пересування громадським транспортом**

Як відомо, основна мета роботи транспорту – своєчасне і повне задоволення потреб населення в перевезеннях. Вдосконалення організації і планування перевезень неможливе без використання методів, що дозволяють досить точно прогнозувати попит на транспортні послуги, оскільки саме він визначає основні параметри транспортної системи (ТС) [1-5].

Останнім часом широкого поширення набув підхід до визначення попиту на транспортні послуги з допомогою так званої чотирьохетапної моделі, рис. 1.1 [5-11]. Ця модель містить чотири основні етапи моделювання попиту: генерація поїздок – оцінка кількості пересувань, які зароджуються або поглинаються транспортними районами (ТР); розподіл пересувань – їх просторовий розподіл між пунктами відправлення і прибуття (розрахунок матриці кореспонденцій); вибір виду транспорту – визначення співвідношення між пересуваннями маршрутним транспортом, індивідуальним, пішими пересуваннями та ін.; розподіл по мережі – розподіл пере-

сувань між шляхами сполучення на маршрутній або вулично-дорожній мережі (ВДМ) [5, 10]. Реалізація кожного з етапів здійснюється за допомогою відповідних математичних залежностей, проте для останніх двох – етапу вибору виду транспорту і розподілу пересувань по мережі – існуючі підходи далеко не завжди забезпечують належну адекватність результатів [6, 8].

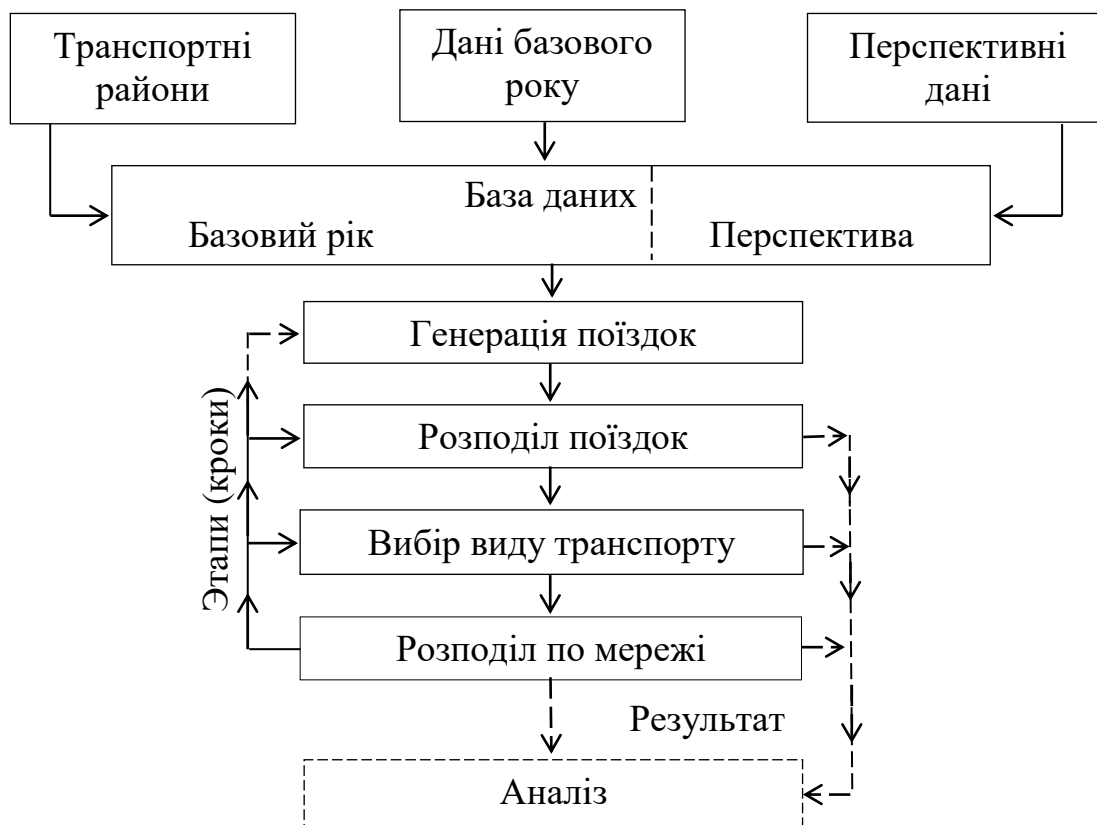


Рис. 1.1. Класичне представлення чотирьохетапної транспортної моделі

Оскільки в більшості міст на пострадянському просторі ГТ, як і раніше, залишається головним засобом реалізації трудових пересувань [4, 12], у цій монографії будуть розглянуті моделі вибору пасажиром варіанту пересування між різними видами і (чи) маршрутами міського пасажирського транспорту (МПТ) при здійсненні таких пересувань. Доцільність такого дослідження пояснюється тим, що саме трудові пересування створюють основне навантаження на маршрутну мережу (ММ) МПТ [4, 13].

Як відомо, формування попиту на послуги ММПТ вже починаючи з сегменту середніх міст відбувається в умовах сильної розгалуженості ММ. Внаслідок цього потенційний пасажир завжди має декілька варіантів реалізації запланованого пересування, кожен з

яких характеризується певним набором параметрів: часом пішого підходу до зупинного пункту (ЗП), часом очікування, часом пересування в транспорті, мірою заповнення салону транспортного засобу на момент посадки, кількістю пересадок, комфортністю та ін. Це свідчить про те, що для досягнення найбільшої точності прогнозування транспортного попиту необхідно враховувати поведінкові аспекти формування пасажиропотоків [1, 12].

У наш час розроблена досить велика кількість моделей поведінки пасажирів при виборі шляху пересування. У цій монографії під моделями поведінки пасажирів розуміються математичні залежності, які засновані на теоретичних міркуваннях та дозволяють передбачити ймовірність вибору пасажиром шляху пересування. Така поведінка в іноземних джерелах іменується як «*travel behavior*», «*trip making behavior*», «*choice behavior*» [5]. Моделі, що описують таку поведінку, придатні для розрахунку пасажиропотоків на ММ, інформація про які є основою для вирішення практично усіх завдань транспортного планування. Слід зазначити, що на сьогодні точність існуючих МВ досить низька – при розподілі потоку пасажирів помилка може складати більше 100 % [2, 12].

Як вже відзначалося, вибір пасажиром шляху пересування залежить від багатьох факторів [1, 10], які важко врахувати через складність процесу і відсутність методики, яка дозволила б отримати об'єктивну характеристику відношення пасажирів до транспортних факторів з урахуванням відносного характеру вибору шляху пересування [1, 3, 14-46]. У роботах [47-50] за основу створення МВ береться гіпотеза, відповідно до якої розподіл пасажиропотоків здійснюється по єдиному найкоротшому шляху пересування, котрий визначається відстанню або часом. Автор [12] пропонує розглядати теоретичні основи таких моделей як припущення, а не гіпотези, оскільки в результаті моделювання виходить однозначний розподіл пасажиропотоків, який не враховує їх випадкового характеру [51]. У роботах [12, 35, 49] звертається увага на те, що найкоротший за часом шлях пересування можливий лише за наявності пересадок, а маршрутні поїздки між пунктами відправлення і прибуття можуть здійснюватися і не по найкоротшому шляху за умови існування відповідних маршрутів МПТ.

Оскільки однією з основних гіпотез розподілу кореспонденцій між маршрутами є гіпотеза про випадковий характер вибору паса-

жиром шляху пересування, то завдання формування потоку пасажирів на ММ зводиться до формування набору альтернативних варіантів шляху пересування і визначення ймовірності вибору пасажиром будь-якої з цих альтернатив [12, 12, 25, 26, 30-34, 36-52]. Рішення подібної задачі вибору недоцільне, оскільки пасажир навряд чи скористається найгіршими альтернативами з усього набору. Через це вибір альтернативних шляхів здійснюється в околі шляху з мінімумом витрат часу на пересування – в зоні так званого критичного шляху, або «зоні згладжування» [12] (величина зони згладжування може задаватися в абсолютних значеннях часу або у відсотках від критичного шляху і часто складає 10-25% від найкоротшого за часом шляху). Окрім цього, в роботі [12] звертається увага на те, що існуючі підходи до моделювання відношення пасажирів до параметрів шляху пересування чітко не відповідають на питання про реальні межі набору альтернативних шляхів пересування, що досить важливо для результатів моделювання. При цьому будь-який потенційний пасажир, маючи досвід поїздок між парою пунктів відправлення і прибуття, в змозі сформулювати деяку множину варіантів шляху пересування між ними, чого не можна зробити, використовуючи математичні моделі [12].

Відомі на сьогоднішній день МВ шляху можна розділити на три укрупнені групи – первинні моделі (ПМ) вибору, нормувальні моделі (НМ) і моделі свідомого вибору (МСВ) шляху пересування.

До першої групи відносяться моделі, які у своїй більшості набули поширення в містобудівних розрахунках і втратили актуальність в умовах постійно зростаючих міст [16, 18, 20, 24, 26, 32, 39]. Так, автор [16] пропонує наступну модель розрахунку ймовірності вибору  $j$ -го шляху пересування

$$p_j = p[n_{\pi j} / \bar{t}_j] \cdot p[t_j / n_{\pi j}] \cdot p[W_j / n_{\pi j}], \quad (1.1)$$

де  $p[n_{\pi j} / \bar{t}_j]$  – ймовірність вибору шляху  $j$  з кількістю пересадок  $n_{\pi j}$  при середніх витратах часу на пересування  $\bar{t}_j$ ;

$p[t_j / n_{\pi j}]$  – ймовірність вибору шляху  $j$  з витратами часу на пересування  $t_j$  при кількості пересадок  $n_{\pi j}$ ;

$p[W_j / n_{\pi j}]$  – ймовірність вибору шляху  $j$  при використанні виду транспорту  $W_j$  з кількістю пересадок  $n_{\pi j}$ .



В роботах [20, 24, 26, 53] наведений підхід до визначення ймовірності вибору шляху пересування, заснований на психофізіологічному законі Вебера-Фехнера, який описує реакцію людини на зміну інтенсивності якогось зовнішнього подразника. Як подразник приймаються такі характеристики шляху пересування, як час, кількість пересадок і вартість проїзду [12, 20, 53]

$$p_{ij} = \frac{1}{r_i} \cdot \left[ A + B \cdot \ln \left( \frac{\prod_{j=1}^{r_i} t_j}{t_{r_i}} \right) + C \cdot \ln \left( \frac{\prod_{j=1}^{r_i} k_{\pi j}}{k_{\pi r_i}} \right) + D \cdot \ln \left( \frac{\prod_{j=1}^{r_i} s_j}{s_{r_i}} \right) \right], \quad (1.2)$$

де  $A, B, C, D$  – емпіричні коефіцієнти;

$k_{nj}$  – коефіцієнт пересадочності при  $j$ -му варіанті шляху пересування,  $j = 1, 2, \dots, r_i$ ,  $r_i$  – кількість варіантів шляхів пересування, доступних для  $i$ -го пасажера;

$s_j$  – вартість проїзду на  $j$ -му шляху пересування.

Даний підхід позбавлений пояснень до визначення коефіцієнтів моделі (1.2), що не дає можливості взяти його як базу для розробки методики моделювання вибору пасажера в сучасних умовах.

Схожий підхід до визначення ймовірності вибору шляху пересування зустрічається в роботах [21, 34, 52]. Так, в роботі [52] отримана залежність ймовірності користування метрополітеном від величини часу пересування з його використанням і без. У роботі [21] представлена таблиця коефіцієнтів користування метро залежно від двох показників – відстані пересування і віддаленості станцій метро від пунктів відправлення і прибуття. За фізичним змістом ці показники близькі до параметрів, використаних в [53], де показана схожість підходів декількох авторів до визначення закономірностей формування пасажиропотоків на метрополітені, проте недостатня обґрунтованість отриманих результатів і неглибоке опрацювання досліджуваного питання унеможливають використання описаних підходів при розробці теоретичних основ моделювання поведінки пасажирів в ММ МПТ.

До другої групи МВ можна віднести підхід до визначення ймовірності вибору шляху, заснований на припущенні про рівнозначність шляхів пересування із зони згладжування [2, 12]

$$p_{ij} = \frac{1}{r_i}, \quad (1.3)$$

де  $p_{ij}$  – ймовірність вибору  $i$ -м пасажиром  $j$ -го шляху пересування.

Хоч це припущення і відповідає гіпотезі про ймовірнісний характер вибору шляху, проте воно не завжди може бути застосовне – наприклад, при розподілі потоку пасажирів в містах, тому що ймовірність вибору будь-якого шляху пересування з деякого набору залежить від параметрів шляхів, різниця між якими може бути дуже великою.

Іншою моделлю розподілу пасажиропотоків є модель, заснована на припущенні про те, що ймовірність вибору пасажиром шляху пересування обернено пропорційна до його трудності, що характеризується часом (чи дальністю) пересування [2, 12]

$$p_{ij} = \left( 1 - \frac{t_j}{\sum_{l=1}^{r_i} t_l} \right) \cdot \frac{1}{r_i - 1}, \quad (1.4)$$

де  $t_j$  – час пересування по  $j$ -му варіанту шляху,  $j = 1, 2, \dots, r_i$ .

Ще одним підходом до розподілу потоку пасажирів по альтернативних шляхах є «метод опору», який заснований на аналогії між транспортними магістралями і електричними ланцюгами [2, 12]:

$$p_{ij} = \frac{1}{R_j} \Bigg/ \sum_{l=1}^{r_i} \frac{1}{R_l}, \quad (1.5)$$

де  $R_j$  – функція «опору»  $j$ -го варіанту шляху пересування.

У містобудівних розрахунках найбільшого розповсюдження при визначенні шляхів пересування пасажирів отримав «алгоритм стоку» [36]

$$p_{ij} = (A + B \cdot \rho_{jt} \cdot \rho_{jn}) \Bigg/ \sum_{l=1}^{r_i} (A + B \cdot \rho_{lt} \cdot \rho_{ln}), \quad (1.6)$$

де  $\rho_{jt}, \rho_{jn}$  – відповідно коефіцієнти привабливості і витрат часу на  $j$ -му варіанті шляху пересування,  $j = 1, 2, \dots, r_i$ ;

$A, B$  – коефіцієнти, що визначаються емпіричним шляхом.

Наступним підходом до визначення ймовірності вибору є використання НМ виду

$$P_{ij} = (1,25 \cdot t_{\min} - t_j) / \sum_{l=1}^{r_i} (1,25 \cdot t_{\min} - t_l), \quad (1.7)$$

де  $t_{\min}$  – мінімальні витрати часу серед усіх альтернативних варіантів шляху пересування;

$t_j$  – час пересування по  $j$ -му шляху,  $j = 1, 2, \dots, r_i$  ;

1,25 – межа зони згладжування [18, 32].

У роботі [32] моделювання вибору шляху здійснюється з використанням функції корисності, яка виражається через величину загальної вартості реалізації пересування зі знаком «-». Такий підхід дозволяє врахувати пропускну спроможність шляху пересування, але не вирішує питання моделювання процесу його вибору, оскільки не враховує причинно-наслідкові зв'язки в межах цього процесу.

У існуючих підходах, окрім усього іншого, відкритим залишається питання про отримання коефіцієнтів ФК шляху, хоча в декількох роботах є спроби їх визначення. Так, автор [54] запропонував наступну залежність для визначення ймовірності вибору шляху на основі ФК

$$P_{ij} = \frac{U_{ij}}{\sum_{l=1}^{r_i} U_{il}}, \quad (1.8)$$

де  $P_{ij}$  – розрахункова ймовірність вибору  $i$ -м пасажиром  $j$ -ї альтернативи;

$U_{ij}$  – теоретична корисність шляху пересування  $j$  для пасажирів  $i$ ,  $j = 1, \dots, r_i$ ;

$U_{il}$  – теоретична корисність шляху пересування  $l$  для пасажирів  $i$ ,  $l = 1, \dots, r_i$ .

Для пошуку коефіцієнтів ФК  $U_{ij}$  автор [54] запропонував використовувати метод найменших квадратів (МНК), а точність отриманих результатів оцінювати тільки на підставі вбудованих в оболонку *MS Excel* функцій. При цьому невирішеним залишається питання порівнян-

ня декількох ФК шляху між собою. Представлений в [54] метод хоч і дає прийнятні результати, проте явно вимагає доопрацювання.

Окрім наведених вище НМ, до них також можна віднести модель EVA, перетворення Бокс-Кокс (*Box-Cox Transformation*) і модель Кірхгофа (*Kirchoff Model*).

Модель EVA, розроблена Д. Лозе [55], передбачає визначення ймовірності вибору шляху з урахуванням відстані і часу пересування, а також загальних витрат на пересування [5]

$$P_j = \frac{e^{\xi \cdot (x_j)^2}}{\sum_{l=1}^{r_i} e^{\xi \cdot (x_l)^2}}, \quad (1.9)$$

де  $\xi$  – калібрувальний параметр;

$$x_j = \left( \frac{C_j}{\min_{l=1, \dots, r_i} (C_l)} - 1 \right) - \text{перетворений параметр шляху пересування } j;$$

$C_j$  – функція опору шляху пересування  $j$  з набору  $r_i$  (сукупність фінансових витрат при використанні  $j$ -го шляху пересування).

Загальний вираз для визначення ймовірності вибору шляху пересування з використанням перетворення Бокс-кокс має вигляд [5, 51, 56-60]

$$P_{ij} = \frac{e^{-\beta_{kj} \cdot x_{kij}^{\lambda_k}}}{\sum_{l=1}^{r_i} e^{-\beta_{kl} \cdot x_{kil}^{\lambda_l}}}, \quad (1.10)$$

де  $\beta_{kj}$  –  $k$ -й коефіцієнт при параметрі шляху пересування  $j$ ,  $j = 1, \dots, r_i$ ;

$x_{kij}^{\lambda_k}$  – перетворений  $k$ -й параметр  $j$ -го шляху пересування для пасажера  $i$ ;

$\lambda_k$  –  $k$ -й калібрувальний параметр.

Використання параметрів  $x_{kij}^{\lambda_k}$ , перетворених за допомогою стандартного виразу Бокс-Кокс, дозволяє змінювати співвідношення

між ймовірністю вибору альтернатив з їх набору та, відповідно, змінювати описові можливості моделі [12].

Модель Кірхгофа, вживана для визначення ймовірності вибору пасажиром шляху пересування, заснована на аналогії транспортних процесів з процесами в електричних ланцюгах [51]

$$P_{ij} = \frac{(x_{ij})^{-\tau}}{\sum_{l=1}^{r_i} (x_{il})^{-\tau}}, \quad (1.11)$$

де  $x_{ij}$  – функція опору шляху  $j$  для пасажирів  $i$ ,  $j = 1, \dots, r_i$ ;

$\tau$  – калібрувальний параметр.

Вираз (1.11) набув досить широкого поширення в моделюванні поведінки пасажирів, оскільки вибір шляху пересування залежить від співвідношення загальних витрат на реалізацію кожного шляху, а не від їх абсолютної різниці. Однак слід виділити один недолік цієї моделі – при порівнянні двох варіантів шляху пересування, наприклад, тривалістю 5 і 10 хвилин і 50 і 100 хвилин модель дасть однакові пари ймовірності вибору цих шляхів.

До останньої, третьої групи МВ віднесені різновиди моделей дискретного вибору (МДВ) і модель обслуговування за інтервалом. Перші засновані на припущенні про те, що кожен пасажир обирає шлях пересування з деякого кінцевого набору альтернатив на основі їх соціально-економічних характеристик і відносної корисності [5, 61-66]. Найбільш поширеними моделями цього класу є мультиноміальна логіт-модель (*Multinomial Logit*, або *MNL*), змішана логіт-модель (*Mixed Logit*, або *ML*), мультиноміальна пробіт-модель (*Multinomial Probit*, або *MNP*) і логіт-модель з групуванням (*Hierarchical Logit*, *Nested Logit*, або *NL*).

МДВ тісно пов'язані з теорією корисності, яка розвивалася паралельно з ними як засіб пояснення поведінки пасажирів [63, 66-74]. Через те, що дослідник не може отримати вичерпну інформацію про усі фактори, які впливають на вибір пасажирів, корисність розділяють на дві складові [5, 62, 70, 72, 74]. Перша складова є детермінованою і може бути представлена у вигляді [5, 61-63, 67]

$$V_{ij} = x_{ij} \cdot \beta, \quad (1.12)$$

де  $x_{ij}$  – вектор характеристик пасажирів  $i$  та властивостей альтернативи  $j$ ;

$\beta$  – вектор параметрів шляху пересування.

Друга складова корисності є випадковою та відбиває вплив усіх факторів, що чинять малопомітну дію на вибір пасажира, а також враховує можливі погрішності, допущені при спостереженнях [5, 62-64, 67, 70, 74]. Враховуючи (1.12), ФК набуває наступного векторного вигляду

$$U_{ij} = x_{ij} \cdot \beta + \varepsilon_{ij}, \quad (1.13)$$

де  $\varepsilon_{ij}$  – випадкова складова ФК.

Теорія корисності базується на припущенні про те, що корисність альтернативи, яку обрав індивідуум, є найбільшою в порівнянні з корисностями інших альтернатив. Оскільки дослідник не в змозі отримати фактичне значення корисності шляху для кожного пасажира, в розрахунках використовується ймовірнісна функція. Відповідно до цього ймовірність того, що пасажир  $i$  може, наприклад, здійснити вибір з двох альтернатив, записується таким чином [71]:

$$P_{ij} = \Pr \{ U_{ij} > U_{il}, \forall l = 1, \dots, r_i \}. \quad (1.14)$$

Підставлення (1.13) в (1.14) дозволяє отримати залежність для визначення ймовірності вибору пасажиром шляху пересування [63, 71]

$$P_{ij} = \Pr \{ \varepsilon_{il} - \varepsilon_{ij} < x_{ij}\beta - x_{il}\beta, \forall l = 1, \dots, r_i \}. \quad (1.15)$$

Для рішення представлений вираз записується в інтегральному виді

$$P_{ij} = \int_{\varepsilon} D \cdot f(\varepsilon_{ij}) d\varepsilon_{ij}, \quad (1.16)$$

де  $D = \varepsilon_{il} - \varepsilon_{ij} < x_{ij}\beta - x_{il}\beta$  – бінарна функція, що приймає значення 0 або 1 (заздалегідь визначена функція-індикатор);

$f(\varepsilon_{ij})$  – щільність ймовірності випадкової складової виразу (1.12).

Вирази (1.13) – (1.16) є основою усіх МДВ. Різниця між моделями визначається різними припущеннями про розподіл випадкової величини (ВВ)  $\varepsilon$  у виразі корисності (1.13) [5, 64]. Також для різних моделей інтеграл (1.16) може мати закрити, частково закрити і відкрити форми [64]. Так, логіт-моделі, як бінарні, так і мультиномі-

альні, мають закриту форму інтеграла (1.16) і засновані на припущенні, що погрішності  $\varepsilon$  незалежні і однаково розподілені згідно із законом екстремальних значень типу I – законом Гумбеля, рис. 1.2 [5, 62, 63, 65, 71, 72, 75-80].

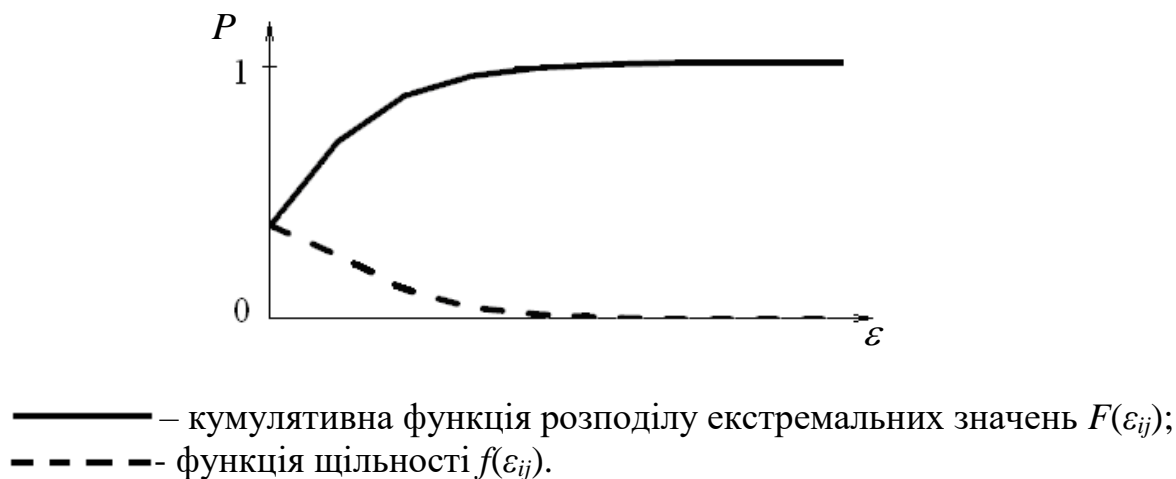


Рис. 1.2. Графік кумулятивної функції і функції щільності розподілу екстремальних значень

Пробіт-моделі як бінарні, так і мультиноміальні, базуються на припущенні про нормальний розподіл випадкової складової  $\varepsilon$ . Змішані логіт-моделі засновані на припущенні, що випадкова складова корисності складається з частини, яка описується довільним розподілом, заданим дослідником, і частини, де погрішності  $\varepsilon$  незалежні і однаково розподілені згідно із законом Гумбеля, як в логіт-моделях [5, 70, 62-64, 67]. Пробіт і змішані логіт-моделі не мають закритої форми інтеграла (1.16) і тому можуть бути отримані тільки за допомогою спеціальних комп'ютерних програм.

Основи теорії корисності дозволяють виконати певні математичні перетворення, після яких можна отримати різні МДВ. Так, найбільш проста з МДВ *MNL*-модель має наступний вигляд [5, 61, 62, 71, 75, 81-83]:

$$P_{ij} = \frac{e^{x_{ij} \cdot \beta}}{\sum_{l=1}^{r_i} e^{x_{il} \cdot \beta}}. \quad (1.17)$$

Ця модель заснована на припущенні про незалежність ймовір-

ності вибору певного шляху пересування від його інших альтернатив [63, 65, 71]. Це, з одного боку, є перевагою, тому що полегшує використання логіт-моделі в розрахунках [63, 65, 71], а з іншого – породжує серйозні недоліки у випадку, коли спостережувані і неспостережувані властивості корисності залежні між собою. Незважаючи на це, логіт-модель залишається досить популярною. Також слід зазначити, що застосування цієї, здавалося б, найпростішої з МДВ на практиці є утрудненим за відсутності спеціалізованого програмного забезпечення.

*ML*-модель, на відміну від *MNL*-моделі, враховує вплив альтернатив з їх можливого переліку на ймовірність вибору якоїсь однієї з них [5, 63, 71]. Проте, через те, що дослідник не може знати переваг кожного пасажера, коефіцієнти моделі варіюються серед населення з деякою щільністю  $f(\beta_i|\beta, \theta)$  і тоді ймовірність вибору певного шляху пересування записується у вигляді наступного інтеграла [62, 64, 67, 71, 76]

$$P_{ij} = \int \frac{e^{x_{ij} \cdot \beta_i}}{\sum_{l=1}^{r_i} e^{x_{il} \cdot \beta_i}} f(\beta_i) d\beta_i. \quad (1.18)$$

Пробіт-модель є досить схожою на змішану логіт-модель, але в ній (згідно з припущенням) усі випадкові елементи, коефіцієнти і погрішності мають нормальний розподіл [62, 65-67, 71, 74, 84]. Модель отримала застосування здебільшого в економічній галузі і біологічних дослідженнях. Її головною перевагою є можливість охоплення усіх кореляцій між альтернативами. Залежність для розрахунку ймовірності вибору пасажиром  $i$  альтернативи  $j$  в даному випадку має вигляд [62, 84]

$$P_{ij} = \int_{-\infty}^0 \dots \int_{-\infty}^0 f_j(x) dx_1 \dots dx_{i-1} dx_{i+1} \dots dx_{r_i}. \quad (1.19)$$

Найбільшим недоліком цієї моделі є те, що інтеграл (1.19) важко обчислювати навіть при невеликій кількості альтернатив.

Логіт-модель з угрупованням (чи ієрархічна модель) передбачає розрахунок ймовірності здійснення пересування до пункту призначення  $d$  з використанням виду транспорту  $z$  [5, 85] таким чином



$$P(d, z) = \frac{e^{\{\beta \cdot (V_d + V_d^*)\}} \cdot e^{(\lambda \cdot V_{dz})}}{\sum_{d'} e^{\{\beta \cdot (V_{d'} + V_{d'}^*)\}} \cdot \sum_{z'} e^{(\lambda \cdot V_{dz'})}}, \quad (1.20)$$

$$V_d^* = (1/\lambda) \log \sum_{z'} e^{(\lambda \cdot V_{dz'})}, \quad (1.21)$$

де  $\beta, \lambda$  – калібрувальні параметри моделі;

$V_d, V_{d'}$  – частини корисності, пов'язані з досягненням пунктів призначення  $d, d'$ ;

$V_{dz}, V_{dz'}$  – негативні складові корисності, пов'язані з витратами на пересування в пункти призначення  $d, d'$  з використанням видів транспорту  $z, z'$ .

Ймовірність вибору альтернативи згідно з *CNL*-моделлю має вид [62, 65]

$$P_{ij} = \sum_m \frac{\alpha_{zm} \cdot e^{V_z} (\sum_{j \in r_i} \alpha_{jm} \cdot e^{V_j})^\mu}{\sum_{l \in r_i} \alpha_{lm} \cdot e^{V_l} \sum_{m'} (\sum_{l' \in r_i} \alpha_{l'm'} \cdot e^{V_{l'}})^\mu}, \quad (1.22)$$

де  $\alpha$  – вагові коефіцієнти альтернатив на кожному рівні ієрархії  $m$ , які повинні задовольняти умові  $\sum_{j \in r_i} \alpha_{jm}^\mu = 1$  для набору  $m$  з  $j$  альтернатив;

$V_j$  – детермінована складова корисності шляху пересування  $j$ ;

$\mu$  – калібрувальний параметр моделі.

Не менш складним є визначення ймовірності вибору пасажиром альтернативного шляху згідно *PCL*-моделлю [62, 65]

$$P_l = \frac{\sum_{k \neq l} e^{V_l / \lambda_{lk}} (e^{V_k / \lambda_{lk}} + e^{V_l / \lambda_{lk}})^{\lambda_{lk} - 1}}{\sum_{k=1}^{J-1} \sum_{l=k+1}^J (e^{V_k / \lambda_{lk}} + e^{V_l / \lambda_{lk}})^{\lambda_{lk}}}, \quad (1.23)$$

де  $\lambda_{lk}$  – калібрувальний параметр.

Проаналізувавши існуючі МДВ можна сказати, що серед них найбільшого поширення набула стандартна мультиноміальна логіт-модель, яка в кінцевому варіанті виглядає як проста НМ із зазда-

легідь перетвореними через показникову функцію складовими. Інші моделі мають в транспортному плануванні виключно теоретичний характер, оскільки їх практичне використання досить проблематичне і вимагає дуже складних обчислень.

Недоліком МДВ також є припущення про однаковий розподіл випадкових складових усіх факторів вибору шляху пересування при тому, що ці фактори мають абсолютно різний фізичний сенс. Це не надає права вважати розроблений математичний апарат надійною основою для моделювання поведінки пасажирів в транспортних системах.

Модель обслуговування по інтервалу, представлена в роботі [12], побудована на тих же принципах, що і МДВ за винятком того, що в ній як випадкова складова корисності задається конкретна величина – час очікування громадського транспорту, закон розподілу якого відомий. Це дає можливість визначити ймовірність вибору шляху пересування на основі результатів обстеження фактичного вибору пасажиром шляху пересування. Автор [12] пропонує визначити ймовірність вибору по формулі повної ймовірності для неперервної випадкової величини

$$p_{ij} = \int_{\alpha_j}^{\beta_j} \prod_{l \neq j}^{r_l} P\{A_l\} \cdot f(y_j - t_j) dt_j, \quad (1.24)$$

де  $\alpha_j, \beta_j$  – відповідно нижня і верхня межі інтервалу значень ВВ – часу очікування громадського транспорту на зупиночному пункті;

$f(y_j - t_j)$  – щільність розподілу часу очікування  $j$ -го варіанта шляху пересування при першій посадці.

На підставі залежності (1.24) формується система рівнянь, яка враховує незалежність випадкових подій прибуття транспортних засобів різних маршрутів на зупинку для  $r_i$  реальних альтернатив. Коефіцієнти ФК в цьому випадку пропонується знаходити з використанням регресійного аналізу [12].

Загальним недоліком МСВ є наявність так званої «проблеми масштабування», яка полягає у використанні незначної випадкової складової корисності шляху для прогнозування переваг пасажирів і, відповідно, їх відношення до усіх інших детермінованих параметрів шляху, що дійсно впливають на вибір.

В результаті проведеного аналізу літературних джерел було встановлено, що ПМ є не найбільш вдалим результатом спроби врахувати ймовірнісний характер вибору альтернативи. Вони засновані на апріорних припущеннях і не пояснюють механізмів прийняття рішень пасажиром. МСВ, незважаючи на популярність, також мають ряд істотних недоліків, що вказує на необхідність пошуку іншого способу моделювання поведінки пасажирів при виборі шляху пересування в маршрутній системі міста (МСМ). Стосовно НМ можна стверджувати, що вони є доброю основою для розробки нового інструменту моделювання вибору пасажиром шляху пересування за рахунок їх відносної простоти і можливості отримувати значення ймовірності вибору шляху, що знаходяться в діапазоні від 0 до 1.

## **1.2 Методи проведення обстежень для отримання функції корисності шляху пересування**

З метою отримання даних, необхідних для формування ФК шляху пересування, проводять обстеження пасажиропотоків. Основними методами проведення подібних обстежень є ті, які допомагають дати оцінку поведінці пасажирів в МСМ. Ці методи підрозділяються на дві групи: обстеження, спрямовані на визначення намірів пасажирів за допомогою анкет і обстеження фактичного вибору [3, 16, 17].

При проведенні обстежень першої групи кожному респонденту пропонують заповнити анкету, в яку вноситься перелік можливих варіантів реалізації пересування між пунктами відправлення і прибуття. Перевагами такого способу проведення обстеження є відносна простота збору інформації і короткий період обстеження. Моделювання намірів пасажирів при цьому здійснюється трьома способами: за допомогою функціонального аналізу, порівняльної і монотонної моделей [3].

При функціональному аналізі респондент повинен дати кількісну оцінку привабливості кожного запропонованого варіанта шляху пересування. Оцінка здійснюється по п'яти- чи десятибальній шкалі. Можливий шлях пересування описується значеннями параметрів, обраних як основні. Потім визначають залежність між отриманою оцінкою і параметрами шляху. Недоліками цього способу моделювання намірів є складність об'єктивної оцінки корисності шляху [3].

При використанні порівняльної моделі респондент повинен вибрати з кожної представленої пари варіантів шляху пересування найкращий [3].

Монотонна модель передбачає впорядкування кожним респондентом варіантів шляху пересування по мірі їх корисності. В даному випадку слід зазначити меншу точність оцінки вибраних варіантів шляху через відсутність кількісної шкали, але вона компенсується великою кількістю простих відповідей. До недоліків цього підходу можна віднести те, що респонденти, які є потенційними пасажирями МПТ, не мають досвіду використання більшості запропонованих ним варіантів шляхів пересування, внаслідок чого оцінка цих шляхів може досить сильно відрізнятись від реальної поведінки цих же респондентів в схожих ситуаціях [3, 16].

При обстеженні фактичного вибору також можна виділити три варіанти його реалізації: фіксація пасажиропотоку за допомогою стандартних методів, метод фіксації вигоди і метод безпосередньої фіксації вибору.

До стандартних методів відносять анкетний, талонний, опитувальний, звітно-статистичний, таблично-опитувальний, рахунково-табличний, візуальний і автоматизований методи. Їх метою є отримання якомога більшої кількості значень потоку пасажирів на різних ділянках транспортної мережі, проте вони не дозволяють безпосередньо отримати дані про фактичний вибір пасажиром шляху пересування. Через це наводити в даній книзі докладний опис стандартних методів обстеження пасажиропотоків недоцільно. Детальну інформацію про них можна знайти в роботах [2, 4, 13, 86, 87].

Згідно з методом фіксації вигоди кожен учасник повинен повністю описати два варіанти шляху пересування на роботу: той, який використовується найчастіше, і кращий з інших. Недолік методу полягає в тому, що в ньому немає кількісної оцінки ймовірності вибору варіантів шляху пересування [13].

Метод фіксації фактичного вибору передбачає проведення обстеження протягом декількох днів, в кожний з яких учасник описує той варіант шляху пересування, яким він скористався. В результаті такого обстеження фіксуються фактори, що визначають вибір пасажиром, і визначається частота користування тим чи іншим варіантом шляху [3, 16].

Проаналізувавши існуючі методи обстеження пасажиропотоків,

можна зробити висновок про те, що не всі вони можуть служити основою для формування ФК шляху пересування. Для отримання найбільш достовірної інформації про поведінку пасажирів в маршрутних системах міст доцільно використовувати метод фіксації фактичного вибору, оскільки він дає можливість в явному виді визначити частоту вибору пасажиром шляху пересування, яку надалі можна взяти за основу визначення привабливості цього шляху. При цьому слід зазначити, що для досягнення найкращих результатів при використанні цього методу необхідно визначити і обґрунтувати об'єм вибірки для проведення обстеження і тривалість спостереження за вибором кожного пасажиром.

### **1.3 Критерії оцінки якості моделей вибору пасажиром шляху пересування**

Моделювання вибору пасажиром шляху пересування в маршрутній системі міста є одним з найбільш складних етапів в транспортному плануванні. Як було відмічено в підрозділі 1.1, основну частину залежностей, які використовуються при розподілі попиту на пересування, складають НМ і МДВ. При цьому в ході моделювання завжди виникає питання про відповідність результатів розрахунків по математичній моделі фактичним даним (емпіричному матеріалу). На сьогодні методи, вживані для оцінки якості МВ пасажиром шляху пересування, не завжди дають відповідь на питання про точність останніх. Так, при використанні МДВ для оцінки їх якості в більшості випадків застосовують широко відомий метод максимальної правдоподібності (ММП), який заснований на наступних гіпотезах [5, 77, 88-100]:

- вибірка має випадковий характер, усі її елементи взяті з однієї генеральної сукупності і є незалежними;

- для усієї вибірки відомий вид функції розподілу, за винятком її параметра  $\beta$ .

Метою цього методу є розрахунок оцінок невідомих параметрів МДВ [5, 63, 67, 69]. Як оцінки параметрів обираються ті їх значення, які є «найбільш ймовірними» для отриманих результатів спостережень. Вибір цих «найбільш ймовірних» оцінок робиться на основі логарифмічної функції максимальної правдоподібності [67, 88]

$$l(\beta, x) = \ln(L(\beta, x)) \rightarrow \max, \quad (1.25)$$

де  $L(\beta, x)$  – функція правдоподібності при дискретному розподілі випадкових значень параметра  $\beta$ ;

$x$  – вектор спостережень.

Оскільки вектор  $x$  складається з незалежних ВВ, функція (1.25) рівна

$$l(\beta, x) = \sum_i l_i(\beta_i, x) = \sum_i \ln(P_x(\beta_i)) \rightarrow \max \quad (1.26)$$

Значення параметра  $\beta$ , при якому функція (1.26) досягає свого максимуму, і є «найбільш ймовірною» оцінкою параметра, який є одночасно і параметром МДВ.

Слід зазначити, що спочатку ММП був розроблений для визначення параметрів обраної з певного класу теоретичної функції розподілу ВВ на основі відомої вибірки [95]. Іншими словами, ММП за своєю суттю призначений для визначення таких значень параметрів певної теоретичної функції розподілу, при яких вона якнайкраще описує розподіл ймовірності значень ВВ. Результатом же розрахунків по МДВ або НМ є ймовірність вибору певних шляхів пересування і, відповідно, саме вона повинна розглядатися як ВВ, тоді як ММП застосовується до абсолютних значень ВВ, а не до їх ймовірності. Це ставить під сумнів доцільність його застосування для оцінки точності МВ шляху в МСМ.

Після застосування ММП для оцінки параметрів МВ достатньо часто здійснюють перевірку адекватності моделі за допомогою трьох класичних тестів: критерію Вальда (*Wald Test*), критерію відношення правдоподібності (*Likelihood Ratio Test*, або *LR*) і критерію множників Лагранжа (*Lagrange Multiplier Test*). Ці критерії базуються на перевірці двох гіпотез [5, 67]:

- гіпотези  $H_0$ , яка полягає в тому, що оцінювані параметри задовольняють встановленим обмеженням;

- альтернативної гіпотези  $H_1$ , що полягає в тому, що обмеження, які накладаються на параметри, не виконуються.

Критерій Вальда ( $W$ ) є одним із статистичних тестів, використовуваних для перевірки виконання обмежень на параметри статистичних моделей, оцінених на основі вибірових даних. Цей критерій вважається аналогом  $t$ -статистики в лінійній регресії. Його величина визначається за залежністю

$$W_i = \left( \frac{a_i}{s_{a_i}} \right)^2 \quad (1.27)$$

де  $a_i$  – вибіркова оцінка коефіцієнта моделі;

$s_{a_i}$  – значення стандартної помилки коефіцієнтів моделі [94].

Статистика критерію Вальда має асимптотичний розподіл хі-квадрат з  $k$  ступенями свободи. У випадку  $W < \chi_{0,95}^2(k)$  гіпотеза  $H_0$  приймається; коли  $W > \chi_{0,95}^2(k)$ , гіпотеза  $H_0$  відкидається [67]. Недолік статистики  $W$  полягає в тому, що при малій кількості спостережень вона може давати занижені оцінки спостережуваної значущості коефіцієнтів. Для точнішого визначення значущості коефіцієнтів МВ пасажиром шляху пересування використовують критерій відношення правдоподібності  $LR$ .

Критерій  $LR$  заснований на відмінності значень логарифмічної функції правдоподібності для випадків, коли параметри моделей оцінюються без урахування певних обмежень ( $\ln L_0$ ), і коли на ці параметри обмеження накладаються ( $\ln L_1$ )

$$LR = -2\{\ln L_1 - \ln L_0\} \quad (1.28)$$

Статистика  $LR$ , як і статистика  $W$ , приблизно розподілена згідно із законом  $\chi_k^2$  з кількістю ступенів свободи  $k$ , рівною кількості обмежень, що накладаються на параметри оцінюваної моделі. Рішення про те, відкинути певну гіпотезу чи ні, приймається аналогічно статистиці  $W$  [62, 67].

Критерій множників Лагранжа ( $LM$ ) заснований на наступному принципі: якщо гіпотеза  $H_0$  вірна, то оцінки логарифмічної функції правдоподібності – необмежена  $\ln L_0$  і обмежена  $\ln L_1$  – мають бути дуже близькі. З цього виходить близькість рівнянь правдоподібності, рішення яких дозволяє розрахувати ці оцінки. Загальний вираз для обчислення критерію має вигляд [5, 63, 67]

$$LM = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_k \lambda_k [r_k(x_1, \dots, x_n) - b_k] \quad (1.29)$$

де  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  – функція від багатьох змінних;

$\lambda_k$  – множники Лагранжа,  $k = 1, 2, \dots, K$ ;

$r_K(x_1, \dots, x_n) = b_K$  – система обмежень, що накладаються.

Дана статистика асимптотично еквівалентна тесту  $W$  і тесту  $LR$  та має розподіл  $\chi_k^2$ . Рішення про відкидання або прийняття гіпотези  $H_0$  приймається за результатами порівняння з критичним значенням  $\chi_{0,95}^2(k)$  [67, 101].

Розглянуті критерії схожі між собою розподілом статистик і механізмом ухвалення рішень про підтвердження або спростування гіпотез, проте прийняті згідно з різними критеріями рішення не завжди співпадають.

Для оцінки значущості параметрів моделі також застосовується  $t$ -статистика

$$t = \frac{a_i}{s_{a_i}} \quad (1.30)$$

Отримане в результаті розрахунку по (1.30) значення порівнюється з критичним з таблиць критерію Стьюдента при заданих рівні значущості і кількості ступенів свободи [5, 94].

До іншого типу критеріїв відносять індекс відношення правдоподібності ( $\rho^2$  index), запропонований Д. Макфадденом [5, 65, 101, 102]

$$\rho^2 = 1 - \frac{\ln L(\tilde{\beta})}{\ln L(0)} \quad (1.31)$$

де  $\ln L(\tilde{\beta})$  – максимальне значення логарифмічної функції правдоподібності, яка досягається в точці з координатами, рівними оцінкам параметрів МВ шляху пересування  $\tilde{\beta} = (\tilde{\beta}_0, \tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_m)$ ;

$\ln L(0)$  – значення логарифмічної функції правдоподібності, визначене за умови  $\tilde{\beta}_1 = \tilde{\beta}_2 = \dots = \tilde{\beta}_m = 0$ .

Значення цього критерію завжди знаходяться в межах  $0 \leq \rho^2 \leq 1$ . Вважається, що чим ближчий  $\rho^2$  до одиниці, тим більш адекватною є модель. Істотний недолік критерію (1.31) полягає в тому, що в ситуації, коли значення  $\rho^2$  виявляється близьким до 0,5, прийняття рішення стосовно адекватності моделі стає проблематичним, тому



що навіть для досить хорошої моделі  $\rho^2$  може бути рівним 0,4 [5, 65, 101]. Вчені Бен-Аківа і Лерман доповнили критерій (1.31), проте знов отриманому критерію залишилися властиві недоліки оригіналу:

$$\rho_{\text{adj}}^2 = 1 - \frac{\ln L(\tilde{\beta}) - m}{\ln L(0)} \quad (1.32)$$

де  $\rho_{\text{adj}}^2$  – уточнений (*adjusted*) індекс відношення правдоподібності;  
 $m$  – кількість оцінюваних параметрів моделі [101].

Ще одним критерієм, вживаним для оцінки адекватності МВ пасажиром шляху пересування, зокрема дискретних логіт- і пробіт-моделей, є так званий критерій псевдо  $R^2$  [101]

$$R^2 = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2(\ln L(\tilde{\beta}) - \ln L(0))}{N}} \quad (1.33)$$

де  $N$  – об'єм вибірки.

Як і у випадку (1.31), псевдо  $R^2$  буде рівним нулю, коли усі коефіцієнти моделі, окрім вільного члена  $\beta_0$ , дорівнюватимуть 0. Наближення значення цього критерію до одиниці спостерігатиметься при збільшенні різниці між  $\ln L(\tilde{\beta})$  та  $\ln L(0)$ , проте рівність одиниці все ж досягнута не буде. Рішення про адекватність приймається аналогічно залежностям (1.31) і (1.32) [101, 102].

Більшість з розглянутих вище критеріїв і методів реалізовані в середовищі різних спеціалізованих програмних продуктів [103]: *Biogeme*, *Sas*, *Stata*, *Limdep/Nlogit*, *R/Bayesm*, *Train's Code*, *DCM Package*, *External Links*.

Пакет програмного забезпечення *Biogeme* розроблений професором Мішелем Біеларе (*Michel Bierlaire*) і є загальнодоступним. Він дозволяє оцінити адекватність МДВ за допомогою ММП, критеріїв  $LR$ ,  $\rho_{\text{adj}}^2$  і  $t$ -статистики.

Пакет *Sas* є потужним статистичним програмним продуктом. Наявна в ньому надбудова *MDC* (*Multinomial Discrete Choice*) дозволяє отримувати параметри таких МДВ, як *MNL*, *ML*, *NL* і *MNP*. Як критерії оцінки їх адекватності застосовуються ММП і  $t$ -статистика.

Програмний продукт *Stata* є пакетом аналізу даних із статистич-

ними модулями. Перевірка якості МВ здійснюється за допомогою ММП, критеріїв  $LR$ , псевдо  $R^2$ . Пакет застосовується для оцінки  $MNL$  і  $MNP$ -моделей.

*Limdep* є пакетом статистичного і економетричного аналізу даних, лінійних і нелінійних моделей, а також МДВ. Розширенням цього пакету є програмний продукт *Nlogit*, що вважається найбільш потужним інструментом для аналізу МДВ. *Limdep* і *Nlogit* працюють з такими МДВ, як  $MNL$ ,  $NL$ ,  $MNP$ ,  $ML$  і деякими іншими.

Програмний продукт *Train's Code* призначений для оцінки  $ML$  моделі з використанням ММП і Байєсівського підходу.

Пакет програм під назвою *DCM (Discrete Choice Model Package)*, що є безкоштовним і загальнодоступним, розроблений для оцінки  $NL$ ,  $ML$ ,  $MNP$  і бінарної логіт-моделі. У програмі також реалізований ММП.

Здійснити розрахунки по МВ пасажиром шляху пересування і оцінити їх параметри можливо також в пакетах транспортного планування, яскравим представником яких є *TransCAD*. У ній можливі застосування і калібрування  $MNL$  і  $NL$  моделей, оцінка параметрів яких виконується ММП.

Окрім розглянутих пакетів, для оцінки МВ пасажиром шляху пересування можна використовувати *MS Excel*. Результати дискретного моделювання необхідно перетворити в завдання максимального правдоподібності і внести в середу *Excel*, проте це в деяких випадках може виявитися надзвичайно складним.

Незважаючи на широку поширеність вищеописаних критеріїв і їх реалізацію в комп'ютерних програмах, вони не завжди придатні для застосування на практиці, що доведено на прикладі, розглянутому в роботі [8]. Тут для розрахунків була використана  $MNL$  модель, визначення і калібрування коефіцієнтів якій проводилися в *TransCAD*. На підставі розрахованих коефіцієнтів була отримана ФК шляхів пересування пасажиром в МСМ і розрахована ймовірність їх вибору. Для оцінки адекватності моделі, окрім ММП, були застосовані  $t$ -статистика, критерії  $\rho^2$ ,  $\rho_{adj}^2$  і  $LR$ . Згідно зі значеннями усіх цих критеріїв отримані коефіцієнти повинні були забезпечити необхідний рівень достовірності розрахунків, проте, незважаючи на це, отримана  $MNL$  модель привела до негативних значень ФК, а для пересування більш ніж на 2 км була отримана ймовірність вибору пішого шляху (рівна 43 %), практично схожа з ймовірністю вибору альтернативи пересування автобусом [8].

Переходячи до лінійних ймовірнісних моделей, у тому числі НМ поведінки пасажира при виборі шляху пересування, варто відмітити, що для оцінки їх точності застосовуються інші методи і критерії. Серед них можна виділити МНК, коефіцієнт детермінації, нормований коефіцієнт детермінації і середньоквадратичну помилку.

МНК є одним з найбільш поширених прийомів статистичної обробки експериментальних даних. Він дозволяє знайти такі значення коефіцієнтів регресії, при яких сума квадратів відхилень розрахункових даних від емпіричних була б найменшою [98, 104-109]. Умовою застосування МНК є те, що деяка змінна  $y$  має бути пов'язана з іншою змінною  $x$  функціональною залежністю  $y = f(x)$  і передбачувана залежність має бути відома з точністю до коефіцієнтів  $a_0, a_1, \dots, a_m$  [104, 108].

Для визначення явного виду залежності в кожній із заданих точок  $x_i$  вимірюється значення  $y_i = f(x_i)$ , але не точно, а з певною помилкою (залишком)  $\varepsilon_i$

$$\eta_i = f(x_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, N_H. \quad (1.34)$$

Кількісна оцінка точності побудованої залежності здійснюється виходячи з припущення про нормальність розподілу залишків регресії  $\varepsilon_i$ . Використовуючи залежність (1.34), визначаються оцінки невідомих коефіцієнтів, в якості котрих обираються числа, що мінімізують величину

$$\sum_{i=1}^{N_H} [\eta_i - f(x_i)]^2 \rightarrow \min. \quad (1.35)$$

Виходить, що регресійні моделі, побудовані з використанням МНК, є одним із засобів «вирівнювання» емпіричних даних. Їх використовують тоді, коли реальні причинно-наслідкові зв'язки між результуючим і факторними ознаками не можуть бути описані аналітично. Для оцінки якості таких моделей використовується середня відносна помилка апроксимації [88, 106]

$$A = \frac{1}{N_H} \cdot \sum_{i=1}^{N_H} \left| \frac{y_i - y'_i}{y_i} \right| \cdot 100\% \quad (1.36)$$

де  $N_H$  – кількість спостережень у вибірці;

$y_i, y'_i$  – відповідно емпіричні і розрахункові значення залежної змінної.

Чим точніше побудована модель, тим менше значення помилки (1.36). Якщо значення цієї помилки не перевищує 10-12 %, то модель вважається адекватною.

Загальна оцінка якості побудованої моделі може бути дана на основі коефіцієнта детермінації. Він показує, яка частина дисперсії результуючої ознаки описується рівнянням регресії [78]

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N_H} (y_i - y'_i)^2}{\sum_{i=1}^{N_H} (y_i - \bar{y})^2} \quad (1.37)$$

де  $\bar{y}$  – середнє арифметичне залежної змінної.

Вважається, що чим ближче коефіцієнт детермінації до одиниці, тим краще модель описує спостережувані дані.

Для перевірки значущості рівняння регресії використовують  $F$ -критерій Фішера. Розрахункове значення цього критерію знаходиться як відношення дисперсії вихідного ряду спостережень показника, що вивчається, і незміщеної оцінки дисперсії залишкової послідовності для досліджуваної моделі [88, 106]

$$F = \frac{D^2}{1 - D^2} \cdot \frac{N_H - m - 1}{m} \quad (1.38)$$

де  $D^2$  – коефіцієнт множинної детермінації;

$m$  – кількість параметрів моделі.

Якщо розрахункове значення критерію при заданих кількості ступенів свободи і рівні значущості більше за табличне, то модель визнається адекватною.

На основі вищевикладеного можна сказати, що на сьогоднішній день існує досить велика кількість статистичних тестів для перевірки МВ шляху на адекватність. Найбільше розповсюдження серед них отримали критерії, призначені для оцінки значущості коефіцієнтів моделі, проте, як виявилось, навіть у тому випадку, коли вони вказують на достатній рівень адекватності, відповідність розрахункової

ймовірності вибору пасажиром шляху пересування її фактичному значенню досягається далеко не завжди. Усе це вказує на відсутність і, відповідно, необхідність розробки критерію перевірки МВ на адекватність, значення якого дозволили б точно судити про відповідність розрахункових результатів реальному вибору пасажиром.

## Висновки

1. Як основну гіпотезу розподілу кореспонденцій між маршрутами громадського транспорту слід використовувати ймовірнісний характер вибору пасажиром варіанту шляху пересування з декількох реальних альтернатив.

2. Для визначення ймовірності вибору пасажиром шляху пересування за основу доцільно взяти нормувальні моделі, оскільки ефективність альтернативного механізму отримання функції корисності в моделях дискретного вибору, заснованого на методі максимальної правдоподібності, не дивлячись на широке розповсюдження, викликає сумнів через невідповідність методів рішення завдання задекларованій меті розрахунків.

3. Для отримання найбільш достовірної інформації про переваги пасажирів при виборі шляху пересування в маршрутних системах міст доцільно використовувати метод фіксації фактичного вибору за допомогою анкет, тому що він дає можливість в явному виді визначити частоту вибору шляху пересування. З метою отримання достатнього об'єму емпіричного матеріалу для побудови моделі вибору шляху необхідно визначити і обґрунтувати тривалість (кількість днів) проведення обстеження і достатню кількість респондентів (пасажирів).

4. Аналіз існуючих критеріїв перевірки моделей вибору шляху пересування на адекватність показав, що вони непридатні для оцінки відповідності розрахункової ймовірності вибору пасажиром шляху пересування її фактичному значенню. Це вказує на необхідність розробки відповідного критерію, значення якого дозволили б точно судити про відповідність розрахункових результатів реальному вибору пасажиром і порівнювати різні моделі між собою.

## 2 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ФУНКЦІЇ КОРИСНОСТІ ШЛЯХУ ПЕРЕСУВАННЯ В МАРШРУТНІЙ СИСТЕМІ МІСТА

Людина, здійснюючи будь-який вибір, робить його свідомо. Процес вибору шляху пересування не є виключенням, проте його моделювання залишається дуже складним через неможливість визначити причини, що впливають на вибір. У цій роботі вважається, що вибір пасажиром шляху пересування може бути представлений моделлю чорного ящика, відомий принцип побудови якої має передбачає встановлення взаємозв'язку між входними параметрами і результатом без пояснення причин виникнення такого взаємозв'язку. Отже, якщо припустити, що поведінка пасажирів від ситуації до ситуації вибору незмінна, тобто пасажир завжди обирає шляхи пересування за одним і тим же принципом, можна отримати статистику спостережень, яка послужить основою для розробки методів отримання оцінок коефіцієнтів МВ, аналогічних використовуваним у разі побудови моделі чорного ящика.

Результуючою ознакою у разі вибору шляху буде виступати його корисність для пасажирів, яка є основою існуючих МВ. Неможливість зафіксувати цей параметр в ході спостережень або розрахувати його безпосередньо породжує необхідність розробки спеціальних виразів для його обчислення. У даній книзі як основу для розрахунку корисності пропонується використовувати емпіричну частоту вибору шляху, що відбиває його привабливість. Таким чином, привабливість в цій монографії стане емпіричним показником, а корисність – теоретичним. Розробка декількох варіантів перетворення частоти вибору шляху в його привабливість дозволить розширити перелік існуючих МВ і дасть можливість визначення серед них найбільш відповідної моделі для розрахунку ймовірності вибору шляху.

Моделювання за принципом чорного ящика на виході дає дві величини: прогнозовану корисність шляху і випадкову складову. Присутність останньої неминуча і тому питання про міру точності отримуваної моделі завжди залишається актуальним. Загальноприйняті критерії малопридатні для зіставлення розрахункової і фактичної ймовірностей вибору шляху, тому що дають лише оцінку точності коефіцієнтам моделі, але не оцінюють кінцевий результат моделю-

вання – ймовірність вибору шляху. Це породжує необхідність розробки спеціального критерію адекватності МВ, який зробить можливим порівняння емпіричної і розрахункової частоти вибору шляху.

## **2.1 Теоретичні основи моделювання вибору пасажиром шляху пересування**

Проведений аналіз МВ пасажиром шляху пересування дозволив встановити, що використовувані для їх отримання підходи або ґрунтуються на експертних оцінках коефіцієнтів ФК (що лежать в основі цих моделей), або ці коефіцієнти розраховуються за допомогою ММП, ефективність якого в такому випадку досить сумнівна. Окрім цього, огляд критеріїв адекватності МВ показав, що серед них відсутні ті, які могли б безпосередньо оцінити міру розбіжності між теоретичними і емпіричними значеннями ймовірності вибору альтернативи. Неможливість оцінити адекватність побудованої моделі ставить під сумнів результати моделювання потоку пасажирів на ММ міста. Усе вищевикладене дозволило ідентифікувати проблему отримання адекватних МВ пасажирами шляху пересування.

При розробці нового підходу до моделювання вибору шляху пересування на основі корисності шляху метод отримання оцінок коефіцієнтів функції корисності, в принципі, може бути будь-яким. Важливо тільки, щоб він забезпечував достатню точність оцінки коефіцієнтів. У цій монографії моделювання процесу вибору пропонується проводити, узявши за основу модель чорного ящика, оскільки ситуація вибору шляху практично повністю відповідає умовам застосування згаданої моделі – дослідникові невідомі особливості поведінки пасажирів при виборі шляху пересування. В даному випадку особливу увагу належить звернути на регресійний аналіз, який вже давно довів свою спроможність як в прогностичному, так і в аналітичному сенсі і дозволяє успішно вирішити завдання, що лежить в основі моделі чорного ящика.

Регресійні моделі призначені для зовнішнього опису зв'язків між залежним і незалежними векторами. Вони використовуються тоді, коли реальні причинно-наслідкові зв'язки між результуючим і факторними ознаками не можуть бути описані аналітично. Така ситуація може бути обумовлена занадто складною структурою зв'язків або великою кількістю факторів, що впливають на результуючу

ознаку. У випадку вибору шляху на основі ряду спостережень за усіма факторами, що впливають на вибір, будується регресійна залежність, що описує вплив цих факторів на результуючу ознаку – корисність шляху пересування. Коефіцієнти такого рівняння регресії оцінюються за допомогою МНК, в якому рішення системи нормальних рівнянь мінімізує довжину вектору нев'язки розрахункових і фактичних значень результуючої ознаки. Вид регресійного рівняння обирається дослідником і практично нічим не обмежений – потрібна лише процедура приведення до лінійного виду через перетворення змінних.

За наявності одного або декількох вимірних факторних ознак, що чинять досить вагомий вплив на результуючу ознаку, може бути отримана регресійна залежність, яка влаштовує дослідника по рівню точності. Необхідний рівень точності визначається завданнями дослідження. При прогнозуванні результату за допомогою регресійної залежності виходять його точкові оцінки, що мають деяку дисперсію. Вплив неврахованих факторів або неописаних зв'язків оцінюється залишковою дисперсією результуючої ознаки, що суттєво відрізняє регресійний аналіз від моделювання дискретного вибору. Для кількісної оцінки точності побудованої залежності робиться припущення про нормальність розподілу залишків регресії, яке виглядає дуже правдоподібним з урахуванням методу оцінки коефіцієнтів регресії.

Випадок з вибором варіанту шляху пересування повністю відповідає умовам використання регресійного аналізу за одним лише виключенням – тут результуюча ознака, яка є корисністю альтернативи, не може бути зафіксована в процесі спостережень. Замість неї можна фіксувати частоту використання альтернативи, і метою моделювання буде адекватний опис початкових частот розрахунковою ймовірністю використання альтернатив. Тобто корисність пересування є проміжним, а не остаточним результатом моделювання.

При цьому корисність має дуже велике значення для аналізу процесів, що вивчаються. Можна сказати, що за інших рівних умов неможливість спостерігати значення корисності шляху пересування в МДВ привела до їх кардинальних відмінностей від регресійного аналізу на усіх етапах моделювання і значно скоротила можливості дослідника у виборі виду зв'язку між факторами, що визначають вибір, і корисністю.



Все вищевикладене говорить на користь регресійного аналізу, і тому саме він і використовуваний в ньому МНК для оцінки коефіцієнтів ФК слід узяти за основу при побудові функції корисності і подальшого розрахунку ймовірності вибору шляху пересування на її основі.

При переході до математичної постановки задачі мінімізації різниці між розрахунковою і спостережуваною ймовірністю вибору шляху виникає складність в представленні процесу вибору шляху пересування. Складність полягає у визначенні функції корисності, що є основою для визначення розрахункової ймовірності. У свою чергу, теоретична корисність може бути представлена як функція від факторів, що визначають вибір, і привабливості альтернативи

$$U_{ij} = f(x_{kij}, \Pi_{ij}), \quad (2.1)$$

де  $x_{kij}$  –  $k$ -й фактор, що впливає на вибір  $i$ -м пасажиром  $j$ -го шляху пересування,  $k = 0, 1, 2, \dots, m$  (нульовий коефіцієнт відноситься до фактору, що є вільним членом моделі і значення цього фактора завжди дорівнює одиниці);

$\Pi_{ij}$  – емпірична привабливість  $j$ -го шляху пересування для  $i$ -го пасажера.

Оскільки привабливість шляху пересування не може бути зафіксована в процесі спостережень за вибором пасажера, її можна представити як функцію від частоти використання альтернативи

$$\Pi_{ij} = f(v_{ij}), \quad (2.2)$$

де  $v_{ij}$  – емпірична частота вибору  $i$ -м пасажиром  $j$ -го шляху пересування.

При цьому під емпіричною частотою  $v_{ij}$  розуміється відношення кількості виборів одного варіанта шляху пересування до загальної кількості виборів за період часу, протягом якого проходить їх фіксація (наприклад, протягом декількох днів).

Виходячи з того, що різниця між розрахунковою і емпіричною ймовірностями вибору шляху може бути як додатною, так і від'ємною, мета моделювання, яка полягає в адекватному описі

емпіричних частот розрахунковими ймовірностями використання альтернатив пересування, може бути формалізована таким чином:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{r_i} (v_{ij} - P_{ij})^2 \rightarrow \min . \quad (2.3)$$

Вираз (2.3) породжує питання про те, наскільки малою повинна бути представлена сума, щоб модель розрахунку ймовірності вибору шляху вважалася адекватною. В ідеалі сума (2.3) повинна бути рівною нулю, проте отримання такої моделі, яка б описувала вибір пасажирів без жодної похибки, є практично нереальним в силу впливу множини факторів (у тому числі випадкових) на здійснення вибору. Це вказує на необхідність розробки відповідного критерію, який оцінював би міру відхилення спостережуваних частот і розрахункових ймовірностей вибору альтернативного варіанта шляху. Такого загальноприйнятого критерію в математичній статистиці ще немає, так як поставлена задача є нестандартною. Нестандартність цієї задачі полягає в тому, що необхідно оцінити відхилення між частотою і ймовірністю для великої кількості спостережень (ситуацій вибору), в кожному з яких є повна група подій з сумою ймовірностей, завжди рівною 1.

У зв'язку з цим, можна зробити припущення, що в даному випадку найбільш відповідним є критерій Пірсона [80, 105, 107, 108, 110], який застосовується для оцінки відповідності між емпіричним і теоретичним розподілом. Він являє собою суму квадратів відхилень емпіричних частот виникнення значень випадкової величини від теоретичних, віднесених до теоретичних частот. У звичайному вигляді він непридатний до розглянутої задачі, проте його можна взяти за основу для розробки критерію перевірки МВ на адекватність:

$$s_N^2 = f(v_{ij}, P_{ij}) \rightarrow \min , \quad (2.4)$$

де  $s_N^2$  – критерій перевірки моделей вибору пасажиром шляху пересування на адекватність, який дозволяє оцінити результати опису вибору  $N$ -ї кількості пасажирів.

Тобто, при наявності механізму перетворення емпіричної частоти вибору альтернатив у їх привабливість (2.2) існує можливість використання регресійного аналізу для отримання залежності корисності шляху (2.1) від його параметрів. Привабливість шляху пересу-

вання, що виступає як залежна змінна, може бути отримана із зафіксованих частот використання альтернатив на основі принципу «чим частіше використовується альтернатива, тим вище корисність шляху». Для перевірки адекватності отриманих на основі регресійного аналізу моделей вибору шляху потрібна розробка нового критерію, придатного для оцінки розбіжностей між емпіричними і теоретичними ймовірностями вибору пасажирів, який може бути отриманий шляхом модифікації критерію Пірсона.

## 2.2 Теоретичні основи отримання функції корисності шляху пересування

Підхід до визначення ФК, що розробляється у даній монографії, ґрунтується на регресійному аналізі, доцільність застосування якого представлена у підрозділі 2.1 і в роботі [54]. Крім цього, спосіб визначення ФК з роботи [54] виступає як альтернатива підходу, що розробляється, і є базою для порівняння. В роботі [54] передбачається, що результуюча ознака – привабливість – може бути задана для всіх альтернатив пересування, доступних першому пасажирові. Привабливості шляхів пересування, розглянутих усіма іншими пасажирами, стають додатковими факторними ознаками зі своїми невідомими коефіцієнтами, які переносяться в ліву частину функції корисності. Математичний запис даних передумов може бути представлений у формі виразу (2.5). Даний вираз може бути розширений до кількості рівнянь, рівної  $\sum_{i=1}^N r_i$  з  $a_{m+N-1}$  невідомими [54].

В ході розробки підходу до отримання ФК і знаходження її коефіцієнтів було зроблено припущення, що для отримання найбільш точної моделі вибору шляху може виявитися недостатнім перетворення тільки частоти вибору в його привабливість. Дане припущення обумовлено тим, що фактори, які впливають на вибір, залишаються незмінними в тому сенсі, що використовуються їх абсолютні значення без жодних перетворень. Тут необхідно враховувати відносний характер привабливості альтернатив у рамках кожного пересування і проблему різного масштабу параметрів шляху для різних пересувань при їх об'єднанні в єдиний масив даних для розрахунку коефіцієнтів функції корисності.

$$\begin{pmatrix}
1 & x_{111} & x_{211} & \dots & x_{k11} & \overbrace{0 \dots \dots \dots 0}^{(N-1)} \\
\dots & & & & & \\
1 & x_{11r_1} & x_{21r_1} & \dots & x_{k1r_1} & 0 \dots \dots \dots 0 \\
\dots & & & & & \\
1 & x_{121} & x_{221} & \dots & x_{k21} & -\Pi_{21} \overbrace{0 \dots \dots \dots 0}^{(N-2)} \\
\dots & & & & & \\
1 & x_{12r_2} & x_{22r_2} & \dots & x_{k2r_2} & -\Pi_{2r_2} 0 \dots \dots \dots 0 \\
\dots & & & & & \\
\dots & & & & & \\
1 & x_{1i1} & x_{2i1} & \dots & x_{ki1} & 0 \dots \dots \dots 0 - \Pi_{i1} \overbrace{0 \dots 0}^{(N-i)} \\
\dots & & & & & \\
1 & x_{1ir_i} & x_{2ir_i} & \dots & x_{kir_i} & 0 \dots \dots \dots 0 - \Pi_{ir_i} 0 \dots 0
\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_k \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ a_{(N-i-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Pi_{11} \\ \dots \\ \Pi_{1r_1} \\ 0 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} \cdot (2.5)$$

На цій основі була висунута гіпотеза про можливість вирішення зазначеної проблеми масштабування параметрів шляхів за рахунок нормування факторів функції корисності діленням значення фактора на його середнє значення в рамках набору альтернатив, доступних кожному пасажирові

$$\hat{x}_{kij} = \frac{x_{kij}}{\bar{x}_{kij}}, \quad (2.6)$$

де  $\hat{x}_{kij}$  – нормовані значення  $k$ -го фактора функції корисності, що впливає на вибір  $i$ -м пасажирові  $j$ -ї альтернативи,  $j = 1, \dots, r_i$ ;

$\bar{x}_{kij}$  – середнє арифметичне абсолютних значень  $k$ -го фактора, що впливає на вибір  $i$ -м пасажирові  $j$ -ї альтернативи для одного набору альтернативних варіантів шляху пересування, що дорівнює

$$\bar{x}_{kij} = \frac{\sum_{j=1}^{r_i} x_{kij}}{r_i}, \quad (2.7)$$



щодо доступних для пасажирів альтернатив пересування, може бути виражена різними способами при наявності інформації про емпіричну частоту використання шляху пересування.

Найпростішим способом отримання привабливості на основі частоти вибору шляху є припущення про лінійну залежність між цими величинами. Для отримання аналітичного виразу привабливості за основу може бути взята звичайна НМ, записана у вигляді

$$v_{ij} = \frac{\Pi_{ij}}{\sum_{l=1}^r \Pi_{il}}, \quad (2.10)$$

що призводить до наступного співвідношення

$$\frac{\Pi_{i1}}{v_{i1}} = \frac{\Pi_{ij}}{v_{ij}}, \quad (2.11)$$

де  $\Pi_{i1}$  – значення привабливості першого шляху пересування для  $i$ -го пасажирів, приймається, що  $\Pi_{i1} = 1$ ;

$v_{i1}$  – емпірична частота вибору  $i$ -м пасажиром першої альтернативи [54].

Важливим моментом тут є те, що для визначення чисельних значень привабливості кожного з доступних пасажирів шляхів потрібно задати значення привабливості першого шляху, а привабливості інших шляхів будуть обчислені на його основі. Для зручності розрахунків величину заданої привабливості доцільно прийняти рівною одиниці. Тоді привабливість обраної альтернативи  $j$ -го шляху пересування для пасажирів  $i$  буде дорівнювати [54]

$$\Pi_{ij} = \Pi_{i1} \cdot \frac{v_{ij}}{v_{i1}}. \quad (2.12)$$

Даний спосіб не є єдиним, бо цілком логічно припустити, що між привабливістю шляхів може існувати нелінійна залежність. Як основа для отримання аналітичних виразів для  $\Pi_{ij}$  може бути взятий вираз (2.11).

Так, ще одним способом отримання привабливості шляху пересування є використання показникової функції  $\Pi_{ij} = \exp(\Pi_{ij}^{Expon.})$ , що призводить до ускладнення НМ і робить її східною з *MNL*-моделлю. На основі виразів (2.11) і (2.12) можна отримати наступне співвідношення:

$$\frac{\exp(\Pi_{i1}^{Expon.})}{v_{i1}} = \frac{\exp(\Pi_{ij}^{Expon.})}{v_{ij}}. \quad (2.13)$$

Логарифмування обох частин рівності (2.13) з наступними математичними перетвореннями дозволяє отримати вираз для розрахунку корисності  $j$ -го шляху пересування через корисність першого:

$$\Pi_{ij}^{Expon.} = \Pi_{i1}^{Expon.} + \ln\left(\frac{v_{ij}}{v_{i1}}\right). \quad (2.14)$$

Наступним перетворенням, що дозволяє отримати корисність шляху на основі частоти його вибору, є перетворення Бокс-Кокс

$$\Pi_{ij}^{Box-Cox} = \lambda \sqrt{\frac{\lambda}{\beta} \cdot \ln\left(\frac{v_{i1}}{v_{ij}}\right)} + (\Pi_{i1}^{Box-Cox})^\lambda, \quad \lambda, \beta \neq 0, \Pi_{i1}^\lambda \geq 0, \quad (2.15)$$

де  $\lambda, \beta$  – калібрувальні параметри.

Як можливий спосіб отримання корисності на основі частоти вибору шляху також можна розглядати правило Кірхгофа (1.11)

$$\Pi_{ij}^{Kh} = \Pi_{i1} \cdot \tau \sqrt{\frac{v_{i1}}{v_{ij}}}, \quad (2.16)$$

де  $\tau$  – калібрувальний параметр.

Виразивши привабливість шляху пересування одним із представлених способів, можна за допомогою МНК знайти невідомі коефіцієнти у виразах (2.5), (2.9) і отримати різні варіанти шуканої функції (2.1), що є основою для визначення ймовірності вибору шляху. У разі застосування різних виразів для отримання величини  $\Pi_{ij}$  формула для розрахунку ймовірності вибору шляху на основі його привабливості також буде різною:

- при використанні виразу (2.12) ймовірність вибору буде розраховуватися як

$$P_{ij} = \frac{U_{ij}}{\sum_{l=1}^{r_i} U_{il}} = \frac{a_0 + a_1 \cdot \hat{x}_{1ij} + \dots + a_k \cdot \hat{x}_{kij}}{\sum_{l=1}^{r_i} (a_0 + a_1 \cdot \hat{x}_{1il} + \dots + a_k \cdot \hat{x}_{kil})} ; \quad (2.17)$$

- застосування виразу (2.14) призведе до наступної формули розрахунку ймовірності

$$P_{ij}^{Expon.} = \frac{\exp[U_{ij}]}{\sum_{l=1}^{r_i} \exp[U_{il}]} = \frac{\exp(a_0 + a_1 \cdot \hat{x}_{1ij} + \dots + a_k \cdot \hat{x}_{kij})}{\sum_{l=1}^{r_i} \exp(a_0 + a_1 \cdot \hat{x}_{1il} + \dots + a_k \cdot \hat{x}_{kil})} ; \quad (2.18)$$

- вираз (2.15) породжує залежність для розрахунку ймовірності вибору, яка записується як

$$P_{ij}^{Box-Cox} = \frac{\exp\left[(-\beta/\lambda) \cdot (U_{ij}^\lambda - 1)\right]}{\sum_{l=1}^{r_i} \exp\left[(-\beta/\lambda) \cdot (U_{il}^\lambda - 1)\right]} = \frac{\exp\left[(-\beta/\lambda) \cdot \left((a_0 + a_1 \cdot \hat{x}_{1ij} + \dots + a_k \cdot \hat{x}_{kij})^\lambda - 1\right)\right]}{\sum_{l=1}^{r_i} \exp\left[(-\beta/\lambda) \cdot \left((a_0 + a_1 \cdot \hat{x}_{1il} + \dots + a_k \cdot \hat{x}_{kil})^\lambda - 1\right)\right]} ; \quad (2.19)$$

- у випадку застосування виразу (2.16) ймовірність вибору шляху слід розраховувати за формулою

$$P_{ij}^{Kh} = \frac{(U_{ij})^{-\tau}}{\sum_{l=1}^{r_i} (U_{il})^{-\tau}} = \frac{(a_0 + a_1 \cdot \hat{x}_{1ij} + \dots + a_k \cdot \hat{x}_{kij})^{-\tau}}{\sum_{l=1}^{r_i} (a_0 + a_1 \cdot \hat{x}_{1il} + \dots + a_k \cdot \hat{x}_{kil})^{-\tau}} . \quad (2.20)$$

Окрім використання розробленого критерію перевірки моделей вибору на адекватність  $s_N^2$ , МНК дозволить провести статистичну оцінку коефіцієнтів функції корисності, потім шляхом аналізу значущості факторів визначити найкращий варіант згаданої функції і в подальшому – моделі вибору пасажиром шляху пересування.



Підводячи підсумок, слід звернути увагу на те, що застосування МНК для знаходження коефіцієнтів функції корисності породжує необхідність розв'язання задачі визначення достатнього обсягу емпіричного матеріалу, потрібного для побудови моделі вибору шляху. У даній монографії обсяг такого матеріалу визначається кількістю пасажирів, охоплених обстеженням, і тривалістю спостережень за вибором кожного пасажирів.

## **2.4 Критерій перевірки моделей вибору пасажиром шляху пересування на адекватність**

Використання різних математичних моделей дозволяє прогнозувати теоретичну ймовірність вибору того чи іншого шляху пересування, перевірка достовірності якої є необхідним етапом моделювання. Оскільки кінцевою метою моделювання вибору пасажиром шляху пересування є отримання ймовірності вибору того чи іншого шляху, критерій перевірки відповідних моделей на адекватність повинен оперувати ймовірностями (частотами), які далеко не завжди дорівнюють одиниці і нулю, як в моделях дискретного вибору. Відсутність на сьогоднішній день такого критерію вказує на необхідність його розробки та обґрунтування. При цьому, як вже згадувалося, слід враховувати, що в кожній ситуації вибору виникає повна група подій – вибір однієї альтернативи і не вибір інших, – сума ймовірностей настання яких завжди дорівнює одиниці.

Виходячи з припущення, що критерій Пірсона за своєю суттю найбільш близький до шуканого критерію, його можна використати як методичну основу для розробок. При цьому розробку нового критерію адекватності доцільно почати з розгляду наступної ситуації.

Нехай в результаті випадкового експерименту реалізується подія  $A$  – вибір певної альтернативи шляху пересування з ймовірністю  $P$ . Якщо ввести індикатор випадкової події  $I(A)$ , то його можна вважати випадковою величиною, що приймає значення 0 з ймовірністю  $(1 - P)$  та значення 1 з ймовірністю  $P$ .

Далі передбачається, що проводиться послідовна серія незалежних випробувань в однакових умовах, в кожному з яких може настати випадкова подія  $A$  – вибір альтернативи. При цьому виникає послідовність незалежних однаково розподілених індикаторів цієї події  $I_1, I_2, \dots, I_n$ .

Суму індикаторів події  $A$ , отриману в результаті  $n$  незалежних випробувань в однакових умовах, можна записати наступним чином:

$$S_{(A)} = I_1 + I_2 + \dots + I_n. \quad (2.21)$$

Числові характеристики цієї суми випадкових індикаторів можуть бути знайдені на підставі властивостей математичного сподівання і дисперсії в залежності від ймовірності  $P$  випадкової події  $A$  та кількості доданків  $n$  у сумі (2.21) [111, 112]

$$E[S_{(A)}] = n \cdot P, \quad D[S_{(A)}] = n \cdot P \cdot (1 - P), \quad (2.22)$$

де  $E[S_{(A)}]$ ,  $D[S_{(A)}]$  – відповідно математичне сподівання та дисперсія суми випадкових індикаторів  $S_{(A)}$ .

На підставі центральної граничної теореми для сум незалежних однаково розподілених випадкових доданків (величин) представлені залежності (2.21) (2.22) можуть вважатися асимптотично нормальними при  $n \rightarrow \infty$  [111, 113]

$$P \left\{ \frac{S_{(A)} - n \cdot P}{\sqrt{n \cdot P \cdot (1 - P)}} \leq x \right\} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt. \quad (2.23)$$

Тоді частоту настання випадкової події  $A$  можна виразити як середнє арифметичне індикаторів цієї події при проведенні  $n$  незалежних випробувань

$$v_{(A)} = \frac{I_1 + I_2 + \dots + I_n}{n}. \quad (2.24)$$

Після центрування та нормування величина  $v_{(A)}$  являє собою послідовність  $\left\{ \frac{v_{(A)} - E(v_{(A)})}{\sqrt{D(v_{(A)})}} \right\}$  випадкових величин з нульовим математичним сподіванням і одиничною дисперсією. Тут  $E(v_{(A)})$ ,  $D(v_{(A)})$  – відповідно математичне сподівання і дисперсія частот настання випадкової події  $A$ , що обчислюються наступним чином

$$E(v_{(A)}) = E\left(\frac{I_1 + I_2 + \dots + I_n}{n}\right) = \frac{n \cdot P}{n} = P, \quad (2.25)$$

$$D(v_{(A)}) = D\left(\frac{I_1 + I_2 + \dots + I_n}{n}\right) = \frac{n \cdot P \cdot (1-P)}{n^2} = \frac{P \cdot (1-P)}{n}. \quad (2.26)$$

Згідно з центральною граничною теоремою суму центрованих і нормованих випадкових доданків  $\left\{ \frac{v_{(A)} - E(v_{(A)})}{\sqrt{D(v_{(A)})}} \right\}$  при  $n \rightarrow \infty$  також можна вважати асимптотично нормальною величиною [111, 112, 114]

$$P \left\{ \frac{v_{(A)} - P}{\sqrt{\frac{P \cdot (1-P)}{n}}} \leq x \right\} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt. \quad (2.27)$$

Згідно з посиленням законом великих чисел А.М. Колмогорова при  $n \rightarrow \infty$  зі стовідсотковою ймовірністю величина  $v_{(A)}$  сходиться до  $P$ ,  $v_{(A)} \rightarrow P$  [111, 114, 115]. З цього, а також з теореми про граничний перехід під знаком неперервної функції, випливає, що при  $n \rightarrow \infty$  зі стовідсотковою ймовірністю [116]

$$\sqrt{v_{(A)} \cdot (1-v_{(A)})} \rightarrow \sqrt{P \cdot (1-P)} \quad (2.28)$$

або

$$\sqrt{\frac{v_{(A)} \cdot (1-v_{(A)})}{n}} \sim \sqrt{\frac{P \cdot (1-P)}{n}} \quad (2.29)$$

також зі стовідсотковою ймовірністю [111, 114, 115].

Нехай  $\alpha_{(A)} = \sqrt{\frac{P \cdot (1-P)}{v_{(A)} \cdot (1-v_{(A)})}}$ . Із викладеного в трьох попередніх реченнях виходить, що при  $n \rightarrow \infty$  зі стовідсотковою ймовірністю

$$\alpha_{(A)} = \sqrt{\frac{P \cdot (1-P)}{v_{(A)} \cdot (1-v_{(A)})}} \rightarrow 1. \quad (2.30)$$

Далі слід розглянути характеристичні функції таких випадкових величин:

- для величини  $\frac{v_{(A)} - P}{\sqrt{\frac{P \cdot (1 - P)}{n}}}$

$$\phi_{(A)}(t) = E \exp \left\{ it \frac{v_{(A)} - P}{\sqrt{\frac{P \cdot (1 - P)}{n}}} \right\}; \quad (2.31)$$

- для величини  $\frac{v_{(A)} - P}{\sqrt{\frac{v_{(A)} \cdot (1 - v_{(A)})}{n}}}$

$$\phi_{(A)}(t) = E \exp \left\{ it \frac{v_{(A)} - P}{\sqrt{\frac{v_{(A)} \cdot (1 - v_{(A)})}{n}}} \right\}. \quad (2.32)$$

Позначимо характеристичну функцію випадкової величини, розподіленої за нормальним законом з параметрами  $(0; 1)$ . З виразу (2.27) і з теореми про неперервну відповідність характеристичних функцій і функцій розподілу випадкових величин [84, 87] при  $n \rightarrow \infty$  виходить, що

$$\phi_{(A)}(t) \rightarrow \varphi_{(A)}(t). \quad (2.33)$$

З (2.33) виходить, що при  $n \rightarrow \infty$

$$\varphi_{(A)}(t) \sim \phi_{(A)}(t). \quad (2.34)$$

Відповідно до вже згаданої теореми про неперервну відповідність характеристичних функцій і функцій розподілу випадкових величин [113] при  $n \rightarrow \infty$  вираз (2.27) можна записати наступним чином

$$P \left\{ \frac{v_{(A)} - P}{\sqrt{\frac{v_{(A)} \cdot (1 - v_{(A)})}{n}}} \leq x \right\} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \int_{-\infty}^x \exp \left( -\frac{t^2}{2} \right) dt. \quad (2.35)$$

Отже, послідовність випадкових величин  $\frac{v_{(A)} - P}{\sqrt{\frac{v_{(A)} \cdot (1 - v_{(A)})}{n}}}$  при

$n \rightarrow \infty$  сходиться за розподілом до нормальної випадкової величини з параметрами (0; 1), що дозволяє переписати вираз (2.35) у вигляді, придатному для застосування щодо кожного окремого пасажера  $i$ , котрий здійснює вибір  $j$ -го шляху пересування

$$P \left\{ \frac{v_{ij} - P_{ij}}{\sqrt{\frac{v_{ij} \cdot (1 - v_{ij})}{n}}} \leq x \right\} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt, \quad (2.36)$$

де  $n$  – кількість ухваленень рішення про вибір того чи іншого шляху пересування.

Для  $N$  пасажирів, що здійснюють вибір з  $r_i = 2$  альтернатив пересування, і при  $n \rightarrow \infty$  вираз (2.36) можна переписати у вигляді

$$s_N^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{r_i} \left[ \frac{n \cdot (v_{ij} - P_{ij})^2}{v_{ij} \cdot (1 - v_{ij})} \right] \rightarrow \min. \quad (2.37)$$

Залежність (2.37) буде прямувати до ВВ, що має розподіл  $\chi^2$  з  $(N - m)$  ступенями свободи, де  $m$  – це кількість факторів, що враховуються в моделі розрахунку ймовірності вибору шляху пересування. Цей вираз вже в такому вигляді можна використовувати як критерій перевірки моделей вибору на адекватність. Особливістю цієї залежності є те, що доданок під знаком суми необхідно розраховувати тільки для першого шляху з набору альтернатив  $r_i$  для кожного пасажера, оскільки результати розрахунку для інших шляхів з набору  $r_i$  будуть такими ж і призведуть до подвоєння значення  $s_N^2$ .

Крім цього вираз (2.37) можна застосовувати і у випадку, коли в знаменнику будуть знаходитися значення теоретичної ймовірності вибору шляху пересування, тільки за умови, що ці ймовірності не будуть дорівнювати нулю. В цьому випадку розрахунок критерію  $s_N^2$  по залежності (2.37) також буде проводитися тільки для першого шляху з набору альтернатив  $r_i$ .

Для оцінки результатів моделювання віддання переваг  $N$  пасажирів, кожен з яких потрапляє в ситуацію вибору з  $r_i \geq 2$  альтернатив пересування, вираз (2.37) можна переписати наступним чином:

- для випадку, коли в знаменнику знаходиться ймовірність вибору шляху,

$$s_N^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{r_i} \left[ n \cdot \frac{(v_{ij} - P_{ij})^2}{P_{ij}} \right] \rightarrow \min ; \quad (2.38)$$

- для випадку, коли в знаменнику знаходиться частота вибору шляху,

$$s_N^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{r_i} \left[ n \cdot \frac{(v_{ij} - P_{ij})^2}{v_{ij}} \right] \rightarrow \min . \quad (2.39)$$

Зробивши цілком логічне припущення про те, що будь-хто з пасажирів, які приймають рішення про вибір тієї чи іншої альтернативи, у багатьох випадках має набір з більш ніж двох альтернативних шляхів пересування  $r_i \geq 2$ , в подальшому доцільно зупинитися на використанні залежностей (2.38) чи (2.39). В такому випадку розрахунок критерію  $s_N^2$  проводиться для кожної альтернативи з набору  $r_i$  незалежно від того, яка величина (емпірична частота або розрахункова ймовірність вибору) знаходиться в знаменнику цієї залежності.

Що стосується оцінки адекватності моделі за результатами розрахунку представленого критерію  $s_N^2$ , то при кількості спостережень за вибором пасажирів  $n \rightarrow \infty$  він має асимптотичний  $\chi^2$ -розподіл з  $(N - m)$  ступенями свободи  $\chi^2(N - m)$ . Для застосування розробленого критерію на заданому рівні значущості  $(1 - \alpha_s)$  з таблиць  $\chi^2$ -розподілу потрібно знайти значення  $\chi_{\alpha_s}^2$  таке, що

$$P\{\chi^2(N - m) > \chi_{\alpha_s}^2\} = 1 - \alpha_s. \quad (2.40)$$

Якщо  $s_N^2 \leq \chi_{\alpha_s}^2$ , то розглянута модель може вважатися такою, яка добре описує емпіричні дані, тобто адекватною. Якщо ж  $s_N^2 > \chi_{\alpha_s}^2$ , гіпотеза про адекватність моделі відкидається. При цьому ймовірність зробити помилку першого роду приблизно дорівнює  $(1 - \alpha_s)$ .

При будь-якому наборі альтернативних шляхів пересування існує ймовірність того, що на вибір варіанта шляху не впливатиме жоден фактор або вплив усіх факторів буде рівнозначним. Така ситуація відповідає рівноможливому вибору шляху серед його альтернативних варіантів і представляє собою найпростішу, рівноможливу модель вибору. Таким чином, у випадку порівняння декількох моделей вибору шляху рівноможливу модель слід розглядати як альтернативу існуючим моделям. Розрахунок критерію  $s_N^2$  для випадку рівноможливого вибору і його порівняння з критичним значенням розподілу  $\chi_{\alpha_s}^2$  дозволить визначити доцільність побудови або використання математичних моделей вибору шляху пересування, відмінних від рівноможливої.

Підводячи підсумок слід зазначити, що розроблений критерій повністю враховує специфіку моделювання вибору шляху, яка полягає в тому, що крім оцінки розбіжностей розрахункових і фактичних ймовірностей стосовно кожного з респондентів обстеження, береться до уваги те, що для кожного з цих респондентів сумарна ймовірність вибору доступних для них шляхів дорівнює одиниці. Окрім цього, критерій  $s_N^2$  відрізняється від інших критеріїв схожого призначення тим, що до розгляду вводиться величина відхилення, яка має  $\chi^2$ -розподіл і це дає можливість оцінити не тільки абсолютне значення відхилення частоти та ймовірності, але і ймовірність появи цього відхилення.

Розроблений критерій  $s_N^2$  висуває цілком зрозумілі вимоги до моделей вибору шляху пересування і, відповідно, до ФК шляху, що є основою цих моделей. Це дозволяє розглядати його як потенційну основу для отримання коефіцієнтів ФК шляху пересування.

Для перевірки цього твердження вираз критерію (2.46) доцільно переписати наступним чином

$$\Phi_{s_N^2} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{r_i} \left( v_{ij} - \frac{a_0 + a_1 \cdot x_{1ij} + \dots + a_k \cdot x_{kij}}{\sum_{l=1}^{r_i} (a_0 + a_1 \cdot x_{1il} + \dots + a_k \cdot x_{kil})} \right)^2 \cdot \frac{n}{v_{ij}} \rightarrow \min, \quad (2.41)$$

де  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k$  – шукані коефіцієнти функції корисності шляху пересування при факторах  $x_{kij}$ .

Диференціювання функції (2.41) по кожному з невідомих коефіцієнтів приводить до системи рівнянь (2.42).

$$\left. \begin{aligned}
& \frac{\partial \Phi_{s_N^2}}{\partial a_0} = \sum_{j=1}^{r_1} \left( \frac{a_0 + a_1 \cdot x_{11j} + \dots + a_k \cdot x_{k1j}}{\sum_{l=1}^{r_1} (a_0 + a_1 \cdot x_{11l} + \dots + a_k \cdot x_{k1l})} - v_{1j} \right)^2 \cdot \frac{2 \cdot n}{v_{1j}} \times \\
& \times \frac{\sum_{l=1}^{r_1} (a_0 + a_1 \cdot x_{11l} + \dots + a_k \cdot x_{k1l}) - (a_0 + a_1 \cdot x_{11l} + \dots + a_k \cdot x_{k1l}) \cdot r_1}{\left( \sum_{l=1}^{r_1} (a_0 + a_1 \cdot x_{11l} + \dots + a_k \cdot x_{k1l}) \right)^2} + \\
& + \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^{r_i} \left( \frac{a_0 + a_1 \cdot x_{1ij} + \dots + a_k \cdot x_{kij}}{\sum_{l=1}^{r_i} (a_0 + a_1 \cdot x_{1il} + \dots + a_k \cdot x_{kil})} - v_{ij} \right)^2 \cdot \frac{2 \cdot n}{v_{ij}} \times \\
& \times \frac{\sum_{l=1}^{r_i} (a_0 + a_1 \cdot x_{1il} + \dots + a_k \cdot x_{kil}) - (a_0 + a_1 \cdot x_{1il} + \dots + a_k \cdot x_{kil}) \cdot r_i}{\left( \sum_{l=1}^{r_i} (a_0 + a_1 \cdot x_{1il} + \dots + a_k \cdot x_{kil}) \right)^2}; \tag{2.42} \\
& \dots \dots \dots \\
& \frac{\partial \Phi_{s_N^2}}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^{r_1} \left( \frac{a_0 + a_1 \cdot x_{11j} + \dots + a_k \cdot x_{k1j}}{\sum_{l=1}^{r_1} (a_0 + a_1 \cdot x_{11l} + \dots + a_k \cdot x_{k1l})} - v_{1j} \right)^2 \cdot \frac{2 \cdot n}{v_{1j}} \times \\
& \times \frac{\sum_{l=1}^{r_1} (a_0 + a_1 \cdot x_{11l} + \dots + a_k \cdot x_{k1l}) \cdot x_{k1j} - (a_0 + a_1 \cdot x_{11l} + \dots + a_k \cdot x_{k1l}) \cdot r_1 \cdot x_{k1j}}{\left( \sum_{l=1}^{r_1} (a_0 + a_1 \cdot x_{11l} + \dots + a_k \cdot x_{k1l}) \right)^2} + \\
& + \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^{r_i} \left( \frac{a_0 + a_1 \cdot x_{1ij} + \dots + a_k \cdot x_{kij}}{\sum_{l=1}^{r_i} (a_0 + a_1 \cdot x_{1il} + \dots + a_k \cdot x_{kil})} - v_{ij} \right)^2 \cdot \frac{2 \cdot n}{v_{ij}} \times \\
& \times \frac{\sum_{l=1}^{r_i} (a_0 + a_1 \cdot x_{1il} + \dots + a_k \cdot x_{kil}) \cdot x_{kil} - (a_0 + a_1 \cdot x_{1il} + \dots + a_k \cdot x_{kil}) \cdot \sum_{l=1}^{r_i} x_{kil}}{\left( \sum_{l=1}^{r_i} (a_0 + a_1 \cdot x_{1il} + \dots + a_k \cdot x_{kil}) \right)^2}.
\end{aligned} \right.$$



Кількість рівнянь в цій системі буде дорівнювати  $m$ . Рішення такої системи дозволить отримати шукані коефіцієнти функції корисності, яка є основою для розрахунку теоретичних значень ймовірності вибору шляху. Однак, вже після диференціювання виразу (2.41) стає зрозуміло, що отримані рівняння – нелінійні, а їх ліві частини є многочленами по  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k$  старшому сумарному ступеню  $(2 \cdot N - 1)$ .

Рішення подібних систем алгебраїчних рівнянь породжує значні труднощі, подолання яких зовсім не гарантує отримання бажаного результату, тобто мінімізацію критерію  $s_N^2$ . З цього випливає, що розроблений критерій  $s_N^2$  доцільно використовувати тільки для перевірки відповідності між теоретичними результатами та експериментальними даними.

## Висновки

1. Для оцінки коефіцієнтів функції корисності шляху за основу доцільно взяти МНК, так як випадок з вибором варіанта шляху пересування повністю відповідає умовам використання регресійного аналізу, якщо замість корисності альтернативи, яку не можна виміряти в процесі спостережень, фіксувати частоту її використання. В такому разі метою регресійного аналізу буде отримання функції корисності, значення якої дозволять розрахувати ймовірності, котрі адекватно описують вихідні частоти використання альтернатив.

2. Для отримання найбільш точної моделі вибору необхідно брати до уваги проблему різного масштабу параметрів шляхів, доступних різним пасажиром, при їх об'єднанні в єдиний масив даних для розрахунку коефіцієнтів функції корисності за допомогою МНК. Для вирішення даної проблеми доцільно нормувати фактори функції корисності діленням значення фактора на його середнє значення в рамках набору альтернатив, доступних кожному пасажирові.

3. Запропоновані способи перетворення фактичної частоти вибору шляху пересування в його привабливість розширюють набір можливих варіантів функції корисності шляху, що дозволяє забезпечити достатньо широкий діапазон значень емпіричної привабливості шляху і розрахункової ймовірності вибору альтернатив.

4. Розроблений критерій  $s_N^2$  перевірки на адекватність моделей вибору пасажиром шляху пересування дозволяє оцінити не тільки абсолютне значення відхилення розрахункової ймовірності вибору шляху від фактичної, але і дати ймовірнісну оцінку цьому відхиленню. Це робить можливим порівняння різних моделей вибору між собою і визначення серед них найкращої при описі одного і того ж емпіричного матеріалу.

### **3 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ВІДДАННЯ ПАСАЖИРАМИ ПЕРЕВАГ ПРИ ВИБОРІ ШЛЯХУ ПЕРЕСУВАННЯ В МАРШРУТНІЙ СИСТЕМІ МІСТА**

У даній монографії обґрунтування кількості емпіричного матеріалу, необхідного для створення моделі вибору пасажиром шляху пересування, зводиться до рішення двох завдань: визначення раціональної тривалості спостережень за пересуваннями кожного пасажирів і кількості пасажирів громадського транспорту, яких необхідно охопити відповідним обстеженням. Ці завдання виникають в результаті того, що на сьогоднішній день найбільш поширеним способом отримання даних для створення моделі поведінки пасажирів є одноразове спостереження за вибором пасажирів. В результаті такого способу збору інформації отримують частоту вибору шляху, рівну 0 або 1, що призводить до погрешностей моделювання, оскільки в цьому випадку неможливо порівняти реальні альтернативи пасажирів. В такій ситуації незрозуміло, наскільки одна альтернатива прийнятніша за іншу. Також в існуючій практиці моделювання вибору пасажиром шляху пересування відсутні вказівки до того, яку кількість пасажирів необхідно охопити обстеженням і як це відіб'ється на якості отримуваної моделі.

#### **3.1 Визначення об'єму вибірки і тривалості спостережень за вибором пасажирів**

При проведенні обстеження здійснюваних пасажирів виборів шляхів пересування впродовж малого проміжку часу, наприклад, впродовж одного-двох днів, виникає сумнів відносно достатності як самих зібраних даних, так і результатів, отриманих на їх основі. Прикладом необґрунтованої довіри до малого об'єму спостережень за вибором респондентів можуть послужити побудовані на відповідному матеріалі моделі дискретного вибору.

Особливістю цих моделей є те, що при проведенні обстеження з метою отримання їх параметрів вибір пасажиром альтернативного шляху пересування фіксується одноразово для кожного респондента, причому обраному шляху прийнято віддавати повну перевагу. Але такий метод надає дуже грубі оцінки ймовірності емпіричними

частотами, рівними або 0, або 1. При багатократному спостереженні за вибором пасажирів між двома альтернативами фактична частота буде представляти собою точки на відрізку прямої, рис. 3.1; при виборі між трьома альтернативами – буде представлена точками на площині трикутника, рис. 3.2.

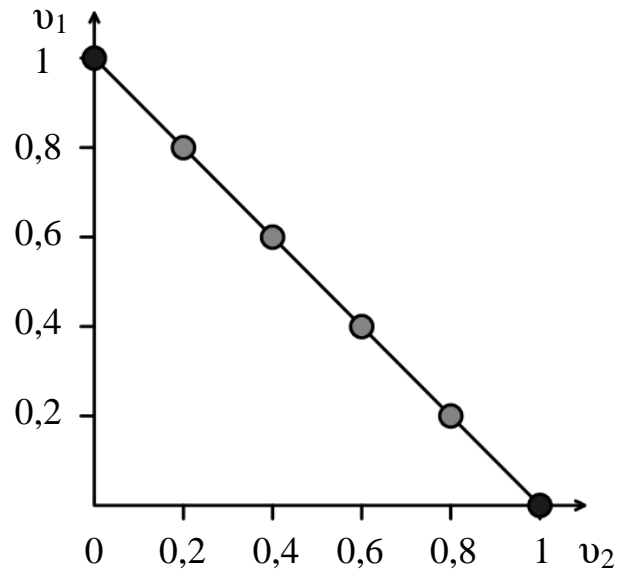


Рис. 3.1. Зв'язок між ймовірністю вибору при двох альтернативах шляху пересування пасажирів

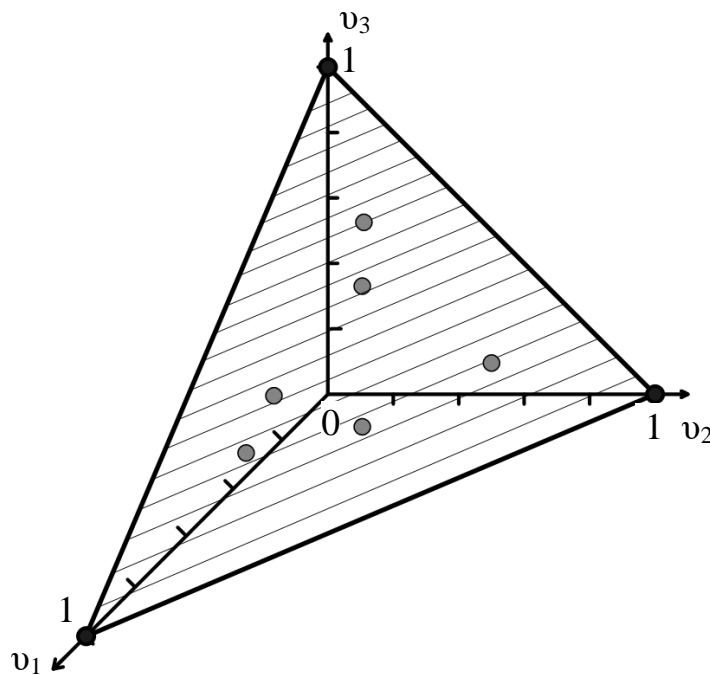


Рис. 3.2. Зв'язок між ймовірністю вибору з трьох альтернатив шляху пересування

Дискретні оцінки емпіричної частоти вибору при цьому можуть бути тільки вершинами відрізка або трикутника, що очевидно є занадто грубою оцінкою ймовірності вибору шляху.

Єдиним твердженням, яке можна зробити з результатами одноразового спостереження, є те, що при фактичній частоті, рівній  $v_{ij} = 1$ , емпірична ймовірність буде відповідати умовам:  $p_{ij} \neq 0$  та  $p_{il \neq ij} \neq 1$ . Також при розгляді дискретного вибору для випадку  $v_{ij} = 1$  не можна строго стверджувати, що  $p_{ij} > p_{il \neq ij}$ , тобто одноразовий вибір шляху зовсім не означає, що цей шлях є часто використовуваним. Це вказує на одну з найважливіших причин слабкої прогностичної здатності МДВ і означає, що чим більша кількість альтернатив, тим меншу прогностичну здатність мають ці моделі.

Подібних недоліків позбавлені НМ. В них фактична ймовірність вибору пасажиром шляху пересування представляється частотою вибору, отриманою в результаті багатократного спостереження за одним респондентом. Це в явному виді вказує на проблему визначення кількості спостережень, які б забезпечили достатній об'єм емпіричного матеріалу для побудови моделей, що дозволяють отримати необхідну точність результатів прогнозування. Перевірку точності, тобто перевірку моделей на адекватність при цьому доцільно здійснювати на основі розробленого критерію  $s_N^2$ , який дозволяє врахувати відхилення розрахункових значень ймовірності вибору пасажиром шляху пересування від фактичних.

Після проведення обстеження щодо збору необхідного матеріалу треба провести попередній розрахунок критерію  $s_N^2$  для ситуації рівноможливого вибору. Це є обов'язковим елементом перевірки на адекватність, який визначає доцільність побудови будь-яких інших математичних моделей вибору пасажиром шляху пересування. Для реалізації цього етапу необхідно перевірити виконання нерівностей

$$n \cdot \frac{(v_{ij} - p_{ij})^2}{p_{ij}(1 - p_{ij})} \leq a, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N, \quad (3.1)$$

котрі визначають перелік ситуацій невідкидання гіпотези про придатність застосування моделі рівноможливого вибору згідно з критерієм  $s_N^2$ . Використання нерівностей (3.1) передбачає виконання наступних

дій. Спершу вимагається знайти, яке найбільше значення може прийняти величина  $a$ , щоб виконання нерівностей (3.1) при  $N \rightarrow \infty$  не призводило б до відкидання гіпотези про рівноможливість. Перелік ситуацій, тобто нерівностей, можна назвати нерівностями про рівномірну близькість частот і ймовірності, що дозволяють не відкинути гіпотезу про рівноможливість вибору шляху. Тут доцільно розглянути два випадки: коли значення  $a > 1$  і коли  $a \leq 1$ .

При  $n \rightarrow \infty$  і  $N \rightarrow \infty$  статистика  $s_N^2$  асимптотично нормальна з параметрами  $(N; 2N)$ . В першому випадку, коли  $a > 1$ , максимум  $\max(s_N^2) = Na$  зі зростанням кількості анкет  $N$  до нескінченності перевищить значення

$$N + z\sqrt{2N}, \quad (3.2)$$

де  $z$  – будь-яке, але фіксоване число.

Дійсно, їх різниця при  $N \rightarrow \infty$  також прямує до нескінченності

$$Na - N - z\sqrt{2N} = N(a - 1) - z\sqrt{2N} \rightarrow \infty. \quad (3.3)$$

Це обумовлено тим, що вираз виду

$$N(a - 1) = Nb, \quad b = (a - 1), \quad b > 0, \quad (3.4)$$

віднесений до добутку  $z\sqrt{2N}$ , зі зростанням  $N$  до нескінченності також прямує до нескінченності

$$\frac{Nb}{z\sqrt{2N}} \rightarrow \infty \text{ при } N \rightarrow \infty. \quad (3.5)$$

Таким чином, при  $a > 1$  зі зростанням кількості спостережень  $N$  (спостережень за  $N$  пасажирями) до нескінченності величина  $\max(s_N^2) = Na$  уходить в критичну область, тобто в область відкидання ситуації рівноможливого вибору при будь-якому рівні значущості критерію.

В іншому випадку, коли ліва частина нерівності (3.1) для кожного пасажиря не перевершує одиниці

$$n \cdot \frac{(v_{ij} - p_{ij})^2}{p_{ij}(1 - p_{ij})} \leq 1, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N, \quad (3.6)$$

сумарне значення критерію  $s_N^2$  не перевищує значення  $N$ , рівного математичному сподіванню ВВ з розподілом  $\chi^2$  з  $N$  ступенями свободи. У такій ситуації гіпотеза про рівноможливість не відкидається при дослідженні вибору будь-якої кількості пасажирів  $N$ .

Таким чином, необхідно визначити деяке порогове значення  $a$ , при якому зі зростанням до нескінченності кількості спостережень  $N$  гіпотеза про рівноймовірний вибір шляху пересування не відкидається. Це дозволить встановити межі доцільного застосування моделі рівноможливого вибору і потім розрахувати кількість спостережень, достатню для побудови адекватних МВ.

Для внесення ясності у вищевикладений матеріал доцільно розглянути ситуацію рівноможливого вибору однієї з двох альтернатив з ймовірністю, рівною

$$p_{ij} = \frac{1}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (3.7)$$

Тоді добуток  $p_{ij}(1 - p_{ij})$  з виразу (3.4), що є чисельником коефіцієнта нормування, при дослідженні вибору будь-якої кількості пасажирів  $N$  буде дорівнювати

$$p_{ij} \cdot (1 - p_{ij}) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}. \quad (3.8)$$

Після цього множини нерівностей (3.2) про рівномірну близькість частот і ймовірності, що дозволяє перевірити гіпотезу про рівноможливість, можна записати у виді

$$4n \cdot \left(v_{ij} - \frac{1}{2}\right)^2 \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (3.9)$$

Вираз (3.9) також можна записати в зручнішій формі

$$\left|v_{ij} - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{1}{2 \cdot \sqrt{n}}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (3.10)$$

Користуючись нерівністю (3.10), можна визначити кількість спостережень, необхідну для побудови МВ шляху пересування. Для

цього, послідовно змінюючи кількість прийняття рішень про вибір того чи іншого шляху пересування в правій частині нерівності, можна визначити значення максимального відхилення частоти від ймовірності рівноможливого вибору. При підстановці отриманих відхилень в ліву частину нерівності (3.10) визначається діапазон частот вибору шляху пересування. Він задається такими значеннями  $n$ , при яких нерівність (3.10) виконується і, відповідно, гіпотеза про рівноможливість вибору не відкидається. Збільшення кількості спостережень за пересуваннями кожного пасажера призводить до уточнення оцінок ймовірності вибору, рис. 3.3.

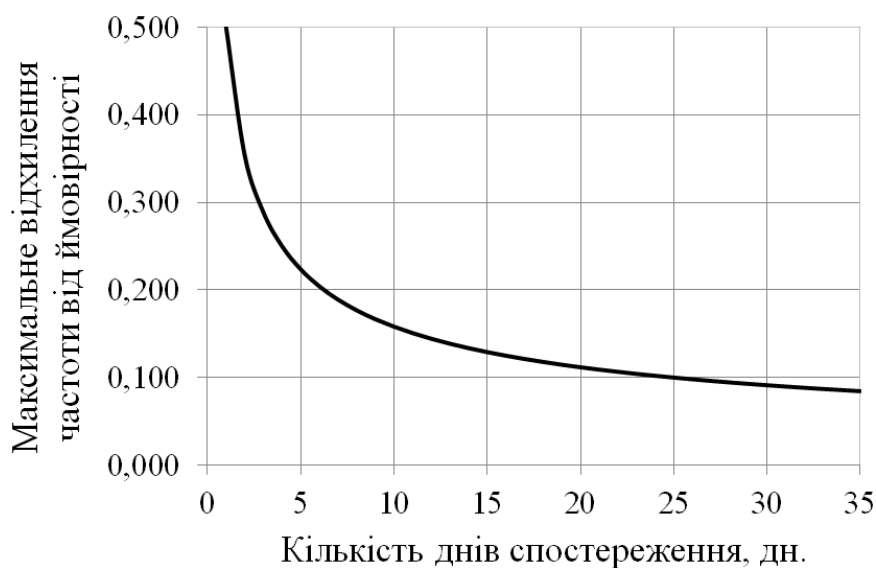


Рис. 3.3. Залежність відхилення частоти вибору шляху пересування від кількості днів спостереження

Але збільшення кількості спостережень приводить також і до ускладнення обстеження, що вимагає визначення раціональної тривалості спостережень за пересуваннями одного пасажера. Основою для визначення такої кількості спостережень стала можливість спростування гіпотези про рівноймовірний вибір пасажиром альтернативних варіантів шляху на основі результатів спостережень. Виконання нерівності (3.10) призводить до неспростування гіпотези про рівноможливий вибір альтернативи як такої, тобто вираз (3.10) обмежує область негативного результату дослідження, оскільки при попаданні результатів спостереження в цю область має бути прийнята рівноможлива модель, яка не дозволяє отримати залежність ймовірності вибору шляху від його параметрів і параметрів альтернатив.



Пошук умов виконання нерівності (3.10) проводився для кількості днів спостереження в межах  $n = 2, \dots, 35$ . Результатом став висновок, що раціональною тривалістю спостережень за трудовими пересуваннями пасажирів буде 5 робочих днів. Це обумовлено тим, що саме при цій кількості ситуацій вибору вперше з'являються значення частоти вибору 0,2 і 0,8, які відрізняються від 0 і 1 та не відповідають умові (3.10), тобто спростовують гіпотезу про рівноможливий вибір альтернатив, табл. 3.1.

Таблиця 3.1

**Результати спростування гіпотези про рівноможливий вибір альтернатив**

Кількість днів, $n$	Частоти, при яких нерівність (3.10)		Кількість ситуацій, при яких рівноможлива модель		Всього ситуацій	Доля ситуацій відхилення
	виконується	не виконується	приймається	відхиляється		
1	2	3	4	5	6	7
2	0,5	-	1	-	1	0
3	0,33; 0,67	-	2	-	2	0
4	0,25; 0,5; 0,75	-	3	-	3	0
5	0,4; 0,6	0,2; 0,8;	2	2	4	0,5
6	0,33; 0,5; 0,67	0,17; 0,83	3	2	5	0,4
7	0,43; 0,57	0,14; 0,29; 0,71; 0,86	2	4	6	0,67
8	0,38; 0,5; 0,63	0,125; 0,25; 0,75; 0,875	3	4	7	0,57
9	0,33; 0,44; 0,55; 0,67	0,11; 0,22; 0,78; 0,89	4	4	8	0,5
10	0,4; 0,5; 0,6	0,1; 0,2; 0,3; 0,7; 0,8; 0,9	3	6	9	0,67
11	0,36; 0,45; 0,55; 0,64	0,09; 0,18; 0,27; 0,73; 0,82; 0,91	4	6	10	0,6
12	0,42; 0,5; 0,58	0,08; 0,17; 0,25; 0,3; 0,67; 0,75; 0,83; 0,92	3	8	11	0,73
13	0,38; 0,46; 0,54; 0,62	0,8; 0,15; 0,23; 0,3; 0,69; 0,77; 0,85; 0,92	4	8	12	0,67
14	0,43; 0,5; 0,57	0,07; 0,14; 0,21; 0,3; 0,36; 0,64; 0,71; 0,79; 0,86; 0,93	3	10	13	0,77
15	0,4; 0,47; 0,53; 0,6	0,06; 0,13; 0,2; 0,3; 0,33; 0,67; 0,73; 0,8; 0,87; 0,93	4	10	14	0,71
...	...	...	...	...	...	...
35	0,43; 0,46; 0,49; 0,51; 0,54; 0,57	0,03; 0,06; 0,09; 0,11; 0,14; 0,17; ...; 0,83; 0,86; 0,89; 0,91; 0,94; 0,97	6	28	34	0,82

Все вищевикладене говорить про те, що з точки зору критерію (2.26) недоцільно проводити спостереження за вибором одного пасажера в одних і тих же умовах ухвалення рішення більше п'яти разів. Отже, при проведенні натурних обстежень з метою фіксації фактичного вибору пасажиром того чи іншого шляху пересування досить здійснити п'ятиденне спостереження за кожним пасажиром. Проте побудова моделей вибору шляху пересування, що описують вибір лише одного пасажера, представляє малий інтерес. Важливішими і більш значущими для практики є моделі, які можна застосовувати для опису переваг груп людей, що здійснюють поїздки з однією і тією ж метою. Таким чином, виникає питання: вибір якої кількості респондентів має бути досліджений для отримання достатнього об'єму матеріалу для побудови адекватної моделі вибору шляху пересування.

Загальним питанням планування експериментальних досліджень присвячено досить багато праць і лише їх невелика частка, приміром роботи [115-117], дають уявлення про розрахунок необхідного об'єму вибірки, що забезпечує надійний статистичний матеріал. Але представлені в цих роботах підходи спрямовані тільки на визначення об'єму вибірки для розрахунку середнього значення або заданої долі в генеральній сукупності. Вони засновані на двох теоремах: П.Л. Чебишова і О.М. Ляпунова [118]. Перша дозволяє визначити генеральну середню (частку) за даними випадкової повторної вибірки. Друга дозволяє розрахувати максимальну похибку вибіркової середньої (долі) при заданій кількості незалежних спостережень. Згідно з цією теоремою при досить великій кількості незалежних спостережень у генеральній сукупності з кінцевою середньою (долею) і обмеженою дисперсією ймовірність того, що розбіжність між вибірковою і генеральною середньою (долею) не перевищить абсолютної величини деякої випадкової величини, дорівнює інтегралу Лапласа [119].

Кінцевою метою вибіркового спостереження є характеристика генеральної сукупності. Проте при малих об'ємах вибірки емпіричні оцінки параметрів можуть істотно відхилятися від їх істинних значень, і тому виникає необхідність у встановленні меж, в яких для вибірових значень параметрів лежать їх істинні значення [119]. Такі межі характеризуються граничною помилкою вибірки.

Описані вище способи оцінки об'єму вибірки не підходять для

випадків, коли треба визначити достатню кількість спостережень з метою побудови регресійної залежності. Іншими словами, ці способи не дозволяють отримати значення коефіцієнтів регресійної залежності, що відбиває вплив декількох факторів на результуючу ознаку, що характерно для моделювання вибору пасажиром шляху пересування. Проте можливо вирішити таке завдання при збереженні суті описаного в [117-119] підходу, що полягає у встановленні меж, в яких для вибірових значень параметрів лежать їх істинні значення, що характеризуються граничною помилкою вибірки. Це обумовлено тим, що вибірове середнє є окремим (виродженим) випадком регресійної залежності з одним вільним членом. Тому для отримання шуканого об'єму вибірки у випадку регресійної залежності необхідно узагальнити відомі методи оцінки точності розрахунку середнього значення на основі вибірових спостережень.

У підрозділі 2.1 було показано, що найбільш ефективним підходом до моделювання вибору пасажиром шляху пересування в маршрутній системі міста є застосування регресійного аналізу для визначення коефіцієнтів функції корисності обраного шляху. Як і у випадку розрахунку середнього генеральної сукупності, важливим залишається визначення граничної помилки, тільки вже не для середнього, а окремо для кожного коефіцієнта регресії (цю помилку можна позначити через  $\Delta_{a_k}$ ), оскільки в регресійному аналізі значення кожного з коефіцієнтів моделі вносить свій вклад в значення результуючої ознаки, в даному випадку – в значення привабливості шляху пересування.

Також, залишається схожим і визначення меж, в яких для вибірових значень параметрів лежать їх істинні значення, але знову ж таки у разі регресійного аналізу ці межі необхідно визначати для кожного коефіцієнта моделі окремо.

Аналітично, процес визначення достатньої кількості респондентів для моделювання вибору шляху пересування може бути представлений таким чином.

Коефіцієнти функції корисності  $\hat{a}_k$ , що характеризують вибір шляху пересування залежно від  $m$  факторів, визначаються за допомогою МНК [106, 120] на основі пробної вибірки об'єму  $I_{\Pi}$ . Тоді по аналогії з [117-119] межі, в яких для вибірових значень коефіцієнтів  $\hat{a}_k$  лежать їх істинні значення генеральної сукупності  $a_k$ , в регресій-

ному аналізі представляються у вигляді

$$(\hat{a}_k - \Delta_{a_k}; \hat{a}_k + \Delta_{a_k}), \quad (3.11)$$

де  $\hat{a}_k$  – відомі коефіцієнти функції корисності, отримані за допомогою регресійного аналізу на підставі пробної вибірки,  $k = 0, 1, 2, \dots, m$ ;

$\Delta_{a_k}$  – гранична (абсолютна) помилка у визначенні коефіцієнтів генеральної сукупності  $a_k$ , виражена як

$$\Delta_{a_k} = t_\alpha \cdot \mu_{\hat{a}_k}, \quad (3.12)$$

де  $t_\alpha$  – радіус симетричного відносно нуля інтервалу;

$\alpha$  – ймовірність потрапляння випадкової величини з розподілом Стюдента при кількості ступенів свободи  $(I_\Pi - m - 1)$  у симетричний інтервал;

$I_\Pi$  – загальна кількість альтернативних варіантів пересування (кількість рівнянь), що представляє об'єм пробної вибірки,  $I_\Pi \in J$ , де  $J$  – кількість альтернативних варіантів пересування, що представляє об'єм генеральної сукупності;

$\mu_{\hat{a}_k}$  – величина середньоквадратичної (стандартної) помилки, котра визначається по залежності

$$\mu_{\hat{a}_k} = \hat{\sigma}_{I_\Pi} \cdot S_k, \quad (3.13)$$

де  $\hat{\sigma}_{I_\Pi}$  – середньоквадратичне відхилення пробної вибірки об'єму  $I_\Pi$ , розраховується по формулі

$$\hat{\sigma}_{I_\Pi} = \sqrt{\frac{\hat{c}_{\min}^2}{I_\Pi - m - 1}}, \quad (3.14)$$

де  $\hat{c}_{\min}^2$  – величина суми різниць квадратів пробної вибірки, що визначається по залежності

$$\hat{c}_{\min}^2 = \sum_{i=1}^{n_\Pi} \left[ \Pi_{ij} - \hat{a}_0 - \hat{a}_1 x_{1ij} - \dots - \hat{a}_k x_{kij} \right]^2, \quad (3.15)$$

де  $x_{1ij}, \dots, x_{kij}$  – значення  $k$ -го фактора, що впливає на вибір пасажиром шляху пересування,  $k = 0, 1, 2, \dots, m$ ;

$S_k$  – стандартна помилка  $k$ -го коефіцієнта функції корисності  $\hat{a}_k$ , отримана по МНК і така, що розраховується по формулі

$$S_k = \frac{\sqrt{\bar{b}_k}}{\sqrt{I_{\Pi}}}, \quad (3.16)$$

де  $\bar{b}_k$  – дисперсія оцінки  $k$ -го параметра регресії, яка відповідає елементам головної діагоналі матриці  $\bar{B}^{-1}$ , матриця  $\bar{B}$  визначається як

$$\bar{B} = \frac{1}{I_{\Pi}} \cdot (X^T \cdot X). \quad (3.17)$$

Інтервал (3.11) показує, що істинне значення невідомого коефіцієнта  $a_k$  з ймовірністю  $\alpha$  потрапляє в область, що визначається заданою граничною помилкою  $\Delta_{a_k}$  [115]. Проте в ході розробки даного підходу до визначення достатньої кількості респондентів для моделювання вибору шляху пересування був зроблений наступний висновок. Використання інтервалу (3.11) і позначень до нього, аналогічно [117-119] дозволяє записати умову знакопостійності інтервальних оцінок коефіцієнтів регресії пробної вибірки виду

$$|\hat{a}_k| \geq \hat{t}_{\alpha} \cdot \hat{\sigma}_{I_{\Pi}} \cdot \frac{\sqrt{\bar{b}_k}}{\sqrt{I_{\Pi}}}, \quad (3.18)$$

звідки

$$J_{\text{зк}} \geq \max_{k=0,1,\dots,m} \left( \frac{\hat{t}_{\alpha} \cdot \hat{\sigma}_{I_{\Pi}} \cdot \sqrt{\bar{b}_k}}{|\hat{a}_k|} \right)^2, \quad (3.19)$$

де  $J_{\text{зк}}$  – кількість рівнянь, яка забезпечує постійність знаку усіх коефіцієнтів регресії із заданою ймовірністю;

$\hat{t}_{\alpha}$  –  $\alpha$ -квантиль розподілу Стюдента з  $(I_{\Pi} - m - 1)$  ступенями свободи для заданої довірчої ймовірності.

Таким чином, умовами (3.18) і (3.19) визначається така кількість рівнянь, яка є основою для розрахунку мінімального об'єму пробної вибірки, тобто такого об'єму, при якому можна отримати напевне значущі фактори моделі регресії.

Так, при усіх значущих факторах умова (3.18) буде виконана автоматично, і це свідчатиме про достатній об'єм пробної вибірки та можливість продовження її використання в подальших цілях дослідження. У протилежному випадку, коли усі фактори в пробній вибірці виявляться незначущими, умова (3.18) виконуватись не буде, і тільки тоді виникне необхідність для визначення достатньої кількості спостережень (рівнянь регресії) для підсумкової вибірки. З цього виходить, що умова (3.19) є недостатньою для ухвалення рішення про вибірку, що представляє об'єм генеральної сукупності.

Тому для досягнення поставленої мети було зроблено допущення про те, що середньоарифметичні величини вибіркової сукупності у виразах (3.12) – (3.16) мають властивості функції, що повільно змінюється [121], а не є константами як в [117-119]. Тоді, з урахуванням (3.12) – (3.16) можна записати, що

$$\varphi_k(J) = \varphi_k(I_{\Pi}) = \bar{b}_k \cdot \hat{\sigma}_{I_{\Pi}}^2, \quad (3.20)$$

де  $\varphi_k(J)$  – функція, що повільно міняється, при зміні  $J$ , тобто при  $J \rightarrow \infty$  відношення  $\frac{\varphi_k(r \cdot J)}{\varphi_k(J)} \rightarrow 1, \forall r > 0$ .

З (3.20) витікає, що величина середньоквадратичної помилки (3.13) також повільно змінюватиметься при  $I_{\Pi} \rightarrow \infty$

$$\mu_{\hat{a}_k} = \frac{\sqrt{\varphi_k(I_{\Pi})}}{\sqrt{I_{\Pi}}}. \quad (3.21)$$

Тоді з виразів (3.21), (3.12) і (3.11) витікає, що із заданою ймовірністю  $\alpha$  відносна похибка коефіцієнтів генеральної сукупності, яку можна позначити як  $\beta_{a_k}$ , не перевершить відповідну їй величину вибіркової сукупності  $\hat{\beta}_k$ . Результатом виконання цієї умови і буде шукана величина, що відповідає достатній кількості респондентів для моделювання вибору шляху пересування  $N$

$$N = \max_{k=0,1,\dots,m} \left( \frac{\hat{\beta}_k}{\beta_{a_k}} \right)^2 \cdot n_{\Pi}, \quad (3.22)$$

де  $N$  – кінцева кількість респондентів, вибір яких необхідно дослідити для побудови моделі вибору шляху;

$n_{\Pi}$  – кількість респондентів, що представляють об'єм пробної вибірки,  $n_{\Pi} \in N$ ;

$\beta_{a_k}$  – задана дослідником відносна похибка коефіцієнтів моделі генеральної сукупності;

$\hat{\beta}_k$  – відносна погрішність коефіцієнтів моделі вибіркової сукупності,

$$\hat{\beta}_k = \frac{t_{\alpha} \cdot \mu_{\hat{a}_k}}{|\hat{a}_k|} = \frac{\Delta_{a_k}}{|\hat{a}_k|}. \quad (3.23)$$

Слід звернути увагу на те, що розрахунок по залежності (3.22) робиться окремо для кожного з коефіцієнтів моделі, а вибір достатньої кількості респондентів для моделювання вибору шляху пересування здійснюється по найбільшому отриманому значенню, заздалегідь округленому до цілого в більший бік.

Також слід зазначити, що розрахунок величини  $N$  повинен здійснюватися окремо для кожної моделі корисності шляху через різні значення статистичних параметрів у використовуваних моделях.

### **3.2 Методика проведення обстеження для формування функції корисності шляху пересування**

Базою для проведення експериментальних досліджень було обрано місто Харків, яке відноситься до групи найбільших міст (населення більше 1 млн. чол.) [122], є великим науковим і промисловим центром з розвиненою системою МПТ – в ньому функціонують такі його види, як метрополітен, трамвай, тролейбус, автобус і маршрутне таксі.

Відповідно до завдань побудови моделей вибору при проведенні обстеження, спрямованого на фіксацію фактичного вибору шляху пересування, об'єктом дослідження виступали пасажири гро-

мадського транспорту при здійсненні трудових поїздок в напрямі «житло – робота». Було прийнято рішення, що при проведенні обстеження не накладатимуться обмеження, що стосуються віку, соціального статусу або статевої приналежності і в загальну сукупність респондентів обстеження потраплять різні категорії громадян. Це дозволило істотно розширити межі пошуку людей, згодних стати учасниками обстеження. У цій роботі до трудового населення були також віднесені учні вищих і середніх учбових закладів, оскільки вони становлять вагому частку в пересуваннях ГТ. У проведенні обстеження були задіяні студенти різних курсів факультету транспортних систем Харківського національного автомобільно-дорожнього університету (ХНАДУ), що проживають у м. Харкові, їх батьки, викладацький і учбово-допоміжний персонал університету. Пошук респондентів також проводився з використанням особистих контактів авторів книги, а також за допомогою спілкування з випадково зустрінутими на вулицях жителями міста.

Часовим періодом для проведення обстеження була обрана повна доба без диференціації на періоди підйому і спаду пасажиропотоків. Це обумовлено тим, що для обстеження важливий лише вибір шляху пересування з дому на роботу при використанні громадського транспорту. Час здійснення пересування при цьому може варіюватися залежно від годин робочого часу респондентів – в основному вони приходяться на світлий час доби, проте для багатьох людей, що працюють позмінно, час роботи може приходиться на вечірній або нічний періоди.

Визначивши місце проведення обстеження і основних учасників, доцільно описати метод обстеження трудових (учбових) пересувань і встановити вимоги до отримання необхідної інформації.

Аналіз існуючих методів проведення обстежень пасажиропотоків дозволив зробити висновок про те, що для знаходження функції привабливості шляху пересування найбільш придатним є метод безпосередньої фіксації вибору за допомогою анкет, тому що він дає можливість в явному виді визначити частоту вибору пасажиром шляху пересування з дому на роботу (навчання). В подальшому, згідно з розробленими теоретичними основами отримання функції корисності і пропонуваними способами перетворення частоти вибору шляху в його привабливість це дозволить розрахувати теоретичні значення ймовірності здійснюваного кожним пасажиром вибору в ММ міста.



Анкета, крім інформації про фактори, що впливають на вибір шляху, повинна містити інформацію про частоту його використання. Як вже було доведено, тривалість спостереження за вибором одного пасажера повинна складати п'ять трудових днів. Виходячи з цього, була складена анкета, що містить п'ять аркушів, що відповідають кожному дню спостереження за вибором шляху пересування, і аркуша, що містить загальні відомості про респондента та про дослідження, що проводиться. Форма і структура розробленої анкети представлені на рис. 3.4.

### Анкета обстеження варіантів трудових пересувань

Метою обстеження є визначення фактичних варіантів пересування пасажирів. Сторінки анкети заповнюються щодня, протягом 5-ти робочих днів на робочому місці безпосередньо після прибуття на роботу. В них описуються усі поїздки маршрутним транспортом, що були здійснені цього дня дорогою на роботу.

У графах «Пункт відправлення», Пункт прибуття» та «Пункт пересадки або закінчення пересування» вказується назва зупинки транспорту, ст. метро або адреса чи назва найближчої будівлі (орієнтиру).

#### Загальні відомості

Вік \_\_\_\_\_ Стать \_\_\_\_\_  
Адреса місця проживання (вулиця, номер будинку) \_\_\_\_\_  
Місце роботи (назва організації) \_\_\_\_\_  
Посада \_\_\_\_\_  
Адреса організації \_\_\_\_\_  
**Середня** заробітна плата \_\_\_\_\_  
Вид роботи (потрібне підкреслити):  
- Постійна у денний час;  
- Позмінна;  
- Ненормований робочий день.  
Час початку роботи \_\_\_\_\_  
Пункт відправлення (назва зупинки транспорту, ст. метро) \_\_\_\_\_  
Пункт прибуття (назва зупинки транспорту, ст. метро) \_\_\_\_\_  
Наявність проїзного документа, квитка (відповідь підкреслити):  
- На трамвай;  
- На тролейбус;  
- На автобус;  
- На метро.  
Наявність пільг на проїзд, вказати категорію \_\_\_\_\_  
Який з показників, на вашу думку, є найвагомим при виборі маршруту пересування (відповідь підкреслити):  
- Вартість проїзду  
- Витрати часу на поїздку (швидкість сполучення)  
- Комфортабельність поїздки  
- Час очікування транспортного засобу на зупинці  
Свій варіант \_\_\_\_\_

Рис. 3.4. Анкета обстеження

Дата \_\_\_\_\_  
Час виходу з дому \_\_\_\_\_  
Час прибуття на зупинку \_\_\_\_\_

**Шлях пересування після першої посадки:**

- 1) Вид транспорту (вiдповiдь пiдкреслити):  
*Метро; Трамвай; Тролейбус; Автобус; Маршрутне таксі;*
  - 2) Номер маршруту \_\_\_\_\_
  - 3) Заповнення салону в момент посадки (вiдповiдь пiдкреслити):  
*Є вiльнi сидiння;  
Вiльнiх сидiнь не має, але прохiд вiльний;  
Салон заповнений на половину;  
В салонi тiсно; салон переповнений;*
  - 4) Вартiсть проїзду \_\_\_\_\_ грн.
  - 5) Пункт пересадки або закінчення пересування (назва зупинки транспорту, метро або адреса чи назва найближчої будівлі) \_\_\_\_\_ ст.
- 

**Шлях пересування після другої посадки:**

- 1) Вид транспорту (вiдповiдь пiдкреслити):  
*Метро; Трамвай; Тролейбус; Автобус; Маршрутне таксі;*
  - 2) Номер маршруту \_\_\_\_\_
  - 3) Заповнення салону в момент посадки (вiдповiдь пiдкреслити):  
*Є вiльнi сидiння;  
Вiльнiх сидiнь не має, але прохiд вiльний;  
Салон заповнений на половину;  
В салонi тiсно; салон переповнений;*
  - 4) Вартiсть проїзду \_\_\_\_\_ грн.
  - 5) Пункт пересадки або закінчення пересування (назва зупинки транспорту, метро або адреса чи назва найближчої будівлі) \_\_\_\_\_ ст.
- 

**Шлях пересування після третьої посадки:**

- 1) Вид транспорту (вiдповiдь пiдкреслити):  
*Метро; Трамвай; Тролейбус; Автобус; Маршрутне таксі;*
- 2) Номер маршруту \_\_\_\_\_
- 3) Заповнення салону в момент посадки (вiдповiдь пiдкреслити):  
*Є вiльнi сидiння;  
Вiльнiх сидiнь не має, але прохiд вiльний;  
Салон заповнений на половину;  
В салонi тiсно; салон переповнений;*
- 4) Вартiсть проїзду \_\_\_\_\_ грн.
- 5) Пункт пересадки або закінчення пересування (назва зупинки транспорту, метро або адреса чи назва найближчої будівлі) \_\_\_\_\_ ст.

Час прибуття на зупинку мiсця призначення \_\_\_\_\_

Рис. 3.4, аркуш 2

За основу анкети була взята анкета, використана в аналогічних дослідженнях [12]. Відмінністю пропонованої анкети від аналогів стало те, що:

- була змінена форма анкети і порядок заповнення загальних відомостей про респондента;

- текст анкети був зроблений зрозумілішим для сприйняття середньостатистичною людиною без відповідної спеціальної освіти;

- у загальних відомостях про респондента було додано наступне закрите питання (з можливістю вибору варіанту відповіді): «Який з показників, на вашу думку, є найбільш значущим при виборі маршруту пересування»;

- на робочому аркуші анкети були додані поля, де необхідно вказати інформацію про час приходу на зупинку відправлення і час прибуття на зупинку призначення.

Ця модифікація була зроблена з метою зменшення кількості непридатних до обробки анкет, оскільки відсутність контролю обліковця над їх заповненням зазвичай призводить до отримання великої кількості неінформативних анкет.

Принцип проведення обстеження методом безпосередньої фіксації вибору пасажиром шляху пересування за допомогою анкет полягає в наступному. Обліковець поширює серед респондентів анкети, які вони повинні заповнювати в будь-який зручний для них час впродовж п'яти трудових днів при поїздках в напрямку «житло – робота». Після закінчення вказаного періоду респондент повертає заповнену анкету обліковцю.

Для проведення обстеження були вибрані осінні місяці (вересень, жовтень і листопад), оскільки впродовж цього періоду пасажиропотік на громадському транспорті є найбільш високим (особливо по відношенню до літнього періоду), що пояснюється закінченням періоду відпусток і початком навчального процесу у вищих і середніх навчальних закладах.

Особливістю обраного методу обстеження є високі витрати часу і праці на його проведення, викликані необхідністю двократного контакту обліковця з кожним респондентом – при видачі анкети і при її поверненні, – а також певною складністю попереднього інструктажу респондентів, що не мають спеціальної освіти або відповідного досвіду. Для детальнішого пояснення респондентам того, яку саме інформацію необхідно заносити в анкети, на її титульному аркуші була наведена коротка інструкція з роз'ясненнями щодо заповнення.

Підсумком проведення будь-якого обстеження є отримання фактичних значень різних факторів. У даному випадку це фактори, що визначають вибір шляху пересування і частоту цього вибору та є

основою для побудови функції привабливості шляху. Представлена на рис. 3.4 анкета дозволить отримати такі фактори як: час, витрачений на поїздку (пересування), вартість пересування, відстань пересування, коефіцієнт заповнення салону автобуса, кількість пересадок, вид (види) транспорту і частоту вибору шляху пересування. Безпосередньо побудова моделі вибору шляху і спосіб оцінки коефіцієнтів моделі, що стоять при цих факторах, дозволить виявити найбільш значущі серед них.

До додаткових даних, які дозволяє отримати розроблена анкета, відносяться наступні: вік, стать, рівень освіти, середня заробітна платня і наявність пільг на проїзд. Ця інформація дає можливість оцінки міри охоплення різних однорідних груп респондентів і виявлення закономірності здійснюваного ними вибору.

Важливим при розробці методики проведення обстеження є визначення достатньої кількості респондентів (анкет), вибір яких необхідно дослідити з метою забезпечення гарантії того, що саме ця кількість респондентів описуватиме переваги жителів міста, що користуються послугами громадського транспорту при поїздках на роботу. У підрозділі 3.1 представлено обґрунтування кількості респондентів, яке передбачає проведення пілотного (пробного) обстеження з метою отримання пробної вибірки з пасажирів громадського транспорту, і, відповідно, значень факторів, що впливають на їх вибір. Далі (у наступному підрозділі) буде наведений приклад обробки даних пробної вибірки і розрахунку достатньої кількості анкет для однієї з моделей вибору шляху пересування.

У міру надходження дослідникові заповнених анкет виконувалось їх вибраковування. До непридатних були віднесені анкети з наступними ознаками:

- некоректно заповнені анкети (наприклад, не вказаний пункт відправлення або прибуття; вказані шляхи пересування до одного і того ж пункту прибуття з абсолютно розрізнених в територіальному відношенні пунктів відправлення (чи навпаки); не вказаний вид транспорту і (чи) номер маршруту; заповнені не усі сторінки анкети);
- в анкеті вказаний тільки один шлях (спосіб) пересування, тобто респондент не має йому альтернатив.

Після перевірки повноти заповнення анкет, отриманих в ході пробного обстеження, була здійснена їх обробка і сформована вибірка зі значень факторів, що впливають на вибір пасажирів.

### 3.3 Обробка даних пробного обстеження

Система обробки даних обстеження реалізована в середовищі *Microsoft Excel*, в документі *Processing.xlsm*, який містить вкладки з даними, що характеризують маршрутну систему міста Харкова з розподілом по видах ГТ: трамвай, тролейбус, автобус, маршрутне таксі, метро. Перелік категорій даних про маршрутну систему кожного наземного виду ГТ і приклад їх представлення у файлі *Processing.xlsm* представлені в табл. 3.2. Окремо в згаданому файлі представляється характеристика ліній метрополітену, табл. 3.3.

У табл. 3.2. вказані основні показники, необхідні для визначення таких характеристик шляху пересування як: середній час очікування транспортного засобу на зупиночному пункті, середні витрати часу пасажирів на поїздки в транспортному засобі, а також вартість проїзду.

Розрахунок відстаней пересувань пасажирів робився на основі інформації про зупиночні пункти відправлення і прибуття, а також про обрані маршрути громадського транспорту (траси маршрутів, їх довжина, наявність пересадки при пересуванні та ін.). На основі цих відстаней і швидкості сполучення на маршрутах різних видів МПТ був зроблений розрахунок раніше згаданих середніх витрат часу пасажирів, які він несе, перебуваючи в транспортному засобі ГТ.

Таблиця 3.2

#### Характеристика маршрутів наземних видів громадського транспорту

Вид транспорту	№ маршруту	Марка транспортного засобу	Експлуатаційна швидкість, км/год	Інтервал руху транспортних засобів, хв	Вартість проїзду, грн.	Середня швидкість сполучення, км/год.	Коефіцієнт непрямолінійності
Трол.	6	ЗИУ-682	14,7	19	2	19	1
...	...	...	...	...	...	...	...
Автобус	20	ЗА3-А07А	24	60	1	24	1
...	...	...	...	...	...	...	...
Марш.таксі	205э	Рута-20	26	10-15	3	26	1
...	...	...	...	...	...	...	...
Трамвай	23	Tatra-T3	14,2	11	2	14,2	1
...	...	...	...	...	...	...	...

## Характеристика ліній метрополітену

Назва лінії метрополітену	Шифр ліній	Шифр ліній з пересадками	Назва станцій	Номер транспортного району
Холодногірсько-Заводська	2	6	Радянська	79
		...	...	...
		2	Пролетарська	107
Салтівська	3	6	Історичний музей	67
		...	...	...
		3	Героїв праці	34
Олексіївська	5	10	Метробудівників ім. Ващенко	88
		...	...	....
		5	Олексіївська	11
Загальні відомості про метрополітен				
Вартість проїзду в метро, грн.			3	
Середня швидкість сполучення, км/год			60	
Середній час очікування потягу, хв.			2,33	
Середній час переходу між станціями, хв			2	

Використання табл. 3.3 дозволило при обробці анкет обстеження трудових пересувань додатково відстежити наявність пересадок, здійснених пасажиром при пересуванні метрополітеном і точніше визначити часові параметри шляху.

Можливість визначення пересадки забезпечується присвоєнням кожній лінії метрополітену певного шифру (коду), записаного у вигляді натурального числа (другий і третій стовпець табл. 3.3). Мінімальне числове значення коду рівне 2. Для більшості станцій їх код відповідає коду лінії. Якщо станція є пересадковою, то її код визначається як добуток кодів ліній, між якими може бути здійснена пересадка. У разі, якщо найбільший спільний дільник для кодів станції посадки в метро і висадки з нього дорівнює одиниці – пересадка здійснена; у разі, якщо він більший за одиницю – пересадки не було.

Параметром, який також істотним чином може впливати на вибір пасажиром шляху пересування, є оцінка коефіцієнта заповнення салону. Цей параметр також може бути отриманий в результаті обробки анкет обстеження. Респондентам при заповненні анкет надається можливість відповісти на питання про міру заповнення салону

транспортного засобу (вагону метро) на момент посадки з можливими варіантами відповідей. Відповідні цим варіантам числові значення наведені в табл. 3.4.

Таблиця 3.4

**Значення коефіцієнта заповнення салону  
відповідно до варіантів відповідей в анкеті**

Варіанти відповіді	Бал	Значення коефіцієнта заповнення салону
Є вільні сидіння	1	0,3
Вільних сидінь немає, прохід вільний	2	0,6
Салон заповнений наполовину	3	0,9
У салоні тісно	4	1,2
Салон переповнений	5	1,5

Файл *Processing.xlsm* також містить електронну копію анкети обстеження, в яку вручну записуються назви зупиночних пунктів і загальні відомості про респондента, рис. 3.5.

Потім розрахункові параметри шляху пересування обчислюються за допомогою макросу. Для коректної роботи макросу в електронному вигляді анкети необхідно визначити приналежність кожного вказаного зупиночного пункту до конкретного транспортного району міста Харкова. З цією метою створений робочий лист «*Districts*», котрий містить таблицю відповідності назв зупиночних пунктів і номерів транспортних районів, до яких вони належать.

Кожен лист, що містить електронну анкету, автоматично перевіряється на наявність помилок, які мають бути виправлені.

Після усунення всіх помилок для кожного варіанту шляху пересування також автоматично визначаються довжина шляху в кілометрах, час пересування без урахування пішого підходу, середній коефіцієнт заповнення салону при посадці в транспортний засіб, вартість пересування і кількість пересадок.

На основі цих показників для кожного можливого пересування визначається свій унікальний код, збіг якого з другим кодом можливого пересування означає повний збіг цих шляхів. Ця інформація потрібна для автоматичного визначення частоти використання шляхів пересування за допомогою згаданого макросу підготовки даних для статистичної обробки.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1	<b>Анкета обследования трудовых передвижений</b>						OK					
2	Параметр		Обработка		Данные							
3	Возраст					31						
4	Пол					М						
5	Место работы					ХНАДУ						
6	Должность					доцент кафедры						
7	Зарботная плата					2500						
8	Время начала работы											
9		посменное										
10		постоянное				9:00						
11		ненормированное										
13	Пункт отправления		64		64	эст. Познанская (24-х этажка)						
15	Пункт прибытия		52		52	М.ПУШКИНСКАЯ						
16	Расстояние				10							
17	Наличие проездного											
18		трамвай										
19		троллейбус										
20		автобус										
21		метро										
23	<b>Первый день</b>											
24	Время выхода из дома					7:00	Районы	OK				
25	Количество посадок			2			Маршруты	OK				
26	<b>Путь следования после первой посадки</b>						Код пути:					
27							полный	150124				
28	Время ожидания	Вид транспорта		Vc,km/h			по пунктам	7698				
29	0	трамвай	0	0								
30	1,5	троллейбус	2	20,5		1						
31	0	автобус	0	0								
32		метро	0	0								
33	Ст-ть проезда, грн + скор. сообщ.		2	0,34			Код ездки:					
34	Номер маршрута (модиф.+исходный)			24		24		124				
35	Заполнение салона в момент посадки			1,2		4						
36	Пункт пересадки или окончания		54	54		М.БАРАБАШОВА						
37	Расстояние, km			4								
38	Время поездки, min			13,21								
40	<b>Путь следования после второй посадки ....</b>											
67	<b>Итого (за первый день)</b>	<u>Длина</u>	10,0	<u>Время</u>	25,13	<u>Кoeffициент заполнения</u>	1,20	<u>Цена</u>	5,0	<u>Пересадки</u>	1	

Рис. 3.5. Электронный вигляд розробленої анкети обстеження трудових пересувань у файлі Processing.xlsm

Цей макрос розроблений в середовищі *Visual Basic for Applications (VBA)*. В результаті його роботи формується робочий лист «*Result*». Цей лист містить таблицю, яка відбиває середні значення основних параметрів шляхів пересування кожної анкети. Зміст цієї таблиці на прикладі обробки даних пробного обстеження представлений на рис. 3.6.

Список параметрів шляхів пересування може бути збільшений, але при цьому така ж кількість параметрів має бути записана в електронних формах анкет. Таке збільшення вихідних даних можливе за рахунок включення додаткових формул в листи електронних анкет. Права частина робочого листа «*Result*» містить додаткові змінні – корисності, підготовлені для використання виразів (2.38) і (2.42), тобто методу додаткових коефіцієнтів і методу нормування факторів функції корисності.



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Номер анкеты	Расстояние поездки	Время поездки, $T_{п}$	Козф.запoлнения	Стоимость поездки, $C_{п}$	Наличие пересадки	Частота выбора, $v$	Привлекательность пути, $П$
2	1	9,6	47	0,90	2	0	0,8	1
3	1	9,9	60	0,90	3,5	0	0,2	0,250
4	2	11,7	33	0,90	2,75	1	0,4	1
5	2	11,8	37	0,90	2,5	1	0,4	1
6	2	12,5	42	0,98	3,5	1	0,2	0,500
7	3	8	36	0,90	3	0	0,6	1
8	3	9,1	42	0,83	5	1	0,4	0,667
9	4	11	46	0,30	3	0	0,6	1
10	4	11	51	0,85	4,5	1	0,2	0,333
11	4	11,6	56	0,37	4,5	1	0,2	0,333
12	5	7	25	0,90	3	0	0,4	1
13	5	8,5	26	0,87	4	1	0,4	1
14	5	10,2	30	1,13	4,5	1	0,2	0,500
15	6	10,4	34	1,10	1,5	0	0,6	1
16	6	10,4	42	1,05	2,5	0	0,4	0,667
17	7	8	43	0,60	3	0	0,6	1
18	7	9,3	48	0,77	5	1	0,4	0,250
66	...	...	...	...	...	...	...	...
67	31	8	38	1,20	3	0	0,6	1
68	31	9,1	45	0,75	5	1	0,4	0,667

Рис. 3.6. Таблица рабочего листа «Result», що відбиває значення основних параметрів шляхів пересування кожного пасажиром

Таким чином, результатом роботи макросу є вибірка, що складається зі значень факторів, які впливають на вибір пасажиром шляху пересування, переліку альтернативних шляхів та емпіричних значень привабливості того чи іншого шляху. Ці дані необхідні для побудови моделі визначення ймовірності вибору пасажиром шляху пересування в маршрутній системі міста.

### 3.4 Визначення достатньої кількості анкет для формування моделі вибору шляху пересування

Для визначення достатньої кількості анкет, необхідних для побудови моделі вибору шляху пересування, було проведено пробне обстеження. Кількість зібраних в ході цього обстеження анкет склала 31 од. Респонденти, що увійшли до цього об'єму вибіркової сукупності, проживають в різних адміністративних районах м. Харкова і мають не менше двох альтернативних шляхів пересування з дому на роботу.

З метою визначення достатньої кількості анкет для формування моделі вибору шляху пересування були виконані наступні дії:

- оброблені зібрані дані;
- з використанням розроблених в другому розділі теоретичних основ визначені коефіцієнти різних видів ФК і розраховані ймовірності вибору шляху на основі отриманих функцій корисності;
- за допомогою розробленого критерію отримані моделі перевірені на адекватність;
- розрахована достатня кількість анкет для кожної моделі вибору шляху.

У цьому підрозділі як приклад розрахунку достатньої кількості анкет розглянутий розроблений метод визначення коефіцієнтів ФК – метод нормування факторів. Обробка пробної вибірки представлена на рис. 3.6. Для перетворення значень частоти вибору шляху в його привабливість використана лінійна залежність (2.44).

Розрахунок коефіцієнтів ФК для усіх вказаних на рис. 3.6 факторів, що визначають вибір шляху пересування, здійснювався в програмному продукті *Statistica 10* за допомогою інструменту «Множинна регресія». Отриманий результат представлений в табл. 3.5, 3.6.

Таблиця 3.5

**Характеристика лінійної моделі вибору шляху пересування,  
побудованої за даними пробного обстеження**

№ з/п	Характеристика	Значення
1	Множинний коефіцієнт кореляції	0,865
2	Множинний коефіцієнт детермінації	0,748
3	Нормований коефіцієнт детермінації	0,727
4	Стандартна помилка	0,146
5	Критерій Фішера: - розрахунковий - табличний	36,151 2,366

Таблиця 3.6

**Характеристика параметрів лінійної моделі вибору шляху пересування,  
побудованої за даними пробного обстеження**

№ з/п	Параметр	Коефіцієнт моделі	Значення	t-статистика
1	2	3	4	5
1	Вільна змінна	$\hat{a}_0$	2,664	8,745

1	2	3	4	5
2	Відстань пересування $l_{\Pi}$ , км	$\hat{a}_1$	0,0004	0,001
3	Час пересування $T_{\Pi}$ , хв	$\hat{a}_2$	-1,026	-3,210
4	Коефіцієнт заповнення салону $\gamma$	$\hat{a}_3$	-0,097	-0,874
5	Вартість пересування $C_{\Pi}$ , грн.	$\hat{a}_4$	-0,779	-4,440
6	Наявність пересадки $Tr$ , од.	$\hat{a}_5$	0,004	0,143

Дані табл. 3.5 показують, що, незважаючи на досить добру прогностичну здатність самої регресійної моделі, незначущими згідно з  $t$ -статистикою є три фактори: відстань пересування, коефіцієнт заповнення салону і наявність пересадок, табл. 3.6.

Згідно з даними пробної вибірки перші два фактори чинять незначний вплив на результуючу ознаку моделі – привабливість шляху, а вплив третього – наявності пересадок – зовсім суперечить дійсності через позитивний коефіцієнт при ньому, оскільки збільшення кількості пересадок навряд чи приводить до збільшення ймовірності вибору такого шляху пересування.

Отже, надалі при побудові моделі вибору шляху пересування і визначенні достатньої кількості анкет обстеження доцільно виключити незначущі фактори і повторити розрахунок. З урахуванням вільної змінної і двох факторів, що залишилися, – часу і вартості пересування, скорегована (без урахування незначущих факторів) характеристика параметрів регресії для лінійної моделі вибору представлена в табл. 3.7, 3.8.

Таблиця 3.7

**Характеристика скорегованої лінійної моделі вибору шляху пересування за даними пробної вибірки**

№ з/п	Характеристика	Значення
1	Множинний коефіцієнт кореляції	0,863
2	Множинний коефіцієнт детермінації	0,744
3	Нормований коефіцієнт детермінації	0,736
4	Стандартна помилка	0,143
5	Критерій Фішера: - розрахунковий - табличний	92,955 3,140

**Характеристика параметрів регресії скорректированной лінійної моделі вибору шляху передвиження по даним пробної вибірки**

№ з/п	Параметр	Коефіцієнт моделі	Значення	t-статистика
1	Вільна змінна	$\hat{a}_0$	2,564	12,289
2	Час пересування $T_{\Pi}$ , хв	$\hat{a}_2$	-1,063	-3,549
3	Вартість пересування $C_{\Pi}$ , грн.	$\hat{a}_4$	-0,736	-5,283

Дані табл. 3.7 і 3.8 показують, що скорегована модель також має хороші прогностичні характеристики і всі коефіцієнти моделі вибору за значенням  $t$ -статистики є значущими і досить добре описують зв'язок між результуючою ознакою і незалежними змінними.

Таким чином, отримані результати регресійного аналізу дозволяють записати функцію корисності шляху пересування для  $i$ -го пасажера пробної вибірки, що здійснює вибір з  $r_i$  альтернатив:

$$U_{ij} = 2,564 - 1,063 \cdot \frac{T_{\pi ij}}{\bar{T}_{\pi ij}} - 0,736 \cdot \frac{C_{\pi ij}}{\bar{C}_{\pi ij}}, \quad (3.24)$$

де  $T_{\pi ij}, \bar{T}_{\pi ij}$  – відповідно значення загальних і середніх витрат часу  $i$ -го пасажера на пересування  $j$ -м варіантом шляху,  $j = 1, 2, \dots, r_i$ , хв;

$C_{\pi ij}, \bar{C}_{\pi ij}$  – відповідно значення загальної і середньої вартості пересування  $i$ -го пасажера  $j$ -м варіантом шляху,  $j = 1, 2, \dots, r_i$ , грн.

Тоді корисність першого шляху для першого пасажера буде рівна, табл. 3.9,

$$U_{11} = 2,564 - 1,063 \cdot 0,879 - 0,736 \cdot 0,727 = 1,095.$$

Ймовірність вибору шляху пересування для лінійного способу перетворення частоти в привабливість згідно з виразом (2.17) можна представити таким чином

$$P_{ij} = \frac{2,564 - 1,063 \cdot \frac{T_{\pi ij}}{\bar{T}_{\pi ij}} - 0,736 \cdot \frac{C_{\pi ij}}{\bar{C}_{\pi ij}}}{\sum_{l=1}^{r_i} \left( 2,564 - 1,063 \cdot \frac{T_{\pi il}}{\bar{T}_{\pi il}} - 0,736 \cdot \frac{C_{\pi il}}{\bar{C}_{\pi il}} \right)}. \quad (3.25)$$

Ймовірність вибору першого шляху серед наявних у першого пасажера альтернатив буде рівна, табл. 3.9,

$$P_{11} = \frac{1,095}{1,095 + 0,435} = 0,72.$$

Результати розрахунків теоретичних значень функції корисності і ймовірності вибору на її основі згідно з даними пробної вибірки і лінійним перетворенням частоти у привабливість зведені в табл. 3.9. Якість отриманої моделі вибору (3.25) перевірена за допомогою розробленого критерію перевірки на адекватність. Результати перевірки представлені в табл. 3.10.

Таблиця 3.9

**Результати розрахунків теоретичних значень корисності і ймовірності вибору шляху пересування для лінійної моделі**

Номер анкети	Номер альтернативи	Час пересування $T_{\Pi}$	Вартість пересування $C_{\Pi}$	Частота вибору $\nu$	Теоретична корисність $U$	Теоретична ймовірність $P$
1	1	47	2	0,8	1,095	0,72
	2	60	3,5	0,2	0,435	0,28
2	1	33	2,75	0,4	0,930	0,41
	2	37	2,5	0,4	0,880	0,38
	3	42	3,5	0,2	0,485	0,21
3	1	36	3	0,6	1,031	0,67
	2	42	5	0,4	0,499	0,33
4	1	46	3	0,6	1,053	0,46
	2	51	4,5	0,2	0,673	0,29
	3	56	4,5	0,2	0,569	0,25
5	1	25	3	0,4	1,003	0,44
	2	26	4	0,4	0,773	0,34
	3	30	4,5	0,2	0,519	0,23
6	1	34	1,5	0,6	1,061	0,69
	2	42	2,5	0,4	0,469	0,31
7	1	43	3	0,6	1,007	0,66
	2	48	5	0,4	0,523	0,34
...	...	...	...	...	...	...
31	1	38	3	0,6	1,038	0,68
	2	45	5	0,4	0,492	0,32

**Оцінка адекватності лінійної моделі вибору шляху пересування,  
побудованої за даними пробної вибірки**

с	Показник	Значення за моделлю	
		лінійною	рівноможливою
1	Критерій адекватності моделі вибору $s_N^2$	4,864	21,233
2	Кількість ступенів свободи	33	35
3	Ймовірність критерію $s_N^2$	1,0	0,97

За даними табл. 3.10 видно, що побудована лінійна модель вибору пасажирями шляху пересування є адекватною, оскільки значення критерію  $s_N^2$  для неї істотно менше за значення для рівноможливої моделі. При цьому близькість отриманих значень ймовірності критерію в даних моделях пояснюється майже рівною кількістю ступенів свободи: для випадку рівноможливого вибору вона дорівнює 35, а для лінійної моделі – 33, але це не зменшує якості останньої.

Далі згідно з методикою розрахунку об'єму вибірки необхідно перевірити достатність даних пілотного обстеження. Для цього необхідно знайти параметри (3.12) – (3.17) і перевірити виконання умови знакопостійності інтервальних оцінок коефіцієнтів регресії пробної вибірки (3.18).

Першою на підставі даних пробної вибірки буде розрахована сума різниць квадратів (3.15)

$$\begin{aligned} \hat{c}_{\min}^2 = & (1 - 2,564 - 1,063 \cdot 0,879 - 0,736 \cdot 0,727)^2 + (0,25 - 2,564 - \\ & - 1,063 \cdot 1,121 - 0,736 \cdot 1,273)^2 + \dots + (0,667 - 2,564 - \\ & - 1,063 \cdot 1,084 - 0,736 \cdot 1,25)^2 = 1,315 \end{aligned}$$

Тоді середньоквадратичне відхилення, визначене по залежності (3.14) для пробної вибірки складе

$$\hat{\sigma}_{I_{\Pi}} = \sqrt{\frac{1,315}{67 - 2 - 1}} = \sqrt{0,021} = 0,143.$$

Дисперсії оцінок коефіцієнтів ФК  $\bar{b}_k$ , які є елементами головної діагоналі матриці  $\bar{B}^{-1}$ , можуть бути отримані по залежності (3.17)

$$\bar{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1,009 & 1,015 \\ 1 & 1,015 & 1,042 \end{pmatrix}.$$

Тоді

$$\bar{B}^{-1} = \{\bar{b}_k\} = \begin{pmatrix} 141,913 & -184,979 & 44,063 \\ -184,979 & 292,360 & -107,377 \\ 44,063 & -107,377 & 63,313 \end{pmatrix}.$$

Таким чином, дисперсія для оцінки коефіцієнта  $\hat{a}_0$  функції корисності дорівнює першому елементу головної діагоналі матриці  $\bar{B}^{-1}$

$$\bar{b}_{\hat{a}_0} = 141,913.$$

Інші коефіцієнти моделі розраховуються аналогічно, результати представлені в табл. 3.11.

Для перевірки виконання умови знакопостійності інтервальних оцінок коефіцієнтів регресії пробної вибірки  $\alpha$ -квантиль розподілу Стюдента при заданій кількості ступенів свободи ( $67 - 2 - 1 = 64$ ) визначається як

$$\alpha = \hat{a}_k \sqrt{P}, \quad (3.26)$$

де  $P$  – ймовірність того, що міра впливу усіх значущих коефіцієнтів  $\hat{a}_k$  на відповідні їм фактори моделі визначена вірно,  $P = 0,95$ .

Виходячи з того, що в результаті регресійного аналізу значущими виявилися вільна змінна, час пересування і вартість пересування (загалом 3 фактори), величина  $\alpha$  рівна

$$\alpha = \sqrt[3]{0,95} = 0,983,$$

а відповідне цій ймовірності значення  $\alpha$ -квантиля розподілу Стюдента при 34 ступенях свободи рівне

$$\hat{t}_{0,983} = 2,167.$$

Таблиця 3.11

**Зведена таблиця розрахунку достатньої кількості респондентів  
для побудови лінійної моделі вибору шляху пересування на основі пробної вибірки**

№ з/п	Показник	Значення	№ з/п	Показник	Значення
1	Об'єм пробної вибірки $n_{\text{п}}$	31	8	Середньоквадратичне відхилення за даними пробної вибірки $\hat{\sigma}_{I_{\text{п}}}$	0,143
2	Кількість факторів моделі	2	9	$\alpha$ -квантиль розподілу Стьюдента ( $\alpha = 0,983$ ) $\hat{t}_{\alpha}$	2,167
3	Кількість ступенів свободи ( $I_{\text{п}} - m - 1$ )	64	10	Кількість рівнянь, необхідна для виконання умови знакопостійності коефіцієнтів регресії при 95 % довірчої ймовірності $J_{\text{зк}}$	25
4	Кількість альтернативних варіантів пересування (рівнянь регресії) $I_{\text{п}}$	67			
5	Дисперсії оцінок параметрів регресії	$\bar{b}_0$ 141,913 $\bar{b}_2$ 292,360 $\bar{b}_4$ 63,313	11	$\alpha$ -квантиль розподілу Стьюдента для симетричного інтервалу ( $\alpha = 0,992$ ) $t_{\alpha}$	2,451
6	Коефіцієнти функції корисності	$\hat{a}_0$ 2,564 $\hat{a}_2$ -1,063 $\hat{a}_4$ -0,736	12	Задана відносна погрішність коефіцієнтів моделі генеральної сукупності $\beta_{a_k}$	0,4
7	Значення суми різниць квадратів $c_{\text{min}}^2$	1,315	13	Достатня кількість респондентів для моделювання вибору шляху пересування, $N$	92



Тоді умова знакопостійності інтервальної оцінки (3.18) для коефіцієнтів регресії  $\hat{a}_0$ ,  $\hat{a}_2$ ,  $\hat{a}_4$  за даними пробної вибірки буде мати наступний вигляд:

$$\text{для } \hat{a}_0 \quad |2,564| \geq 2,167 \cdot 0,143 \cdot \sqrt{\frac{141,913}{67}} \quad \text{або} \quad |2,564| \geq 0,451;$$

$$\text{для } \hat{a}_2: \quad |-1,063| \geq 2,167 \cdot 0,143 \cdot \sqrt{\frac{292,360}{67}} \quad \text{або} \quad |-1,063| \geq 0,647;$$

$$\text{для } \hat{a}_4: \quad |-0,736| \geq 2,167 \cdot 0,143 \cdot \sqrt{\frac{63,313}{67}} \quad \text{или} \quad |-0,736| \geq 0,301.$$

Умова (3.18) для коефіцієнтів ФК виконана і це означає, що зібраний об'єм пробної вибірки є достатнім для її подальшого використання.

Не дивлячись на те, що умова (3.18) для усіх коефіцієнтів моделі виконана, доцільно привести розрахунок мінімально можливої кількості рівнянь (альтернатив) пробної вибірки користуючись залежністю (3.19)

$$J_{\text{зк}(\hat{a}_2)} = \left( \frac{2,167 \cdot 0,143 \cdot \sqrt{292,360}}{|-1,063|} \right)^2 = 24,86 \approx 25 \text{ ед.}$$

Грунтуючись на приведених результатах розрахунків, можна стверджувати, що об'єм пробної вибірки з точки зору МНК є цілком достатнім для побудови моделі поведінки пасажирів в маршрутній системі зі значущими на 95 %-му рівні коефіцієнтами. Проте незначна за ймовірністю різниця в прогностичних здатностях отриманої моделі у порівнянні з рівноможливою моделлю (табл. 3.10) диктує необхідність підвищення вимог до коефіцієнтів регресії. Це можна зробити шляхом зменшення значення відносної погрішності коефіцієнтів моделі для вибіркової сукупності в два рази, тобто прийняти  $\beta_{a_k} = 0,4$ . Даний прийом приводить до умови (3.22) і робить можливим отримання шуканої величини – достатньої кількості анкет для формування моделі вибору шляху пересування.

Для розрахунку величини (3.22) необхідно визначити середньоквадратичну помилку (3.21) і відносну погрішність коефіцієнтів

моделі вибіркової сукупності (3.23). Так, на основі виразу (3.20) величина середньоквадратичної помилки (3.21) для коефіцієнта моделі  $\hat{a}_0$  буде рівною

$$\mu_{\hat{a}_0} = \sqrt{\frac{141,913 \cdot 0,021}{67}} = 0,208.$$

Розрахунок для інших коефіцієнтів моделі робиться аналогічно.

Для визначення відносної погрішності коефіцієнтів моделі, побудованої за даними вибіркової сукупності, необхідно задати ймовірність потрапляння випадкової величини з розподілом Стюдента у симетричний інтервал. Ця ймовірність визначається як

$$\alpha = \left( \frac{\hat{a}_k \sqrt{P}}{2} + \frac{1}{2} \right). \quad (3.27)$$

У випадку трьох значущих факторів величина  $\alpha$  рівна

$$\alpha = \left( \frac{\sqrt[3]{0,95}}{2} + \frac{1}{2} \right) = 0,992,$$

а відповідне цій ймовірності значення  $\alpha$ -квантиля розподілу Стюдента при 64 ступенях свободи

$$\hat{t}_{0,992} = 2,451.$$

Тоді величина відносної погрішності (3.23) для коефіцієнтів моделі, побудованої за даними вибіркової сукупності, буде рівна:

$$\text{для } \hat{a}_0: \hat{\beta}_{\hat{a}_0} = \frac{2,451 \cdot 0,208}{|2,564|} = 0,199;$$

$$\text{для } \hat{a}_2: \hat{\beta}_{\hat{a}_2} = \frac{2,451 \cdot 0,208}{|-1,063|} = 0,689;$$

$$\text{для } \hat{a}_4: \hat{\beta}_{\hat{a}_2} = \frac{2,451 \cdot 0,208}{|-0,736|} = 0,469.$$

Згідно з викладеною в підрозділі 3.1 методикою розрахунок по

залежності (3.22) робиться окремо для кожного коефіцієнта МВ, а остаточною відповіддю є максимальне з отриманих значень, округлене до цілого у більший бік

$$N = \max_{k=0,2,4} \left( \frac{0,689}{0,4} \right)^2 \cdot 31 = 92 \text{ ед.}$$

Таким чином, відповідно до розробленої методики кількість анкет обстеження для побудови лінійної моделі вибору пасажиром шляху пересування має бути збільшена до 92 анкет.

Розрахунок величини  $N$  для інших моделей вибору шляху (окрім лінійної це показникова модель і моделі, побудовані на основі перетворення Бокс-Кокс і правила Кірхгофа) по кожному з підходів (метод додаткових коефіцієнтів і метод нормування факторів) робиться аналогічно. Підсумки перевірки моделей вибору шляху на адекватність як за допомогою регресійної статистики, так і за допомогою критерію  $s_N^2$ , зведені до табл. 3.12 і 3.13.

Таблиця 3.12

**Звідна характеристика адекватності моделей вибору шляху пересування (метод нормування факторів)**

Вид залежності між частотою вибору і привабливістю	Функція корисності	Множинний коефіцієнт кореляції $R^2$	Критерій Фішера $F$	Критерій адекватності, $s_N^2$	Ймовірність критерію $s_N^2$	Достатня кількість анкет $N$
1	2	3	4	5	6	7
Лінійна	$U_{ij} = 2,564 - 1,063 \cdot \frac{T_{nij}}{T_{nij}} - 0,736 \cdot \frac{C_{nij}}{C_{nij}}$	0,863	92,96	4,86	$1-2,86 \cdot 10^{-4}$	92
Показникова	$U_{ij}^{Expon.} = \exp(2,468 - 0,812 \cdot \frac{T_{nij}}{T_{nij}} - 0,909 \cdot \frac{C_{nij}}{C_{nij}})$	0,885	115,06	5,94	$1-4,67 \cdot 10^{-4}$	143

1	2	3	4	5	6	7
Бокс-Кокс	$U_{ij}^{Box-Cox} = \exp\left(\left[-\beta/\lambda\right] \cdot \left[\left(1,834 - 0,581 \cdot \frac{T_{nij}}{T_{nij}} - 0,378 \cdot \frac{C_{nij}}{C_{nij}}\right)^\lambda - 1\right]\right)$ де $\beta = -3,5, \lambda = 3$	0,744	39,59	4,82	$1-2,81 \cdot 10^{-4}$	202
Кірхгофа	$U_{ij}^{Kh} = \left(1,567 - 0,410 \cdot \frac{T_{nij}}{T_{nij}} - 0,238 \cdot \frac{C_{nij}}{C_{nij}}\right)^{-\tau}$ , де $\tau = -4$	0,804	58,58	4,87	$1-2,87 \cdot 10^{-4}$	121
–	Рівноможлива модель	–	–	21,24	0,97	–

Таблиця 3.13

**Звідна характеристика адекватності моделей вибору шляху пересування  
(метод додаткових коефіцієнтів)**

Вид залежності між частотою вибору і привабливістю	Функція корисності	Множинний коефіцієнт кореляції $R^2$	Критерій Фішера $F$	Критерій адекватності, $s_N^2$	Ймовірність критерію $s_N^2$	Достатня кількість анкет, $N$
1	2	3	4	5	6	7
Лінійна	$U_{ij} = 7,020 - 0,069 \cdot T_{nij} - 0,522 \cdot C_{nij}$	0,834	2,43	2,33	$1-8,49 \cdot 10^{-5}$	51
Показникова	$U_{ij}^{Expn.} = \exp(2,857 - 0,02 \cdot T_{nij} - 0,293 \cdot C_{nij})$	0,745	1,35	4,88	$1-2,88 \cdot 10^{-4}$	248
Бокс-Кокс	$U_{ij}^{Box-Cox} = \exp\left(\left[-\beta/\lambda\right] \cdot \left[\left(1,898 - 0,013 \cdot T_{nij} - 0,103 \cdot C_{nij}\right)^\lambda - 1\right]\right)$ де $\beta = -3,5, \lambda = 3$	0,889	4,03	7,28	$1-8,39 \cdot 10^{-4}$	181

1	2	3	4	5	6	7
Кірхгофа	$U_{ij}^{Kh} = (2,176 - 0,015 \cdot T_{nij} - 0,077 \cdot C_{nij})^{-\tau}$ , де $\tau = -4$	0,977	22,06	2,83	$1-1,09 \cdot 10^{-4}$	49
–	Рівноможлива модель	–	–	21,24	0,97	–

З таблиць видно, що на цьому об'ємі спостережень обидва методи визначення коефіцієнтів функції корисності дозволяють отримати моделі, що мають досить високі прогностичні здатності. У випадку використання методу нормування факторів (табл. 3.12) найбільш адекватною виявилася модель, отримана з використанням перетворення Бокс-Кокс. Незважаючи на не найвище значення множинного коефіцієнта кореляції, вона забезпечує мінімальні розбіжності між теоретичними і емпіричними значеннями ймовірності вибору шляху, що підтверджується розробленим критерієм  $s_N^2$ .

У випадку застосування методу додаткових коефіцієнтів кращою МВ шляху пересування згідно з критерієм адекватності  $s_N^2$  є модель, отримана з використанням правила Кірхгофа, оскільки вона забезпечує мінімальні відхилення теоретичних і емпіричних значень ймовірності вибору шляху.

За підсумками проведених розрахунків було визначено, що достатня кількість анкет обстеження, необхідна для побудови МВ пасажиром шляху пересування, має бути не менша 248 од.

## Висновки

1. З точки зору розробленого критерію при проведенні натурних обстежень з метою визначення відносної частоти вибору пасажиром того чи іншого шляху пересування досить здійснити п'ятиденне спостереження за кожним пасажиром.

2. Запропонований спосіб визначення достатньої кількості респондентів, вибір яких необхідно досліджувати для побудови моделі вибору шляху пересування в маршрутній системі міста, передбачає проведення пробного обстеження і на основі його результатів – визначення кількості респондентів для кожного варіанту моделі. При

цьому серед отриманих значень кількості респондентів слід вибрати найбільше і округлити його до цілого у більший бік.

3. Для знаходження функції привабливості шляху пересування найбільш придатним є метод безпосередньої фіксації вибору за допомогою анкет. Розроблена анкета і проведене з використанням вказаного методу пробне обстеження в м. Харкові дозволили отримати вибірку зі значень факторів, що впливають на вибір пасажиром шляху пересування – відстань, час і вартість пересування, коефіцієнт заповнення салону автобуса при посадці і кількість пересадок. Також був отриманий перелік альтернативних шляхів і на основі частоти вибору цих шляхів розраховані їх привабливості.

4. Запропонований спосіб визначення достатнього об'єму вибірки для побудови регресійної моделі вибору шляху пересування в маршрутній системі міста, заснований на підході до оцінки граничної помилки вибіркового середнього, дозволив встановити, що для побудови моделей необхідно опитати не менше 248 пасажирів.

## **4 ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ФУНКЦІЇ ПРИВАБЛИВОСТІ ШЛЯХУ ПЕРЕСУВАННЯ В МАРШРУТНІЙ СИСТЕМІ МІСТА**

Функція корисності  $i$ , відповідно, модель вибору шляху пересування є основою для моделювання розподілу потоків пасажирів по маршрутних мережах міст, без якого складно будувати плани їх розвитку. Це вказує на необхідність отримання найбільш адекватної моделі вибору шляху, для чого були розроблені способи перетворення частоти вибору шляху пересування у його привабливість. Дані способи дають можливість сформуванню різних варіантів функції корисності  $i$ , як наслідок, моделі вибору шляху. Також у другому розділі книги запропонований критерій перевірки зазначених моделей на адекватність. Вибір серед запропонованих моделей найбільш адекватної дозволить зробити точнішим розрахунок навантаження на ділянки міської маршрутної мережі і дозволить розробити пропозицій по її удосконаленню.

### **4.1 Формування моделей вибору пасажиром шляху пересування та оцінка їх адекватності**

Як і в попередньому розділі монографії, об'єктом для проведення обстежень з метою побудови моделей вибору пасажиром шляху пересування було обране м. Харків. Обстеження трудових пересувачів міського населення було проведено методом безпосередньої фіксації вибору за допомогою анкет. В результаті було зібрано 347 фактично придатних до обробки анкет, що є достатньою кількістю, оскільки перевищує розраховану у третьому розділі мінімально необхідну кількість 248 од.

Обробка анкет дозволила отримати необхідну інформацію про фактори, що визначають вибір пасажиром. Особливістю обробки зібраних даних стало розташування альтернатив пересування у порядку, згідно з яким перше місце в наборі можливих альтернатив одного пасажиром завжди займає шлях, що характеризується найбільшою частотою вибору у порівнянні з іншими. Отримана після такої обробки інформація є основою для формування МВ пасажиром шляху пересування. Сформуванню згаданих моделей можна, застосувавши запропо-

нований у підрозділі 2.2 підхід, порядок використання якого описаний нижче.

#### 4.1.1 Використання методу нормування факторів для формування функції корисності шляху пересування

На першому етапі формування ФК і, відповідно, МВ шляху перевіряється доцільність побудови моделі як такої шляхом визначення ймовірності критерію  $s_N^2$  для рівноможливої моделі і його порівняння на заданому рівні значущості  $(1 - \alpha_s)$  з табличним значенням величини  $\chi^2$ -розподілу з  $(N - m)$  ступенями свободи. Важливо відмітити, що цей етап виконується поряд із припущенням про рівноможливий вибір пасажиром шляху пересування, тобто коли на вибір не впливає жоден фактор, а  $m$  відповідає вільній змінній, рівній 1. Для правильного визначення кількості ступенів свободи необхідно врахувати кількість анкет, яка відповідає вибору двох, трьох і більше альтернатив пересування. Так, серед усієї сукупності зібраних анкет 320 од. відповідають вибору з двох шляхів пересування, 24 од. – вибору з трьох альтернатив і 3 од. – вибору з чотирьох альтернатив. Тоді кількість ступенів свободи, що відповідає ситуації рівноможливого вибору, буде рівна

$$(N - m) = [320 \cdot (2 - 1) + 24 \cdot (3 - 1) + 3 \cdot (4 - 1)] - 1 = 376.$$

Величина критерію  $s_N^2$  визначається по формулі (2.39). При цьому в даній ситуації рівноможливого вибору шляху теоретична ймовірність  $P_{ij}$  для двох альтернатив дорівнює 0,5, для трьох – 0,33, і, відповідно, для чотирьох – 0,25. Таким чином, при частотах вибору шляху пересування, зафіксованих протягом обстеження, критерій,  $s_N^2$  рівний

$$s_N^2 = \frac{5 \cdot (0,8 - 0,5)^2}{0,5} + \frac{5 \cdot (0,2 - 0,5)^2}{0,5} + \dots + \frac{5 \cdot (0,6 - 0,5)^2}{0,5} + \frac{5 \cdot (0,4 - 0,5)^2}{0,5} = 391,242.$$



При  $\alpha_s = 0,95$  табличне значення  $\chi^2$ -розподілу при кількості ступенів свободи 376 буде рівне  $\chi_{0,95}^2 = 422,214$ . Порівняння величин  $s_N^2$  і  $\chi_{\alpha_s}^2$  дозволяє зробити висновок, що рівноможлива модель придатна для опису емпіричного матеріалу. Не дивлячись на те, що для цієї моделі відхилення прогнозних значень ймовірності від фактичних досить великі, вона може бути розглянута як альтернатива іншим МВ.

На другому кроці необхідно знайти коефіцієнтів ФК згідно з теоретичними основами, представленими в підрозділі 2.3, з урахуванням всіх факторів, що визначають вибір шляху. Виконання цього етапу починається з перетворення емпіричної частоти вибору шляху  $v_{ij}$  в його привабливість  $\Pi_{ij}$ , що можна зробити з використанням будь-якої із залежностей (2.12), (2.14) – (2.16). Для прикладу буде наведений розрахунок за залежністю (2.12), тобто зроблено лінійне перетворення частоти вибору шляху в його привабливість.

Для зазначеного перетворення кількість шляхів пересування для пасажера, що заповнив першу анкету, рівна двом. Частота вибору першого шляху дорівнює 0,8, другого – 0,2. Перетворення цих величин у привабливість шляху робитися наступним чином:

- використовуючи умови (2.10) і (2.11) визначається привабливість усіх варіантів пересування

$$\Pi_{11} = 1,$$

$$\Pi_{12} = \Pi_{11} \cdot \frac{v_{12}}{v_{11}} = 1 \cdot \frac{0,2}{0,8} = 0,25.$$

Аналогічним чином робитися розрахунок для усіх інших анкет і відбитих в них альтернатив пересування.

Даний підхід до знаходження коефіцієнтів ФК заснований на методі нормування факторів (підрозділ 2.2) і спрямований на заміну фактичних значень факторів, що визначають вибір пасажиром шляху пересування, величиною, розрахованою по залежності (2.6). На прикладі такого фактора, як відстань пересування при виборі першої альтернативи в першій анкеті, нормування відбувається наступним чином. Визначається середнє арифметичне абсолютних відстаней

пересування

$$\bar{l}_{п11} = \frac{8,3 + 8,5}{2} = 8,4 \text{ км.}$$

Після цього нормована величина цього фактора для першого і другого шляху відповідно рівні

$$\hat{l}_{п11} = \frac{l_{п11}}{\bar{l}_{п11}} = \frac{8,3}{8,4} = 0,988, \quad \hat{l}_{п12} = \frac{l_{п12}}{\bar{l}_{п11}} = \frac{8,5}{8,4} = 1,012.$$

Перетворення усіх інших факторів проводиться аналогічно для кожного шляху пересування в межах кожної анкети.

Представивши як залежну (шукану) змінну привабливість шляху пересування, виражену одним з можливих способів (в даному випадку за допомогою лінійної залежності між частотою і привабливістю), а як незалежні змінні – нормовані значення факторів, – можна за допомогою МНК вирішити систему (2.9). Знайдені таким чином коефіцієнти дозволяють записати ФК вибору пасажиром тієї чи іншої альтернативи

$$U_{ij} = 3,738 - 0,620 \cdot \frac{l_{пij}}{\bar{l}_{пij}} - 2,034 \cdot \frac{T_{пij}}{\bar{T}_{пij}} + 0,096 \cdot \frac{\gamma_{ij}}{\bar{\gamma}_{ij}} - \\ - 0,479 \cdot \frac{C_{пij}}{\bar{C}_{пij}} + 0,008 \cdot \frac{Tr_{ij}}{\bar{Tr}_{ij}}$$

Ця залежність, як вже згадувалося, є наслідком лінійного перетворення частоти вибору шляху в його привабливість. Для інших перетворень дії виконуються аналогічно. Функції корисності та їх характеристика представлені в табл. 4.1, 4.2.

Наступний, третій етап формування МВ передбачає оцінку якості отриманої ФК за допомогою регресійної статистики, дисперсійного аналізу і характеристики коефіцієнтів рівняння регресії за допомогою критерію Стюдента.

Даний аналіз дозволить визначити прогностичну здатність теоретичної ФК і якість отриманої залежності в цілому за рахунок визначення тісноти зв'язку між привабливістю шляху і факторами, які її визначають.

Таблиця 4.1

## Характеристика функції корисності, визначеної за допомогою методу нормування факторів

№ з/п	Характеристика перетворення	Лінійного	Показникового	Бокс-Кокс	Кірхгофа
1	Множинний коефіцієнт кореляції	0,750	0,789	0,699	0,728
2	Множинний коефіцієнт детермінації	0,563	0,623	0,489	0,530
3	Нормований коефіцієнт детермінації	0,560	0,620	0,486	0,527
4	Стандартна помилка	0,213	0,183	0,139	0,085
5	Критерій Фішера: - розрахунковий - табличний	185,06	236,94	137,70	162,00
		2,227	2,227	2,227	2,227

Таблиця 4.2

## Характеристики коефіцієнтів функції корисності, визначеної за допомогою методу нормування факторів

№ з/п	Параметр		Значення	t-статистика	Значення	t-статистика	Значення	t-статистика	Значення	t-статистика
1	Вільна змінна	$\hat{a}_0$	3,738	26,236	3,545	28,167	2,501	25,989	2,010	34,232
2	Відстань пересування $\hat{l}_{пij}$ , км	$\hat{a}_1$	-0,620	-3,861	-0,501	-3,534	-0,320	-2,949	-0,237	-3,579
3	Час пересування $\hat{T}_{пij}$ , хв	$\hat{a}_2$	-2,034	-18,643	-1,943	-20,163	-1,118	-15,177	-0,742	-16,510
4	Коефіцієнт заповнення салону $\hat{\gamma}_{ij}$	$\hat{a}_3$	0,096	2,034	0,085	2,039	0,048	1,498	0,035	1,802
5	Вартість пересування $\hat{C}_{пij}$ , грн.	$\hat{a}_4$	-0,479	-11,846	-0,469	-13,135	-0,273	-10,004	-0,175	-10,496
6	Наявність пересадки $\hat{T}r_{ij}$ , од.	$\hat{a}_5$	0,008	0,586	-0,003	-0,251	-0,002	-0,266	0,003	0,593

Критерій Стюдента дозволить виділити значущі фактори, які мають істотний вплив на результуючу ознаку (привабливість шляху), а значить, впливають на якість ФК. Отримати значення цього критерію можна за допомогою вбудованої в програму *Statistica* 10 функції, доступної при роботі з інструментом «Множинна регресія». Отриманий результат для ФК, побудованої як на основі лінійного перетворення частоти вибору шляху в його привабливість, так і на основі інших варіантів перетворення, представлений в табл. 4.1, 4.2.

З табл. 4.1 видно, що згідно з регресійною статистикою і дисперсійним аналізом (табличне значення критерію Фішера дорівнює 2,227) усі отримані ФК можуть вважатися такими, які з достатньою точністю описують привабливість шляху. Проте критерій Стюдента показує інші результати, згідно з якими можна виділити два незначущі фактори: наявність пересадки – зовсім не чинить впливу на результуючу ознаку; коефіцієнт заповнення салону – суперечить здоровому глузду, оскільки виходить, що при збільшенні даного показника ймовірність вибору відповідного шляху збільшується.

Не дивлячись на те, що такі фактори, як відстань і час поїздки, є значущими, в ході дослідження було прийнято рішення проаналізувати міру впливу кожного з них на привабливість шляху пересування. Відомо, що дані фактори досить тісно пов'язані між собою і тому можна враховувати якийсь один з них – той, який чинить найбільший вплив на величину результуючої ознаки. Оцінка парного кореляційного зв'язку між цими факторами і привабливістю шляху дозволила зробити висновок, що на наступному кроці моделювання доцільно використовувати час пересування – коефіцієнт кореляції для нього дорівнює 0,692 на відміну від коефіцієнта кореляції для відстані пересування, рівного 0,527.

Таким чином, четвертим етапом формування моделі вибору шляху можна вважати виключення незначущих факторів з ФК (для даного випадку – відстані пересування, коефіцієнта заповнення салону і наявності пересадки) і повтор розрахунку коефіцієнтів функції для кожного з даних перетворень частоти у привабливість. Характеристика параметрів регресії скорегованої ФК, отриманої з використанням лінійного перетворення частоти, представлена в табл. 4.3, 4.4.

Дані табл. 4.3 показують, що функція корисності, що враховує вплив двох значущих факторів – часу і вартості пересування – та отримана при використанні лінійного перетворення частоти вибору

шляху в його привабливість має добрі прогностичні здібності і може бути використана для розрахунку ймовірності вибору пасажиром шляху пересування.

Таблиця 4.3

**Характеристика скорегованої лінійної функції корисності шляху пересування**

№ з/п	Характеристика	Значення
1	Множинний коефіцієнт кореляції	0,759
2	Множинний коефіцієнт детермінації	0,577
3	Нормований коефіцієнт детермінації	0,575
4	Стандартна помилка	0,209
5	Критерій Фішера: - розрахунковий - табличний	490,85 3,008

Таблиця 4.4

**Характеристика параметрів скорегованої лінійної функції корисності шляху пересування**

№ з/п	Параметр	Коефіцієнт моделі	Значення	t-статистика
1	Вільна змінна	$\hat{a}_0$	3,503	38,564
2	Час пересування $\hat{T}_{п}$ , хв	$\hat{a}_2$	-2,293	-25,744
3	Вартість пересування $\hat{C}_{пij}$ , грн.	$\hat{a}_4$	-0,504	-12,900

Скорегована функція корисності для отриманого набору даних має вигляд

$$U_{ij} = 3,503 - 2,293 \cdot \frac{T_{пij}}{\bar{T}_{пij}} - 0,504 \cdot \frac{C_{пij}}{\bar{C}_{пij}}.$$

За результатами обробки анкет обстеження вибору шляху пересування корисності першого і другого шляху для першого пасажира будуть рівні

$$U_{11} = 3,503 - 2,293 \cdot 0,934 - 0,504 \cdot 0,875 = 0,920;$$

$$U_{12} = 3,503 - 2,293 \cdot 1,066 - 0,504 \cdot 1,125 = 0,491.$$

На п'ятому етапі методики формування МВ шляху пересування слід розрахувати ймовірність його вибору. Так, для прийнятого способу перетворення частоти ймовірність вибору шляху визначатиметься за залежністю (2.12)

$$P_{11} = \frac{0,920}{0,920 + 0,491} = 0,65;$$

$$P_{12} = \frac{0,491}{0,920 + 0,491} = 0,35.$$

Для інших перетворень частоти вибору шляху в його привабливість визначення коефіцієнтів ФК і розрахунок ймовірності вибору шляху проводиться аналогічно. Результати перевірки адекватності отриманих моделей вибору представлені в табл. 4.5.

Шостим і останнім етапом методики побудови ФК і визначення ймовірності вибору на її основі є оцінка адекватності отриманої функції (регресійної залежності) і моделі вибору шляху в цілому. Дані табл. 4.5 вказують на те, що отримані регресійні залежності мають хороші прогностичні здібності за показниками регресійного і дисперсійного аналізу (табличне значення критерію Фішера дорівнює 3,008).

Розрахунок критерію  $s_N^2$  для скорегованих ФК робиться аналогічно тому, як показано на першому етапі. Величина критерію для ФК, результуюча ознака в якій отримана за допомогою лінійного перетворення частоти у привабливість, розраховується як

$$s_N^2 = \frac{5 \cdot (0,8 - 0,65)^2}{0,65} + \frac{5 \cdot (0,2 - 0,35)^2}{0,35} + \dots + \frac{5 \cdot (0,6 - 0,68)^2}{0,68} + \frac{5 \cdot (0,4 - 0,32)^2}{0,32} = 171,221.$$

Отже, можна зробити висновок, що застосування розробленого методу нормування факторів для отримання коефіцієнтів ФК дозволяє отримати адекватні рівняння регресії, які можна використовувати для побудови моделей вибору шляху пересування.

Розроблений критерій  $s_N^2$  дозволяє вибрати найбільш адекватну модель вибору шляху – їй відповідає найменше значення критерію. В даному випадку такою моделлю є модель вибору, в якій коефіцієнти

ФК отримані з використанням значень привабливості, розрахованих в припущенні про можливість опису взаємозв'язку між частотою вибору шляху і його привабливістю правилом Кірхгофа.

Таблиця 4.5

**Зведена характеристика моделей вибору шляху пересування  
(метод нормування факторів)**

Вид залежності між частотою вибору і привабливістю	Функція корисності	Множинний коефіцієнт кореляції $R^2$	Критерій Фішера $F$	Критерій адекватності, $s_N^2$	Ймовірність критерію $s_N^2$
Лінійна	$U_{ij} = 3,503 - 2,293 \cdot \frac{T_{nij}}{\bar{T}_{nij}} - 0,504 \cdot \frac{C_{nij}}{\bar{C}_{nij}}$	0,759	490,85	171,221	$1-6,19 \times 10^{-10}$
Показникова	$U_{ij}^{Expon.} = \exp(3,372 - 2,159 \cdot \frac{T_{nij}}{\bar{T}_{nij}} - 0,497 \cdot \frac{C_{nij}}{\bar{C}_{nij}})$	0,783	572,18	191,178	$1-1,19 \times 10^{-11}$
Бокс-Кокс	$U_{ij}^{Box-Cox} = \exp\left(\left[-\beta/\lambda\right] \cdot \left[\left(2,383 - 1,256 \cdot \frac{T_{nij}}{\bar{T}_{nij}} - 0,291 \cdot \frac{C_{nij}}{\bar{C}_{nij}}\right)^\lambda - 1\right]\right)$ де $\beta = -3,5, \lambda = 3$	0,694	334,57	162,359	$1-5,18 \times 10^{-15}$
Кірхгофа	$U_{ij}^{Kh} = \left(1,919 - 0,842 \cdot \frac{T_{nij}}{\bar{T}_{nij}} - 0,185 \cdot \frac{C_{nij}}{\bar{C}_{nij}}\right)^{-\tau}$ , де $\tau = -4$	0,721	389,52	154,248	$1-4,69 \times 10^{-16}$
—	Рівноможлива модель	—	—	391,242	0,283

Тут же підтверджується той факт, що кожна з отриманих моделей вибору є кращою, ніж модель рівноможливого вибору, як за значенням критерію  $s_N^2$ , так і за його ймовірністю.

### 4.1.2 Використання методу додаткових коефіцієнтів для формування функції корисності шляху пересування

В даному підрозділі представлений детальний опис підходу до побудови ФК і отримання моделей вибору шляху згідно з методикою, викладеною в роботі [54]. Цей підхід виступає альтернативою розробленому, що дозволяє дати їм порівняльну характеристику і визначити придатність пропонованого підходу для моделювання вибору пасажиром шляху пересування. Використання альтернативного методу – методу додаткових коефіцієнтів передбачає виконання тих же дій, що і в підрозділі 4.1.1 за винятком другого етапу. Відмінність тут полягає в представленні даних для пошуку коефіцієнтів ФК. Нижче докладно представлені дії для виконання другого етапу методики з описом отриманих результатів і перевіркою їх на адекватність. Виділення етапів методики отримання ФК в цьому підрозділі не здійснюється з метою виключення дублювання інформації.

Використовуючи вираз (2.5) і залежність (2.12) для перетворення частоти у привабливість (для прикладу взята лінійна) масив даних для розрахунку ФК прийме вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 8,3 & 24 & 0,98 & 3,5 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 8,5 & 27,4 & 1,26 & 4,5 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 9,3 & 41,3 & 1,06 & 5 & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 9 & 39,8 & 1,5 & 3 & 0 & -0,33 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 8 & 39 & 0,90 & 2 & 0 & -0,33 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 3,3 & 26 & 1,2 & 2,5 & 0 & 0 & -1 & \dots & 0 \\ 1 & 4,3 & 33 & 0,9 & 2 & 0 & 0 & -0,25 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 1 & 10 & 27 & 1,2 & 5,75 & 1 & 0 & 0 & \dots & -1 \\ 1 & 11,9 & 35 & 1,2 & 5 & 1 & 0 & 0 & \dots & -0,67 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,075 \\ 0,002 \\ -0,002 \\ 0,007 \\ -0,008 \\ 0,031 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ 0,051 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0,25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} .$$

У даній формі подачі даних перший стовпець відповідає значенню базового фактора, що впливає на вибір пасажирів і знаходиться при вільній змінній  $\hat{a}_0$ . Усі розрахункові значення привабливості шляхів пересування, окрім привабливості першого шляху для першо-



го пасажира, перенесені в ліву частину виразу і утворюють діагональ з додаткових факторів з коефіцієнтами при них. Ці фактори недоцільно включати в підсумкову ФК, оскільки вони свідомо незначущі і грають лише допоміжну роль при визначенні коефіцієнтів шуканої функції.

Застосування МНК до отриманого масиву даних дозволяє записати ФК лінійного виду

$$U_{ij} = 0,075 + 0,002 \cdot l_{пij} - 0,002 \cdot T_{пij} + 0,007 \cdot \gamma_{ij} - 0,008 \cdot C_{пij} + 0,031 \cdot Tr_{ij}.$$

Для інших перетворень частоти вибору шляху в його привабливість (2.14) – (2.16) масив даних для розрахунку ФК проводиться аналогічно.

Результати перевірки адекватності цієї залежності, представлені в табл. 4.6, 4.7, показали, що вона має недостатньо хороші прогностичні здібності. При цьому незначущими згідно з *t*-статистикою є три фактори: відстань пересування, коефіцієнт заповнення салону і вартість пересування. Наявність пересадок, незважаючи на свою, здавалося б, значущість суперечить дійсності через додатний коефіцієнт при ній, як і у випадку обробки пробної вибірки в підрозділі 3.3.

Схожі результати отримані при перетворенні частоти у привабливість за допомогою показникової залежності, табл. 4.6, 4.7. Деякі інші результати отримані при використанні залежностей Бокс-Кокс і Кірхгофа, табл. 4.6, 4.7. Тут прогностичні здатності отриманих ФК згідно з регресійним аналізом є кращими. В даному випадку незначущими згідно з *t*-статистикою є два фактори: відстань пересування і коефіцієнт заповнення салону.

Наявність пересадок, як і у попередньому випадку, суперечить дійсному напряму її впливу на вибір пасажира. При цьому згідно з критерієм Фішера, табличне значення якого дорівнює 1,189, незначущими виявилися всі ФК.

Надалі доцільно повторити розрахунок коефіцієнтів ФК без урахування незначущих факторів і провести оцінку отриманих результатів.

Таблиця 4.6

**Характеристика лінійної функції корисності,  
отриманої за допомогою методу додаткових коефіцієнтів**

№ з/п	Характеристика перетворення	Лінійного	Показникового	Бокс-Кокс	Кірхгофа
1	Множинний коефіцієнт кореляції	0,263	0,290	0,441	0,615
2	Множинний коефіцієнт детермінації	0,069	0,084	0,194	0,378
3	Нормований коефіцієнт детермінації	-	-	-	-
4	Стандартна помилка	0,052	0,053	0,054	0,050
5	Критерій Фішера	0,079	0,097	0,255	0,644

Таблиця 4.7

**Характеристика параметрів лінійної функції корисності,  
отриманої за допомогою методу додаткових коефіцієнтів**

№ з/п	Параметр	Значення	<i>t</i> -статистика	Значення	<i>t</i> -статистика	Значення	<i>t</i> -статистика	Значення	<i>t</i> -статистика	
1	Вільна змінна	$\hat{a}_0$	0,075	3,510	0,086	3,785	0,208	6,584	0,444	11,555
2	Відстань пересування $l_{pij}$ , км	$\hat{a}_1$	0,002	1,195	0,002	1,176	0,004	1,930	0,003	1,187
3	Час пересування $T_{pij}$ , хв	$\hat{a}_2$	-0,002	-4,003	-0,002	-4,423	-0,004	-7,102	-0,006	-10,262
4	Коефіцієнт заповнення салону $\gamma_{ij}$	$\hat{a}_3$	0,007	0,638	0,011	0,932	0,017	1,275	0,021	1,598
5	Вартість пересування $C_{pij}$ , грн.	$\hat{a}_4$	-0,008	-1,963	-0,007	-1,776	-0,011	-2,480	-0,016	-3,980
6	Наявність пересадки $Tr_{ij}$ , од.	$\hat{a}_5$	0,031	2,952	0,033	2,981	0,046	3,748	0,057	4,841

З урахуванням вільної змінної і фактора, що залишився, – часу пересування – скорегована (без урахування незначущих факторів) характеристика параметрів регресії для лінійної моделі вибору представлена в табл. 4.8, 4.9.

Таблиця 4.8

**Характеристика скорегованої лінійної функції корисності шляху пересування**

№ з/п	Характеристика	Значення
1	Множинний коефіцієнт кореляції	0,194
2	Множинний коефіцієнт детермінації	0,037
3	Нормований коефіцієнт детермінації	-
4	Стандартна помилка	0,052
5	Критерій Фішера	0,042

Таблиця 4.9

**Характеристика параметрів скорегованої лінійної функції корисності шляху пересування**

№ з/п	Параметр	Коефіцієнт моделі	Значення	t-статистика
1	Вільна змінна	$\hat{a}_0$	0,051	3,079
2	Час пересування $T_{п}$ , хв	$\hat{a}_2$	-0,001	-3,255

Дані табл. 4.8, 4.9 також свідчать про відсутність покращення прогностичних здатностей моделі навіть при тому, що фактор, який залишився, і вільна змінна є значущими. Незважаючи на це, було прийнято рішення продовжити розрахунок коефіцієнтів ФК і ймовірності вибору на її основі разом з перевіркою отриманої моделі вибору на адекватність.

Такі дії є додатковою основою для прийняття або відкидання моделей вибору, що розробляються, і у разі їх прийнятної адекватності (за критерієм  $s_N^2$ ) – можливості вибору найкращої.

Таким чином, ФК у випадку використання лінійного перетворення емпіричної частоти вибору шляху в його привабливість та після виключення незначущих факторів набере вигляду

$$U_{ij} = 0,051 - 0,001 \cdot T_{пij}.$$

Нижче наведений приклад розрахунку корисності альтернатив пересування, наведених в першій анкеті, при лінійному способі перетворення частоти вибору шляху в його привабливість

$$U_{11} = 0,051 - 0,001 \cdot 24 = 0,027 ,$$

$$U_{12} = 0,051 - 0,001 \cdot 27,4 = 0,024 .$$

Ймовірність вибору шляху пересування визначається по залежності (2.12), яка для даного випадку отримує вигляд

$$P_{ij} = \frac{0,051 - 0,001 \cdot T_{pij}}{\sum_{l=1}^{r_i} 0,051 - 0,001 \cdot T_{pil}} .$$

Ймовірність вибору першої і другої альтернативи рівні відповідно

$$P_{11} = \frac{0,027}{0,027 + 0,024} = 0,51 ,$$

$$P_{12} = \frac{0,024}{0,027 + 0,024} = 0,49 .$$

Для шляхів, відбитих в інших анкетах, розрахунок проводиться аналогічно.

Теоретична ФК для інших перетворень частоти вибору шляху у привабливість має ту ж кількість значущих факторів, що і в розглянутому прикладі. Результат представлений в табл. 4.10.

Дані табл. 4.10 показують, що на зібраному масиві даних (347 анкет) ФК, отримані з використанням лінійної і показникової залежності, а також залежності Бокс-Кокс для перетворення частоти у привабливість, мають дуже низьку прогностичну здатність за критерієм множинного коефіцієнта кореляції.

Несуттєво кращим є цей показник для перетворення частоти у привабливість за допомогою правила Кірхгофа. Усі отримані залежності є незначущими за критерієм Фішера, табличне значення якого дорівнює 1,89. При цьому за критерієм адекватності  $s_N^2$  можна

виділити найбільш точну (адекватну) модель. Нею є модель, отримана за допомогою правила Кірхгофа, як і при використанні методу нормування факторів.

Таблиця 4.10

**Зведена характеристика адекватності моделей вибору шляху пересування (метод додаткових коефіцієнтів)**

Вид залежності між частотою вибору і привабливістю	Функція корисності	Множинний коефіцієнт кореляції $R^2$	Критерій Фішера $F$	Критерій адекватності, $s_N^2$	Ймовірність критерію $s_N^2$
Лінійна	$U_{ij} = 0,051 - 0,001 \cdot T_{пij}$	0,194	0,042	341,239	0,89
Показникова	$U_{ij}^{Expon.} = \exp(0,072 - 0,001 \cdot T_{пij})$	0,222	0,056	385,944	0,32
Бокс-Кокс	$U_{ij}^{Box-Cox} = \exp([- \beta / \lambda] \cdot [(0,198 - 0,003 \cdot T_{пij})^\lambda - 1])$ де $\beta = -3,5, \lambda = 3$	0,381	0,184	390,72	0,27
Кірхгофа	$U_{ij}^{Kh} = (0,422 - 0,005 \cdot T_{пij})^{-\tau}$ , де $\tau = -4$	0,572	0,526	247,84	1,0
–	Рівноможлива модель	–	–	391,24	0,28

Розрахунок ймовірності вибору пасажиром шляху пересування, заснований на методі додаткових коефіцієнтів, дозволяє зробити висновок, що цей метод визначення коефіцієнтів функції корисності досить чутливий до корисності шляху першої альтернативи, відбитої в першій за списком анкеті, – при досить великій кількості анкет обстеження і, відповідно, альтернатив пересування це значно знижує залежність між досліджуваними параметрами, що призводить до низької якості регресійної залежності (функції корисності) і моделі вибору шляху в цілому.

Отже, для вирішення завдання визначення ймовірності вибору пасажиром шляху пересування доцільно застосовувати метод нормування факторів, що забезпечує найбільш близькі до фактичних розрахункові ймовірності вибору. Практична придатність цього методу

може бути перевірена за допомогою порівняння значень пасажиропотоків, розрахованих з його використанням, з фактичними пасажиропотоками на маршрутній мережі міста.

## 4.2 Практичне застосування моделей вибору шляху пересування

Для практичного застосування будь-якої з розроблених моделей вибору шляху потрібна модель системи громадського транспорту міста з можливістю внесення в неї отриманих параметрів ФК. Подібні моделі були розроблені в програмі *VISUM* в результаті госпдоговірної і наукової роботи співробітників кафедри транспортних систем і логістики і кафедри транспортних технологій ХНАДУ. До міст, для яких побудовані такі моделі, відноситься і м. Харків, в якому проводилося обстеження вибору пасажирами шляхів пересування і для якого в попередньому підрозділі побудовані моделі вибору шляху. Серед останніх найбільш адекватною виявилася модель, отримана на основі правила Кірхгофа (як при використанні методу додаткових коефіцієнтів (МДК), так і при використанні методу нормування факторів (МНФ)), через що було прийнято рішення про ілюстрацію практичного застосування цієї моделі.

Як вихідні дані для розрахунку пасажиропотоків потрібні: матриця пасажирських кореспонденцій на громадському транспорті і параметри функції корисності. Матриця пасажирських кореспонденцій була отримана з роботи [123]. З цієї ж роботи були отримані фактичні пасажиропотоки на маршрутній мережі міста Харкова.

З метою розрахунку пасажиропотоків згідно з отриманою моделлю вибору шляху її параметри були внесені до вкладок «Опір» і «Вибір» вікна процедури перерозподілу пасажиропотоків. При цьому параметри, отримані по кожному з методів, – МДК і МНФ – вносилися окремо. Після реалізації процедури було здійснено порівняння розрахункових пасажиропотоків з фактичними, результати якого наведені в табл. 4.11.

Згідно з даними цієї таблиці середня відносна похибка розрахунку пасажиропотоків при використанні розробленої моделі вибору шляху виявилася найменшою і склала 7,1 %, в той час як при використанні МДК цей же показник склав 12,3 %. Такий результат вказує на практичну придатність методу нормування факторів для визна-

чення коефіцієнтів ФК і придатність отримуваних функцій для розподілу пасажиропотоків.

Таблиця 4.11

**Порівняння розрахункових пасажиропотоків з фактичними в місті Харків**

Ділянка мережі в VISUM		Пасажиропотік на ділянці, пас.,			Відносна погрішність розрахунку, %,	
з вузла №	до вузла №	фактичний	розрахований згідно з МДК	розрахований згідно з МНФ	розрахована згідно з МДК	розрахована згідно з МНФ
1	2	3	4	5	6	7
6052	6285	7538	7627	8128	1,2	7,8
6285	6052	2860	3372	3096	17,9	8,3
6127	6049	5801	6907	6098	19,1	5,1
6049	6127	1306	1112	1393	14,9	6,7
6020	6224	3161	3500	3289	10,7	4
6020	6223	2737	2210	2587	19,3	5,5
6020	6136	1162	1007	1343	13,3	15,6
6297	6109	2014	2415	2026	19,9	0,6
6109	6297	4810	5234	5053	8,8	5,1
6282	6013	306	354	320	15,7	4,6
6013	6282	3269	2744	3510	16,1	7,4
6009	6007	5855	6548	4824	11,8	17,6
6009	6276	6345	5783	6995	8,9	10,2
6273	6009	58466	47328	55744	19,1	4,7
6009	6273	30027	25865	28290	13,9	5,8
3034	6072	4365	4922	4171	12,8	4,4
3034	6188	2760	3149	2742	14,1	0,7
6208	4093	13248	10784	15579	18,6	17,6
6242	4113	5730	5117	5783	10,7	0,9
4113	6242	6669	5355	6337	19,7	5
6183	3086	9952	9321	9730	6,3	2,2
3086	6183	2567	2102	2488	18,1	3,1
3067	6289	18357	20435	19548	11,3	6,5
6289	3067	5773	4715	6104	18,3	5,7
3113	3115	4443	5211	4406	17,3	0,8
3115	3113	6010	4896	5838	18,5	2,9
3011	6196	8363	9866	8704	18	4,1
6196	3011	2212	2421	2320	9,4	4,9
6185	3012	4443	3667	4343	17,5	2,3

Закінчення табл. 4.11

1	2	3	4	5	6	7
3012	6185	1616	1888	1687	16,8	4,4
3142	3135	1962	2303	1920	17,4	2,1
3135	3142	1496	1759	1524	17,6	1,9
2030	3124	5354	5463	5318	2	0,7
3124	2030	3431	3941	3519	14,9	2,6
1043	6171	1020	1102	996	8	2,4
6171	1043	1344	1416	1496	5,4	11,3
4099	4100	2222	1964	2606	11,6	17,3
4100	4099	3960	4101	3808	3,6	3,8
1093	4063	53743	46049	50798	14,3	5,5
4063	1093	77307	89649	79975	16	3,5
1018	4014	3571	3969	3416	11,1	4,3
4014	1018	5529	5998	6576	8,5	18,9
4010	5081	1858	2137	1925	15	3,6
4020	4033	4519	4150	5123	8,2	13,4
4033	4020	4201	4038	4434	3,9	5,5
5075	5077	3040	2668	3536	12,2	16,3
5077	5075	3550	3606	3712	1,6	4,6
6269	5048	1313	1550	1433	18,1	9,1
5048	6269	2851	3123	2741	9,5	3,9
5049	5038	561	663	593	18,2	5,7
5038	5049	4511	5182	4396	14,9	2,5
5036	6312	24907	27903	25703	12	3,2
6312	5036	39529	31648	43978	19,9	11,3
5020	5023	6132	6848	7214	11,7	17,6
5020	6232	4284	4959	3926	15,8	8,4
5020	5021	824	984	843	19,4	2,3
2012	2014	7433	8859	6796	19,2	8,6
2001	2002	47179	39243	48701	16,8	3,2
2002	2001	14662	12764	17202	12,9	17,3
6153	2020	5341	4577	4598	14,3	13,9
2020	6153	4257	3710	3482	12,8	18,2
2049	2007	9541	7838	10805	17,8	13,2
2007	2049	4491	4130	5290	8	17,8

Підводячи підсумок під вищевикладеним, можна зробити висновок, що розроблений механізм пошуку коефіцієнтів за допомогою нормування факторів одночасно з перетворенням частоти вибору шляху в його привабливість може бути застосований при



формуванні моделей розподілу пасажирських кореспонденцій одночасно між видами транспорту і маршрутами одного або декількох видів громадського транспорту. Розроблений критерій адекватності дозволяє вибрати серед побудованих моделей вибору шляху пересування таку, яка забезпечує мінімальне відхилення розрахункових значень ймовірності від фактичних.

### 4.3 Особливості розрахунку параметрів функції корисності шляху пересування

Представлена методика формування моделей вибору пасажиром шляху пересування доводить, що використання МНК як інструменту пошуку коефіцієнтів функції корисності виправдане і доцільне для вирішення транспортних задач. При цьому розроблений критерій адекватності  $s_N^2$  довів свою придатність для визначення міри розбіжності теоретичних і емпіричних значень ймовірності вибору шляху пересування і вибору найкращої серед моделей, що розглядаються.

В ході дослідження окремим питанням було поставлене визначення відповідності ММП завданню знаходження коефіцієнтів функції корисності. Для цього був розглянутий простий приклад оцінки результатів розрахунку ймовірності вибору шляху пересування за допомогою моделі дискретного вибору, вихідні дані для якої були узяті з роботи [5], табл. 4.12 (перші чотири стовпчики). На основі цих даних спочатку було розраховано значення критерію  $s_N^2$  за залежністю (2.38). Потім простим підбором в середовищі *MS Excel* був визначений параметр, що забезпечує мінімум розробленого критерію, табл. 4.12.

У цій же таблиці для порівняння була приведена ймовірність того, що випадкова величина, розподілена по закону  $\chi^2$  з  $(N - m)$  ступенями свободи, перевищить отримані значення критерію.

Внаслідок невеликого об'єму спостережень в даному прикладі отримана ймовірність вибору шляху в цілому відповідає здійсненому вибору і не дає підстав відкидати гіпотезу про відповідність вихідних частот розрахунковій ймовірності. Цим же пояснюється і найвище значення ймовірності за критерієм  $s_N^2$  для випадку рівноможливого вибору, оскільки додавання ще одного ступеня свободи в цій ситуації

(3 замість 2 за рахунок  $m = 0$ ) призводить до різкої зміни ймовірності згідно з розподілом  $\chi^2$ .

Таблиця 4.12

**Оцінка точності дискретної моделі вибору шляху пересування**

Номер спостереження	Альтернатива	Параметр дальності поїздки	Частота вибору альтернативи	Ймовірність вибору згідно з логіт-моделлю, коли її параметр оцінений за допомогою		Рівноможливий вибір альтернативи
				ММП	підбору	
1	1	5	1	0,82	0,73	0,5
	2	3	0	0,18	0,27	0,5
2	1	1	1	0,32	0,38	0,5
	2	2	0	0,68	0,62	0,5
3	1	3	0	0,32	0,38	0,5
	2	4	1	0,68	0,62	0,5
Оцінка параметра логіт-моделі $\beta$				0,756	0,419	-
Значення критерію $s_N^2$				2,815	2,623	3
Кількість ступенів свободи				2	2	3
Ймовірність згідно з таблицею $\chi^2(N - m)$				0,24	0,27	0,39

Проте по отриманих результатах видно, що ММП забезпечує таку оцінку параметра логіт-моделі  $\beta$ , яка породжує значення критерію  $s_N^2$  трохи менші, ніж у випадку рівноможливого вибору. Цей факт, очевидно, свідчить не на користь ММП, якщо тільки не вважати застосування цього методу самоціллю побудови моделі. Простий підбір параметра моделі вибору шляху більшою мірою наближає результати моделювання до фактичних частот вибору і забезпечує вагомішу відмінність за значенням  $s_N^2$  від рівноможливої моделі.

Це свідчить про те, що ММП не забезпечує максимальної близькості емпіричної і теоретичної ймовірності здійснення пересування по тому чи іншому шляху. Графічне зіставлення залежності значень функції максимальної правдоподібності від параметра  $\beta$  із залежністю величини  $s_N^2$  від цього ж параметра представлено на рис. 4.1.

Як видно, це дві абсолютно різні залежності із зміщеними один відносно одного оптимумами (екстремумами). Представлений графік ставить під питання придатність використання ММП для оцінки

параметрів моделі вибору шляху. Про це ж говорить і відсутність безпосереднього зв'язку між функцією максимальної правдоподібності і точністю оцінки емпіричної частоти.

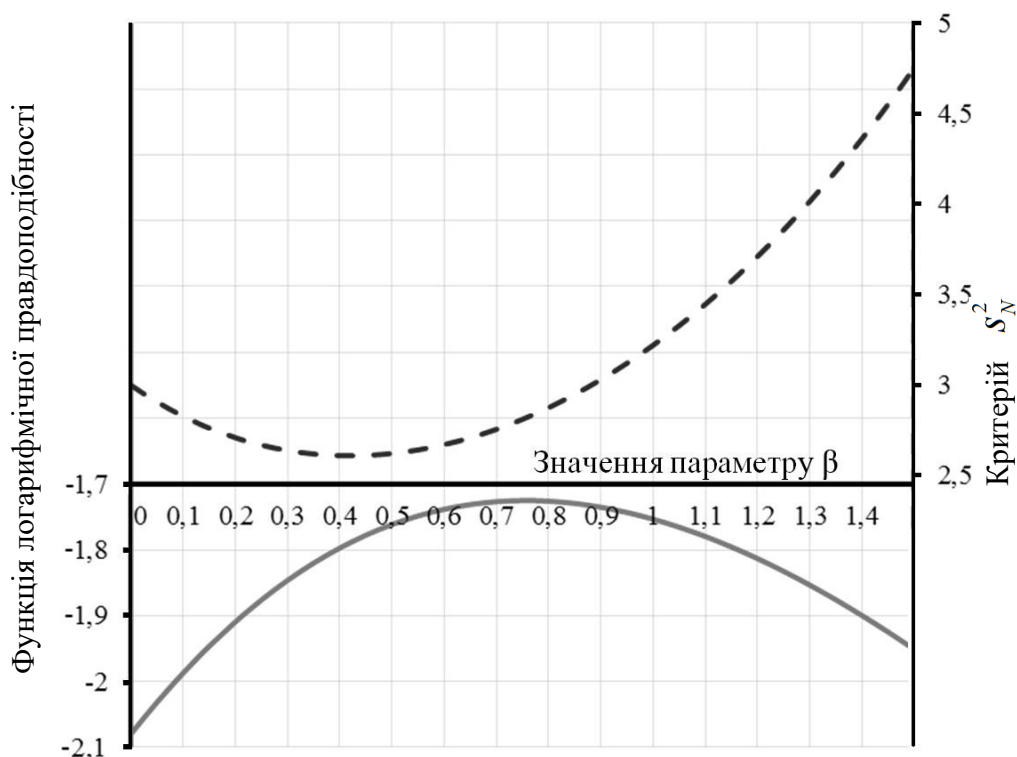


Рис. 4.1. Залежність альтернативних оцінок від параметра моделі вибору

Таким чином, можна відмітити наступні рекомендації по застосуванню моделей поведінки пасажирів при виборі шляху пересування в маршрутних системах міст:

- для пошуку коефіцієнтів функції корисності доцільно застосувати перетворення факторів одночасно з перетворенням частоти вибору шляху пересування в його привабливість, що дасть можливість сформулювати моделі розподілу пасажирських кореспонденцій одночасно між видами громадського транспорту та його маршрутами або між маршрутами одного виду транспорту;

- при роботі з представленим у попередньому пункті механізмом пошуку коефіцієнтів функції корисності доцільно використовувати МНК;

- для вибору найкращої серед побудованих моделей поведінки пасажирів доцільно використовувати розроблений критерій адекватності  $s_N^2$ .

В результаті застосування представлених в монографії чотирьох способів перетворення частоти вибору шляху пересування в його привабливість отримано чотири види функції корисності та визначені відповідні кожному способу формули для розрахунку ймовірності вибору шляху. Точність отриманих функцій корисності (рівнянь регресії) і, відповідно, моделей вибору шляху була перевірена за допомогою основних статистичних параметрів регресії і розробленого критерію адекватності. Порівняння розробленої методики формування функції корисності шляху з альтернативною дозволяє зробити висновок про те, що отримані на основі пропонованої методики моделі вибору можуть бути використані при моделюванні роботи як окремих маршрутів, так і маршрутної мережі в цілому. Окрім цього, на відміну від існуючих, отримані моделі враховують одночасно вибір як виду транспорту, так і маршруту пересування.

## ВИСНОВКИ

1. Аналіз літературних джерел показав, що при моделюванні ймовірності вибору пасажиром шляху пересування за основу слід взяти нормувальні моделі, які передбачають використання методу найменших квадратів для оцінки коефіцієнтів моделей вибору. Збір емпіричного матеріалу для їх побудови доцільно проводити методом фіксації фактичного вибору пасажиром за допомогою анкет.

2. Запропонований метод нормування факторів вибору через середнє значення фактора серед усіх використаних пасажиром альтернатив забезпечує можливість безпосереднього використання методу найменших квадратів для оцінки коефіцієнтів функції корисності шляху пересування.

3. Використані способи перетворення фактичної частоти вибору шляху пересування в його привабливість дозволяють забезпечити досить широкий діапазон значень емпіричної привабливості шляху і розрахункової ймовірності вибору альтернатив.

4. Розроблений критерій адекватності моделей вибору шляху пересування дозволяє кількісно оцінити розбіжності між розрахунковою ймовірністю і емпіричними частотами вибору альтернатив і дати ймовірнісну оцінку цим розбіжностям. Це робить можливим порівняння різних моделей вибору між собою.

5. При проведенні натурних обстежень з метою отримання відносної частоти вибору пасажиром того чи іншого шляху пересування досить здійснити п'ятиденне спостереження за кожним пасажиром. Подальше збільшення кількості спостережень за пересуваннями пасажиром не призводить до істотного розширення області спростування найпростішої рівноможливої моделі вибору шляху.

6. Запропонований спосіб визначення достатнього об'єму вибірки для побудови регресійної моделі вибору шляху пересування в маршрутній системі міста дозволив встановити, що для побудови представлених в монографії моделей необхідно опитати не менше 248 пасажирів.

7. Закономірності вибору пасажиром видів і маршрутів громадського транспорту м. Харкова при трудових пересуваннях кращим чином описують залежності, отримані методом нормування факторів. Найбільший вплив на вибір пасажиром шляху пересування серед досліджених факторів здійснюють час і вартість пересування.

Модель розрахунку ймовірності вибору шляху пересування, побудована з використанням правила Кірхгофа, виявилася найкращою і дозволила скоротити середню відносну похибку розрахунку пасажиропотоків у м. Харкові з 12,3 % для методу додаткових коефіцієнтів до 7,1 % для розробленого методу нормування факторів.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Рогова Г.Л. Моделирование выбора путей передвижения пассажиров в транспортных системах городов : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.22.10 / Г.Л. Рогова ; [Московский автомобильно-дорожный университет]. – М, 1987. – 19 с.
2. Ефремов И.С. Теория городских пассажирских перевозок : учеб.пособ. для вузов / И.С. Ефремов, В.М. Кобозев, В.А. Юдин. – Москва: Высшая школа, 1980. – 535 с.
3. Грановский Б.И. Моделирование спроса на пассажирские перевозки / Б.И. Грановский. – М. : Наука, 1984. – 58 с.
4. Спириин И.В. Организация и управление пассажирскими автомобильными перевозками: учебник для студ. учреждений сред.проф. образования / И.В. Спириин. – М.: Изд-во «Академия», 2003. – 400 с.
5. Ortuzar J.D. Modelling Transport / J.D. Ortuzar, L.G. Willumsen. – [Third Edition]. – Chichester: Wiley, 2006. – 499 p.
6. Моделирование пассажиропотоков в транспортной системе / [П.У. Бон-салл, А.Ф. Чемпертоун, А.К. Мейсон, А.Г. Уилсон]. – М.: Транспорт, 1982. – 207 с.
7. Oppenheim N. Urban Travel Demand Model: From Individual Choices to General Equilibrium / N. Oppenheim. – New York: John Wiley & sons Inc., 1994. – 480p.
8. Білоус А.Б. Розрахунок імовірності вибору альтернативи пересування з використанням мультиноміальної логістичної моделі / А.Б. Білоус, І.А. Могила, С.А. Огородник // Автомобільний транспорт. – 2012. – вип. 31. – С. 97 – 103.
9. Feng Xie. Evolving Transportation Networks / Feng Xie, David M. Levinson. – New York: Springer, 2011. – 278 p.
10. Rodrigue J.-P. The Geography of Transport Systems / Jean-Paul Rodrigue, Claude Comtois, Brian Slack. – Taylor & Francis e-Library, 2006. – 284 p.
11. McNally M. G. The Four Step Model / McNally M. G. – Institute of Transportation Studies University of California, Irvine, 2007. – 18 p.
12. Горбачов П.Ф. Концепція формування систем маршрутного пасажирського транспорту в містах : дис....д-ра техн. наук / П.Ф. Горбачов. – Х., 2009. – 370с.
13. Ларин О.Н. Организация пассажирских перевозок : учебное

пособие / Ларин О.Н.– Челябинск: изд-во ЮУрГУ, 2005. – 104 с.

14. Брайловский Н.О. Моделирование транспортных систем / Брайловский Н.О., Грановский Б.И. – М.: Транспорт, 1978. – 125 с.

15. Langdon G. Michael. Improved Algorithms for Estimating Choice Probabilities in the Multinomial Probit Model / Michael G. Langdon // Transportation Science.–1984.– Vol. 18.– P. 267-299.

16. Брейдо Т.Е. Математическое моделирование транспортных сетей и оптимизация параметров их функционирования : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук. / Т.Е. Брейдо.– Горький, 1978.– 24 с.

17. Булычева Н.В. Расчет пассажиропотоков и оптимизация параметров маршрутных схем // в кн. Математические методы в управлении городскими транспортными системами / Булычева Н.В., Федоров В.П. – Л.: Наука, 1979. – С. 65-90.

18. Заблоцкий Г.А. Исследование закономерностей распределения пассажиропотоков на сетях городского пассажирского транспорта : дис. ... канд. техн. наук. / Г.А. Заблоцкий.– К., 1969.– 192 с.

19. Понкратов Д.П. Розподіл транспортних кореспонденцій по альтернативних шляхах прямування : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05. 22. 01 «Транспортні системи» / Д.П. Понкратов.– Харків, 2007. – 19 с.

20. Садыхова О.С. Выбор пассажирами пути следования // в кн. Городской транспорт и инженерная подготовка территорий / О.С. Садыхова.– Л.: ЛИСИ, 1991.– С. 33-41.

21. Самойлов Д.С. Научные основы организации пассажирского транспорта в городах : дис. ... доктора техн. наук / Д.С. Самойлов.– М.,1972.–295 с.

22. Имельбаев Ш.С. Разработка методов исследования стохастических коммуникационных систем и их применение для построения и анализа моделей передвижения населения в городах : дис. ... канд. техн. наук. / Ш.С. Имельбаев – М., 1978.– 149 с.

23. Стрельников А. И. Программное обеспечение технического расчета системы городских путей сообщения представленной в сетевой форме (ЭВМ «МИНСК-22») / А. И. Стрельников // Автоматизация проектирования городских транспортных систем.– М.: Стройиздат, 1976.– Вып. 2, – 135 с.

24. Федоров В.П. Математическая модель расчета пассажиро-



потоков в маршрутной сети города // в кн. Город и пассажир. Градостроительные проблемы развития пассажирского транспорта: Тезисы докладов к III Ленинградской науч. конф. / В.П. Федоров. – Л.: Стройиздат, 1975.– С. 63 - 70.

25 Яворский В.В. Модели и алгоритмы проектирования маршрутных сетей городского пассажирского транспорта : дис... канд. техн. наук. / В.В. Яворский.– Т., 1976. – 195 с.

26. Тузовский А.Ф. Вопросы оптимизации оперативного управления движением пассажирского транспорта на маршрутах : дис... канд. техн. наук./ А.Ф. Тузовский.– Т., 1980.– 182 с.

27 McFadden D. An Application of Diagnostic Tests for the Independence From Irrelevant Alternatives Property of Multinomial Logit Model / D. McFadden, W. Tye, K. Train // Transport Research Records. – № 637. – P. 39-45.

28. Ben-Akiva M. E. Some Estimation Results of a Simultaneous Model of Auto Ownership and Mode Choice to Work / M. E Ben- Akiva, S. R. Lerman // Transportation Research.–1974.– Vol. 3 (№ 4).

29. Сафронов Э. А. Исследование вопросов по уточнению методики расчетов пассажиропотоков в городах : автореф. дис. на соискание ученой степени доктора техн. наук / Сафронов Э.А. – Москва, 1972. – 16 с.

30. Брановицкая С.В. Экономико-математические модели прогнозирования пассажиропотоков в городах : :дис. ... канд. экон. наук / Брановицкая С.В. – К., 1971.– 176 с.

31. Васильев В. М. Исследование некоторых закономерностей формирования пассажиропотоков на городской маршрутной сети транспорта общего пользования : дис. ... канд. экон. наук / Васильев В.М. – С., 1978. – 182 с.

32. Заблоцкий Г.А. Транспорт в городе / Г.А. Заблоцкий. – К.: Будівельник, 1986. – 96 с.

33. Кривошеев Д. П. Методы распределения пассажиропотоков в транспортных расчетах / Д. П. Кривошеев.– М.: ЦНТИ по гражданскому строительству и архитектуре, 1974. – 44 с.

34. Кривошеев Д. П. Распределение пассажиропотоков по сети города / В сб. В помощь проектировщику // Д. П. Кривошеев, А.М. Стрельников, М. Е. Шнуров. – К., 1969. – Вып.3.– С. 33-39.

35. Лопатин А. П. Моделирование перевозочного процесса на городском пассажирском транспорте / Лопатин А.П. – М. : Транс-

порт, 1985. – 143 с.

36. Пальчиков Н.С. Методика распределения пассажиропотоков на сети городского пассажирского транспорта // в кн. Город и пассажир. Градостроительные проблемы развития пассажирского транспорта: Тезисы докладов к I Ленинградской научной конференции / Н.С. Пальчиков.– Л.: Стройиздат, 1969. – С. 175-183.

37. Питтель Б.Г. Математическая модель прогноза пассажиропотоков в городской транспортной среде / Б. Г. Питтель, В.П. Федоров // Экономика и математические методы.– 1969. – Т.5.– С. 744-757.

38. Роговин А.Е. Расчет нагрузки сетей пассажирского транспорта в городах / А. Е. Роговин.– М.: изд. БГУ, 1975. – 104 с.

39. Рикберг Г. С. К методике моделирования внутригородских трудовых связей / Рикберг Г. С. // в кн. Город и пассажир. – Л.: Стройиздат, 1975. – С. 48-51.

40. Соймина Е.Я. Разработка динамических моделей пассажиропотоков и их применение для управления нагрузками на сети общественного транспорта : дис. ... канд. техн. наук / Соймина Е.Я. – Алма-Ата, 1988. – 182 с.

41. Фаянс О.Г. Математические модели формирования пассажирских транспортных потоков // в кн. Математические методы в управлении городскими транспортными системами. Институт социально-экономических проблем / / Фаянс О. Г. - Л.: Наука, 1979. – С. 6-21.

42. Шапошников С. В. Методика расчета пассажиропотоков в городах : дис. ... канд. экон. наук / Шапошников С. В. – М., 1969. – 179 с.

43. Яковлев Л. А. Программное обеспечение технического расчета системы городских путей сообщения представленной в сетевой форме / Л.А. Яковлев // Автоматизация проектирования городских транспортных систем. – М.: Стройиздат, 1976.– Вып. 1.– 135 с.

44. Wright D. Travel Choice Procedure as The Main Point for Functioning of Transportation Systems in Metropolitan Areas / D. Wright // Transport Engineering Journal.– 1985.– №5.– P 193-195.

45. Демирчян С.К. Разработка и исследование моделей транспортных систем с ограниченной пропускной способностью : дис. ... канд. техн. наук / Демирчян С.К.–К.,– 1985. – 129 с.

46. Лившиц В.В. Системная концепция города и математическое моделирование адаптационного поведения городского населения // в кн. Использование прикладного системного анализа в проектировании и управлении развитием городов / Лившиц В.В. – М.: Стройиздат, 1974. – С. 120-147.

47. Горшков Т.Ш. Вопросы планирования маршрутных систем пассажирского транспорта в городах, расположенных в сложных топографических условиях (на примере г. Тбилиси) : дис. ... канд. техн. наук / Горшков Т.Ш. – М., 1980. – 193 с.

48. Джумаев Д. Исследование вопросов составления маршрутных схем автобусного транспорта в городах : дис. ... канд. техн. наук / Джумаев Д.-М., 1966. -229 с.

49. Ольховский С. Ю. Исследование и разработка методов совершенствования пассажирской транспортной системы города : дис. ... канд. техн. наук / Ольховский С. Ю. – М., 1982. – 289 с.

50. Хрущев М. В. Совершенствование методов организации перевозок пассажиров автобусами в городах : дис. ... канд. экон. наук / Хрущев М. В.-М., 1970.-203с.

51. VISUM 10.0 User Manual [Электронный ресурс]. – 80 min / 700 MB. – 2007. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM) ; 12 см. – Систем. вимоги: Pentium; 32 Mb RAM; CD-ROM Windows 98/2000/NT/XP. – Назва з контейнера.

52. Самойлов Д.С. Исследование методов расчета пассажиропотоков на городском транспорте // в кн. Инженерные проблемы градостроительства и прикладная геометрия в архитектурно-строительном проектировании / Д. С. Самойлов. – М.: МИСИ, 1977. – 149. – С. 3-12.

53. Садыхова О. С. Исследование некоторых вопросов координации метрополитена и уличного пассажирского транспорта в крупном городе : дис. ... канд. техн. наук / Садыхова О. С. – Л., 1973. – 196 с.

54. Пронин С.В. Моніторинг пасажирських перевезень для рішення задач розвитку транспортної інфраструктури міст та регіонів : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.22.01 «Транспортні системи» / С.В. Пронін. – Харків, 2013. – 20 с.

55. Лозе Д. Моделирование транспортного предложения и спроса на транспорт для пассажирского и служебного транспорта – обзор теории моделирования / Д. Лозе // Сборник докладов 7-й

международ. конф. «Организация и безопасность дорожного движения в крупных городах». – СПб.: СПб гос. архит.-строит. ун-т, 2006. – С. 170–186.

56. Пороунов А.Н. Mathcad в руках экономиста: Бокс-кокс преобразование и иллюзия «нормальности» макроэкономического ряда // Математические методы и алгоритмы задач бизнес-информатики / А.Н. Пороунов.– Бизнес-информатика.– 2010. – №2. – 8 с.

57. Box G.E.P. An analysis of Transformations / G.E.P. Box, D.R. Cox. Journal of the Royal Statistical Society–Series B, № 26.– 1964. – P. 211-252.

58. Johnson L.W. Generalised Functional Form and Random Coefficient Regression in Transportation Research // Financial Studies, Macquarie University.-1977-372p.

59. Sakia R. M. The Box-Cox Transformation Technique: a Review // The Statistician, № 41.– 1992.– P. 169-178.

60. Bickel P.J. An analysis of Transformations Revisited / P.J. Bickel, K.A. Doksum// Journal of the American Statistical Association, № 76. – 1981. – P. 296.–311.

61. McFadden D. Modeling the Choice of Residential Location / McFadden Daniel. – Amsterdam: University of California, Berkeley and Yale University, 1977. – 34 p.

62. Ben-Akiva M. E. Discrete Choice Models With Applications to Departure Time and Route Choice: Handbook of Transportation Science / M. E Ben-Akiva, M. Bierlaire. – 2003. –pp.1 – 32.

63. Kjær T. A review of the Discrete Choice Experiment / Kjær Trine. – D.: University Of Southern Denmark, 2005. – 143 p.

64. Train K. E. Discrete Choice Methods With Simulation / Kenneth E. Train. – Cambr.: University of California, Berkeley and NERA, 2<sup>nd</sup> ed. – 2009. – 388 p.

65. Ben-Akiva M. Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand (Transportation Studies) / M. Ben-Akiva, S. Lerman. – Massachusetts: MIT Press. – 1985. – 10 p.

66. Greene W. Discrete Choice Modeling // The Handbook of Econometric / W. Greene.– 2008.– Vol. 2. – № 4.2.

67. Эконометрия: уч. для студ. эконом. спец. / [В.И. Суслов, Н.М. Ибрагимов, Л.П. Талышева, А.А. Цыплаков] – Н.: ЭКФак, 1990.– 740 с.

68. Konstadinos G. Goulias Travel Behavior and Demand Analysis

and Prediction University of California Santa Barbara, Santa Barbara, CA, USA. / Working Paper, Department of Geography, University of California Santa Barbara, June 2007.– 46 p.

69. Lindveld Ch.D.R. Non-Linear Utility Functions in MNL Discrete-Choice Models / Ch.D.R. Lindveld. – Delft: University of Technology, 2001. – 19 p.

70. Randolph W. Hall. International Series in Operations Research & Management Science // Handbook of Transportation Science / Randolph W. Hall, Frederick S. Hillier.– Southern California: Kluwer Academic Publishers, 2003. – Second Edition.

71. Шандор З. Мультиномиальные модели дискретного выбора / З. Шандор // Квантиль. Международный эконометрический журнал на русском языке. – 2009. – № 7. – С. 9-19.

72. Zuse M. P. Fare Planning Lecture Notes / Zuse Marc Pfetsch, Ralf Borndörfer, Christian Liebchen.– Institute Berlin, 2006.– 19 p.

73. McFadden D. Behavioral Travel Demand Models // The Mathematical Theory of Demand Models / D. McFadden.– Massachusetts: Lexington Books, D.C. Heath and Company Lexington, 1976. – P. 305-314.

74. McFadden D. Contributions to Economic Analysis // Urban Travel Demand: a Behavioral Analysis / D. McFadden.– New York: North-Holland Publishing Company 1975. – 383 p.

75. Mohammadian A. Applications of Spatial Multinomial Logit Model to Transportation Planning / A. Mohammadian, P.S. Kanaroglou. – Lucerne: 10<sup>th</sup> International Conference on Travel Behaviour Research: Moving Throughnets: The Physical and Social Dimensions of Travel. 10-15 August, 2003. – 19 p.

76. Expert Guidance on the Mixed Logit Model / Procedures and Documentation, Department for Transport, Transport Analysis Guidance.– 2006. – Режим доступа до материалу: <http://www.dft.gov.uk/webtag/documents/expert/pdf/unit3.11.5.pdf>

77. Bierens J. Herman. The Logit Model: Estimation, Testing and Interpretation // Topics in advanced econometrics / Herman J. Bierens. – Cambridge: University Press, 2008. – 12 p.

78. Lindveld Ch.D.R. Non-linear utility function in MNL discrete choice models / Lindveld Ch.D.R. – Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Association for European transport, European Transport Conference, 2001. – 19 p.

79. Walker J.L. Extended Discrete Choice Models: Integrated Framework, Flexible Error Structures, and Latent Variables / Joan Leslie Walker. – Massachusetts Institute of Technology, 2001. – 208 p.
80. Cramer J. S. Logit Models from Economics and Other Fields / J.S. Cramer – New York: University of Amsterdam and Tinbergen Institute, 2003. – 173 p.
81. Kant Peter. Route Choice Modelling in Dynamic Traffic Assignment / P. Kant. – Netherlands, Omni Trans, 2008. – 84 p.
82. Modeling Route Choice Behavior in Multimodal Transport Networks : Conference Paper Session XXX, Moving Through Nets: The Physical and Social Dimensions of Travel 10th International Conference on Travel Behaviour Research, 10-15. August 2003.– Lucerne, Delft University of Technology. – 28 p.
83. Teshome M. Logit Model of Work Trip Mode Choice for Bole Sub-City Residents / Mekdim Teshome.– Addis Abeba Univ, 2007. – 135 p.
84. Ben-Akiva M. E. Multinomial probit with a logit kernel and a general parametric specification of the covariance structure / M. Ben-Akiva, D. Bolduc. – Universite Laval, 1996. – 22 p.
85. Preston, J. Demand forecasting for new local rail stations and services // Journal of Transport Economics and Policy // J. Preston. – Leeds, UK, 1991. – Vol. 25, №2. – p. 183-202.
86. Гудков В.А. Пассажи́рские автомоби́льные перево́зки: Учебник для ву-зов / В.А. Гудков, Л.Б. Миротин, А.В. Вельможин, С.А. Ширяев. – М.: Горячая линия, Телеком, 2006. – 448 с.
87. Островский Н.Б. Пассажи́рские автомоби́льные перево́зки / Н.Б. Островский. – М.: Транспорт, 1985 – 211 с.
88. Носко В.П. Эконометрика для начинающих / В.П. Носко. – М.: ИЭПП, –2005. – С. 379.
89. McFadden D. Structural Analysis of Discrete Data With Econometric Applications / C. F. Manski, D. McFadden. – London, England: The MIT Press, 1990. – Forth Printing. – 477 p.
90. Цыплаков А.А. Некоторые эконометрические методы. Метод максимального правдоподобия в эконометрии / А.А. Цыплаков. – Новосибирск: «ЭФНГУ», 1997.– 126 с.
91. McFadden D. Large Sample Estimation and Hypothesis Testing // Handbook of Econometrics / D. McFadden, W. K. Newey.– Berkeley, California: Elsevier Science, 1994. – Vol. IV. – 2113-2224.

92. Beer M. Asymptotic Properties of the Maximum Likelihood Estimator in Dichotomous Logistic Regression Models / M. Beer.– Switzerland: University of Fribourg Switzerland, 2001.– 40 p.

93. McFadden D. Demand Model Estimation and Validation / D. McFadden, A.P. Talvitie and Associates of Urban Travel Demand Forecasting Project // The Institute of Transportation Studies University of California Berkeley.– 1977.– Vol. V.–458 p.

94. Multivariate Data Analysis. Part 2: Logistic Regression [electronic resource] / Southampton University, 2007/2008. – Access mode: <http://www.southampton.ac.uk>

95. Bahandur R. On the Asymptotic Efficiency of Tests and Estimates / R. Bahandur.– Sankhya, 1960.– P.229-252.

96. Nowak R. Maximum Likelihood Estimation // Statistical Learning Theory / R. Nowak.– Houston, Texas: Rice University, 2009. – 172 p.

97. Keane P. M. The Structural Estimation of Behavioral Models // Discrete Choice Dynamic Programming Methods and Applications / P.M. Keane, T. E. Petra, W. I. Kenneth. – Sydney: University of Technology, 2010. – 166 p.

98. Клепиков Н.П. Анализ и планирование экспериментов методом максимума правдоподобия / Н.П. Клепиков, С.Н. Соколов. – Москва: «Наука», 1964.-184с.

99. Rice J. A. Mathematical Statistics and Data Analysis / J.A. Rice. – California: Duxbury Press, 1995.– 672 p.

100. Ramanujam V. Estimation of Maximum-Likelihood Discrete-Choice Models of the Runway Configuration Selection Process // American Control Conference on O'Farrell Street / V. Ramanujam, H. Balakrishnan.– San Francisco: IEEE Xplore, 2011. – P. 2160-2167.

101. Давнис В.В. Прогнозные модели экспертных предпочтений / В.В. Дав-нис, В.И. Тинякова.– Воронеж: Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2005.– 248 с.

102. Mode Choice Models: Bespoke and Transferred. Transport Analysis Guidance // Department for Transport. – London. – 2006, № 3.11.3.

103. Bierlaire M. BIOGEME: a Free Package for the Estimation of Discrete Choice Models // Proceedings of the 3rd Swiss Transportation Research Conference / M. Bierlaire – Ascona, Switzerland, 2003. – 24 p.

104. Дронов С.В. Многомерный статистический анализ /

С.В. Дронов. – Барнаул: изд-во Алтайского государственного университета, 2003.– 213 с.

105. Berkson J. Minimum Chi-Square, Not Maximum Likelihood // The Annals of Statistics / J. Berkson.–1980, Vol. 8, No. 3, – pp. 457-487.

106. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений / Линник Ю.В.– М.: Физматгиз, 1958. – 333 с.

107. Королюк В.С. Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В.С. Королюк, Н.И. Портенко, А.В. Скороход, А.Ф Турбин. – М.: Наука, 1985. – 640с.

108. Ватутин В.А. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах / В.А. Ватутин, Г.И. Ивченко, Ю.И. Медведев и др. – [2-е изд., испр.] – М.: Дрофа, 2003.– 328 с.

109. Borndörfer R. Models for Fare Planning in Public Transport / R. Borndörfer, M. Neumann, M. Pfetsch. – Berlin: ZIB, 2012.–160 p.

110. Cochran W. G. The  $\chi^2$  Test of Goodness-of-Fit // Annuals of Mathematical Statistics / W. G. Cochran, 1952. –Vol. 23.–pp. 315-345.

111. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: [учеб. пособие для вузов] / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – [2-е изд., стер.]. – М.: Высшая школа, 2000. – 480 с

112. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: [учеб. для вузов] / Е.С. Вентцель. – [7-е изд. стер.]. – М.: Высшая школа, 2001. – 575 с.

113. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей / Б.В. Гнеденко. – [6-е изд., перераб. и доп.]. – М.: Наука, 1988.– 445 с.

114. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей / А.Н. Колмогоров. – [3-е изд., с прил.: А.Н. Ширяев «Математическая теория вероятностей. Очерк становления». – М.: ФАЗИС, 1998. – 144 с.

115. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики / Севастьянов Б.А.– М.: Наука, 1982. – 256 с.

116. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа: Учебник для студентов университетов и втузов. –Москва: «Высшая школа», 1981. – Том 1. – 687с.

117. Гмурман В.Е. Теория вероятности и математическая статистика / Гмурман В.Е. – М.: Вышш.шк., 2003. – 479 с.

118. Ефимова М.Р. Практикум по общей теории статистики / М.Р. Ефимова, О.И. Ганченко, Е.В. Петрова // Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика. – 1999. – с. 280, ISBN: 5-279-02011-7.



119. Венецкий И.Г. Основные математико-статистические понятия и формулы в экономическом анализе / И.Г. Венецкий, В.И. Венецкая. – М.: Статистика, 1974. – 279 с.

120. Вознесенский В.А. Статистические методы планирования эксперимента в технико-экономических исследованиях / Вознесенский В.А. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 263 с.

121. Гольдберг А.А. Интегральное представление монотонных медленно меняющихся функций / Гольдберг А.А. // Известия вузов. Серия «Математика». – 1988. – №4. – С. 21-27.

122. ДБН 360-92 Державні будівельні норми України. Містобудування. Планування та забудівля міських та сільських населених пунктів. – Введ. 2002-04-19. – К.: Видавництво «Укрархбудінформ», 2002. – 126 с.

123. Россолов А.В. Совершенствование интервальной концепции определения спроса на услуги пассажирского маршрутного транспорта в крупных городах: дис ... канд. техн. наук: 05.22.01 «Транспортные системы» / Россолов А.В. – Х., 2011. – 215 с.

# ЗМІСТ

Вступ.....	3
1 ІСНЮЮЧІ ПІДХОДИ ДО МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕДІНКИ ПАСАЖИРІВ В МАРШРУТНІЙ СИСТЕМІ МІСТА.....	5
1.1 Відомі моделі вибору шляху пересування громадським транспортом.....	5
1.2 Методи проведення обстежень для отримання функції корисності шляху пересування.....	19
1.3 Критерії оцінки якості моделей вибору пасажиром шляху пересування.....	21
Висновки .....	29
2 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ФУНКЦІЇ КОРИСНОСТІ ШЛЯХУ ПЕРЕСУВАННЯ В МАРШРУТНІЙ СИСТЕМІ МІСТА.....	30
2.1 Теоретичні основи моделювання вибору пасажиром шляху пересування.....	31
2.2 Теоретичні основи отримання функції корисності шляху пересування.....	35
2.3 Методи перетворення частоти вибору шляху пересування у привабливість.....	37
2.4 Критерій перевірки моделей вибору пасажиром шляху пересування на адекватність .....	41
Висновки .....	49
3 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ВІДДАННЯ ПАСАЖИРАМИ ПЕРЕВАГ ПРИ ВИБОРІ ШЛЯХУ ПЕРЕСУВАННЯ В МАРШРУТНІЙ СИСТЕМІ МІСТА .....	51
3.1 Визначення об'єму вибірки і тривалості спостережень за вибором пасажиром.....	51
3.2 Методика проведення обстеження для формування функції корисності шляху пересування.....	63
3.3 Обробка даних пробного обстеження.....	69
3.4 Визначення достатньої кількості анкет для формування моделі вибору шляху пересування .....	73
Висновки .....	85
4 ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ФУНКЦІЇ ПРИВАБЛИВОСТІ ШЛЯХУ ПЕРЕСУВАННЯ В МАРШРУТНІЙ СИСТЕМІ МІСТА.....	87

4.1 Формування моделей вибору пасажиром шляху пересування та оцінка їх адекватності .....	87
4.1.1 Використання методу нормування факторів для формування функції корисності шляху пересування.....	88
4.1.2 Використання методу додаткових коефіцієнтів для формування функції корисності шляху пересування.....	96
4.2 Практичне застосування моделей вибору шляху пересування ...	102
4.3 Особливості розрахунку параметрів функції корисності шляху пересування.....	105
ВИСНОВКИ .....	109
Список літератури .....	111

Наукове видання

**ГОРБАЧОВ Петро Федорович**  
**СВІЧИНСЬКА Ольга Володимирівна**

**МОДЕЛЮВАННЯ ВИБОРУ ШЛЯХУ  
ПЕРЕСУВАННЯ ПАСАЖИРІВ У МІСЬКИХ  
СИСТЕМАХ ГРОМАДСЬКОГО ТРАНСПОРТУ**

*Монографія*

Відповідальний за випуск *П.Ф. Горбачов*

Авторська редакція