

" " " "

" " " " " "

" " " "

" " " "

" " " "

\$ " " " " "

\$

Укладач: Коваль О. А., к.т.н., доцент

Лабораторний практикум складається з двох розділів та трьох додатків.

Перший розділ містить теоретичні відомості щодо принципів цифрового представлення та опрацювання сигналів, дискретної фільтрації, методів синтезу цифрових фільтрів та їх структурної організації.

Другий розділ містить комплекс лабораторних робіт, який надає можливість студентам ознайомитися в інтерактивному режимі з особливостями цифрових методів опрацювання сигналів, зокрема з формами представлення сигналів, процедурами дискретизації і квантування, спектральними характеристиками неперервних і дискретних сигналів, властивостями ДПФ; властивостями і характеристиками нерекурсивних і рекурсивних дискретних фільтрів, моделюваннях їх роботи; синтезом і аналізом цифрових фільтрів, а також з особливостями їх структурної організації; задачами частотної фільтрації та спектрального аналізу, що вирішуються цифровими методами.

Додатки містять методичні рекомендації щодо застосування пакетів MATHCAD, MATLAB та NUMERl для дослідження цифрових сигналів і систем, синтезу і аналізу цифрових фільтрів, а також комп'ютерного моделювання роботи різних алгоритмів цифрової обробки сигналів.

Передмова

Бурхливий розвиток науково-технічного прогресу в напрямку вдосконалення технологій виробництва, архітектури засобів та методів впровадження мікроелектроніки фактично не залишає жодної сфери діяльності людини де б не використовувалися мікропроцесорна техніка та електронно-обчислювальні машини. Перехід від аналогових методів опрацювання і аналогової схемотехніки до цифрових зумовлено цілим рядом факторів:

- цифровим компонентам притаманна висока надійність, низьке енергоспоживання та матеріалоємність, а, відповідно, низька вартість;
- цифрові системи мало чуттєві до параметрів навколишнього середовища, вони базуються на принципах програмування, а відповідно є адаптивними і легко реконфігуруються;
- цифрові сигнали просто і компактно зберігати в незмінному вигляді протягом необмеженого часу;
- цифрові алгоритми легко переносяться з обладнання одного виробника на обладнання іншого.

Цифрова обробка сигналів (ЦОС) розвивається вже понад 50 років. За цей час створені ефективні алгоритми обробки сигналів, прогресивні технології виробництва цифрових сигнальних процесорів. І якщо, на перших етапах, методи ЦОС застосовувались, в основному, у військових радіотехнічних системах, то сьогодні діапазон використання ЦОС значно зріс: розпізнавання та синтез мови, редагування і компресія аудіо- та відеосигналів, фільтрації завад, спектральний аналіз. Основні сфери застосування цифрових методів та пристроїв – радіотехніка, телекомунікація, автоматичне управління, телеметрія, робототехніка, гідроакустика, сейсмологія та багато інших.

Теоретичний розділ

1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЦИФРОВОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ

1.1. Основи цифрового представлення та опрацювання сигналів

Сутність цифрового опрацювання полягає в тому, що фізичний сигнал (напруга, струм і т.п.) перетворюється в послідовність чисел, що потім піддається математичним діям в обчислювальному пристрої. Трансформований цифровий сигнал (послідовність чисел) при необхідності може бути перетворений знову у напругу або струм.

У даному підрозділі розглядаються принципи математичного опису й аналізу дискретних сигналів, пояснюються деякі термінологічні тонкості, що пов'язані з поняттями *дискретні* і *цифрові* сигнали, фільтри і т.п.

1.1.1. Аналогові, дискретні і цифрові сигнали

Вихідний фізичний сигнал є безперервною функцією часу. Такі сигнали, визначені в усі моменти часу, називають аналоговими (analog). Послідовність чисел, що представляє сигнал при цифровій обробці, є дискретним рядом (discrete series) і не може цілком відповідати аналоговому сигналові. Числа, що складають послідовність, є значеннями сигналу в окремі (дискретні) моменти часу і називаються відліками сигналу (samples). Як правило, відліки беруться через рівні проміжки часу T , названі періодом дискретизації (або інтервалом, кроком дискретизації - sample time). Величина, зворотна періодові дискретизації, називається частотою дискретизації (sampling frequency): $f_s = 1/T$. Відповідна їй кругова частота визначається як $\omega_s = 2\pi/T$.

В загальному випадку представлення сигналу набором дискретних відліків приводить до втрати інформації, тому що ми нічого не знаємо про поведінку сигналу в проміжках між відліками. Проте при забезпеченні виконання умов теореми Котельникова такої втрати інформації не відбувається й аналогові сигнали можуть бути точно відновлені за значеннями своїх дискретних відліків [1].

Процес перетворення аналогового сигналу в послідовність відліків називається дискретизацією (sampling), а результат такого перетворення — дискретним сигналом.

При обробці сигналу в обчислювальних пристроях його відліки представляються у вигляді двійкових чисел, що мають обмежене число розрядів. В наслідок цього, відліки можуть приймати лише кінцеву множину значень і, отже, при представленні сигналу неминуче відбувається його округлення. Процес перетворення відліків сигналу в числа називається квантуванням за рівнем (quantization), а виникаючі при

цьому помилки округлення — помилками (або шумами) квантування (quantization error, quantization noise).

Сигнал, дискретний у часі, але не квантований за рівнем, називається дискретним (discrete-time) сигналом. Сигнал, дискретний у часі і квантований за рівнем, називають цифровим (digital) сигналом. Сигнали, квантованні за рівнем, але безперервні в часі, на практиці зустрічаються рідко. Різницю між аналоговими, дискретними і цифровими сигналами ілюструє рис.1.1.

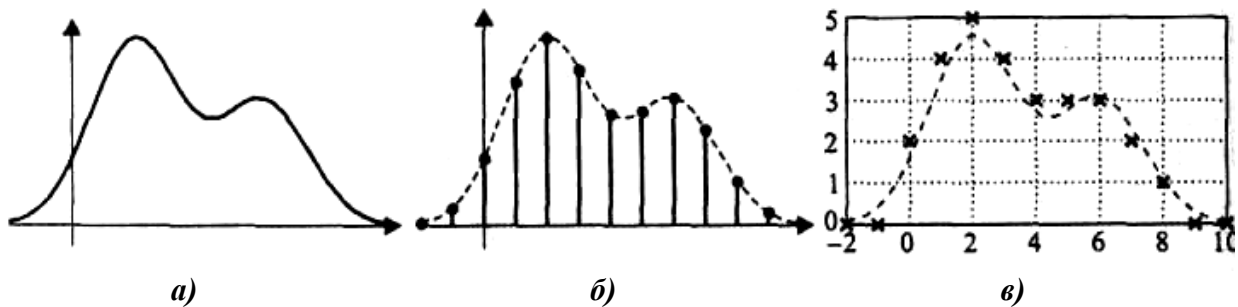


Рис.1.1. Аналоговий (а), дискретний (б) і цифровий (в) сигнали

1.1.2. Аналого-цифрове і цифро-аналогове перетворення

Узагальнена структура системи цифрової обробки сигналів приведена на рис.1.2. На вхід надходить аналоговий сигнал $s_{BX}(t)$. Його часова дискретизація і квантування за рівнем здійснюються в аналого-цифровому перетворювачі (АЦП; англійський термін — Analog-to-Digital Converter, ADC). Узагалі ці два процеси — дискретизація і квантування — є незалежними друг від друга, але вони, як правило, виконуються усередині однієї мікросхеми. Вихідним сигналом АЦП є послідовність чисел, що надходить у цифровий процесор ЦП, що виконує необхідну обробку. Процесор здійснює різні математичні операції над вхідними відліками; раніше отримані відліки і проміжні результати можуть зберігатися в пам'яті процесора для використання в наступних обчисленнях. Результатом роботи процесора є нова послідовність чисел, що представляють собою відліки вихідного сигналу. Аналоговий вихідний сигнал $s_{ВИХ}(t)$ відновлюється по цій послідовності чисел за допомогою цифро-аналогового перетворювача (ЦАП; англійський термін — Digital-to-Analog Converter, DAC). Напряга на виході ЦАП має східчасту форму (це також показано на рис.1.2); при необхідності воно може бути перетворене в плавно мінливий вихідний сигнал за допомогою фільтра, що згладжує, Ф.

Пристрої, реалізовані за допомогою структури типу рис.1.2, можуть мати самий різноманітний характер. У цифровій формі можна створювати фільтри, аналізатори спектра, нелінійні перетворювачі сигналів і багато іншого.

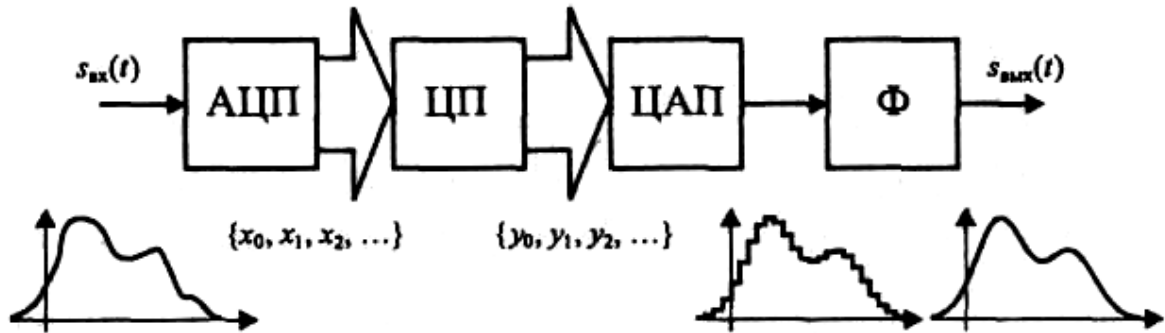


Рис.1.2. Структурна схема системи цифрової обробки сигналів

1.1.3. Частота Найквіста

Відповідно, до теореми Котельникова, гармонічний сигнал може бути адекватно представлений дискретними відліками, якщо його частота не перевищує половини частоти дискретизації (ця частота називається частотою Найквіста (Nyquist frequency) — $f_N = f_0/2 = 1/(2T)$). Походження цього обмеження пояснює рис.1.3.

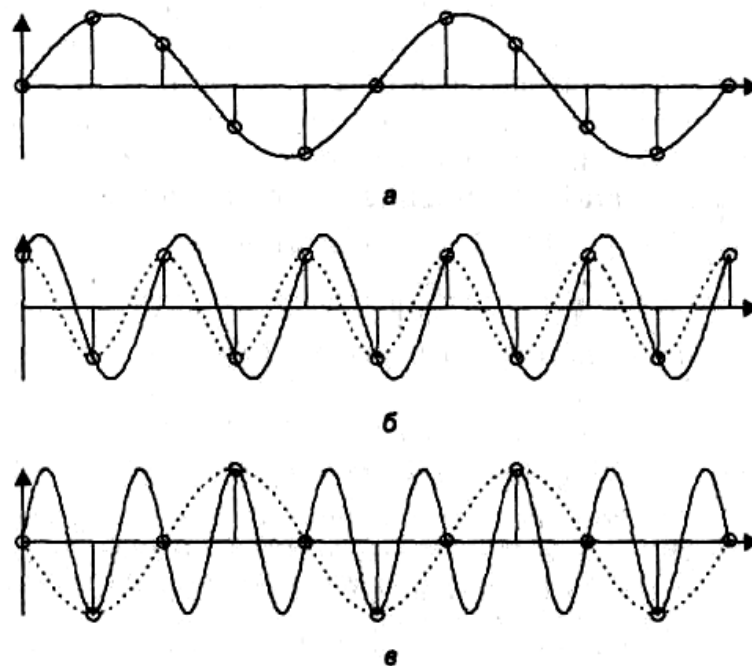


Рис.1.3. Дискретизація гармонійних сигналів з різною частотою

У залежності від співвідношення між частотою гармонійного сигналу, що дискретизується, і частотою Найквіста можливі три випадки.

1. Якщо частота гармонійного сигналу менше частоти Найквіста, дискретні відліки дозволяють правильно відновити аналоговий сигнал (рис.1.3, а).
2. Якщо частота гармонійного сигналу дорівнює частоті Найквіста, то дискретні відліки дозволяють відновити аналоговий гармонічний

сигнал з тією же частотою, але амплітуда і фаза відновленого сигналу (він показаний пунктирною лінією) можуть бути перевернуті (рис.1.3, б). У гіршому випадку всі дискретні відліки синусоїди можуть виявитися рівними нулеві.

3. Якщо частота гармонійного сигналу більше частоти Найквіста, то відновлений по дискретним відлікам аналоговий сигнал (як і в попередньому випадку, він показаний пунктирною лінією) буде також гармонічним, але з іншою частотою (рис.1.3, в). Даний ефект зветься появою помилкових частот (aliasing).

1.1.4. Сутність лінійної дискретної обробки. Дискретний фільтр

Теоретичні відомості, що наводяться в літературі і викладені в даному розділі, оперують термінами «дискретні фільтри», «цифрові фільтри» і т.п. В принципі «дискретна система» і «дискретний фільтр» — це те саме, однак поняття «фільтр», досить тісно пов'язується із системами, які одні частоти пропускають, а інші затримують. Такий підхід може створити помилкове, обмежене представлення про призначення і можливості дискретних лінійних систем, що здатні виконувати й інші задачі, ніж виділення із сигналу визначеної смуги частот. З цієї причини в роботі слова «фільтр» і «система» будуть використовуватися як синоніми.

Взагалі, дискретний фільтр — це довільна система обробки дискретного сигналу, що володіє властивостями лінійності і стаціонарності. Під цими властивостями розуміється те ж, що і в аналоговому випадку: лінійність означає, що вихідна реакція на суму сигналів дорівнює сумі реакцій на ці сигнали, подані на вхід окремо, а стаціонарність — що затримка вхідного сигналу приводить лише до такої ж затримки вихідного сигналу, не змінюючи його форми.

Будь-який фільтр володіє певною частотною характеристикою. Щоб вона була нетривіальною, тобто щоб коефіцієнт передачі фільтра на різних частотах був різним, вихідний сигнал фільтра $y(n)$ повинний залежати від декількох відліків вхідного сигналу $x(n)$. Таким чином, дискретний фільтр повинний мати пам'ять.

Щоб забезпечити лінійність і стаціонарність, здійснені фільтром математичні операції повинні обмежуватися додаванням і множенням на константи.

У загальному випадку дискретний фільтр підсумовує (з ваговими коефіцієнтами) деяку кількість вхідних відліків (включаючи останній) і деяку кількість попередніх вихідних відліків:

$$y(n) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + \dots + b_m x(n-m) - a_1 y(n-1) - a_2 y(n-2) - \dots - a_k y(n-k),$$

де a_i, b_j — дійсні коефіцієнти.

Дана формула називається алгоритмом дискретної фільтрації. Якщо по-іншому згрупувати доданки, щоб з однієї сторони від знака рівності були тільки вхідні відліки, а з іншого боку - тільки вихідні, отримаємо форму запису, що називається різницевою рівнянням:

$$y(n) + a_1 y(n-1) + a_2 y(n-2) + \dots + a_k y(n-k) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + \dots + b_m x(n-m).$$

Структура різницевого рівняння схожа на структуру диференціального рівняння аналогової лінійної системи, тільки замість операції диференціювання у формулі фігурують затримки дискретних послідовностей. Цим визначається і спільність підходів до опису аналогових і дискретних систем. Однак досить істотним є те, що в дискретній системі не існує яких-небудь принципів обмежень на співвідношення між m і n — кількостями вхідних і вихідних відліків.

Оскільки в літературі, присвяченій методам і засобам цифрової обробки сигналів, звичайно оперують терміном «цифрова фільтрація», то незважаючи на те, що ефекти, пов'язані з квантуванням за рівнем, практично не розглядаються, замість терміна «дискретний фільтр» будемо використовувати термін «цифровий фільтр».

1.2. Цифрові фільтри та їх характеристики

1.2.1. Визначення та класифікація цифрових фільтрів

Цифрові фільтри (ЦФ) являють собою системи, призначені для перетворення структури вхідного сигналу до виду, обумовленому характером його подальшого використання. Вони відносяться до класу лінійних дискретних систем, взаємозв'язок між вхідними $x(i)$ і вихідним $y(i)$ дискретними сигналами в які визначається наступним різницевою рівнянням:

$$y(i) = \sum_{l=0}^{N-1} b_l x(i-l) - \sum_{k=1}^{M-1} a_k y(i-k). \quad (1.1)$$

Тут межі сум N й M і величини a_k і b_l є коефіцієнтами (параметрами) фільтра, причому коефіцієнти a_k і b_l можуть бути константами, або відліками ґратчастих функцій, що залежать від дискретного часу i .

Сигнали $x(i)$ і $y(i)$ можуть бути як дійсними, так і комплексними. Як вже відзначалось раніше, різницева рівняння виду (1.1) можна розглядати як алгоритм обчислення $y(i)$, тобто алгоритм роботи ЦФ. Його реалізація у вигляді пристрою приведе до апаратного способу реалізації ЦФ, а програмування обраною мовою – до програмного способу реалізації ЦФ.

Як правило, розв'язок рівняння (1.1), тобто ґратчасту функцію $\{y(i)\}$, потрібно визначити при $i \geq 0$. Якщо відомі коефіцієнти a_k і b_l , відліки

вхідного сигналу $\{x(i)\}$ при $i \geq -N+1$ і початкові значення $y(-1), y(-2), \dots, y(-M+1)$, то, використовуючи (1.1), можна розрахувати відліки $y(i)$ для кожного $i \geq 0$. Рівняння (1.1) дає аналітичний опис ЦФ у часовій області.

Якщо коефіцієнти a_k і b_l не залежать від дискретного часу i , то ЦФ є системами з постійними параметрами, у противному випадку вони будуть належати класові систем з перемінними параметрами.

Цифрові фільтри прийнято поділяти на два класи: рекурсивні (РЦФ) і нерекурсивні (НЦФ). Якщо в рівняння (1.1) хоча б один коефіцієнт a_k відмінний від нуля, то фільтр називається *рекурсивним*. Якщо ж у (1.1) усі коефіцієнти a_k рівні 0, то фільтр, що реалізує такий алгоритм, називається *нерекурсивним*. Для нього різницеве рівняння (1.1) спрощується

$$y(i) = \sum_{l=0}^{N-1} b_l x(i-l). \quad (1.2)$$

Очевидно, що НЦФ являє собою систему без зворотного зв'язку, а РЦФ – систему зі зворотним зв'язком.

1.2.2. Передатні (системні) функції цифрових фільтрів

Відповідно до загального визначення передатних функцій систем автоматичного управління [2,3] передатною або системною функцією $H(z)$ ЦФ називають відношення z -образів вихідного $Y(z)$ і вхідного $X(z)$ сигналів фільтра при нульових початкових умовах:

$$H(z) = Y(z) / X(z) \quad (1.3)$$

Обчислюючи z -перетворення вихідного сигналу по різницевих рівняннях (1.1) і (1.2)

$$Y(z) = X(z) \sum_{l=0}^{N-1} b_l z^{-l} - Y(z) \sum_{k=1}^{M-1} a_k z^{-k},$$

$$Y(z) = X(z) \sum_{l=0}^{N-1} b_l z^{-l},$$

з загальної формули (1.3) після простих перетворень можна одержати більш зручні для використання залежності для передатних функцій рекурсивних і нерекурсивних ЦФ:

$$H_p(z) = \sum_{l=0}^{N-1} b_l z^{-l} / \left(1 + \sum_{k=1}^{m-1} a_k z^{-k}\right), \quad (1.4)$$

$$H_h(z) = \sum_{l=0}^{N-1} b_l z^{-l}. \quad (1.5)$$

Передатні функції (1.4) і (1.5) містять усі ті ж параметри фільтрів, що і різницеві рівняння (1.1) і (1.2), і тому дають повний опис ЦФ. Вони визначають собою спосіб аналітичного опису ЦФ у z -області.

1.2.3. Основні форми реалізації передатних функцій цифрових фільтрів

Існує досить велике число різних форм реалізації рекурсивних і нерекурсивних ЦФ [3]. Розглянемо найбільш розповсюджені з них. При побудові структурних схем, що відповідають цим формам реалізації, використовуємо існуючі в теорії управління графічні позначення операції затримки, додавання і множення. Операція затримки (запам'ятовування) відліків сигналу на m кроків Δt дискретизації позначається квадратиком із записом у ньому величини z^{-m} , операція додавання – прямокутником зі знаком Σ , а операція множення на константу – квадратиком із хрестиком усередині. Передача даних відображається на схемах суцільними лініями зі стрілками.

Для порівняльного аналізу складності реалізації різних форм передатних функцій використовуються звичайно наступні реалізаційні характеристики:

- L_o – число комірок (регістрів) оперативної пам'яті, необхідної для збереження коефіцієнтів фільтра;
- L_n – число комірок постійної пам'яті, необхідної для збереження коефіцієнтів фільтра;
- M – число множень, виконуваних при обчисленні одного відліку вихідного сигналу;
- A – число алгебраїчних додавань двох доданків, що повинні бути виражені у фільтрі, для одержання одного відліку вихідного сигналу.

Ці ж характеристики, природно, можуть бути використані і для оцінки обчислювальної складності алгоритмів фільтрації (1.1) і (1.2).

В загальному випадку, для цифрових фільтрів можна виділити чотири основних форми реалізації: пряму, канонічну, каскадну (послідовну) і паралельну.

Пряма форма (рис.1.4) відповідає безпосередній реалізації різницевого рівняння (1.1) або передатної функції (1.4). Для неї $L_o = N + M - 2$, $L_n = N + m - 1$, $M = N + M - 1$, $A = N + M - 2$.

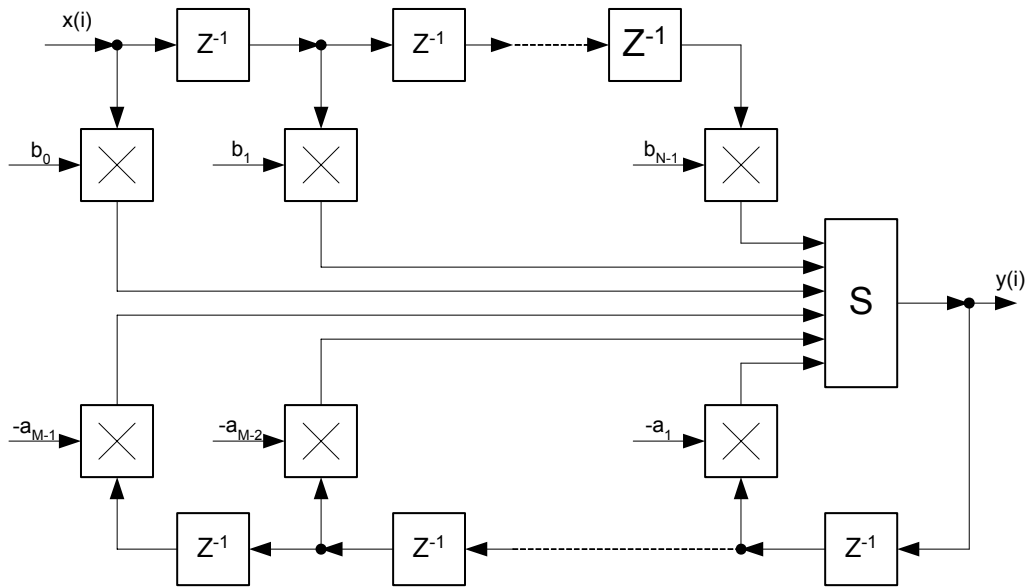


Рис.1.4 Пряма форма

Канонічна форма (рис.1.5 для випадку $N = M - 1$) відповідає заміні (1.1) еквівалентною системою різницевих рівнянь

$$v(i) = -\sum_{k=1}^{M-1} a_k v(i-k) + x(i);$$

$$y(i) = \sum_{l=0}^{N-1} b_l v(i-l).$$

Введення допоміжної послідовності дозволяє об'єднати частину елементів затримки і зменшити їх число в порівнянні з прямою формою реалізації. Інші реалізаційні характеристики при цьому залишаються без змін.

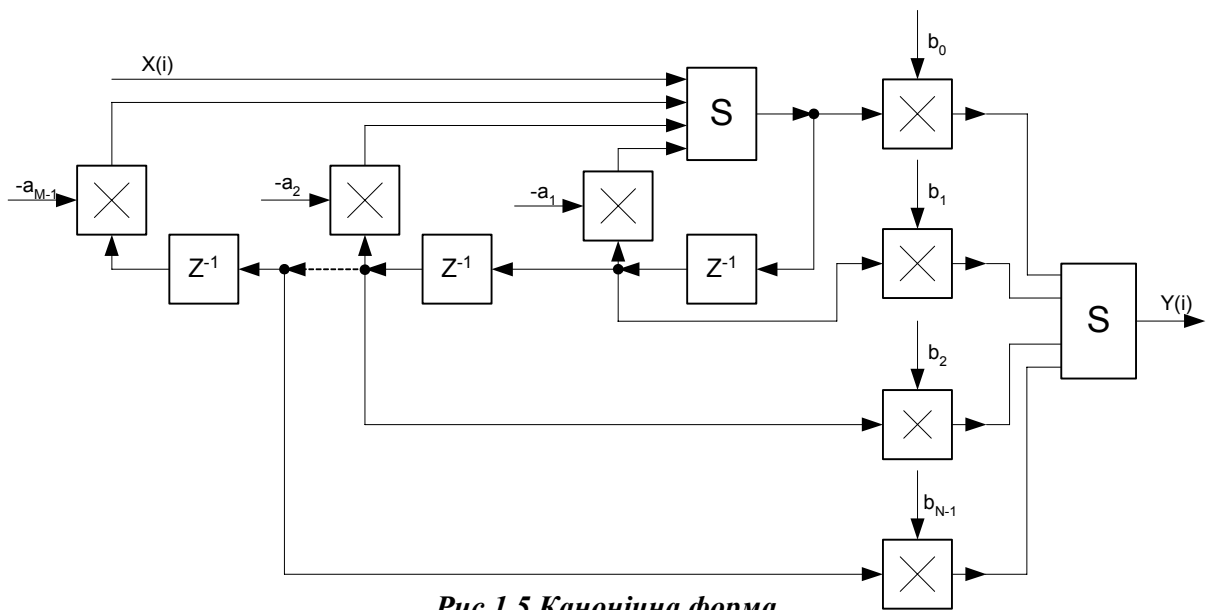


Рис.1.5 Канонічна форма

Послідовна форма (рис.1.6) використовує спосіб представлення $H(z)$ у вигляді добутку типових ланок не вище другого порядку (біквadratних ланок [3]):

$$H(z) = \prod_{k=1}^V \frac{\beta_{0k} + \beta_{1k}z^{-1} + \beta_{2k}z^{-2}}{1 + \alpha_{1k}z^{-1} + \alpha_{2k}z^{-2}}.$$

Біквadratна ланка стає універсальним блоком для побудови ЦФ будь-якого порядку (*порядком* ЦФ називається максимальна величина ступеня знаменника передатної функції фільтра). Реалізаційні характеристики цієї форми реалізації багато в чому залежать від числа використовуваних біквadratних ланок.

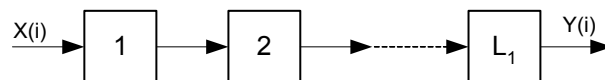


Рис.1.6 *Послідовна форма*

Паралельна форма (рис.1.7) заснована на еквівалентному представленні $H(z)$ у виді суми типових ланок:

$$H(z) = \sum_{k=1}^V \frac{\beta_{0k} + \beta_{1k}z^{-1}}{1 + \alpha_{1k}z^{-1} + \alpha_{2k}z^{-2}},$$

які можуть бути реалізовані у вигляді біквadratного блоку при $\beta_k = 0$. Реалізаційні характеристики тут також сильно залежать від числа типових блоків.

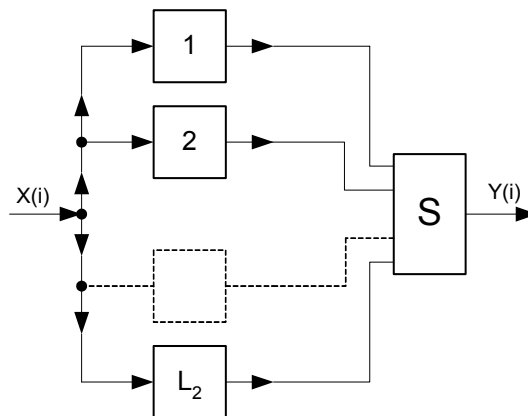


Рис.1.7 *Паралельна форма*

Усі розглянуті форми реалізації ЦФ при тих самих вхідних даних і нескінченній розрядності представлення чисел у ЦФ дають абсолютно однакові результати, тому що отримані шляхом еквівалентних математичних перетворень того самого вихідного рівняння (1.4). Однак, при обмеженій розрядності сітки представлення чисел, що завжди має місце в реальних ЦФ, ці форми приведуть до різного результату, тому що

відрізняються механізмом перетворення погрішностей округлення. Як показано в [3], каскадна форма, як правило, забезпечує найменший рівень власних шумів фільтра.

1.2.4. Частотні характеристики фільтрів

Комплексні частотні характеристики являють собою функції частоти ω , отримані в результаті підстановки $z = e^{j\omega\Delta t}$ (j – мнима одиниця, Δt – крок дискретизації за часом гратчастого сигналу) у передатні функції (1.4) і (1.5):

$$H_p(e^{j\omega\Delta t}) = \sum_{l=0}^{N-1} b_l e^{-jl\omega\Delta t} / \left(1 + \sum_{k=1}^{M-1} a_k e^{jk\omega\Delta t}\right), \quad (1.6)$$

$$H_n(e^{j\omega\Delta t}) = \sum_{l=0}^{N-1} b_l e^{-jl\omega\Delta t}. \quad (1.7)$$

Модуль комплексної частотної характеристики $A(\omega) = |H(e^{j\omega\Delta t})|$, названий *амплітудно-частотною характеристикою* (АЧХ) фільтра, визначає амплітуду вихідного сигналу стійкого фільтра в сталому режимі при вхідному сигналі $x(i) = e^{ji\omega\Delta t} = \cos(i\omega\Delta t) + j \sin(i\omega\Delta t)$. Аргумент комплексної частотної характеристики $\varphi(\omega) = \arg[H(e^{j\omega\Delta t})]$, названий *фазо-частотною характеристикою* (ФЧХ) фільтра, визначає фазу вихідного сигналу стійкого фільтра при вхідному сигналі $x(i) = e^{ji\omega\Delta t}$.

Для рекурсивних і нерекурсивних фільтрів з дійсними коефіцієнтами справедливі наступні співвідношення для АЧХ і ФЧХ:

$$A_p(\omega) = \sqrt{\frac{(\sum_{i=0}^{N-1} b_i \cos i\omega\Delta t)^2 + (\sum_{i=0}^{N-1} b_i \sin i\omega\Delta t)^2}{(\sum_{k=0}^{M-1} a_k \cos k\omega\Delta t)^2 + (\sum_{k=0}^{M-1} a_k \sin k\omega\Delta t)^2}} = \sqrt{\frac{\sum_{m=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} b_m b_i \cos(m-i)\omega\Delta t}{\sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{M-1} a_k a_l \cos(k-l)\omega\Delta t}}, \quad (1.8)$$

$$\varphi_p(\omega) = -\arctg\left(\frac{\sum_{i=0}^{N-1} b_i \sin i\omega\Delta t}{\sum_{i=0}^{N-1} b_i \cos i\omega\Delta t}\right) + \arctg\left(\frac{\sum_{k=0}^{M-1} a_k \sin k\omega\Delta t}{\sum_{k=0}^{M-1} a_k \cos k\omega\Delta t}\right), \quad (1.9)$$

$$A_n(\omega) = \sqrt{(\sum_{i=0}^{N-1} b_i \cos i\omega\Delta t)^2 + (\sum_{i=0}^{N-1} b_i \sin i\omega\Delta t)^2} = \sqrt{\sum_{m=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} b_m b_i \cos(m-i)\omega\Delta t}, \quad (1.10)$$

$$\varphi_n(\omega) = -\arctg\left(\frac{\sum_{i=0}^{N-1} b_i \sin i\omega\Delta t}{\sum_{i=0}^{N-1} b_i \cos i\omega\Delta t}\right). \quad (1.11)$$

У формулах (1.8) і (1.9) коефіцієнт $a_0 = 1$.

Крім АЧХ і ФЧХ використовують також ще одну частотну характеристику – груповий час затримки (ГВЗ):

$$\tau(\omega) = -d\varphi / d\omega, \quad (1.12)$$

рівний часу затримки в сталому режимі вихідного сигналу фільтра щодо вхідного сигналу $x(i) = e^{ji\omega\Delta t}$.

Частотні характеристики містять усі параметри ЦФ і являють собою також спосіб їхнього опису в частотній області. При обробці за допомогою ЦФ аналогових сигналів з обмеженим частотним спектром у смузі $[-\omega_e, \omega_e]$, де ω_e – максимальна (верхня) частота спектра, величина кроку дискретизації за часом вибирається з умови Найквіста-Котельникова $\Delta t \leq \pi/\omega_e$ і характер частотних характеристик у діапазоні від 0 до $\pi/\Delta t$ цілком визначає зміну спектра аналогового сигналу, що отримується після цифро-аналогового перетворення вихідного сигналу ЦФ.

Частотні характеристики володіють рядом корисних для практики властивостей, що безпосередньо впливають з формул (1.8) – (1.12). Основними з них є:

1. Усі частотні характеристики являють собою періодичні функції частоти ω з періодом $2\pi/\Delta t$.
2. АЧХ і ГВЗ являють собою парні функції частоти ω і їхніх графіків симетричні щодо осі ординат, а ФЧХ є непарною функцією ω і її графіком антисиметричний щодо цієї осі.

З зазначених вище властивостей випливає, що вимоги до частотних характеристик при постійному Δt варто задавати тільки на інтервалі $[0; \pi/\Delta t]$.

З метою спрощення порівняння частотних характеристик ЦФ із різними Δt застосовують нормування частоти. Існує два способи нормування. При першому способі вважають нормовану частоту $\omega' = \omega\Delta t$, тоді період частотних характеристик дорівнює 2π і вимоги до них задаються на інтервалі $[0; \pi]$. При другому способі використовують нормовану частоту $w = \omega\Delta t/2\pi$. У цьому випадку період частотних характеристик дорівнює 1 і вимоги до них задаються на інтервалі $[0; 0.5]$.

1.2.5. Імпульсна характеристика фільтра

Імпульсна характеристика ЦФ $h(i)$ являє собою реакцію фільтра при нульових початкових умовах на вхідний вплив у вигляді одиничного дискретного дельта імпульсу

$$x(i) = \delta(i) = \begin{cases} 1 & \text{при } i = 0, \\ 0 & \text{при } i \text{ відмінних від } 0. \end{cases}$$

З цього визначення і визначення передатної (системної) функції і комплексної частотної характеристики випливає, що імпульсна характеристика і системна функція зв'язані між собою зворотним і прямим z-перетвореннями

$$\begin{aligned} h(i) &= z^{-1}[H(z)], \\ H(z) &= z[h(i)], \end{aligned} \tag{1.13}$$

а імпульсна характеристика і комплексна частотна характеристика – парою перетворень Фур'є:

$$h(i) = \frac{\Delta t}{2\pi} \int_{-\pi/\Delta t}^{\pi/\Delta t} H(e^{j\omega\Delta t}) e^{j\omega i\Delta t} d\omega, \quad (1.14)$$

$$H(e^{j\omega\Delta t}) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} h(i) e^{-j\omega i\Delta t},$$

Для НЦФ із (1.15) впливає важливий висновок, що

$$h(i) = b_i, \quad (1.15)$$

тобто коефіцієнти НЦФ є відліками імпульсної характеристики.

У залежності від характеру імпульсної характеристики (ІХ) цифрові фільтри прийнято поділяти на два класи: СІХ-фільтри (фільтри з скінченною імпульсною характеристикою) та БІХ-фільтри (фільтри з безкінечною імпульсною характеристикою) [1,2]. Відзначимо, що всі практично реалізовані НЦФ є СІХ-фільтрами, а майже всі РЦФ (за винятком тих, у яких передатна функція може бути перетворена до виду (1.5)) є БІХ-фільтрами.

Знаючи ІХ $h(i)$ можна розрахувати при нульових початкових умовах вихідний сигнал ЦФ $y(i)$ по заданому вхідному сигналі $x(i)$. Аналітично зв'язок $y(i)$ з $x(i)$ і $h(i)$ виражається рівнянням лінійної дискретної згортки послідовностей відліків $x(i)$ і $h(i)$, причому всі три послідовності можуть бути як кінцевими, так і нескінченними [2,3]:

$$y(i) = \sum_{l=0}^i h(l)x(i-l) = \sum_{l=0}^i x(l)h(i-l), \quad i = 0, 1, \dots \quad (1.16)$$

1.2.6. Класифікація фільтрів по призначенню

З погляду призначення ЦФ усі вони умовно можуть бути розділені на два класи: частотні фільтри і функціональні фільтри. *Частотні фільтри* призначені для цілеспрямованої зміни частотного спектра $X(e^{j\omega\Delta t})$ вхідного сигналу. Вихідними даними для проектування таких фільтрів є бажані частотні характеристики, що задаються. Реальні частотні характеристики ЦФ повинні бути досить близькими до бажаного. Ступінь близькості бажаних і реальної частотних характеристик визначається деякою кількісною мірою і може служити показником якості частотних фільтрів.

До числа частотних фільтрів належать вибірні фільтри, корегуючі фільтри і перетворювачі Гільберта. У вибірних фільтрах повністю придушуються частотні складові у певній смузі частот, що називається смугою затримування, і зберігаються незмінними частотні складові в іншій смузі частот, що називається смугою пропущення. Між смугами пропущення і затримування можливий діапазон частот, характер поведінки складових у яких байдужний для вихідного сигналу (смуга

байдужності). В залежності від положення зазначених смуг і їхньої кількості розрізняють наступні вибірні фільтри.

Фільтри низьких частот (ФНЧ), призначені для придушення високочастотних складового спектра вхідного сигналу. Смуга пропускання лежить у межах від 0 до граничної частоти пропускання $\omega_{\text{ГП}}$, смуга затримування визначається інтервалом частот від граничної частоти затримування $\omega_{\text{ГЗ}}$ до $\pi/\Delta t$, а діапазон $[\omega_{\text{ГП}}; \omega_{\text{ГЗ}}]$ складає смугу байдужності ФНЧ. Бажана АЧХ ідеального ФНЧ приведена на рис.1.8.

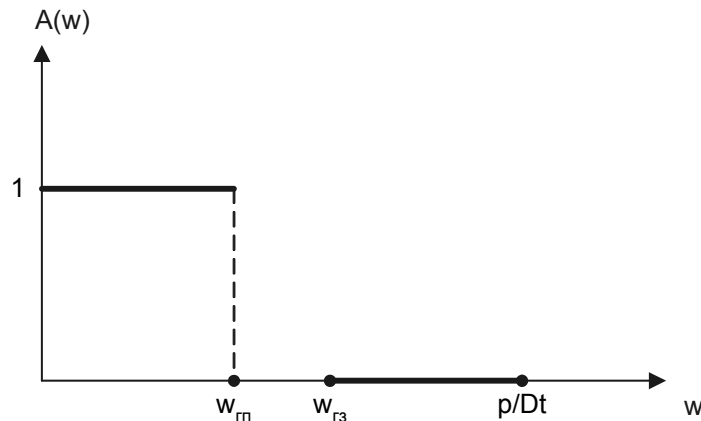


Рис.1.8 АЧХ ФНЧ

Фільтри високих частот (ФВЧ) використовуються для придушення низькочастотних складового вхідного спектра. Смуга затримування обмежена частотами 0 і $\omega_{\text{ГЗ}}$, смуга пропускання – частотами $\omega_{\text{ГП}}$ і $\pi/\Delta t$, а місце перебування смуги байдужності таке ж, як і у ФНЧ, тільки $\omega_{\text{ГП}} > \omega_{\text{ГЗ}}$. Бажана АЧХ ідеального ФВЧ приведена на рис.1.8.

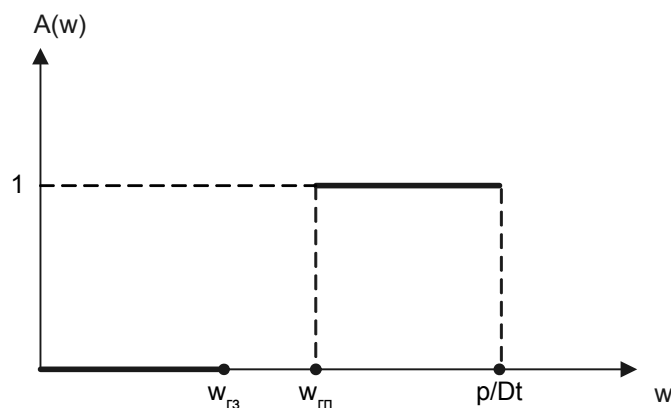


Рис. 1.8 АЧХ ФВЧ

Смугові фільтри (СФ) призначені для пропускання обмеженої смуги частотних складових. Вони мають дві смуги затримування $[0; \omega_{\text{ГЗ1}}]$ і $[\omega_{\text{ГЗ2}}; \pi/\Delta t]$, дві смуги байдужності $[\omega_{\text{ГЗ1}}; \omega_{\text{ГП1}}]$ й $[\omega_{\text{ГП2}}; \omega_{\text{ГЗ2}}]$ і одну смугу

пропущення $[\omega_{\Gamma\Pi1}; \omega_{\Gamma\Pi2}]$, причому, природно, $\omega_{\Gamma\Pi1} < \omega_{\Gamma\Pi2}$. АЧХ ідеального СФ приведена на рис.1.9.

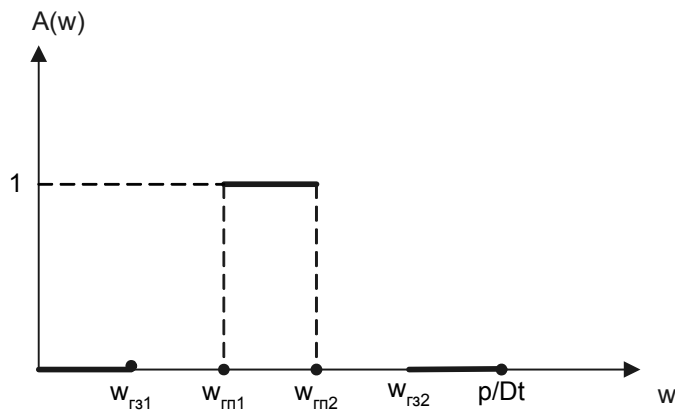


Рис. 1.9 АЧХ СФ

Режекторні фільтри (РФ) переслідують зворотну мету і служать для придушення заданої смуги середніх частот. Вони мають дві смуги пропущення $[0; \omega_{\Gamma\Pi1}]$ і $[\omega_{\Gamma\Pi2}; \pi/\Delta t]$, дві смуги байдужності $[\omega_{\Gamma\Pi1}; \omega_{31}]$ й $[\omega_{\Gamma32}; \omega_{\Gamma\Pi2}]$ і одну смугу затримування $[\omega_{\Gamma31}; \omega_{\Gamma32}]$. АЧХ ідеального РФ наведена на рис.1.10.

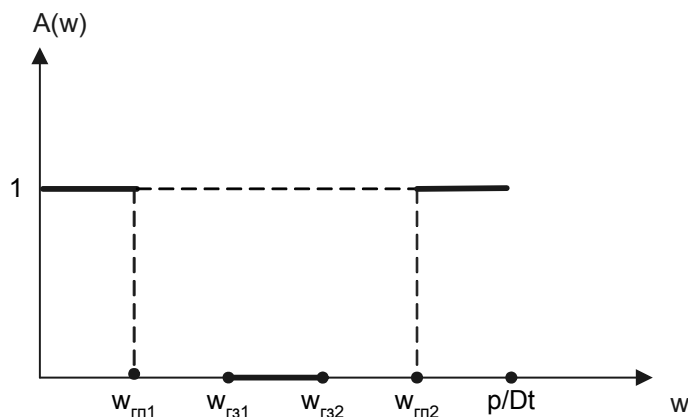


Рис. 1.10 АЧХ РФ

За допомогою *корегуючих фільтрів* забезпечується задана зміна інтенсивності частотних складових визначеної смуги частот.

Перетворювачі Гільберта (ПГ) використовуються для одержання комплексного сигналу

$$u(i) = x(i) + jv(i), \quad (1.17)$$

спектр якого $U(e^{j\omega\Delta t})$ задовольняє умові

$$U(e^{j\omega\Delta t}) = \begin{cases} 2X(e^{j\omega\Delta t}) & \text{при } 0 \leq \omega \leq \pi/\Delta t, \\ 0 & \text{при } \pi/\Delta t < \omega < 2\pi/\Delta t. \end{cases} \quad (1.18)$$

З (1.17) і (1.18) випливає, що спектр $v(i)$ дорівнює

$$V(e^{j\omega\Delta t}) = \begin{cases} -jX(e^{j\omega\Delta t}) & \text{при } 0 \leq \omega \leq \pi/\Delta t, \\ jX(e^{j\omega\Delta t}) & \text{при } \pi/\Delta t < \omega < 2\pi/\Delta t, \end{cases}$$

тобто для одержання сигналу $v(i)$ (і тим самим сигналу $u(i)$) досить пропустити $x(i)$ через ідеальний ПГ із комплексною ЧХ

$$H(e^{j\omega\Delta t}) = \begin{cases} -j & \text{при } 0 \leq \omega \leq \pi/\Delta t, \\ j & \text{при } \pi/\Delta t < \omega < 2\pi/\Delta t. \end{cases}$$

Для ідеального ПГ дійсна частина комплексної частотної характеристики дорівнює 0, а мніма частина має вигляд:

$$\text{Im}[H(e^{j\omega\Delta t})] = \begin{cases} -1 & \text{при } 0 \leq \omega \leq \pi/\Delta t, \\ 1 & \text{при } \pi/\Delta t < \omega < 2\pi/\Delta t. \end{cases} \quad (1.19)$$

Ідеальні частотні характеристики частотних фільтрів не реалізовані. Можлива лише їхня апроксимація з тим або іншим ступенем точності. Частотні фільтри можна побудувати у виді як рекурсивних, так і нерекурсивних ЦФ.

Функціональні фільтри використовуються для виконання більш складних операцій над сигналами, що прямо можуть бути і не зв'язаними зі зміною частотного спектра вхідного сигналу. Вхідний сигнал у таких фільтрах, як правило, представляється у виді адитивної суміші корисного сигналу $u(i)$ і випадкового шуму $n(i)$ з відомою кореляційною функцією або функцією спектральної щільності $S(\omega)$.

До функціональних фільтрів можна віднести *узгоджені фільтри*, що оцінюють ступінь відповідності корисної складової вхідного сигналу деякому еталонному сигналові на тлі шумів; *екстраполюючі фільтри*, що обчислюють майбутнє значення корисного сигналу в умовах дії випадкових перешкод. Оскільки повне придушення випадкових перешкод неможливо, то отримувані на виході функціональних фільтрів оцінки носять статистичний характер. У якості їхньої кількісної міри звичайно використовується дисперсія, обумовлена для стаціонарного шуму виразом

$$\sigma^2 = \frac{\Delta t}{2\pi} \int_{-\pi/\Delta t}^{\pi/\Delta t} S(\omega) |A(\omega)|^2 d\omega. \quad (1.20)$$

У випадку некорельованих завад (математичний білий шум) дисперсія оцінки виражається безпосередньо через імпульсну характеристику функціонального фільтра

$$\sigma^2 = \sigma_n^2 \sum_{i=0}^{\infty} h^2(i),$$

де σ_n^2 – дисперсія вхідної завади $n(i)$. Дисперсія (1.20) може використовуватися як показник якості функціональних фільтрів.

Функціональні фільтри також можуть бути виконані як у рекурсивному, так і нерекурсивному варіантах.

1.2.7. Порівняння нерекурсивних і рекурсивних фільтрів

Обидва класи фільтрів володіють рядом переваг і недоліків. Переваги НЦФ у порівнянні з РЦФ зводяться до наступного:

- Нерекурсивні фільтри можуть мати точно лінійну ФЧХ.
- Потужність власних шумів (дисперсія погрешностей округлення) НЦФ, як правило, набагато менше, ніж у РЦФ і не має тенденції до нагромадження в силу відсутності зворотних зв'язків у таких фільтрах. Вона дорівнює нулеві, тобто в НЦФ відсутні власні шуми в тому випадку, якщо операції додавання і множення виконуються без округлень. У РЦФ потужність власних шумів не може бути зроблена рівною нулеві, оскільки в ланцюзі зворотного зв'язку цих фільтрів завжди повинно виконуватися округлення при обчисленні добутків відліків сигналу на коефіцієнти фільтра.
- Для НЦФ простіше обчислення коефіцієнтів, що пояснюється лінійною залежністю апроксимуючої функції від коефіцієнтів.
- НЦФ є принципово стійкими системами, у той час як стійкість РЦФ апіорно гарантувати не можна. Стійкість РЦФ завжди необхідно перевіряти за тим або іншим критерієм стійкості. Для РЦФ, що знаходяться на границі стійкості, нагромадження внутрішніх шумів може привести фільтр до втрати усталеного режиму роботи.

Головним недоліком НЦФ у порівнянні з РЦФ є те, що при однакових вимогах до АЧХ, відсутність вимог до лінійності ФЧХ і постійній частоті дискретизації вони вимагають виконання істотно великого числа арифметичних операцій при своїй реалізації. Цей недолік для деяких фільтрів вдається зменшити за рахунок розробки спеціальних швидких алгоритмів нерекурсивної фільтрації, або переходу до більш простих алгоритмів квазіоптимального типу (наприклад, застосування робастного підходу до цифрової фільтрації сигналів) [5, 6].

1.3. Методи синтезу цифрових фільтрів

Під проектуванням (або синтезом) цифрового фільтра, як правило, розуміють відшукання таких наборів коефіцієнтів різницевого рівняння або передатної (системної) функції a_k і b_l , при яких характеристики фільтра, що утворюється, задовольняють заданим вимогам, у якості яких можуть бути використані імпульсна і частотна характеристики, характеристика групового часу затримки і т.д. При більш широкому підході, у задачу проектування також входить і вибір структури фільтра з урахуванням кінцевої точності обчислень. Це особливо актуально при

апаратній реалізації фільтрів з використанням спеціалізованих ВІС або цифрових сигнальних процесорів.

Методи синтезу цифрових фільтрів можна класифікувати за різними ознаками:

- по типу фільтра, що отримується;
- методи синтезу рекурсивних фільтрів;
- методи синтезу нерекурсивних фільтрів;
- по наявності аналогового прототипу:
- методи синтезу з використанням аналогового прототипу;
- прямі (без використання аналогового прототипу) методи синтезу.

Прямі методи синтезу можна розділити на дві категорії:

- оптимальні методи, у яких чисельними ітераційними методами шукається мінімум заданої функції якості;
- субоптимальні методи, що не дають точного оптимального рішення, але дозволяють значно спростити обчислення в порівнянні з оптимальними методами. Як правило, ці методи використовують специфіку конкретної задачі, наприклад дрібно-раціональний вигляд функції передачі рекурсивного фільтра або експонентний вид окремих доданків його імпульсної характеристики.

1.3.1. Методи розрахунку нерекурсивних фільтрів

1.3.1.1. Класифікація нерекурсивних цифрових фільтрів по вигляду імпульсної характеристики

В залежності від виду імпульсної характеристики фільтрів $h(i)$ (коефіцієнтів фільтра b_i , так як $h(i) = b_i$) розрізняють НЦФ із точно лінійною ФЧХ і мінімально-фазові НЦФ. У НЦФ із точно лінійною ФЧХ імпульсна характеристика повинна задовольняти умові симетрії або антисиметрії щодо середини інтервалу її визначення $[0; N)$. Оскільки величина N (порядок нерекурсивного фільтра) може приймати непарні і парні значення, то існує чотири види НЦФ із точно лінійною ФЧХ і передатною функцією (1.7):

- а) фільтр виду 1: N – непарне, ІХ – симетрична, $h(i) = h(N - i - 1)$;
- б) фільтр виду 2: N – парне, ІХ – симетрична, $h(i) = h(N - i - 1)$;
- в) фільтр виду 3: N – непарне, ІХ – антисиметрична, $h(i) = -h(N - i - 1)$;
- г) фільтр виду 4: N – парне, ІХ – антисиметрична, $h(i) = -h(N - i - 1)$.

У мінімально-фазових НЦФ ІХ не має властивості симетрії або антисиметрії. Нулі передатних функцій таких НЦФ знаходяться усередині і на одиничній окружності в z -площині.

Мінімально-фазові фільтри застосовуються в якості частотно-вибірних у тих випадках, коли потрібно мале ГВЗ. Вони можуть бути реалізовані або в прямій, або в послідовній формі.

1.3.1.2. Основні етапи проектування нерекурсивних фільтрів

Процес проектування нерекурсивних фільтрів (фільтрів з скінченною імпульсною характеристикою СІХ) містить у собі ряд етапів. Склад етапів залежить від призначення фільтра.

Для частотних фільтрів на першому етапі здійснюється математична постановка задачі апроксимації, оскільки, як уже відзначалося раніше, точне відтворення частотних характеристик, що задаються, не можливо. Цей етап складається з декількох основних частин:

- вибір типу фільтра (з лінійної ФЧХ визначеного виду або мінімально-фазового);
- вибір апроксимаційної функції $B(\omega)$, що задає вимоги до заданої частотної характеристики;
- вибір апроксимуючої функції $\Phi(\omega, \{c\})$, значення якої визначають необхідну частотну характеристику фільтра, наприклад АЧХ. Тут $\{c\}$ – вектор коефіцієнтів, що збігається з вектором значень імпульсної характеристики фільтра $\{h(i)\}$ або досить просто аналітично зв'язаний з ним;
- забезпечення приблизної рівності апроксимуючої й апроксимаційної функцій

$$\Phi(\omega, \{c\}) \cong B(\omega) \quad (1.21)$$

при заданих значеннях ω . При цьому, якщо рівність (1.21) забезпечується без усякого критерію, що уточнює його зміст, тобто апроксимаційна задача є неоптимізаційною, якщо ж для виконання рівності використовується який-небудь критерій наближення (апроксимації), то апроксимаційна задача є оптимізаційною. Для її рішення необхідно вибрати критерій наближення;

- визначення вагової функції апроксимації $q(\omega)$, що задають вимоги по точності наближення на різних ділянках діапазону зміни нормованої частоти ω .

Таким чином, метою першого етапу є математичне формулювання задачі обчислення коефіцієнтів $\{c\}$ (або імпульсної характеристики $h(i)$) по заданих вимогах до характеристик фільтра.

Другий етап проектування частотних НЦФ полягає у вирішенні задачі обчислення коефіцієнтів $\{c\}$. По суті справи це етап розрахунку НЦФ і його називають ще етапом *аналітичного синтезу НЦФ*. Цей етап містить у собі наступні частини:

- оцінку необхідного порядку N фільтра;

- розрахунок вектора коефіцієнтів $\{c\}$ і зв'язаних з ним значень ІХ фільтра;
- оцінку точності відтворення характеристик, що задаються, і її порівняння з пропонованими вимогами.

Якщо вимоги до характеристик виконуються, то другий етап завершується, у противному випадку необхідно повернутися до другої частини і розрахувати вектор коефіцієнтів $\{c\}$ для більшого значення N .

Метою другого етапу є визначення всіх параметрів НЦФ (порядку N і значень ІХ $h(i)$).

Третій етап полягає в програмній або апаратній реалізації НЦФ. Він містить наступні основні частини:

- вибір форми реалізації й оцінка реалізаційних характеристик;
- оцінка розрядності представлення вхідних і вихідних сигналів, значень імпульсної характеристики НЦФ і проміжних даних;
- вибір елементної бази, розробка функціональної і принципової схем при апаратній реалізації НЦФ у виді спеціалізованого пристрою;
- програмування мовою використовуваного процесора (загального призначення або спеціалізованого, наприклад, якого-небудь сигнального процесора [2]) при програмній реалізації фільтра;
- оцінка точності реалізації необхідних характеристик фільтра при обмеженій розрядній сітці (оцінка власних шумів фільтра).

При виконання третього етапу можлива ситуація, коли отримані оцінки по розрядності елементів НЦФ і точності відтворення характеристик не можуть бути виконані на реальних пристроях. У цьому випадку необхідно знову повернутися до етапу 2 і вирішити задачу аналітичного синтезу НЦФ більш точними методами при більшому значенні порядку фільтра N і знову перейти до третього етапу.

1.3.1.3. Неоптимізаційні методи розрахунку частотних фільтрів

Найбільш розповсюдженими неоптимізаційними методами розрахунку частотних НЦФ є метод частотної вибірки і метод розкладання в тригонометричний ряд Фур'є з ваговими вікнами [2,6]. Обидва методи використовують взаємозв'язок ІХ $h(i)$ НЦФ із частотною характеристикою $H(\omega)$ у виді пари перетворень Фур'є (1.14).

Якщо в (1.14) використовувати не всі значення безперервної частоти ω , а тільки N деяких вибіркового значень $k\Delta\omega$, де $\Delta\omega$ – постійний крок дискретизації по частоті, то пара інтегрально-дискретних перетворень Фур'є (1.14) перетворюється в пару кінцевих дискретних перетворень Фур'є:

$$H(k) = \sum_{i=0}^{N-1} h(i) e^{-j\frac{2\pi}{N}ki}, \quad (1.22)$$

$$h(i) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H(k) e^{j \frac{2\pi}{N} ki}, \quad (1.23)$$

де $H(k)$ вибіркові значення частотної характеристики в точках, кратних $\Delta\omega$.

1.3.1.3.1. Формули (1.22), (1.23) і визначають *метод частотної вибірки* розрахунку НЦФ. При їхньому використанні отримуваний НЦФ із деякою точністю апроксимує задану частотну характеристику. Погрішність апроксимації виникає через обмеженість нескінченного ряду в (1.14) N першими членами, вона точно дорівнює нулеві в точках частот узяття вибірки і має скінчену величину в проміжних точках. Чим більш гладкою є частотна характеристика, що задається, тим менше погрішність апроксимації між частотними відліками.

Для частотних НЦФ із точно лінійною фазовою характеристикою можна отримати зручні аналітичні вирази для $H(k)$, від яких залежить від способу вибору N рівновіддалених відліків частотної характеристики. Існують два способи вибору відлікових точок, придатних для синтезу НЦФ методом частотної вибірки [5]. У першому способі використовуються відліки в точках:

$$\omega_k = \frac{2\pi}{N\Delta t} k, \quad k = 0, 1, \dots, N-1, \quad (1.24)$$

а в другому –

$$\omega_k = \frac{2\pi}{N\Delta t} (k + 0.5), \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (1.25)$$

Наявність двох способів дискретизації частоти дає додаткові можливості при розрахунок фільтрів із заданою частотною характеристикою. Наприклад, якщо при другому способі дискретизації частоти, гранична частота смуги фільтра виявляється набагато ближче до точки вибірки, чим при першому, то доцільно використовувати для рішення задачі апроксимації другий спосіб дискретизації частоти. У протилежному випадку – перший спосіб дискретизації частоти.

1.3.1.3.2. *Метод розкладання в ряд Фур'є з ваговими вікнами* базується на тому, що частотну характеристику (ЧХ) будь-якого цифрового фільтра $H(e^{j\omega\Delta t})$ є періодичною функцією частоти, а відповідно її можна представити рядом Фур'є виду (1.14). При цьому, коефіцієнти Фур'є збігаються з коефіцієнтами імпульсної характеристики $h(i)$ цифрового фільтра. Проте використання цього співвідношення пов'язано з двома труднощами:

- 1) число коефіцієнтів розкладання нескінченне, а отже ІХ фільтра має нескінченну довжину;
- 2) фільтр є фізично нереалізованим, оскільки його імпульсна характеристика починається з $-\infty$.

На практиці застосовують обмеження нескінченно довгого ряду Фур'є на $i = \pm M$, де $M = (N-1)/2$ і затримують імпульсну характеристику на M тактів.

$$h_{\text{фр}}(i) = \begin{cases} h(i-M), & 0 \leq i \leq N-1, \\ 0, & \text{при інших } i. \end{cases}$$

Синтезований у такий спосіб фізично реалізований НЦФ буде мати значні пульсації АЧХ у районі частоти зрізу. Зазначені пульсації представляють ефект Гіббса, що виявляється поблизу точок розриву заданої частотної характеристики. Ефект Гіббса обумовлений обмеженням тривалості нескінченної імпульсної характеристики $h_{\text{фр}}(i)$. Причому, при збільшенні M , ефект Гіббса зникає дуже повільно (спочатку викиди звужуються, а лише потім їх амплітуда повільно зменшується).

Для боротьби з цим ефектом застосовують метод зважування, що полягає в модифікації коефіцієнтів Фур'є для того, щоб керувати збіжністю ряду Фур'є шляхом перемножування відліків ІХ на деяку вагову функцію $w(i)$, яку називають вікном

$$h_{\text{мфр}}(i) = h_{\text{фр}}(i)w(i).$$

При цьому, результуюча ЧХ модифікованого фільтра, являє собою згортку ЧХ вихідного фільтра зі спектральною функцією вікна, яка для зменшення ефекту Гіббса повинна мати мінімальну величину бічних пелюстків. Однак локалізація енергії в основному пелюстку приводить до його розширення, що в підсумку позначається на крутизні ЧХ фільтра, тобто збільшенні перехідної смуги між смугою пропускання і смугою загородження. Усе це визначає необхідність пошуку компромісу між критеріями побудови віконних функцій, які можна сформулювати у такий спосіб:

- 1) віконні функції повинні бути симетричними $w(i) = w(N-i-1)$ і визначені для значень n , що лежать у діапазоні $0 \leq i \leq N-1$;
- 2) ширина основного пелюстка частотної характеристики вікна, утримуючого, по можливості, якомога більшу частину загальної енергії, повинна бути малою;
- 3) енергія в бічних пелюстках частотної характеристики вікна повинна швидко зменшуватися з ростом частоти.

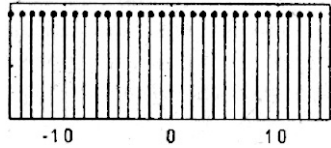
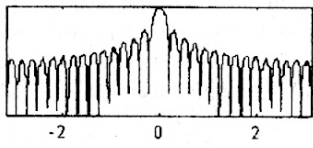
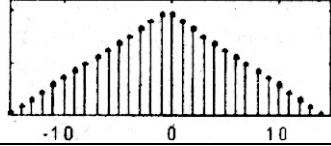
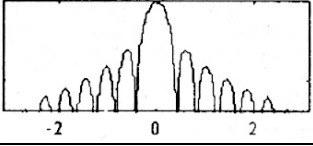
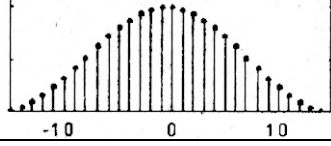
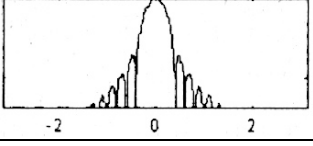
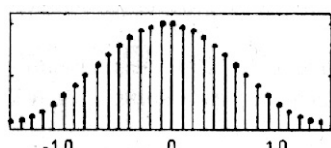
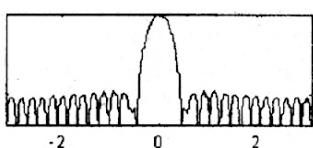
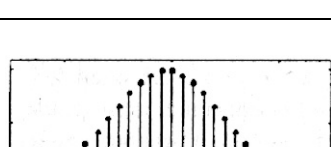
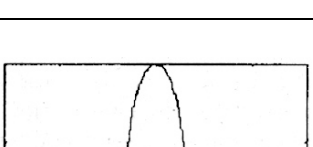
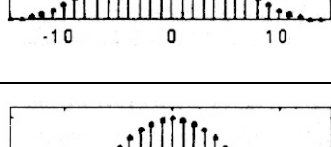
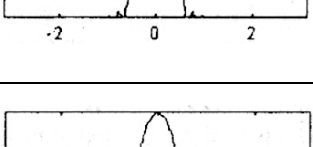
Найпростішим типом вагової функції можна вважати прямокутне вагове вікно, що відповідає простому обмеженню (без модифікації) ряду Фур'є. В табл.1.1 наведені типи та основні параметри віконних функцій, що знайшли широке використання на практиці.

Наведений метод синтезу НЦФ характеризується наступними основними достоїнствами: не вимагає складних обчислень; точність

апроксимації підвищується простим збільшенням порядку фільтра; дозволяє отримувати аналітичні вирази для визначення коефіцієнтів фільтрів.

Основний недолік методу полягає в складності визначення граничних частот та в нерівномірному розподілі помилок апроксимації по частотному діапазону.

Таблиця 1.1. Типи та основні параметри вагових вікон

Тип вікна	Часова функція	Спектр вікна	Макс. рівень бічних пелюстків, дБ	Ширина основ. пелюстка
Прямокутне $w(n)=1$			-13,3	0,89
Трикутне $w(n) = 1 - \frac{ n }{N}$			-26,5	1,28
Ганна $w(n) = \cos^2 \frac{\pi n}{N}$			-31,5	1,44
Хемінга $w(n) = \alpha - (1 - \alpha) * \cos \frac{2\pi n}{N}$ звичайно $\alpha = 0,54$			-43	1,3
Блекмана $w(n) = 0,42 - 0,5 \cos \frac{2\pi n}{N} + 0,08 \cos \frac{4\pi n}{N}$			-58,2	1,64
Гауса $w(n) = \exp \left\{ - \left(\frac{\alpha n}{2N} \right)^2 \right\}$ звичайно $\alpha = 2,5$			-42	1,33

1.3.2. Методи розрахунку рекурсивних фільтрів

1.3.2.1. Особливості розрахунку рекурсивних цифрових фільтрів

На відміну від НЦФ стійкі фізично реалізовані рекурсивні фільтри в загальному випадку не мають точно лінійну фазову характеристику (за винятком випадку, коли всі полюси $H(z)$ розміщуються на одиничній окружності). У зв'язку з цим при розрахунку РЦФ завжди приходиться розглядати задані амплітудну і фазову характеристики.

Як вже зазначалось раніше, вирішення задачі розрахунку РЦФ зводиться до визначення значень його коефіцієнтів b_i і a_j (коефіцієнти фільтра в РЦФ не збігаються зі значеннями його імпульсної характеристики), що забезпечують відтворення заданих характеристик фільтра (ІХ, АЧХ, ФЧХ, ГВЗ та ін.). Оскільки точне відтворення цих характеристик неможливо, то задача розрахунку РЦФ також є апроксимаційною задачею і може бути вирішена чисто математичними методами.

Область, у якій провадиться апроксимація, визначається призначенням фільтра. Так, якщо апроксимація здійснюється в Z -площині, що результуючий фільтр буде цифровим. Якщо ж вона провадиться в S -площині, що результуючий фільтр буде аналоговим і буде потрібно додатковий етап його дискретизації. Відповідно до цього всі методи проектування РЦФ можна розділити на три групи.

Перша група методів ґрунтується на апроксимації даних характеристик у безперервній S -області з наступним застосуванням простих методів відображення в Z -область. Другу групу методів розрахунку РЦФ утворюють прямі методи розрахунку в Z -області. Часто вдається знайти таке розташування полюсів і нулів фільтра, при якому забезпечується апроксимація безпосередньо заданої характеристики фільтра. Третя група методів використовує процедури оптимізації для знаходження такого розташування полюсів і нулів у Z -площині, при якому забезпечується апроксимація заданої характеристики фільтра. При цьому звичайно не вдається отримати формули, що зв'язують коефіцієнти фільтра з відомими параметрами заданої характеристики. Розрахунок фільтрів провадиться, як правило, чисельно методом послідовних наближень.

Найбільше поширення на практиці отримала перша група методів, особливо при розрахунку частотних фільтрів. Це зв'язано з тим, що при такому підході немає необхідності в створенні спеціальної теорії розрахунку цифрових фільтрів. Для їхнього розрахунку можна використовувати добре розроблену теорію розрахунку фільтрів безперервного часу, що базується на широкому класі відомих аналогових

фільтрів: Баттерворта, Беселя, Чебишева, Кауера та ін. [3-5]. Наступне застосування відомих методів дискретизації (переходу від безперервної області до дискретної) дозволяє відносно просто вирішувати поставлену задачу проектування РЦФ.

1.3.2.2. Методи розрахунку рекурсивних цифрових фільтрів по фільтрах безперервного часу

Методи розрахунку рекурсивних фільтрів (фільтрів з безкінечною імпульсною характеристикою БІХ) відрізняються методами дискретизації передатної функції $H(s)$ безперервного фільтра. Найбільш розповсюдженими методами дискретизації є:

- метод відображення диференціалів;
- метод інваріантного перетворення імпульсної характеристики;
- метод білінійного перетворення;
- метод погодженого Z – перетворення.

Для ілюстрації методики проектування РЦФ розглянемо *метод білінійного перетворення*.

Найбільш розповсюджене на практиці білінійне перетворення являє собою конформне відображення S – площини в точки Z – площини і використовує заміну перемінної виду

$$s \rightarrow \gamma(1-z^{-1})/(1+z^{-1}), \quad (1.26)$$

де γ – постійний множник, значення якого не змінює форму перетворення.

Застосування (1.26) забезпечує однозначне перетворення передатної функції $H(s)$ аналогового фільтра-прототипу в передатну функцію $H(z)$ рекурсивного цифрового фільтра:

$$H(z) = H(s) \Big|_{s = \gamma(1-z^{-1})/(1+z^{-1})} \quad (1.27)$$

При цьому перетворенні кожній точці комплексної S -площини ($s = \Sigma + j\Omega$) ставиться у відповідність визначена точка Z -площини ($z = \exp((\delta + jw)\Delta t)$). Мніма вісь S -площини ($s = j\Omega$ для $-\infty < \Omega < \infty$) відображається в одиничну окружність Z -площини ($z = \exp(jw\Delta t)$). Ліва половина S -площини ($\text{Re}(s) < 0$) відображається в частину Z -площини усередині одиничного кола ($|z| < 1$), що дозволяє зі стійкого аналогового фільтра одержати стійкий цифровий рекурсивний фільтр.

Співвідношення між частотами аналогового фільтра («аналоговими» частотами) Ω і цифрового фільтра («цифровими» частотами) ω можна визначити з (1.26) підстановкою $s = j\Omega$ і $z = e^{j\omega\Delta t}$. Воно виражається наступним співвідношенням:

$$\Omega = \gamma g(\omega\Delta t/2) = \gamma g\pi\omega. \quad (1.28)$$

На рис.1.11. представлений графік залежності (1.28) для випадку $\gamma = 1$.

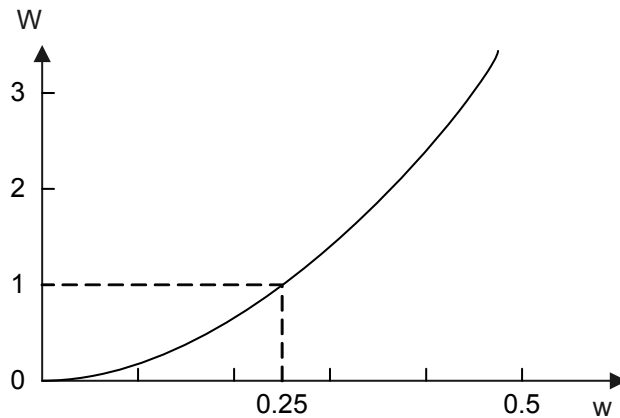


Рис.1.11 Графік залежності між частотами аналогового і цифрового фільтрів

Із самого співвідношення (1.28) і його графіка випливає, що при невеликих значень w співвідношення частот майже лінійне, проте для основної частини частотної шкали воно істотно нелінійне і сильно обмежує область застосування білінійного перетворення. Дійсно, у загальному випадку при використанні перетворення (1.26) частотна характеристика цифрового фільтра буде являти собою деформовану частотну характеристику аналогового фільтра. З цієї причини, наприклад, білінійне перетворення не можна використовувати для перетворення аналогового фільтра, що диференціює, у цифровий диференціатор.

Проте для досить великого практично важливого класу частотно-вибіркових фільтрів (ФНЧ, ФВЧ, ПФ і РФ) частотна деформація, що описується співвідношенням (1.28), може бути скомпенсована. Метод компенсації деформації досить простий. Сукупність характерних частот зрізу смуг пропускання і затримування ЦФ відоме. Використовуючи співвідношення (1.28), по них можуть бути знайдені всі граничні частоти зрізу аналогового фільтра, на основі яких може бути розрахований відповідний аналоговий фільтр. Виконавши наступне білінійне перетворення цього фільтра, можна отримати цифровий фільтр, усі частоти якого будуть збігатися з заданими. При цьому необхідно мати на увазі, що компенсація стосується тільки АЧХ фільтра; ні ФЧХ, ні імпульсна характеристика аналогового і цифрового фільтрів збігатися не будуть.

Вибір параметра γ по формулі:

$$\gamma = \operatorname{ctg}(\omega_{\text{гп}} \Delta t / 2) = \operatorname{ctg} \pi \omega_{\text{гп}} \quad (1.29)$$

приводить до нормованого аналогового фільтра-прототипу ($\Omega_{\text{п}} = 1$), що зручно при використанні довідників по аналогових фільтрах.

Алгоритм розрахунку РЦФ по довіднику містить у собі наступну послідовність етапів:

1. Розрахунок нормованих «цифрових» граничних частот

$$w_{гп} = f_{гп} / f_{\delta}; w_{гз} = f_{гз} / f_{\delta}$$

2. Визначення значення параметра γ (див.(1.29)).
3. Знаходження граничної «аналогової» частоти Ω_3 смуги затримування аналогового фільтра-прототипу.
4. Визначення передатної функції аналогового фільтра-прототипу нижніх частот необхідного типу (на базі фільтрів Баттерворта, Чебишева, Кауера і т.д.) [3,4]:
 - а) визначення модуля коефіцієнта відображення $|p|$ по заданій верхній границі робочого загасання Δa в смузі пропускання;
 - б) визначення порядку фільтра по номограмах [3].
 - в) запис передатної функції $H(s)$ аналогового фільтра даного типу і його порядку в загальному виді;
 - г) визначення чисельних значень коефіцієнтів передатної функції з урахуванням модуля коефіцієнта відображення $|p|$ по таблицях довідника [4];
 - д) запис передатної функції $H(s)$ з чисельними значеннями коефіцієнтів.
5. Визначення передатної функції $H(z)$ цифрового ФНЧ за допомогою білінійного перетворення (1.26).
6. Контрольний розрахунок АЧХ отриманого ЦФ.

Лабораторно-практичний розділ

Лабораторна робота №1 ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ АНАЛОГОВИХ, ДИСКРЕТНИХ, ТА ЦИФРОВИХ СИГНАЛІВ І ЇХ СПЕКТРІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПАКЕТУ MATHCAD

Мета роботи:

- Провести дослідження та порівняльний аналіз властивостей аналогових, дискретних та цифрових форм представлення сигналів.
- Дослідити явища, що виникають при дискретизації і квантуванні сигналів, а також при відновленні сигналів на основі теореми Котельникова.
- Дослідити зв'язок між часовим і спектральним представленням різних форм сигналів.

Підготовка до виконання роботи

1. Закріпити теоретичні знання, опрацювавши матеріал за питаннями: принципи аналогового, дискретного та цифрового представлення сигналів; теорема Котельникова-Найквіста; взаємозв'язок між спектрами аналогових і цифрових сигналів, дискретне перетворення Фур'є (лекції №1,2; підрозділ 1.1 «Теоретичної частини»).
2. Ознайомитися з Додатком А, де наведено приклад програми, що реалізує комп'ютерне моделювання процедури виконання завдань до лабораторної роботи №1 в середовищі програмного пакету Mathcad.

Порядок виконання роботи

1. Включити комп'ютер, запустити програму Mathcad.
2. Використовуючи мову програмування та засоби візуалізації Mathcad у відповідності із виданим завданням здійснити:
 - 2.1. Побудову аналогового (неперервного) сигналу та його дискретної та квантованої (цифрової) форми при різних значеннях кількості дискретних відліків N (періоду дискретизації) та кількості рівнів квантування L (розрядності цифрового коду).
 - 2.2. Відновлення неперервної форми сигналу по відлікам дискретизованого і квантованого сигналів на основі рядів Котельникова та оцінити величину похибок відновлення.
 - 2.3. Обчислити спектри аналогового і дискретного сигналів та здійснити дискретне перетворення Фур'є (ДПФ) дискретної та квантованої послідовностей, побудувати графіки амплітудних складових спектрів та ДПФ.

3. Проаналізувати отримані результати:
 - 3.1. Різницю між аналоговою, дискретною та цифровою в формами представлення сигналів.
 - 3.2. Залежність якості відновлення неперервного сигналу з послідовностей від частоти (періоду) дискретизації та кількості рівнів квантування.
 - 3.3. Взаємозв'язок між спектрами аналогових і дискретних сигналів та дискретним перетворенням Фур'є.
 - 3.4. Динаміку зміни часового та спектрального представлення дискретного та відновленого неперервного сигналів в залежності від степені виконання умов теореми Котельникова.
4. Зробити висновки.

Вихідні дані

№	Сигнал $u_a(t)$	Тривал. сигналу τ	К-сть відліків N	К-сть рівнів L
1	$\begin{cases} 1 - \frac{\tau}{2} \left t - \frac{\tau}{2} \right , & \text{при } 0 \leq t \leq \tau \\ 0, & \text{при іншому } t \end{cases}$	1	5; 12	7; 13
2	$\begin{cases} 0.54 + 0.46 \cos \left[\frac{2\pi}{\tau} \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \right], & \text{при } 0 \leq t \leq \tau \\ 0, & \text{при іншому } t \end{cases}$	2	4; 11	6; 14
3	$\begin{cases} \left\{ \cos \left[\frac{\pi}{\tau} \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \right] \right\}^2, & \text{при } 0 \leq t \leq \tau \\ 0, & \text{при іншому } t \end{cases}$	3	4; 13	7; 12
4	$\begin{cases} 0.42 - 0.5 \cos \left[\frac{2\pi}{\tau} t \right] + 0.08 \cos \left[\frac{4\pi}{\tau} t \right], & \text{при } 0 \leq t \leq \tau \\ 0, & \text{при іншому } t \end{cases}$	4	4; 10	6; 15
5	$\begin{cases} \exp \left[-\frac{5}{\tau} \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \right]^2, & \text{при } 0 \leq t \leq \tau \\ 0, & \text{при іншому } t \end{cases}$	5	5; 13	5; 13

Зміст звіту

1. Мета роботи.
2. Короткі теоретичні відомості і розрахункові формули.
3. Вихідні дані для виконання роботи (відповідно до виданого варіанта).
4. Графічні результати виконання роботи (часове представлення різних форм сигналів, відновлення сигналів та їх похибки, амплітудні спектри сигналів та ДПФ), отримані при різних вихідних даних.
5. Висновки.

Контрольні питання

1. Назвіть основні форми представлення сигналів та дайте їм коротку характеристику.
2. Які перетворення мають місце в системах цифрового опрацювання сигналів?
3. Що означає термін «дискретизація у часі»?
4. Із яких умов вибирається частота (період) дискретизації аналогових сигналів?
5. Що означає термін «квантування за рівнем»?
6. Як залежить величина похибки квантування від кількості рівнів квантування?
7. Як здійснюється відновлення сигналів по дискретним послідовностям?
8. Від чого залежить точність відновлення сигналів?
9. В чому полягає взаємозв'язок між спектрами аналогових і дискретних сигналів?
10. Назвіть основні властивості спектрів дискретних сигналів?
11. Що таке ДПФ?
12. Поясніть різницю між перетворенням Фур'є дискретних сигналів і дискретним перетворенням Фур'є.

Лабораторна робота №2

МОДЕЛЮВАННЯ ЛІНІЙНИХ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ

ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПАКЕТУ MATHCAD

Мета роботи:

- Провести дослідження часових та частотних характеристик лінійних дискретних систем (нерекурсивних та рекурсивних дискретних фільтрів).
- Здійснити в середовищі Mathcad моделювання реакції лінійних дискретних систем на вхідні сигнали.

Підготовка до виконання роботи

1. Закріпити теоретичні знання, опрацювавши матеріал за питаннями: алгоритми лінійних дискретних систем, нерекурсивні та рекурсивні дискретні фільтри та їх характеристики, дискретна згортка, Z -перетворення (лекції №2-4; підрозділи 1.1.4, 1.2 «Теоретичної частини»).
2. Ознайомитися з Додатком, де наведено приклад програми, що реалізує комп'ютерне моделювання процедури виконання завдань до лабораторної роботи №2 (частина 1 та частина 2) в середовищі програмного пакету Mathcad.

Порядок виконання роботи

1. Включити комп'ютер, запустити програму Mathcad.
2. Використовуючи мову програмування та засоби візуалізації Mathcad у відповідності із виданим завданням здійснити:
 - 2.1. Побудову часової (імпульсної) та частотних (амплітудної і фазової) характеристик нерекурсивного дискретного фільтра при різних значеннях порядку фільтра N .
 - 2.2. Розрахунок за допомогу дискретної згортки реакції нерекурсивного фільтра на заданий вхідний вплив та побудову графіків вхідних і вихідних сигналів.
 - 2.3. Розрахунок системної функції та обчислення на основі її зворотнього Z -перетворення імпульсної характеристики рекурсивного фільтра.
 - 2.4. Побудову частотних (амплітудної і фазової) характеристик рекурсивного дискретного фільтра.
 - 2.5. Моделювання реакції рекурсивного фільтра на вхідний сигнал із застосуванням апарату Z -перетворення.
3. Проаналізувати отримані результати:

- 3.1. Способи представлення та описи алгоритмів дискретних фільтрів з нерекурсивною та рекурсивною структурою.
 - 3.2. Особливості визначення та розрахунку імпульсних характеристик нерекурсивних та рекурсивних фільтрів.
 - 3.3. Схожість та відмінність між відповідними частотними характеристики нерекурсивних та рекурсивних фільтрів.
 - 3.4. Особливості обчислення реакції дискретних фільтрів в залежності від наявності чи відсутності зворотнього зв'язку.
4. Зробити висновки.

Вихідні дані

до Ч.1 «Нерекурсивний дискретний фільтр»

№	Імпульсна хар-ка $h(nT)$	Тривалість імпульсної хар-ки τ	Параметр імпульсної хар-ки β	Порядок фільтра N	Вхідний сигнал $x(nT)$	Параметр вхідного сигналу α
1	$h(nT) = e^{-\left(\beta \frac{nT - \tau/2}{\tau}\right)^2}$	1	2	5; 15	$x(nT) = nT\alpha^{-nT}$	3.5
2		2	2.5	4; 13		3
3		3	3	6; 19		2.5
4		4	3.5	4; 11		2
5		5	4	5; 17		1.5

до Ч.2 «Рекурсивний дискретний фільтр»

№	Системна функція $H(z)$	Коефіцієнти a_m	Коефіцієнти b_k	Період д-ції T	Вхідний сигнал $x(nT)$	Параметр вхідного сигналу α
1	$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} b_k z^{-k}}{1 + \sum_{m=0}^{M-1} a_m z^{-m}}$ $N = 3; M = 3$	[1; -0.3; -0.5]	[0.5; -1; 1]	1	$x(nT) = nT\alpha^{-nT}$	3.5
2		[1; -0.4; -0.8]	[0.7; -2; 1]			3
3		[1; -0.2; -0.7]	[0.8; -1; 2]			2.5
4		[1; -0.1; -0.9]	[0.4; -3; 2]			2
5		[1; -0.5; -0.4]	[0.2; -2; 2]			1.5

Зміст звіту

1. Мета роботи.
2. Короткі теоретичні відомості і розрахункові формули.
3. Вихідні дані для виконання роботи (відповідно до виданого варіанта).
4. Графічні результати виконання роботи (часові та частотні характеристики, вхідні та вихідні сигнали дискретних фільтрів), отримані при різних вихідних даних.
5. Висновки.

Контрольні питання

1. Що таке лінійна дискретна система?
2. Які основні операції реалізуються в дискретній системі?
3. Що означає термін «нерекурсивний дискретний фільтр»?
4. Що означає термін «рекурсивний дискретний фільтр»?
5. Що таке імпульсна характеристика?
6. Що таке системна (передатна) функція?
7. Як пов'язані імпульсна характеристика і системна функція дискретного фільтра?
8. Як пов'язані частотна характеристика і системна функція дискретного фільтра?
9. Опишіть механізм розрахунку реакції нерекурсивного фільтра на довільний вхідний вплив.
10. Як розрахувати вихідний сигнал рекурсивного фільтра при відомому вхідному сигналі?

Лабораторна робота №3

СИНТЕЗ ТА АНАЛІЗ ЦИФРОВИХ FIR-ФІЛЬТРІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МОДУЛЯ FDA TOOL ПАКЕТУ MATLAB

Мета роботи:

- Ознайомитися з особливостями роботи пакета прикладних програм MATLAB та його спеціалізованого модуля FDA Tool.
- Опанувати методологію проектування цифрових фільтрів із скінченим імпульсним відгуком (FIR-фільтрів).
- Провести синтез цифрових FIR-фільтрів та проаналізувати їх основні характеристики за допомогою модуля FDA Tool програмного пакета MATLAB.

Підготовка до виконання роботи

1. Закріпити теоретичні знання, опрацювавши матеріал щодо принципів цифрового представлення та опрацювання сигналів, призначення цифрової фільтрації, структури та основних характеристик цифрових фільтрів (підрозділи 1.1 та 1.2 «Теоретичної частини»).
2. Розібратися з основними підходами до проектування цифрових фільтрів та опанувати методику синтезу FIR-фільтрів, що базується на розкладанні в ряд Фур'є частотної характеристики із застосуванням вагових вікон (підрозділ 1.3.1 «Теоретичної частини»).
3. Ознайомитися з принципами роботи програмного пакета MATLAB (підрозділи Б.1 та Б.2 «Додатку Б») та освоїти основні функціональні можливості його модуля Filter Design & Analysis Tool (FDA Tool) (підрозділ Б.3.1 «Додатку Б»).

Порядок виконання роботи

1. Включити комп'ютер, запустити програму MATLAB та викликати графічне середовище FDA Tool.
2. Використовуючи закладку *Design Filter* середовища FDA Tool (підрозділ 2.3.1 «Методичної частини»), необхідно по вихідним даним (вимогам до частотних характеристик, типу цифрового фільтра і методу розрахунку) здійснити:
 - 2.1. синтез цифрового FIR-фільтру методом вагового вікна, тобто розрахувати коефіцієнти його передатної (системної) функції;
 - 2.2. аналіз цифрового фільтру, для чого отримати графічні залежності наступних характеристик:
 - 2.2.1. амплітудно-частотну і фазочастотні характеристики;

- 2.2.2. імпульсну та перехідну характеристики;
- 2.2.3. розташування нулів і полюсів у Z -площині.
3. Використовуючи закладку *Realize Model* середовища *FDATool* реалізувати синтезований фільтр у форматі блоку програмного модуля *Simulink*. Отримати і проаналізувати структурну схему синтезованого фільтра.
 4. Повторити дослідження з пунктів 2 і 3 для різних вихідних даних (вигляду частотної характеристики та порядку фільтрів, типу вагових вікон та інш.).
 5. Проаналізувати отримані результати:
 - 5.1. Залежність точності апроксимації частотної характеристики (зменшення нелінійності і ширини перехідної смуги АЧХ) від типу вагового вікна.
 - 5.2. Відношення динаміки покращення частотних характеристик (зменшення нелінійності і ширини перехідної смуги АЧХ) цифрового фільтра до зростання складності його апаратної реалізації при збільшенні порядку фільтра N .
 6. Зробити висновки.

Вихідні дані

Завдання 1

№	Вид характеристики				
	Порядок фільтра N	Частота дискретизації F_s , кГц	Тип частотної х-ки	Гранична частота F_c , кГц	Вид вагового вікна
1	5, 10, 19	48	ФНЧ Lowpass	8	Прямокутне Rectangular
					Хемінга Hamming
2	6, 11, 21		ФВЧ Highpass	10	Прямокутне Rectangular
					Блекмана Blackman
3	7, 12, 24		ФНЧ Lowpass	12	Прямокутне Rectangular
					Гауса Gauss
4	5, 11, 20		ФВЧ Highpass	14	Прямокутне Rectangular
					Ганна Hann
5	6, 12, 23		ФНЧ Lowpass	16	Прямокутне Rectangular
					Кайзера Kaiser

Завдання 2

№	Тип характеристики					
	Порядок фільтра N	Частота дискретизації Fs, кГц	Вид частотної х-ки	Частота F ₁ , кГц	Частота F ₂ , кГц	Вид вагового вікна
1	10, 28	48	СФ Bandpass	8.5	13.7	Прямокут. Rectangular Гауса Gauss
2	11, 29		РФ Bandstop	9.1	14.4	Прямокут. Rectangular Ганна Hann
3	12, 31		СФ Bandpass	7.6	12.9	Прямокут. Rectangular Хемінга Hamming
4	13, 35		РФ Bandstop	8.1	14.2	Прямокут. Rectangular Кайзера Kaiser
5	11, 30		СФ Bandpass	9.9	15.3	Прямокут. Rectangular Блекмана Blackman

Зміст звіту

1. Мета роботи.
2. Короткі теоретичні відомості.
3. Вихідні дані для проектування цифрових нерекурсивних фільтрів.
4. Графічні залежності амплітудно-частотних і фазочастотні характеристик, імпульсних і перехідних характеристик, розташування нулів і полюсів у Z-площині досліджуваних цифрових фільтрів, вигляд вагових вікон.
5. Структурні схеми цифрових нерекурсивних фільтрів.
6. Висновки.

Контрольні питання

1. Яку функцію виконують частотні цифрові фільтри?
2. Чому нерекурсивні фільтри є фільтрами з скінченою імпульсною характеристикою (FIR-фільтрами)?
3. Які переваги та недоліки мають FIR-фільтри у порівнянні з IIR-фільтрами?
4. Що таке ефект Гіббса?
5. З якою метою застосовують вагові вікна?
6. Якими є критерії побудови вагових функцій і чому?
7. Як впливає застосування вагових вікон на частотні характеристики ЦФ?
8. Як впливає порядок фільтру на частотні характеристики ЦФ та складність його структури.

Лабораторна робота №4
СИНТЕЗ ТА АНАЛІЗ ЦИФРОВИХ ІІР-ФІЛЬТРІВ
ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МОДУЛЯ FDA TOOL ПАКЕТУ MATLAB

Мета роботи:

- Опанувати методологію проектування цифрових фільтрів з безкінечною імпульсною характеристикою (ІІР-фільтрів).
- Провести синтез цифрових ІІР-фільтрів та проаналізувати їх основні характеристики за допомогою модуля FDA Tool програмного пакета MATLAB.
- Провести аналіз можливих форм представлення структур цифрових ІІР-фільтрів за допомогою модуля Simulink програмного пакета MATLAB.

Підготовка до виконання роботи

1. Закріпити теоретичні знання, додатково опрацювавши матеріал щодо принципів цифрового представлення та опрацювання сигналів, призначення цифрової фільтрації, (підрозділи 1.1 та 1.2 «Теоретичної частини»).
2. Розібратися з основними підходами до проектування цифрових фільтрів та опанувати методику синтезу ІІР-фільтрів, що базується на використанні аналогових фільтрів-прототипів, зокрема з методом білінійного перетворення (підрозділ 1.3.2 «Теоретичної частини»).

Порядок виконання роботи

1. Включити комп'ютер, запустити програму MATLAB та викликати графічне середовище FDA Tool.
2. Використовуючи закладку *Design Filter* середовища FDA Tool (підрозділ 2.3.1 «Методичної частини»), необхідно по вихідним даним (вимогам до частотних характеристик, типу цифрового фільтра і методу розрахунку) здійснити:
 - 2.1. синтез цифрового ІІР-фільтру методом білінійного перетворення, тобто розрахувати коефіцієнти його передатної (системної) функції;
 - 2.2. аналіз цифрового фільтру, для чого отримати графічні залежності наступних характеристик:
 - 2.2.1. амплітудно-частотну і фазочастотні характеристики;
 - 2.2.2. імпульсну та перехідну характеристики;
 - 2.2.3. розташування нулів і полюсів у Z -площині.

3. Використовуючи закладку *Realize Model* середовища *FDATool* реалізувати синтезований фільтр у форматі блоку програмного модуля *Simulink*. Отримати (відповідно до завдання) і проаналізувати можливі форми представлення структурних схем синтезованого фільтра.
4. Повторити дослідження з пунктів 2 і 3 для різних вихідних даних (вигляду частотної характеристики, порядку фільтрів, форми представлення структури та інш.).
5. Проаналізувати отримані результати:
 - 5.1. залежність точності апроксимації частотної характеристики (зменшення нелінійності і ширини перехідної смуги АЧХ) від типу аналогового фільтра-прототипу.
 - 5.2. відношення динаміки покращення частотних характеристик (зменшення нелінійності і ширини перехідної смуги АЧХ) цифрового фільтра до зростання складності його апаратної реалізації при збільшенні порядку фільтра *N*.
 - 5.3. залежність складності схемної реалізації рекурсивних фільтрів від форми представлення їх структури.
6. Зробити висновки.

Вихідні дані

Завдання 1

№	Вид характеристики					
	Порядок фільтра <i>N</i>	Частота д-ції <i>F_s</i> , кГц	Вид частотної х-ки	Частота <i>F₁</i> , кГц	Частота <i>F₂</i> , кГц	Тип фільтру-прототипу
1	4, 10	48	СФ Bandpass	8.5	13.7	Еліптичного Elliptic
						Баттерворта Butterworth
2	5, 11		РФ Bandstop	9.1	14.4	Чебишева I типу Chebyshev Type I
						Чебишева II типу Chebyshev Type II
3	5, 12		СФ Bandpass	7.6	12.9	Чебишева I типу Chebyshev Type I
						Еліптичного Elliptic
4	5, 13		РФ Bandstop	8.1	14.2	Баттерворта Butterworth
						Чебишева II типу Chebyshev Type II
5	5, 11		СФ Bandpass	9.9	15.3	Еліптичного Elliptic Чебишева II типу Chebyshev Type II

Завдання 2

№	Вид характеристики					
	Порядок фільтра N	Частота д-ції Fs, кГц	Тип частотної х-ки	Гранична частота Fc, кГц	Тип фільтру-прототипу	Форма представлення структури
1	6	48	ФНЧ Lowpass	8	Баттерворта Butterworht	Пряма Direct form I
						Канонічна Direct form II
						Канонічна каскадна 2-го порядку Direct form II Second order section
2			ФНЧ Lowpass	10	Чебишева I типу Chebyshev Type I	Пряма Direct form I
						Канонічна Direct form II
	Пряма каскадна 2-го порядку Direct form I Second order section					
3	ФВЧ Highpass	12	Чебишева II типу Chebyshev Type II	Пряма Direct form I		
				Канонічна Direct form II		
				Пряма каскадна 2-го порядку Direct form I Second order section		
4	ФНЧ Lowpass	14	Еліптичного Eliptic	Пряма Direct form I		
				Канонічна Direct form II		
				Канонічна каскадна 2-го порядку Direct form II Second order section		
5	ФВЧ Highpass	16	Баттерворта Butterworht	Пряма Direct form I		
				Канонічна Direct form II		
				Пряма каскадна 2-го порядку Direct form I Second order section		

Зміст звіту

1. Мета роботи.
2. Короткі теоретичні відомості.
3. Вихідні дані для проектування цифрових ІІР-фільтрів.
4. Графічні залежності амплітудно-частотних і фазочастотні характеристик, імпульсних і перехідних характеристик, розташування нулів і полюсів у Z -площині досліджуваних цифрових ІІР-фільтрів.
5. Структурні схеми цифрових ІІР-фільтрів.
6. Висновки

Контрольні питання

1. Чому ІІР-фільтри можуть бути реалізованими лише за рекурсивною схемою?
2. Назвіть основні методики побудови рекурсивних фільтрів?
3. Назвіть основні етапи побудови рекурсивних фільтрів із застосуванням аналогових фільтрів-прототипів?
4. В чому полягає метод білінійного перетворення?
5. Як співвідносяться між собою частоти аналогових та цифрових фільтрів, побудованих на основі білінійного перетворення?
6. Назвіть основні типи аналогових фільтрів-прототипів та охарактеризуйте їх властивості?
7. Які переваги та недоліки мають FIR-фільтри у порівнянні с ІІР-фільтрами?
8. Як впливає порядок фільтру на властивості його часових та частотних характеристик?
9. Назвіть основні форми представлення структури цифрового фільтру та охарактеризуйте кожну з них.
10. Як впливає форма представлення структури цифрового фільтру на складність його апаратної реалізації?

Лабораторна робота №5
ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТІВ КВАНТУВАННЯ
В ЦИФРОВИХ ФІЛЬТРАХ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ
МОДУЛЯ FDA TOOL ПАКЕТУ MATLAB

Мета роботи:

- Опанувати методологію дослідження впливу ефектів квантування на характеристики цифрових фільтрів.
- Провести синтез цифрових фільтрів із врахуванням кінцевої розрядності представлення даних та проаналізувати основні характеристики за допомогою модуля FDA Tool програмного пакета MATLAB.

Підготовка до виконання роботи

1. Закріпити теоретичні знання, опрацювавши матеріал щодо причин, які породжують виникнення шумів квантування при цифровому опрацюванні сигналів та вплив ефектів квантування на функціонування і характеристики цифрових фільтрів (лекції №6,7).
2. Ознайомитися з форматами представлення та кодування чисел, що застосовуються у функціях бібліотеки Filter Design пакету MATLAB (підрозділ Б.3.2 «Додатку Б»).
3. Опанувати методологію синтезу цифрових фільтрів із квантуванням їх параметрів за допомогою модуля Filter Design & Analysis Tool (FDA Tool) (підрозділ Б.3.3 «Додатку Б»).

Порядок виконання роботи

1. Включити комп'ютер, запустити програму MATLAB та викликати графічне середовище FDA Tool.
2. Використовуючи закладку *Design Filter* середовища FDA Tool, необхідно у відповідності з вимогами до частотних характеристик, типу і методу розрахунку цифрового фільтра (відповідно до варіанту завдання 1) здійснити:
 - 2.1. Синтез цифрового фільтру з використанням односекційної форми реалізації його структури та без врахування квантування його параметрів.
 - 2.2. Аналіз характеристик цифрового фільтру, для чого отримати графічні залежності:
 - 2.2.1. амплітудно-частотної характеристики;
 - 2.2.2. розташування нулів і полюсів у Z-площині.
 - 2.3. Зберегти результати роботи поточної сесії проектування на диску.

3. Використовуючи закладку *Set Quantization Parameters* середовища FDATool встановити (відповідно до завдання 2) параметри квантування для синтезованого фільтра.
 - 3.1. Отримати та проаналізувати результати синтезу:
 - 3.1.1. амплітудно-частотної характеристики;
 - 3.1.2. розташування нулів і полюсів у Z -площині;
 - 3.1.3. коефіцієнти системної функції фільтра.
 - 3.2. Використовуючи меню *Optimization...* здійснити масштабування коефіцієнтів системної функції фільтра (за абсолютним значенням ≤ 1 та рівні ступені 2) та знову отримати результати синтезу, аналогічні підпункту 3.1.
 - 3.3. Використовуючи функцію аналізу *Noise Loading Method* отримати шляхом моделювання методом Монте-Карло оцінку частотних характеристик фільтра з урахуванням всіх ефектів квантування для різних форм реалізації структури фільтра (відповідно до завдання 1).
4. Використовуючи раніше збережені на диску результати виконання пункту 2, повторити дослідження з пункту 3, конвертуючи форму реалізації структури фільтра із односекційної в каскадну.
5. Використовуючи раніше збережені на диску результати виконання пункту 2, повторити дослідження з пунктів 3 та 4, змінивши параметри квантування (збільшивши розрядність відповідно до завдання 2) для синтезованого фільтра.
6. Проаналізувати залежності від параметрів квантування та форми представлення структурної схеми отриманих результатів досліджень:
 - 6.1. точності апроксимації амплітудно-частотної характеристики цифрових фільтрів;
 - 6.2. стабільності (стійкості) цифрових фільтрів;
 - 6.3. оцінок частотних характеристик фільтра, отриманих шляхом моделювання.
7. Зробити висновки.

Вихідні дані

Завдання 1

Характеристика/ параметр	Номер варіанту				
	1	2	3	4	5
Вид АЧХ	СФ Bandpass				
Частота дискретизації F_s , кГц	48				

Тип фільтру-прототипу	Еліптичн. Eliptic	Баттервор. Butterworht	Чубиш. I Chebysh. I	Чубиш. II Chebysh. II	Еліптичн. Eliptic
Частота смуги затримки 1 F_{stop1} , кГц	6	4	5	4	10
Подавлення у смузі затримки 1 A_{stop1} , дБ	60				
Частота смуги пропускання 1 F_{pass1} , кГц	9	8	10	9	14
Нерівномірність у смузі пропускання A_{pass} , дБ	2	3	1	2	3
Частота смуги пропускання 2 F_{pass2} , кГц	12	12	15	12	18
Частота смуги затримки 2 F_{stop2} , кГц	15	16	20	17	22
Подавлення у смузі затримки 2 A_{stop2} , дБ	60				
Форма представлення структури	Пряма трансп. Direct form I transpos.	Пряма Direct form I	Пряма трансп. Direct form I transpos.	Пряма Direct form I	Пряма Direct form I
	Канонічна Direct form II	Канонічна трансп. Direct form IItranspos.	Канонічна трансп. Direct form IItranspos.	Канонічна Direct form II	Канонічна Direct form II

Завдання 2

Параметри, що квантуються	Тип представлення Mode	Тип округлення Round mode	Тип переповнення Overflow mode	Формат чисел Format	
Коефіцієнти /Coefficient	fixed	round	saturate	[8 7]	[16 15]
Вхідні сигнали/Input	fixed	floor	saturate	[8 7]	[16 15]
Вихідні сигнали/Output	fixed	floor	saturate	[8 7]	[16 15]
Множники/ Multiplicand	fixed	floor	saturate	[8 7]	[16 15]
Добутки/Product	fixed	floor	saturate	[16 15]	[32 30]
Суми/Sum	fixed	floor	saturate	[16 15]	[32 30]

Зміст звіту

1. Мета роботи.
2. Короткі теоретичні відомості.
3. Вихідні дані для дослідження ефектів квантування.
4. Графічні залежності амплітудно-частотних характеристик, розташування нулів і полюсів у Z -площині, коефіцієнтів системної функції досліджуваних цифрових фільтрів та результати моделювання їх роботи функцією NLM.
5. Висновки

Контрольні питання

1. Назвіть основні джерела, що породжують ефекти квантування при цифровій обробці сигналів.
2. Які способи представлення і формати чисел використовуються у цифрових фільтрах?
3. Якими функціональними можливостями володіє модуль FDATool щодо дослідження ефектів квантування в цифрових фільтрах?
4. Як впливає розрядність представлення коефіцієнтів системної функції фільтра на його амплітудно-частотні характеристики?
5. Як може впливати розрядність представлення коефіцієнтів системної функції фільтра на стабільність його роботи?
6. Як можуть змінюватися характеристики цифрового фільтра при переході від односекційного до каскадного способу реалізації його структури?
7. На що впливає зміна розрядності представлення вхідних і вихідних сигналів цифрового фільтра?
8. На що впливає зміна розрядності операційних блоків (суматорів та помножувачів) в цифровому фільтрі?
9. На чому оснований принцип оцінювання амплітудно-частотних характеристик, що реалізується шляхом моделювання (функція NLM) методом Монте-Карло?
10. Як залежать оцінки амплітудно-частотних характеристик цифрового фільтра, що отримуються шляхом моделювання, від форми реалізації його структурної схеми?

Лабораторна робота №6 МОДЕЛЮВАННЯ ЦИФРОВОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ І СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МОДУЛЯ SPTOOL ПАКЕТУ MATLAB

Мета роботи:

- Ознайомитися з особливостями роботи спеціалізованого модуля SPTool пакета прикладних програм MATLAB.
- Провести за допомогою модулів SPTool та FDATool програмного пакету MATLAB моделювання процесу цифрової фільтрації сигналів та аналіз їх часових та спектральних характеристики.

Підготовка до виконання роботи

1. Закріпити теоретичні знання, додатково опрацювавши матеріал щодо принципів цифрового представлення та опрацювання сигналів, цифрової фільтрації та оцінювання частотних характеристик методами цифрового спектрального аналізу.
2. Закріпити теоретичні знання та практичні навички роботи з програмним пакетом MATLAB та освоїти основні функціональні можливості його модуля Signal Processing Tool (SPTool) (підрозділ Б.3.4 «Додатку Б»).

Порядок виконання роботи

1. Включити комп'ютер, запустити програму MATLAB.
2. Викликати графічні середовища FDATool та SPTool.
3. Сформувані (відповідно до завдання 2) цифровий сигнал та імпортувати його в модуль SPTool.
4. Здійснити (відповідно до завдання 1) за допомогою графічного середовища FDATool синтез цифрового FIR-фільтру та експортувати отримані результати в модуль SPTool.
5. Використовуючи команду *Apply* закладки *Filter* середовища SPTool здійснити фільтрацію сформованого вхідного цифрового сигналу через синтезований цифровий фільтр.
6. Використовуючи команду *Create* закладки *Spectra* середовища SPTool провести на основі застосування швидкого ДПФ (FFT) та метода Уелча (Welch) цифровий спектральний аналіз сигналів, отриманих до та після фільтрації.
7. Отримати графічні залежності часового та частотного представлення вхідних та вихідних сигналів, а також амплітудно- та фазочастотні характеристики синтезованого фільтру.

8. Повторити (відповідно до завдання 1) дослідження з пунктів 4-7 для випадку синтезу фільтра за рекурсивною схемою IIR.
9. Проаналізувати отримані результати:
 - 9.1. характер часового та спектрального представлення сигналів до та після фільтрації;
 - 9.2. різницю часових та спектральних формах представлення вихідних сигналів, отриманих після проходження через FIR та IIR цифрові фільтри.
 - 9.3. вплив вибору метода та параметрів цифрового спектрального аналізу на точність відображення спектральних характеристик сигналів.
- 10.Зробити висновки.

Вихідні дані
Завдання 1

№	Вид характеристики						Тип фільтру/ метод розрахунку
	Частота д-ції Fs, кГц	Вид частотної х-ки	Частота		АЧХ		
			Fpass, кГц	Fstop, кГц	Apass, дб	Astop, дб	
1	48	ФНЧ Lowpass	1	7	3	20	FIR Window Kaiser
							IIR Elliptic
2		ФВЧ Highpass	7	1			FIR Window Kaiser
							IIR Butterworht
3		ФНЧ Lowpass	6.5	8			FIR Window Kaiser
							IIR Chebyshev Tipe I
4		ФНЧ Lowpass	0.5	6			FIR Window Kaiser
							IIR Chebyshev Tipe II
5		ФВЧ Highpass	5	2.5			FIR Window Kaiser
							IIR Elliptic

Завдання 2

№	Вид характеристики				
	Тривалість t, с	Частота д-ції Fs, кГц	Частота F ₁ , кГц	Частота F ₂ , кГц	Тип сигналу
1	1	48	1	7	$\sin(2\pi F_1 x) + \sin(2\pi F_2 x)$
2			3	4	$\sin(2\pi F_1 x) * \sin(2\pi F_2 x)$
3			1.5	8	$[1 + \sin(2\pi F_1 x)] * \sin(2\pi F_2 x)$
4			0.5	6	$\sin(2\pi F_1 x) + \cos(2\pi F_2 x)$
5			2.5	5	$\sin(2\pi F_1 x) + 2 \sin(2\pi F_2 x)$

Зміст звіту

1. Мета роботи.
2. Короткі теоретичні відомості.
3. Вихідні дані для моделювання.
4. Графіки часового і спектрального представлення цифрових сигналів.
5. Графіки амплітудно-частотних і фазочастотні характеристик цифрових фільтрів.
6. Висновки.

Контрольні питання

1. Опишіть механізм моделювання цифрової фільтрації в пакеті Matlab.
2. Чим функціонально відрізняються графічні середовища FDATool та SPTool?
3. Що таке спектральний аналіз? Назвіть основні методи цифрового спектрального аналізу, що застосовуються в Matlab.
4. Назвіть причини виникнення ефекту “розмиття спектру” і в чому полягають методи боротьби з цим ефектом?
5. Як впливає вибір метода та параметрів цифрового спектрального аналізу на точність відображення спектральних характеристик сигналів?
6. Як впливає рекурсивна або не рекурсивна форма реалізації цифрового фільтру на якість фільтрації?
7. Опишіть характер сигналів на вході і виході цифрового фільтру та порівняйте з виглядом АЧХ фільтру. Зробіть висновки.

Додаток А

ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ В СЕРЕДОВИЩІ MATHCAD

Лабораторна робота №1 ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ АНАЛОГОВИХ, ДИСКРЕТНИХ, ТА ЦИФРОВИХ СИГНАЛІВ І ЇХ СПЕКТРІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПАКЕТУ MATHCAD

Аналітичний запис аналогового сигналу, що досліджується

$$y_a(t) := \begin{cases} 0.5 \cdot \left(1 + \cos \left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t - \frac{\tau}{2}}{\tau} \right) \right) & \text{if } (t \geq 0) \cdot (t \leq \tau) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Параметри сигналу:

$\tau \equiv 3$ - тривалість сигналу

Дискретизація і квантування сигналу

$N \equiv 9$ - кількість дискретних відліків

$L \equiv 8$ - кількість рівнів квантування

$$T_d := \frac{\tau}{N - 1} \quad \text{- період дискретизації}$$

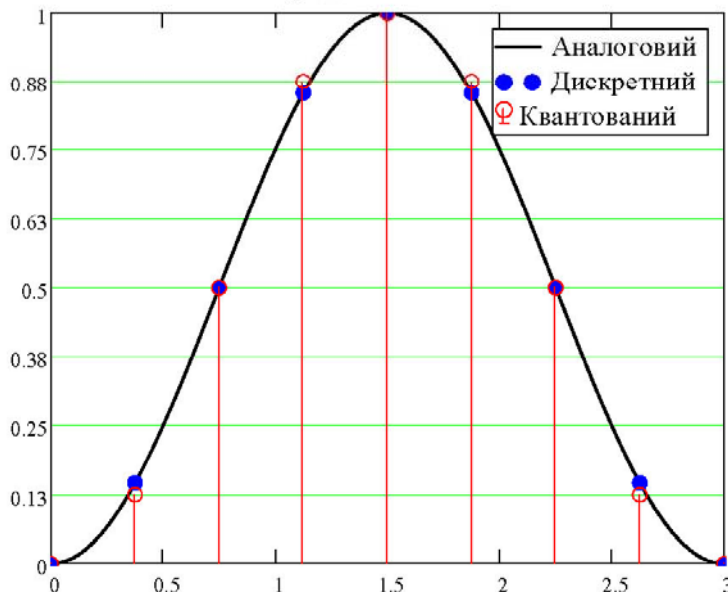
$$W_d := \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad \text{- кругова частота дискретизації}$$

$$n := 0..N - 1$$

$$y_{d_n} := y_a(n \cdot T) \quad \text{- формування вектору відліків дискретного сигналу}$$

$$y_{k_n} := \frac{1}{L} \cdot \text{floor}(L \cdot y_a(n \cdot T) + 0.5) \quad \text{- формування вектору відліків квантованого (цифрового) сигналу}$$

Часове представлення сигналів



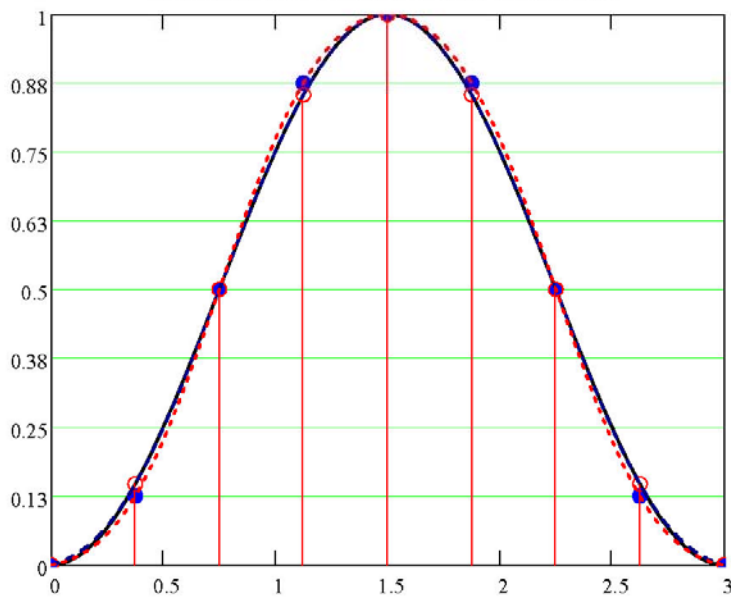
Відновлення неперервної (аналогової) форми сигналу по відлікам (ряди Котельникова)

$\text{sinc}(t) := \text{if}\left(t = 0, 1, \frac{\sin(t)}{t}\right)$ - функція виду $\sin(x)/x$

$y_{vd}(t) := \sum_n \left[y_{d_n} \cdot \text{sinc}\left[\frac{\pi}{T} \cdot (t - n \cdot T)\right] \right]$ - відновлення по дискретним відлікам

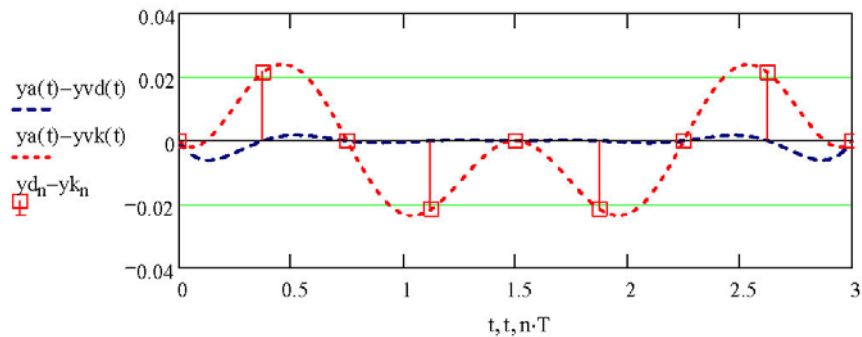
$y_{vk}(t) := \sum_n \left[y_{k_n} \cdot \text{sinc}\left[\frac{\pi}{T} \cdot (t - n \cdot T)\right] \right]$ - відновлення по квантованим відлікам

Початковий та відновлені сигнали



- Початковий сигнал
- ● Дискретні відліки
- ⊙ Квантовані відліки
- - - Відновлений по дискретній послідовності
- · · Відновлений по квантованій послідовності

Похибки відновлення



Спектральне представлення аналогових і дискретних сигналів Дискретне перетворення Фур'є дискретного і квантованого сигналів

$$Y_a(w) := \frac{1}{\tau} \left(\int_0^{\tau} y_a(t) \cdot e^{-i \cdot w \cdot t} dt \right) \quad \text{- обчислення спектру аналогового сигналу (пряме інтегральне перетворення Фур'є)}$$

$$Y_d(w) := \frac{1}{N-1} \left[\sum_{n=0}^{N-1} \left(y_d_n \cdot e^{-i \cdot w \cdot n \cdot T} \right) \right] \quad \text{- обчислення спектру дискретного сигналу (пряме перетворення Фур'є дискретної функції)}$$

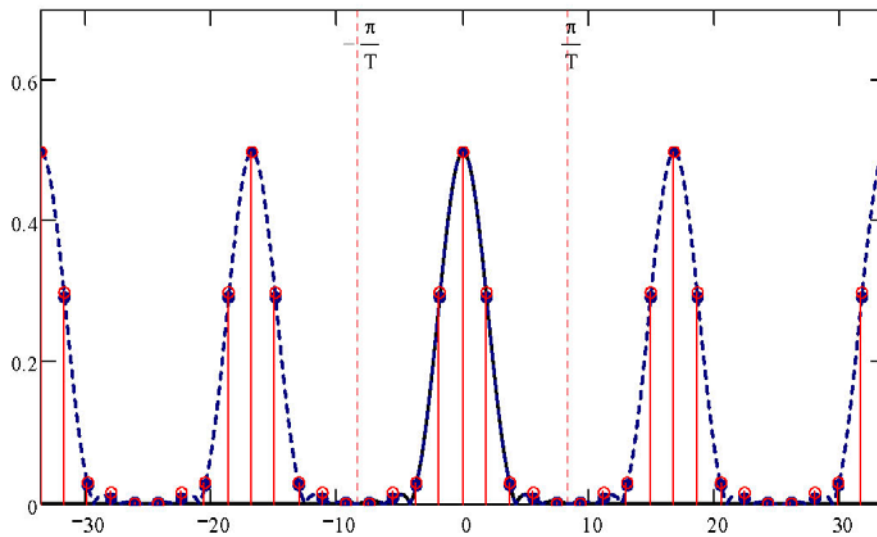
$$k := -3 \cdot (N-1) .. 3 \cdot (N-1)$$

$$Y_{dd}(k) := \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \left(y_d_n \cdot e^{-i \cdot k \cdot n \cdot \frac{W_d \cdot T}{N}} \right) \quad \text{- обчислення прямого дискретного перетворення Фур'є (ДПФ)}$$

$$Y_{kd}(k) := \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \left(y_k_n \cdot e^{-i \cdot k \cdot n \cdot \frac{W_d \cdot T}{N}} \right) \quad \text{- обчислення прямого дискретного перетворення Фур'є (ДПФ)}$$

$$w := -2 \cdot W_d, -2 \cdot W_d + \frac{W_d}{100} .. 2 \cdot W_d$$

Спектральне представлення сигналів (амплітудні складові)



- Спектр аналогового сигналу
- - - Спектр дискретного сигналу
- ДПФ дискретної послідовності
- ⊕ ДПФ квантованої послідовності

Лабораторна робота №2
МОДЕЛЮВАННЯ НЕРЕКУРСИВНИХ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ
ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПАКЕТУ MATHCAD

Частина 1. Нерекурсивний дискретний фільтр

Часові і частотні характеристики
нерекурсивного дискретного фільтра

$N \equiv 15$ - порядок нерекурсивного дискретного фільтра

$\tau \equiv 6$ - тривалість імпульсної характеристики

$T := \frac{\tau}{N-1}$ - період дискретизації

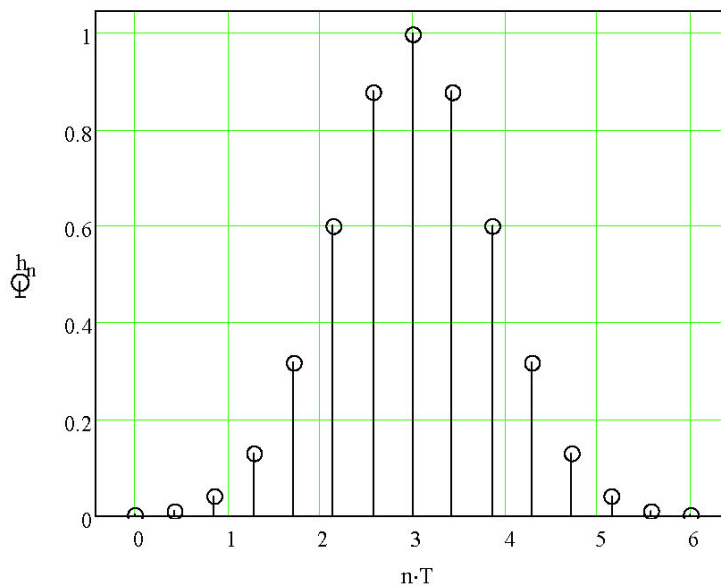
$F_d := \frac{1}{T}$ - лінійна частота дискретизації

$n := 0..N-1$

$h_n := e^{-\left(\beta \cdot \frac{nT - \frac{\tau}{2}}{\tau}\right)^2}$ - формування вектору відліків імпульсної характеристики

$\beta := 5$ - параметр імпульсної характеристики

Імпульсна характеристика

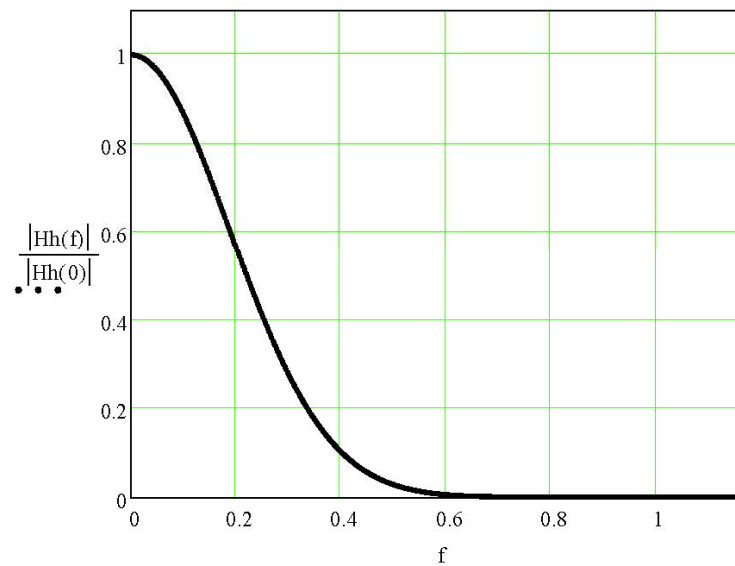


$H(z) := \sum_{k=0}^{N-1} (h_k \cdot z^{-k})$ - системна функція нерекурсивного дискретного фільтра

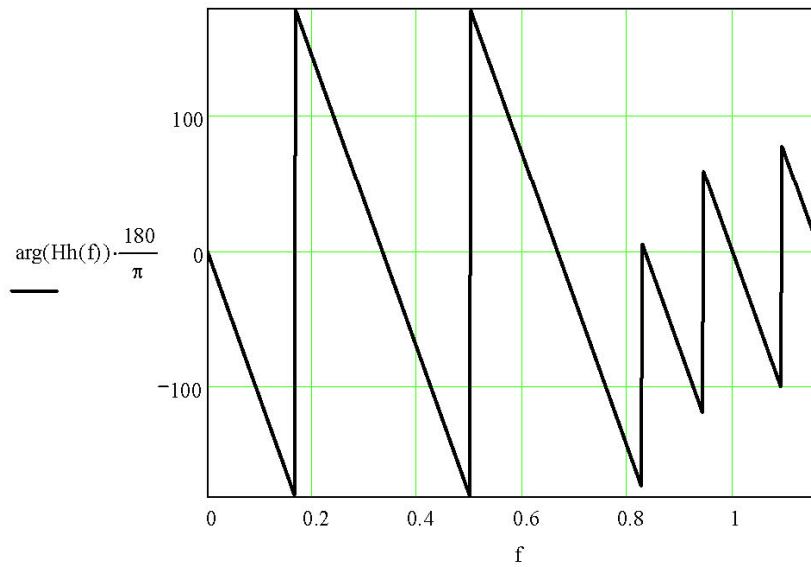
$$Hh(f) := \sum_{k=0}^{N-1} \left(h_k \cdot e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot k \cdot T} \right) - \text{частотна характеристика нерекурсивного дискретного фільтра}$$

$$f := 0, \frac{Fd}{1000} .. \frac{Fd}{2} - \text{діапазон побудови частотних характеристик [0; Fd/2]}$$

Амплітудно-частотна характеристика



Фазо-частотна характеристика



Моделювання реакції нерекурсивного фільтра на вхідний сигнал із застосуванням дискретної згортки

Формування вхідного сигналу нерекурсивного дискретного фільтра

$N_{in} := 10$ - кількість відліків вхідного сигналу

$j := 0..N_{in} - 1$

$x_j := j \cdot T \cdot \alpha^{-j \cdot T}$ - формування відліків вхідного сигналу $\alpha \equiv 1.5$ - параметр вхідного сигналу

$Norm(a,b) := \begin{cases} \text{for } i \in \text{length}(a) .. \text{length}(b) - 1 & \text{if } \text{length}(b) > \text{length}(a) \\ a_i \leftarrow 0 & \\ a & \end{cases}$ - функція, що застосовується для вирівнювання довжини вектора вхідного сигналу і імпульсної характеристики

$xN := Norm(x,h)$ $hN := Norm(h,x)$ - вхідний сигнал і імпульсна характеристика однакової довжини

Обчислення згортки між вхідним сигналом і імпульсною характеристикою нерекурсивного фільтра

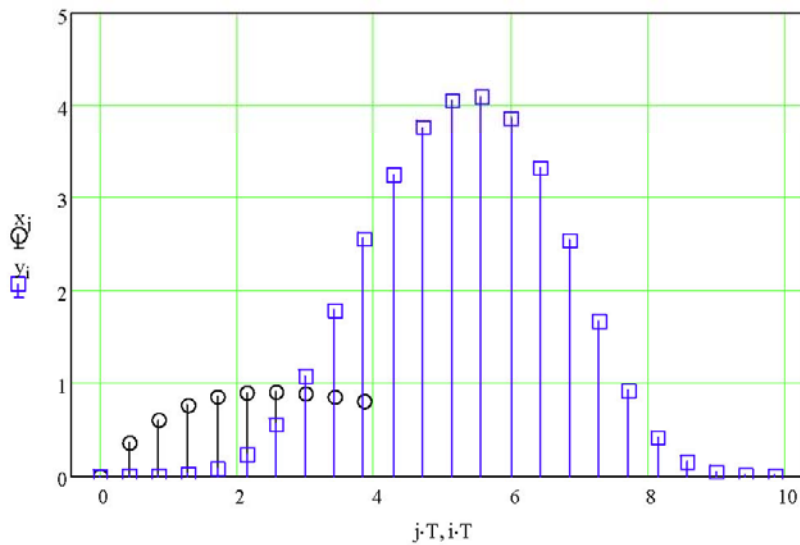
$zgortka(k,x,h) := \sum_{m=0}^k \left(\text{if}(m - \text{length}(x) < 0, h_m, 0) \cdot \text{if}(k - m - \text{length}(h) < 0, x_{k-m}, 0) \right)$ - функція дискретної згортки

$N_{out} := \text{length}(h) + \text{length}(x) - 1$ - обчислення тривалості вихідного сигналу

$i := 0..N_{out} - 1$

$y_i := zgortka(i, xN, hN)$ - обчислення значення відліків вихідного сигналу

Вхідний і вихідний сигнали нерекурсивного фільтра



○ Вхідний сигнал
 □ Вихідний сигнал

Лабораторна робота №2
МОДЕЛЮВАННЯ ЛІНІЙНИХ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ
ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПАКЕТУ MATHCAD

Частина 2. Рекурсивний дискретний фільтр

$$H(z) := \frac{\sum_{k=0}^{N-1} (b_k \cdot z^{-k})}{1 + \sum_{m=1}^{M-1} (a_m \cdot z^{-m})} \quad \text{- системна функція рекурсивного дискретного фільтра в загальному вигляді}$$

$N = 3$ - порядок нерекурсивної частини дискретного фільтра

$M = 3$ - порядок рекурсивної частини дискретного фільтра

$$b = \begin{pmatrix} 0.5 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{- коефіцієнти нерекурсивної частини фільтра} \quad a = \begin{pmatrix} 1 \\ -0.3 \\ -0.5 \end{pmatrix} \quad \text{- коефіцієнти рекурсивної частини фільтра}$$

$$H(z) \rightarrow \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2}}{1 - \frac{3}{10 \cdot z} - \frac{1}{2 \cdot z^2}} \quad \text{- системна функція рекурсивного дискретного фільтра, що моделюється}$$

Часова (імпульсна) характеристика рекурсивного фільтра

$T := 1$ - період дискретизації $\Delta(n) := \delta(n \cdot T, 0)$ - дискретна дельта функція

$Fd := \frac{1}{T}$ - лінійна частота дискретизації

Обчислення імпульсної характеристики на основі зворотнього Z-перетворення системної функції рекурсивного фільтра

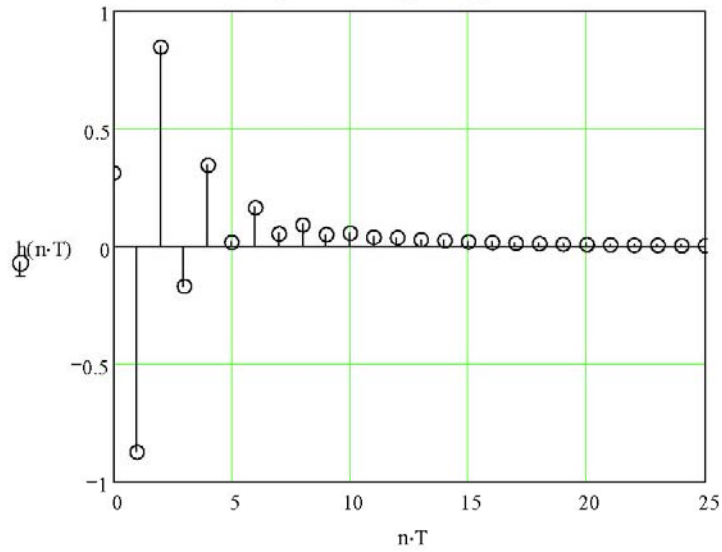
Символьне зворотнє Z-перетворення (із округленням) системної функції дискретного фільтра:

$$H(z) \left| \begin{array}{l} \text{invztrans, z} \\ \text{float, 2} \end{array} \right. \rightarrow .12e-2 \cdot \frac{(-.17e4) \cdot \Delta(n) \cdot 12.^n \cdot 18.^n + .26e3 \cdot 10.^n \cdot 18.^n + .17e4 \cdot (-10.)^n \cdot 12.^n}{12.^n \cdot 18.^n}$$

Визначення функції, що задає імпульсну характеристику рекурсивного дискретного фільтра (на основі раніше розрахованої формули):

$$h(n) := .12e-2 \cdot \frac{(-.17e4) \cdot \Delta(n) \cdot 12.^n \cdot 18.^n + .26e3 \cdot 10.^n \cdot 18.^n + .17e4 \cdot (-10.)^n \cdot 12.^n}{12.^n \cdot 18.^n}$$

Імпульсна характеристика

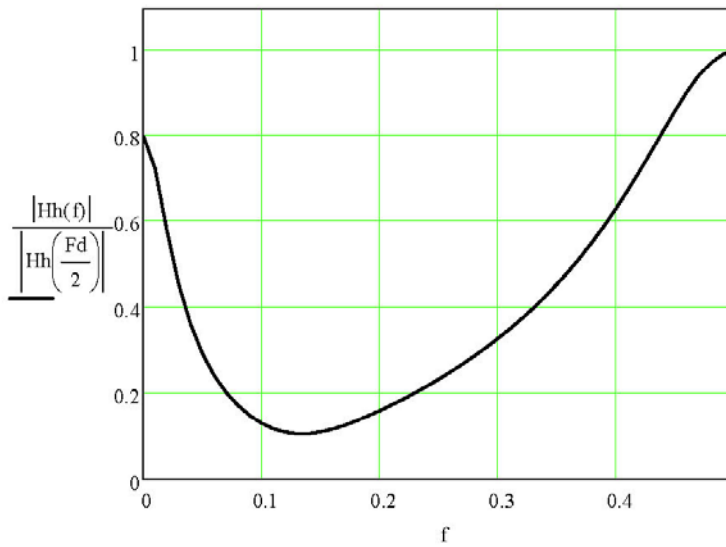


Частотні характеристики рекурсивного фільтра

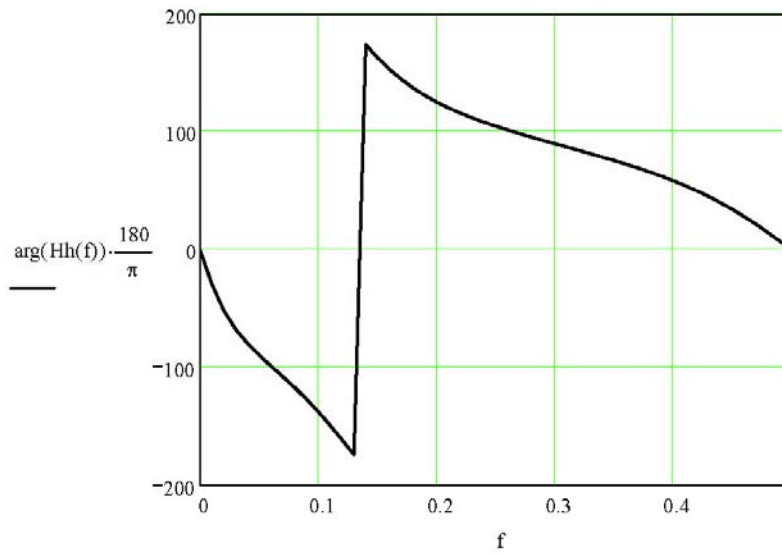
$$Hh(f) := \frac{\sum_{k=0}^{N-1} (b_k \cdot e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot k \cdot T})}{1 + \sum_{m=1}^{M-1} (a_m \cdot e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot m \cdot T})} \quad \text{- частотна характеристика рекурсивного дискретного фільтра}$$

$$f := 0, \frac{Fd}{100} \dots \frac{Fd}{2} \quad \text{- діапазон побудови частотних характеристик [0; Fd/2]}$$

Амплітудно-частотна характеристика



Фазо-частотна характеристика



Модельовання реакції рекурсивного фільтра на вхідний сигнал із застосуванням Z-перетворення

$x(n) := n \cdot T \cdot \alpha^{-n \cdot T}$ - аналітичний запис вхідного дискретного сигналу $\alpha \equiv 3$ - параметр сигналу рекурсивного фільтра

$x(n) \text{ ztrans, } n \rightarrow 3 \cdot \frac{z}{(3 \cdot z - 1)^2}$ - символічне Z-перетворення вхідного сигналу

$X(z) := 3 \cdot \frac{z}{(3 \cdot z - 1)^2}$ - Z-образ вхідного сигналу

$Y(z) := H(z) \cdot X(z)$ - обчислення Z-образу вихідного сигналу як добутку системної функції і Z-образу вхідного сигналу

Символьне обернене Z-перетворення вихідного сигналу (із округленням):

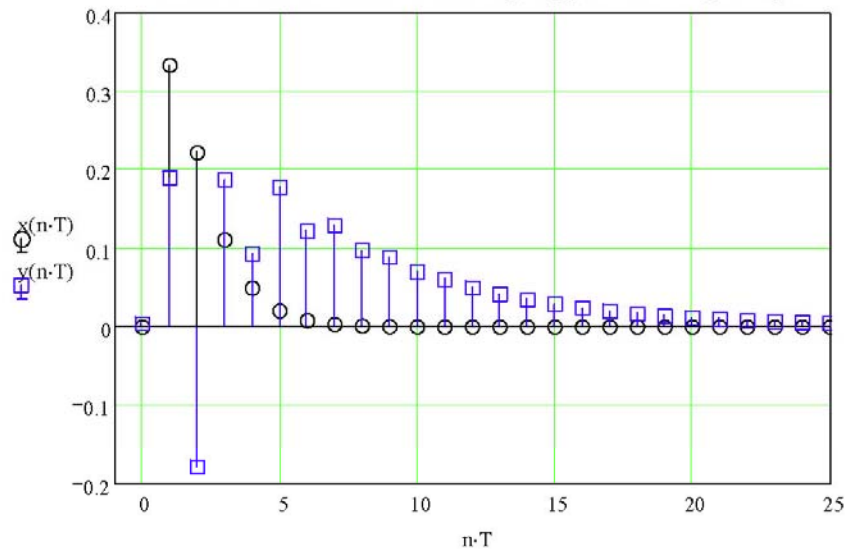
$$Y(z) \left| \begin{array}{l} \text{invztrans, } z \\ \text{float, } 2 \end{array} \right. \rightarrow .14e-4 \cdot \frac{.32e5 \cdot 10.^n \cdot 18.^n - .38e5 \cdot (-10).^n \cdot 12.^n + .63e4 \cdot .33^n \cdot 12.^n \cdot 18.^n - .11e6 \cdot .33^n \cdot n \cdot 12.^n \cdot 18.^n}{12.^n \cdot 18.^n}$$

Часове представлення вихідного дискретноо сигналу рекурсивного фільтра:

$$y(n) := .14e-4 \cdot \frac{.32e5 \cdot 10.^n \cdot 18.^n - .38e5 \cdot (-10).^n \cdot 12.^n + .63e4 \cdot .33^n \cdot 12.^n \cdot 18.^n - .11e6 \cdot .33^n \cdot n \cdot 12.^n \cdot 18.^n}{12.^n \cdot 18.^n}$$

$n := 0 .. 30$

Вхідний і вихідний сигнали рекурсивного фільтра



○ Вхідний сигнал

□ Вихідний сигнал

Додаток Б
**ЦИФРОВА ФІЛЬТРАЦІЯ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ
ПАКЕТУ ПРИКЛАДНИХ ПРОГРАМ MATLAB**

Б.1. Призначення та основні компоненти MATLAB

Б.1.1. Коротка характеристика MATLAB

Пакет прикладних програм MATLAB - це реалізація високопродуктивної мови для технічних розрахунків. Він містить у собі обчислення, візуалізацію і програмування в зручному середовищі, де задачі і рішення виражаються у формі, близькій до математичної. Типове використання MATLAB - це:

- математичні обчислення;
- створення алгоритмів;
- моделювання;
- аналіз даних, дослідження і візуалізація;
- наукова й інженерна графіка;
- розробка додатків, включаючи створення графічного інтерфейсу.

MATLAB - це інтерактивна система, у якій основним елементом даних є масив. Це дозволяє вирішувати різні задачі, зв'язані з технічними обчисленнями, особливо в яких використовуються матриці і вектори, у кілька разів швидше, ніж при написанні програм з використанням "скалярних" мов програмування, таких як Сі або Фортран.

Слово MATLAB означає матрична лабораторія (matrix laboratory). MATLAB розвивався на протязі декількох років, орієнтуючись на різних користувачів. В університетському середовищі, він являє собою стандартний інструмент для роботи в різних областях математики, машинобудуванні і науки. У промисловості, MATLAB - це інструмент для високопродуктивних досліджень, розробок і аналізу даних [7,8].

У MATLAB важлива роль приділяється спеціалізованим групам програм, названих *toolboxes*. Вони дуже важливі для більшості користувачів MATLAB, тому що дозволяють вивчати і застосовувати спеціалізовані методи. *Toolboxes* - це всебічна колекція функцій MATLAB (М-файлів), що дозволяють вирішувати окремі класи задач. *Toolboxes* застосовуються для обробки сигналів, систем контролю, нейронних мереж, нечіткої логіки, вейвлетів, моделювання і т.д.

Б.1.2. Основні функціональні компоненти MATLAB

Умовно систему MATLAB можна поділити на декілька основних функціональних частин:

Мова MATLAB. Це мова матриць і масивів високого рівня з керуванням потоками, функціями, структурами даних, введенням-виводом

і особливостями об'єктно-орієнтованого програмування.

Середовище MATLAB. Це набір інструментів і засобів, з якими працює користувач або програміст MATLAB. Вона містить у собі засоби для керування перемінними в робочому просторі MATLAB, введенням і виводом даних, а також створення, контролю і налагодження М-файлів і додатків MATLAB.

Керована графіка. Це графічна система MATLAB, що містить у собі команди високого рівня для візуалізації двох- і тривимірних даних, обробки зображень, анімації й ілюстрованої графіки. Вона також містить у собі команди низького рівня, що дозволяють цілком редагувати зовнішній вигляд графіки, також як при створенні *Графічного Користувальницького Інтерфейсу (GUI)* для MATLAB додатків.

Бібліотека математичних функцій. Це велика колекція обчислювальних алгоритмів від елементарних функцій, таких як сума, синус, косинус, комплексна арифметика, до більш складних, таких як трансформація матриць, знаходження власних значень, функції Беселя, швидке перетворення Фур'є.

Програмний інтерфейс. Це бібліотека, що дозволяє писати програми на Сі і Фортрані, що взаємодіють з MATLAB. Вона включає засоби для виклику програм з MATLAB (динамічний зв'язок), викликаючи MATLAB як обчислювальний інструмент і для читання-запису Мат-файлів.

Simulink. Це інтерактивна система для моделювання нелінійних динамічних систем. Вона являє собою середовище, кероване маніпулятором типу „mouse”, що дозволяє моделювати процес шляхом перетаскування блоків діаграм на екрані і їхній маніпуляції. Simulink працює з лінійними, нелінійними, безперервними, дискретними, цифровими системами.

Blocksets. Це доповнення до Simulink, що забезпечують бібліотеки блоків для спеціалізованих додатків, таких як зв'язок, опрацювання сигналів, енергетичні системи та ін.

Real-Time Workshop - це програма, що дозволяє генерувати Сі код із блоків діаграм і запускати їх на виконання на різних системах реального часу.

Більш детальна інформація про основні компоненти MATLAB, його пакети розширення та функції, які вони виконують, наведена в [7].

Б.2. Синтез цифрових фільтрів та аналіз їх характеристик у MATLAB

У MATLAB є більш двадцяти функцій синтезу дискретних фільтрів. Більша їхня частина зосереджена в пакеті Signal Processing Toolbox, декілька функції розрахунку конкретних фільтрів є в пакетах Communications Toolbox та Filter Design Toolbox [6,7].

Загальні відомості про функції розрахунку фільтрів представлені в табл. Б.1. У стовпці «Пакет» використовуються наступні позначення:

- SP — Signal Processing Toolbox;
- Comm — Communications Toolbox;
- FD – Filter Design Toolbox.

Таблиця Б.1. Функції синтезу дискретних фільтрів

Функція	Пакет	Тип фільтра	АЧХ	Метод синтезу
1	2	3	4	5
butter	SP	Рекурсивний	Батерворта	Білінійне z-перетворення
cheby1	SP	Рекурсивний	Чебишева першого роду	Білінійне z-перетворення
cheby2	SP	Рекурсивний	Чебишева другого роду	Білінійне z-перетворення
ellip	SP	Рекурсивний	Кауера (еліптична)	Білінійне z-перетворення
bilinear	SP	Рекурсивний	Довільний аналоговий прототип	Білінійне z-перетворення
impinvar	SP	Рекурсивний	Довільний аналоговий прототип	Інваріантне перетворення імпульсної характеристики
yulewalk	SP	Рекурсивний	Кусочно-лінійна	Авторегресійний метод
invfreqz	SP	Рекурсивний	Довільна	Мінімізація різниці між чисельником функції передачі і добутком її знаменника і бажаної ЧХ
prony	SP	Рекурсивний	Синтез по заданій імпульсній характеристиці	Експонентна апроксимація Проні
firl	SP	Нерекурсивний	Багатополосова	Зворотне перетворення Фур'є з використанням вікон
fir2	SP	Нерекурсивний	Кусочно-лінійна	Зворотне перетворення Фур'є з використанням вікон
firls	SP	Нерекурсивний	Кусочно-лінійна с перехідними смугами	Мінімізація середньоквадратичної помилки
fircls	SP	Нерекурсивний	Кусочно-постійна	Мінімізація середньоквадратичної помилки з обмеженням максимального відхилення

1	2	3	4	5
fircls	SP	Нерекурсивний	ФНЧ, ФВЧ	Мінімізація середньоквадратичної помилки з обмеженням максимального відхилення
firrcos	SP	Нерекурсивний	ФНЧ	Косинусоїдальне згладжування
intfilt	SP	Нерекурсивний	ФНЧ	Мінімаксна апроксимація
remez	SP	Нерекурсивний	Кусочно-лінійна з перехідними смугами	Мінімаксна апроксимація
cremez	SP	Нерекурсивний (у тому числі з нелінійною ФЧХ і комплексними коефіцієнтами)	Кусочно-лінійна з перехідними смугами	Мінімаксна апроксимація
rcosfir	Comm	Нерекурсивний	ФНЧ	Косинусоїдальне згладжування
rcosiir	Comm	Рекурсивний	ФНЧ	Розкладання по сингулярних числах матриці Ганкеля, заповненої відліками імпульсної характеристики
hilbiir	Comm	Рекурсивний	Фільтр Гільберта	Розкладання по сингулярних числах матриці Ганкеля, заповненої відліками імпульсної характеристики
gremez	FD	Нерекурсивний	Кусочно-лінійна з перехідними смугами	Мінімаксная апроксимація
firlpnorm	FD	Нерекурсивний	Кусочно-лінійна з перехідними смугами	Мінімізація р-норми помилки
iirgrpdelay	FD	Рекурсивний	Синтез але заданій груповій затримці	Мінімізація р-норми помилки
iirlpnorm	FD	Рекурсивний	Кусочно-лінійна з перехідними смугами	Мінімізація р-норми помилки
iirlpnormc	FD	Рекурсивний	Кусочно-лінійна з перехідними смугами	Мінімізація р-норми помилки з обмеженням модулів полюсів фільтра

Б.2.1. Функції безпосереднього синтезу дискретних фільтрів

В даному підрозділі розглядається реалізація в MATLAB найбільш поширених на практиці класичних методів синтезу частотно-вибіркових дискретних фільтрів.

Б.2.1.1. Функції синтезу дискретних фільтрів на основі аналогових фільтрів-прототипів

Одним з найпоширеніших підходів розрахунку параметрів дискретних ФНЧ, ФВЧ, смугових і режекторних фільтрів є використання частотно-передатних функцій аналогових прототипів Батерворта, Чебишева (першого і другого роду) і Кауера з подальшим застосуванням

до них білінійного z-перетворення. Для безпосереднього застосування цього підходу в MATLAB реалізовані наступні функції:

- `butter(n, w0, type)` — розрахунок фільтрів Батерворта;
- `cheby1(n, Rp, w0, type)` — розрахунок фільтрів Чебишева 1-го роду;
- `cheby2(n, Rs, w0, type)` — розрахунок фільтрів Чебишева 2-го роду;
- `ellip(n, Rp, Rs, w0, type)` — розрахунок еліптичних фільтрів (фільтрів Кауера).

Перераховані функції дозволяють розраховувати як дискретні, так і аналогові фільтри. Ознакою дискретного розрахунку служить відсутність рядка 's' наприкінці списку вхідних параметрів.

Параметри n , R_p , R_s (їх склад залежить від типу фільтра) — це параметри фільтру-прототипу: n — порядок фільтра, R_p — рівень пульсацій АЧХ у смузі пропускання (у децибелах), R_s — рівень пульсацій АЧХ у смузі затримування (у децибелах).

Параметри w_0 і `type` використовуються спільно для завдання типу фільтра і значень його частот зрізу (нормованих до частоти Найквіста):

- ФНЧ: w_0 — скаляр, параметр `type` відсутній;
- ФВЧ: w_0 — скаляр, `type='high'`;
- смуговий фільтр: w_0 — двохелементний вектор частот зрізу [w_1 w_2], параметр `type` відсутній;
- режекторний фільтр: w_0 — двохелементний вектор частот зрізу [w_1 w_2] `type='stop'`.

В залежності від того, скільки вихідних параметрів зазначено при виклику, функції можуть повертати результати розрахунку у вигляді коефіцієнтів поліномів чисельника і знаменника функції передачі (два вихідних параметри), нулів і полюсів (три вихідних параметри) або параметрів простору станів (чотири вихідних параметри).

Б.2.1.2. Функції вибору порядку фільтрів

Розглянуті вище функції розрахунку фільтрів вимагають завдання в якості вхідних параметрів порядку фільтра і його частоти зрізу. При цьому поняття частоти зрізу для фільтрів різних типів визначається по-різному. Проте вихідними даними при розробці фільтрів, як правило, є інші параметри: частотні границі смуг пропускання і затримування, а також припустима нерівномірність АЧХ у смузі пропускання і мінімально необхідне загасання в смузі затримування.

Вибрати мінімально необхідний порядок фільтра дозволяють наступні однотипні функції пакета Signal Processing:

`[n, Wn] = buttord(Wp, Ws, Rp, Rs)`

`[n, Wn] = cheb1ord(Wp, Ws, Rp, Rs)`

`[n, Wn] = cheb2ord(Wp, Ws, Rp, Rs)`

`[n, Wn] = ellipord(Wp, Ws, Rp, Rs)`

Вхідний параметр R_p — припустимий рівень пульсацій у смузі пропущення (у децибелах), R_s — мінімально необхідне згасання в смузі затримування (у децибелах). Параметри W_p і W_s задають границі смуг пропущення і затримування (нормовані до частоти Найквіста), спосіб завдання цих параметрів залежить від типу фільтра:

- ФНЧ: W_p і W_s — числа, при цьому повинно виконуватися нерівність $W_p < W_s$;
- ФВЧ: W_p і W_s — числа, при цьому повинно виконуватися нерівність $W_p > W_s$;
- смуговий фільтр: W_p і W_s — двохелементні вектори, при цьому повинні виконуватися нерівності $W_s(1) < W_p(1) < W_p(2) < W_s(2)$;
- режекторний фільтр: W_p і W_s — двохелементні вектори, при цьому повинні виконуватися нерівності $W_p(1) < W_s(1) < W_s(2) < W_p(2)$.

Вихідними параметрами є мінімально необхідний для виконання заданих вимог порядок фільтра n і частота зрізу фільтра W_n (нормована до частоти Найквіста). Ці параметри можуть надалі використовуватися для виклику інших функцій розрахунку фільтра. Повернення значення W_n звільняє користувача від турбот, зв'язаних з тим, що при розрахунку різних фільтрів поняття частоти зрізу має різний сенс.

Оскільки порядок фільтра — ціле число, то звичайно виявляється, що фільтр мінімально необхідного порядку забезпечує деякий запас по вихідних параметрах. При цьому для фільтрів Батерворта і Чебишева першого роду буде збільшуватися згасання в смузі затримування, для фільтрів Чебишева другого роду — зменшуватися пульсації в смузі пропущення, а для еліптичних фільтрів — розширюватися смуга затримування.

Б.2.1.3. Функції синтезу рекурсивних фільтрів на основі Z-перетворень

Б.2.1.3.1. Функція bilinear

Функція bilinear призначена для синтезу дискретних фільтрів по довільних аналогових прототипах методом білінійного z-перетворення. Вона може перетворювати задані різними способами аналогові описи систем у дискретні і тому має три варіанти синтаксису:

$$[bz, az] = \text{bilinear}(b, a, Fs)$$

$$[zz, pz, kz] = \text{bilinear}(z, p, k, Fs)$$

$$[Az, Bz, Cz, Dz] = \text{bilinear}(A, B, C, D, Fs)$$

Тут b і a — коефіцієнти поліномів чисельника і знаменника функції передачі аналогового прототипу, z , p і k — нулі, полюса і коефіцієнт підсилення аналогового прототипу, A , B , C і D — параметри простору станів для аналогового прототипу. Аналогічні ідентифікатори з буквою z

наприкінці позначають відповідні параметри синтезованої дискретної системи.

Функція розрізняє способи завдання опису аналогового прототипу по розміру переданих параметрів. Якщо два перших вхідних параметри — вектори-рядки, вони вважаються коефіцієнтами поліномів чисельника і знаменника функції передачі. Якщо два перших вхідних параметри — вектори-стовпці, вони вважаються нулями і полюсами функції передачі. Якщо перший вхідний параметр — матриця, то це означає, що аналоговий прототип заданий у просторі станів. Параметр F_s задає частоту дискретизації в герцах.

Б.2.1.3.Б. Функція `impinvar`

Функція `impinvar` призначена для синтезу дискретних фільтрів по довільних аналогових прототипах методом інваріантного перетворення імпульсної характеристики. Синтаксис виклику функції наступний:

`[bz, az] =impinvar(b, a, Fs, tol)`

Вхідні параметри b і a — коефіцієнти чисельника і знаменника функції передачі аналогового прототипу, F_s — частота дискретизації (за замовчуванням її значення дорівнює 1 Гц).

Параметр `tol` задає відносний поріг виявлення кратних полюсів. Два близько розташованих полюси вважаються співпадаючими, якщо відстань між ними, ділена на більший з їх модулів, менше `tol`.

Вихідні параметри `bz` і `az` — коефіцієнти чисельника і знаменника функції передачі для синтезованого дискретного фільтра.

Б.2.1.4. Функції синтезу нерекурсивних фільтрів з використанням вагових вікон

У пакеті `Signal Processing` є дві функції, що реалізують метод синтезу фільтрів на основі розкладання в ряд Фур'є з використанням вагових вікон. Різниця між ними полягає в типі АЧХ - функція `fir1` призначена для синтезу багатополосних фільтрів, АЧХ яких у заданих частотних точках стрибкоподібно змінюється, приймаючи значення 0 або 1, а функція `fir2` допускає завдання довільної кусочно-лінійної АЧХ.

Б.2.1.4.1. Функція `fir1`

Функція `fir1` дозволяє розраховувати нерекурсивні смугово-проникні фільтри з лінійною ФЧХ, у тому числі багатосмугові (`multiband`), методом зворотного перетворення Фур'є з використанням вагових вікон. Синтаксис виклику функції наступний:

`b = fir1(n, Wn, 'ftype', window, 'normalization')`

Тут n — порядок фільтра, що розраховується, (його імпульсна характеристика буде містити $n+1$ ненульових відліків).

Параметри W_n і `'ftype'` (необов'язковий) спільно визначають тип синтезованого фільтра і його частоту (частоти) зрізу. Частоти зрізу

задаються нормованими до частоти Найквіста (тобто їх значення повинні лежати в діапазоні 0...1, величина 1 відповідає половині частоти дискретизації). Значення цих параметрів залежать від типу фільтра:

- ФНЧ: W_n — частота зрізу, параметр 'ftype' відсутній;
- ФВЧ: W_n — частота зрізу, 'ftype' = 'high';
- смуговий фільтр: $W_n = [w_1 w_2]$, де w_1 і w_2 — границі смуги пропускання, параметр 'ftype' відсутній;
- режекторний фільтр: $W_n = [w_1 w_2]$, де w_1 і w_2 — границі смуги затримання, 'ftype' = 'stop';
- багатосмуговий фільтр, що пропускає низькі частоти: $W_n = [w_1 w_B \dots w_n]$, де w_i — границі смуг пропускання, упорядковані по зростанню, 'ftype'='DC-1'. Такий фільтр буде мати смуги пропускання 0... w_1 , $w_B \dots w_3$ і т.д.;
- багатосмуговий фільтр, що затримує низькі частоти: $W_n = [w_1 w_B \dots w_n]$, де w_i — границі смуг пропускання, упорядковані по зростанню, 'ftype'='DC-0'. Такий фільтр буде мати смуги пропускання $w_1 \dots w_2$, $w_3 \dots w_4$ і т.д.

Для ФВЧ і режекторних фільтрів, а також багатосмугових фільтрів з ненульовим коефіцієнтом передачі на частоті Найквіста можливий тільки парний порядок. Якщо задати непарне n , буде розрахований фільтр на одиницю більшого порядку.

Параметр window задає вагове вікно, що використовується при синтезі. Це повинен бути вектор-стовпець, що містить $n+1$ елементів. За замовчуванням використовується вікно Хеммінга, що розраховується шляхом виклику функції hamming($n+1$).

Рядковий параметр 'normalization' керує нормуванням (масштабуванням) розрахованої імпульсної характеристики фільтра. За замовчуванням використовується значення 'scale', при якому імпульсна характеристика нормується так, щоб забезпечити одиничне значення (0 дБ) коефіцієнта передачі в центрі смуги пропускання (для багатосмугових фільтрів — у центрі самої низькочастотної смуги пропускання). Друге можливе значення параметра — 'noscale1', у цьому випадку нормування не здійснюється.

Результатом роботи функції є вектор b коефіцієнтів нерекурсивного фільтра. Розрахований фільтр має лінійну ФЧХ і вносить групову затримку, незалежно від частоти рівну $n/2$ відліків.

Б.2.1.4.2. Функція fir2

Функція fir2, так само як і fir1, призначена для синтезу нерекурсивних фільтрів з лінійної ФЧХ методом зворотного перетворення Фур'є з використанням вікон. Відмінність полягає в тому, що при синтезі

можна задати довільну кусочно-лінійну АЧХ. Синтаксис виклику функції наступний:

$b = \text{fir2}(n, f, m, \text{Npt}, \text{lap}, \text{window})$

Тут n — порядок фільтра, що розраховується, (його імпульсна характеристика буде містити $n+1$ ненульових отсчетов).

Параметри f і m повинні бути векторами однакової довжини, вони спільно визначають бажану АЧХ синтезованого фільтра. Вектор f містить значення частот, нормовані до частоти Найквіста, а вектор m - відповідні цим частотам значення АЧХ. У проміжках між заданими точками АЧХ інтерполюється по лінійному закону. Частоти у векторі f повинні утворювати зростаючу послідовність, крім того, повинні виконуватися рівності $f(1)=0$ і $f(\text{end})=1$. Частоти можуть дублюватися, що дає можливість задати стрибкоподібну зміну АЧХ. Вивести графік синтезованої АЧХ можна командою `plot(f, m)`.

Для фільтрів, коефіцієнт передачі яких на частоті Найквіста не дорівнює нулеві, можливий тільки парний порядок. Якщо задати непарне n , буде розрахований фільтр на одиницю більшого порядку.

Інші параметри функції є необов'язковими. Параметр `Npt` задає число точок, використовуване при інтерполяції заданої АЧХ. За замовчуванням його значення дорівнює 51Б.

Параметр `lap` задає ширину перехідних зон навколо стрибків. При інтерполяції АЧХ у цих зонах замість стрибка буде сформований лінійний перехід. Ширина зон виміряється в точках інтерполяції і за замовчуванням дорівнює 25.

Параметр `window` має те саме призначення, що і для функції `fir1`.

Результатом роботи, як і в попередньому випадку, є вектор b коефіцієнтів нерекурсивного фільтра. Розрахований фільтр має лінійну ФЧХ і вносить групову затримку, незалежно від частоти рівну $n/2$ відліків.

Б.3. Моделювання цифрової фільтрації за допомогою графічних середовищ MATLAB

У пакеті MATLAB є два інтегрованих графічних середовища, що дозволяють здійснювати моделювання цифрової фільтрації. Це нове (починаючи з версії 6.0) середовище `FDA Tool` (Filter Design & Analysis Tool), яке в основному призначене для розрахунку та аналізу цифрових фільтрів з урахуванням впливу ефектів квантування, та більш старий модуль `SPTool` (Signal Processing Tool), який надає в розпорядження користувача графічне середовище для перегляду графіків сигналів та їх спектрів, розрахунку й аналізу дискретних фільтрів, а також фільтрації сигналів [6,7].

Б.3.1. Використання графічного середовища FDA Tool для синтезу та аналізу цифрових фільтрів

Б.3.1.1. Запуск програми

Для запуску програми розрахунку фільтрів необхідно набрати її ім'я в командному рядку MATLAB:

» `fdatool`

Після цього з'явиться вікно програми, показане на рис.Б.1.

Б.3.1.2. Розрахунок фільтра

Розрахунок фільтра починається із завдання необхідних параметрів на вкладці Design Filter (див. рис.Б.1). Тип синтезованої АЧХ вибирається за допомогою перемикача Filter Type. Можливі наступні варіанти: Lowpass (ФНЧ), Highpass (ФВЧ), Bandpass (смуговий фільтр), Bandstop (режекторний фільтр). Вибір п'ятого положення перемикача дозволяє використовувати список, що розкривається, у якому перераховані більш складні варіанти: Differentiator (диференціюючий фільтр), Hilbert Transformer (перетворювач Гільберта), Multiband (багатосмуговий фільтр), Arbitrary Magnitude (довільна АЧХ) і Arbitrary Group Delay (довільна групова затримка).

Вибравши категорію синтезованої АЧХ, варто вибрати тип синтезованого фільтра, установивши перемикач, розташований у розділі Design Method, у положення IIR (рекурсивний) або FIR (нерекурсивний). Кожному положенню перемикача відповідає список можливих методів синтезу. Склад цього списку змінюється в залежності від обраного типу АЧХ. Наприклад, при синтезі фільтра з довільною залежністю групової затримки від частоти (Arbitrary Group Delay) перемикач автоматично установиться в положення IIR, а в списку буде доступний всього один метод — метод мінімізації р-норми помилки (Constrained Least Pth Norm). У випадку синтезу АЧХ чотирьох найпростіших типів набір можливих методів синтезу значно ширше:

- **нерекурсивні фільтри (FIR).** Тут доступні наступні методи:
 - Equiripple — синтез фільтрів з рівномірними пульсаціями АЧХ методом Ремеза;
 - Least-Squares — мінімізація середньоквадратичного відхилення АЧХ від заданої;
 - Window — синтез з використанням вагових функцій (вікон);
- **рекурсивні фільтри (IIR).** Тут доступні чотири варіанти синтезу по різних аналогових прототипах методом білінійного z-перетворення:
 - Butterworth — синтез фільтра Батерворта;
 - Chebyshev Type I/II — синтез фільтра Чебишева 1 та 2 роду;
 - Elliptic — синтез еліптичного фільтра.

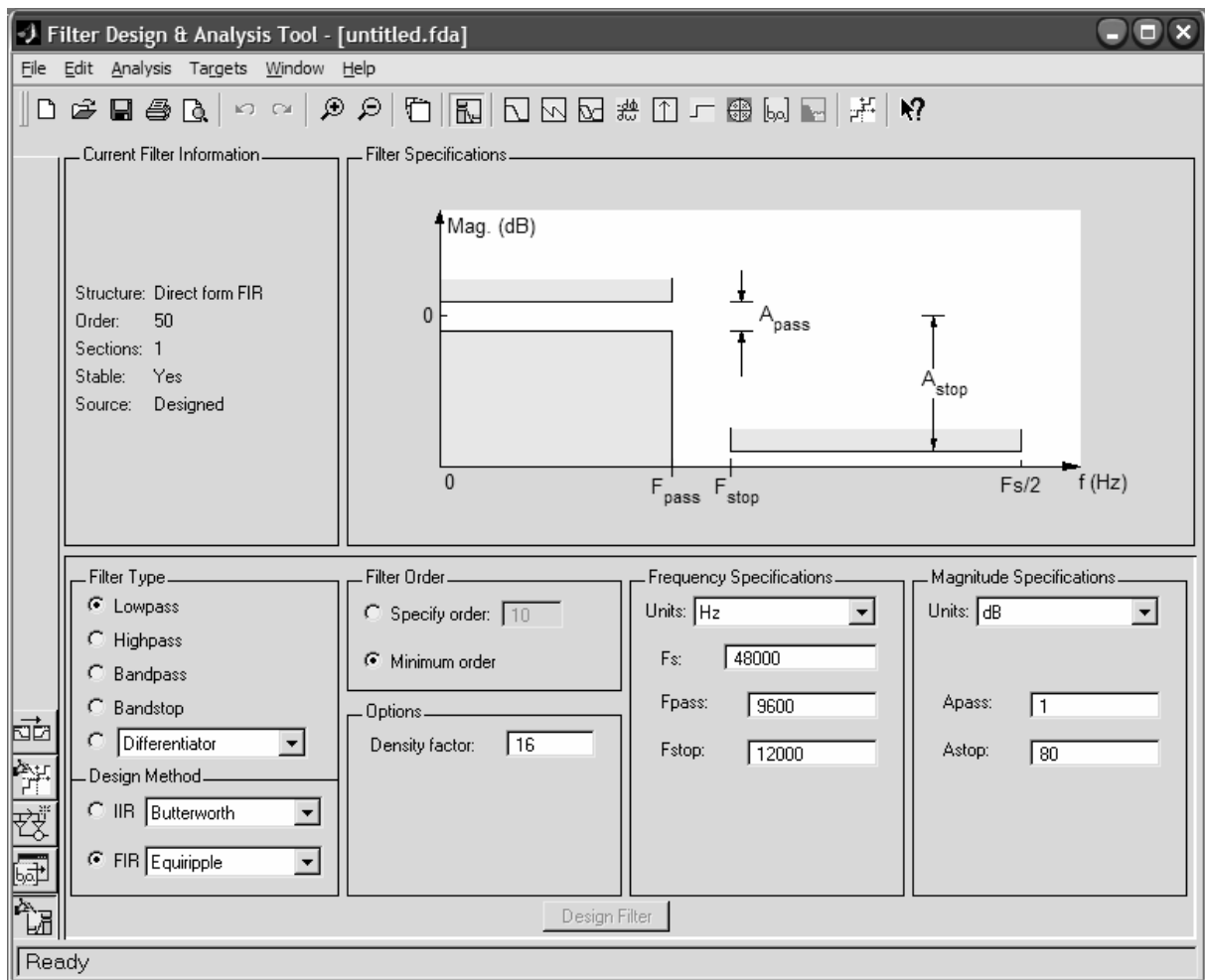


Рис.Б.1. Інтерфейс програми fdatool

Далі необхідно вибрати порядок фільтра в розділі Filter Order. У багатьох випадках крім явної вказівки порядку в поле введення Specify order можливий автоматичний вибір порядку шляхом установки перемикача в положення Minimum order.

Нарешті, необхідно задати числові параметри цієї АЧХ у розділах Frequency Specifications і Magnitude Specifications (при виборі типу АЧХ із додаткового списку, що розкривається, ці два розділи поєднуються під загальною назвою Frequency and Magnitude Specifications). Вміст цих областей вікна змінюється в залежності від обраного типу АЧХ. При заповненні полів введення можна посилатися на перемінні, існуючі в даний момент у робочій області пам'яті MATLAB.

Числові параметри, які необхідно задати, ілюструються графіком, виведеним у розділі Filter Specifications. Вигляд цього графіка також змінюється в залежності від обраного типу АЧХ.

Вибравши метод синтезу і задавши характеристики фільтра, необхідно натиснути на розташованій у нижній частині вікна кнопці

Design Filter. Програма fdatool викликає потрібну функцію синтезу, передавши їй вказані користувачем специфікації фільтра.

Б.3.1.3. Перегляд характеристик фільтра

Після виконання розрахунку фільтра в розділі Current Filter Information вікна програми fdatool з'явиться інформація про завершення обчислень (Source: Designed). Тепер можна переглядати характеристики фільтра, що синтезований, щоб перевірити, чи відповідає він нашим вимогам.

Вибір графіка для перегляду здійснюється за допомогою кнопок панелі інструментів, показаних на рис.Б.2, або наступних команд меню Analysis:

- Filter Specifications — вивід графіка, що пояснює завдання параметрів АЧХ;
- Magnitude Response — вивід графіка АЧХ;
- Phase Response — вивід графіка ФЧХ;
- Magnitude and Phase — одночасний вивід графіків АЧХ і ФЧХ;
- Group Delay — вивід графіка частотної залежності групової затримки;
- Impulse Response — вивід графіка імпульсної характеристики;
- Step Response — вивід графіка перехідної характеристики;
- Pole/Zero Plot — вивід графіка розташування нулів і полюсів у Z-площині;
- View Filter Coefficients — перегляд коефіцієнтів фільтра. Виведене тут представлення фільтра залежить від обраної форми реалізації

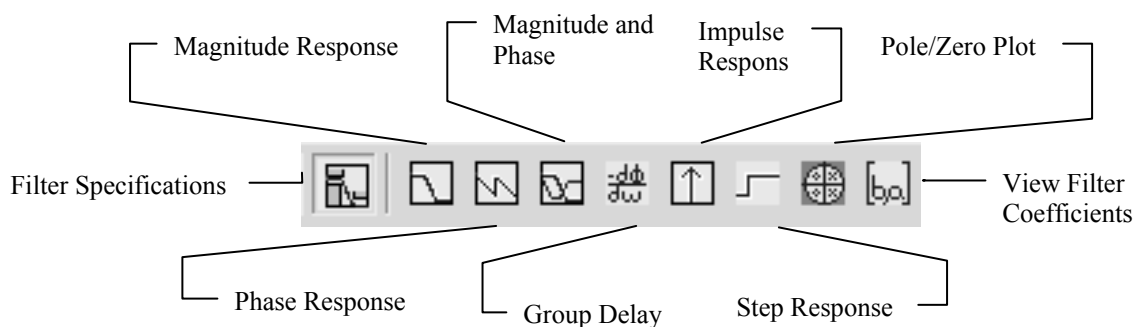


Рис.Б.2. Панель інструментів програми fdatool

Коли на екран виведений який-небудь із графіків, можна використовувати кнопки Zoom In і Zoom Out панелі інструментів для керування масштабом відображення.

Б.3.1.4. Збереження результатів роботи

Щоб зберегти результати поточного сеансу роботи з програмою fdatool, необхідно натиснути на кнопку Save session панелі інструментів або скористатися однойменною командою меню File. У цьому меню є

також команда Save session As, що дозволяє зберегти сеанс під новим ім'ям. Файли збережених сеансів роботи мають розширення .fda.

Завантажити збережений сеанс можна за допомогою кнопки Open Session панелі інструментів або однойменної команди меню File.

Зрозуміло, цінність програми fdatool була б невелика, якби в ній не було засобів експорту коефіцієнтів розрахованого фільтра для використання в MATLAB або інших програмах. Експорт опису фільтра здійснюється за допомогою команди Export меню File або комбінації клавіш Ctrl+E. Після вибору команди з'являється вікно експорту, показане на рис.Б.3.

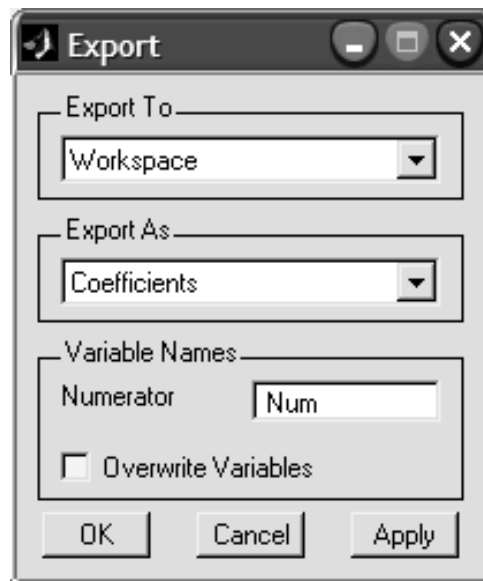


Рис.Б.3. Вікно експорту опису фільтра

Список, що розкривається, Export To дозволяє вибрати спосіб експорту:

- Workspace — дані передаються безпосередньо в робочу область пам'яті MATLAB;
- Text-file — коефіцієнти фільтра записуються в текстовий файл. Формат цього файлу збігається з форматом представлення інформації про коефіцієнти фільтра у вікні програми fdatool;
- MAT-file — інформація про фільтр зберігається у виді Мата-файлу, що потім можна буде завантажити в MATLAB командою load.

У розділі Variable Names задаються імена змінних для збереження векторів і матриць, що описують фільтр. Склад полів введення залежить від форми реалізації фільтра. При записі інформації в текстовий файл ці поля введення недоступні.

Задавши всі необхідні параметри, натисніть на кнопці ОК для виконання експорту даних. При експорті у файл буде запитане ім'я створюваного файлу.

Існує також можливість здійснювати експорт синтезованих програмою fdatool фільтрів в програмний модуль sptool з подальшим коректним їх використанням. Це можна здійснити використавши команду Export to SPTool меню File.

Б.3.1.5. Імпорт опису фільтра

Програму fdatool можна використовувати не тільки для розрахунку фільтрів із заданими параметрами, але і для аналізу характеристик уже розрахованих фільтрів. Для цього використовується режим імпорту опису фільтра, обраний за допомогою команди Import Filter меню Filter. При включенні цього режиму вкладка Design Filter заміняється на вкладку Import Filter, показано на рис.Б.4.

Під імпортом у програмі fdatool мається на увазі одержання готових векторів і матриць, що описують фільтр. Можна ввести ці вектори і матриці вручну (використовуючи синтаксис MATLAB) або послатися на ідентифікатори перемінних, існуючих у даний момент у робочій області пам'яті MATLAB. Ці вектори або імена змінних задаються в полях введення, склад яких залежить від обраної форми представлення структури фільтра (пряма, канонічна, транспонована і т.д.), яка вибирається за допомогою списку, що розкривається, Filter Structure.

У розділі Sampling Frequency задається частота дискретизації — вона використовується для оцифровки частотних осей графіків. Одиниця виміру частоти вибирається зі списку Units, а саме значення вводиться в поле Fs.

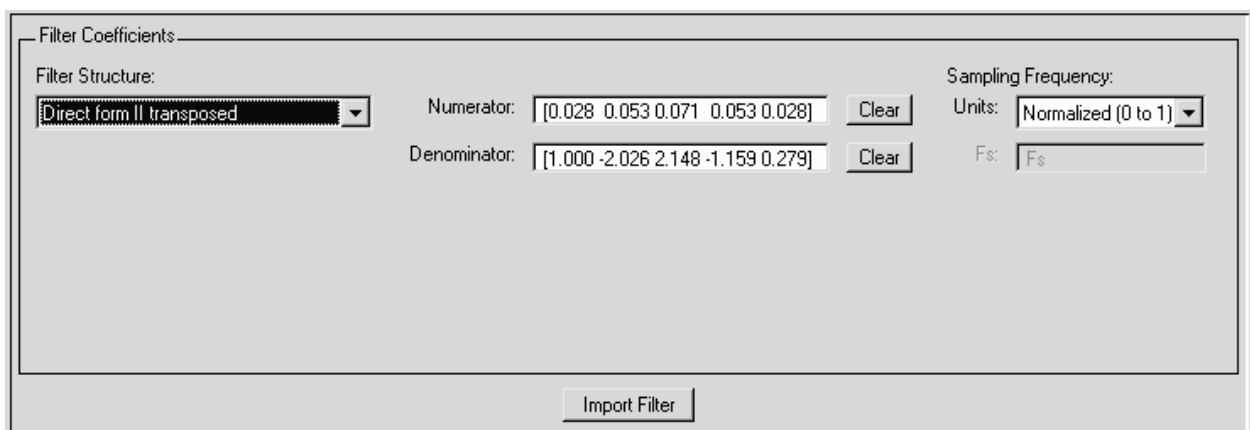


Рис.Б.4. Вкладка Import Filter

Задавши будь-яким способом опис фільтра, натисніть на кнопці Import Filter, розташованій в нижній частині вікна програми, і виведений у даний момент графік буде перемальовано відповідно до результатів аналізу імпортованого фільтра.

Тепер можна переглядати графіки характеристик імпортованого фільтра, як було описано вище. Для повернення в режим розрахунку фільтрів необхідно використати команду Design Filter меню Filter.

Б.3.1.6. Реалізація математичної моделі фільтра у форматі Simulink

Як вже відзначалось раніше, пакет MATLAB інтегрований з інтерактивною системою Simulink, призначеною для моделювання різноманітних аналогових і дискретних динамічних систем. Відповідно в модулі fdatool є функція реалізації синтезованого дискретного фільтра у вигляді блоку формату Simulink, що дозволяє проводити імітаційне моделювання його роботи. Для ініціалізації цього процесу необхідно перейти на закладку Realize Model (див. рис.Б.5).

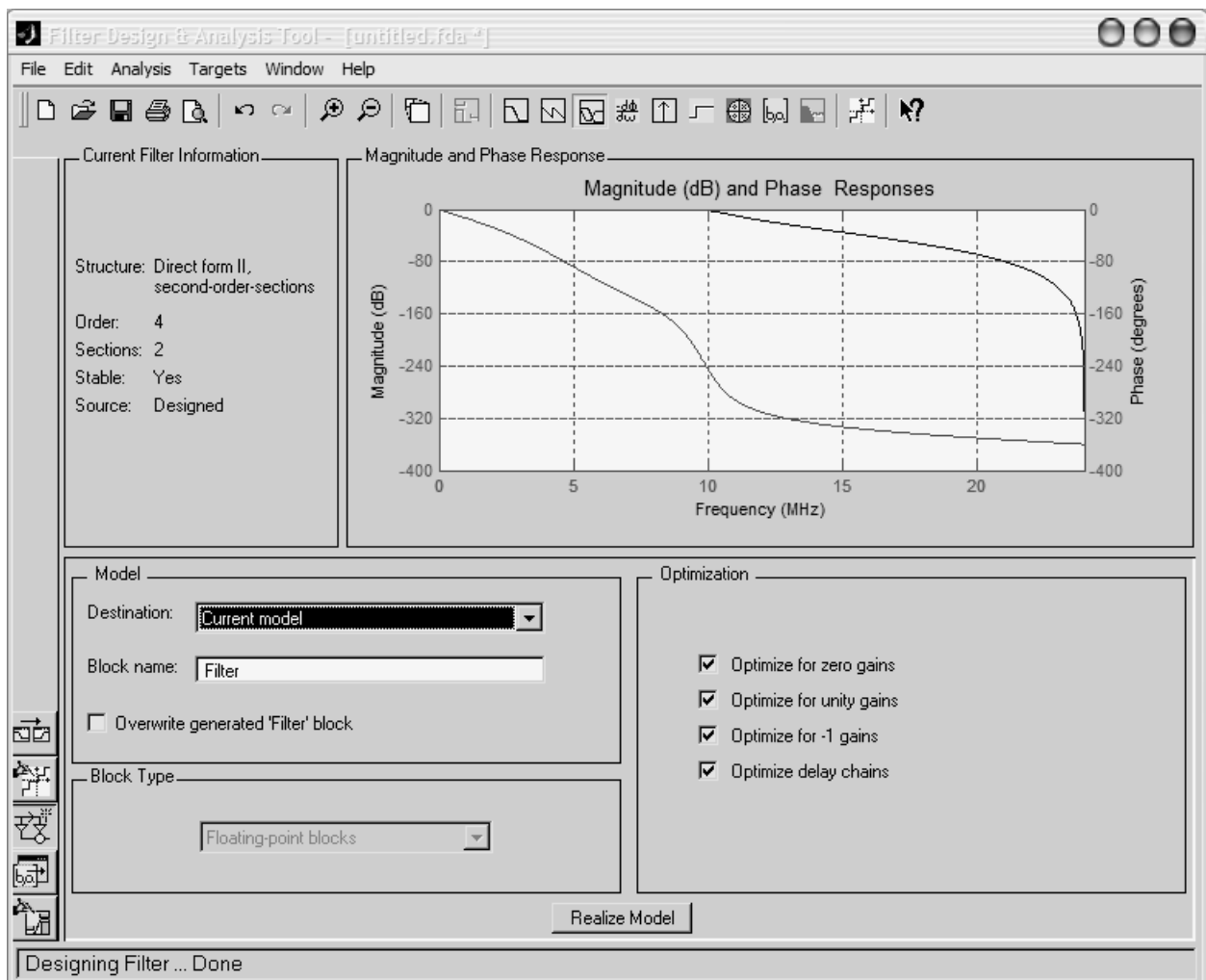


Рис.Б.5. Вкладка Realize Model

Задавши відповідне ім'я блоку у рядку Block name необхідно натиснути на кнопку Realize Model, після чого автоматично викликається робоче вікно середовища Simulink (див. рис.Б.6), в яке у вигляді блоку з відповідним входом і виходом передається математична модель синтезованого дискретного фільтра.

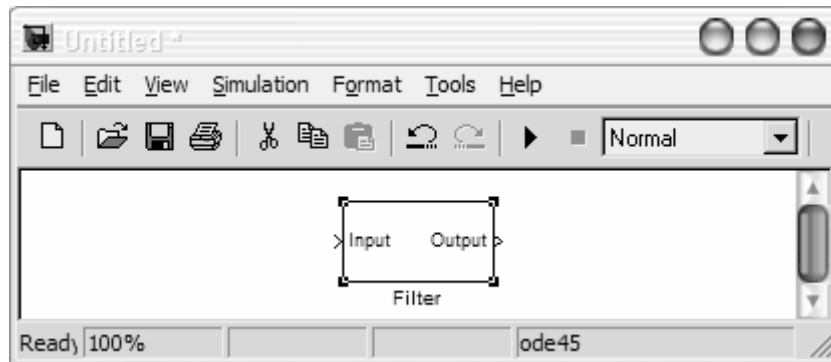


Рис.Б.6. Блок фільтра у вікні Simulink

При цьому важливим достоїнством Simulink є наявність можливості проаналізувати внутрішню будову блоку, представленій у вигляді структурної схеми синтезованого фільтра. Для цього необхідно двічі клацнути на зображенні відповідного блоку, після чого відкриється додаткове вікно (див. рис.Б.8).

Необхідно також відзначити наявність можливості конвертувати форму представлення структури фільтра (пряму, канонічну, транспоновану, каскадну і т.д.). Для цього у вікні Current Filter Information інтерфейсу fdatoool через контекстне меню, що викликається натисканням правої кнопки миші, можна задати відповіді параметри командою Convert Structure (див. рис.Б.7).

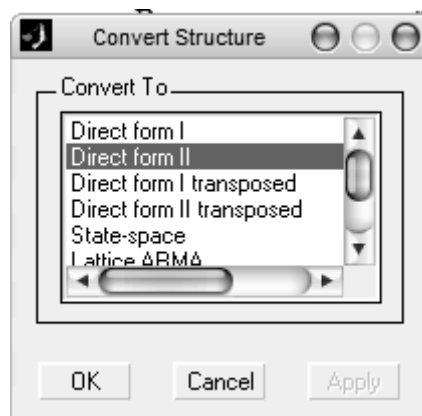


Рис.Б.7. Вікно вибору форми представлення структури Convert Structure

В подальшому моделювання роботи синтезованого фільтра (можливо у складі більш складної системи) здійснюється шляхом перетаскування блоків з вікон бібліотек у вікно створюваної моделі і налаштування зв'язків між ними. Після створення моделі можна запусити процес моделювання.

Simulink створить систему диференціальних рівнянь, що описують модель, і почне виконувати її рішення чисельним методом. Велике число засобів візуалізації дозволяють аналізувати різноманітні аспекти роботи створеної моделі як у часовій так і частотній областях.

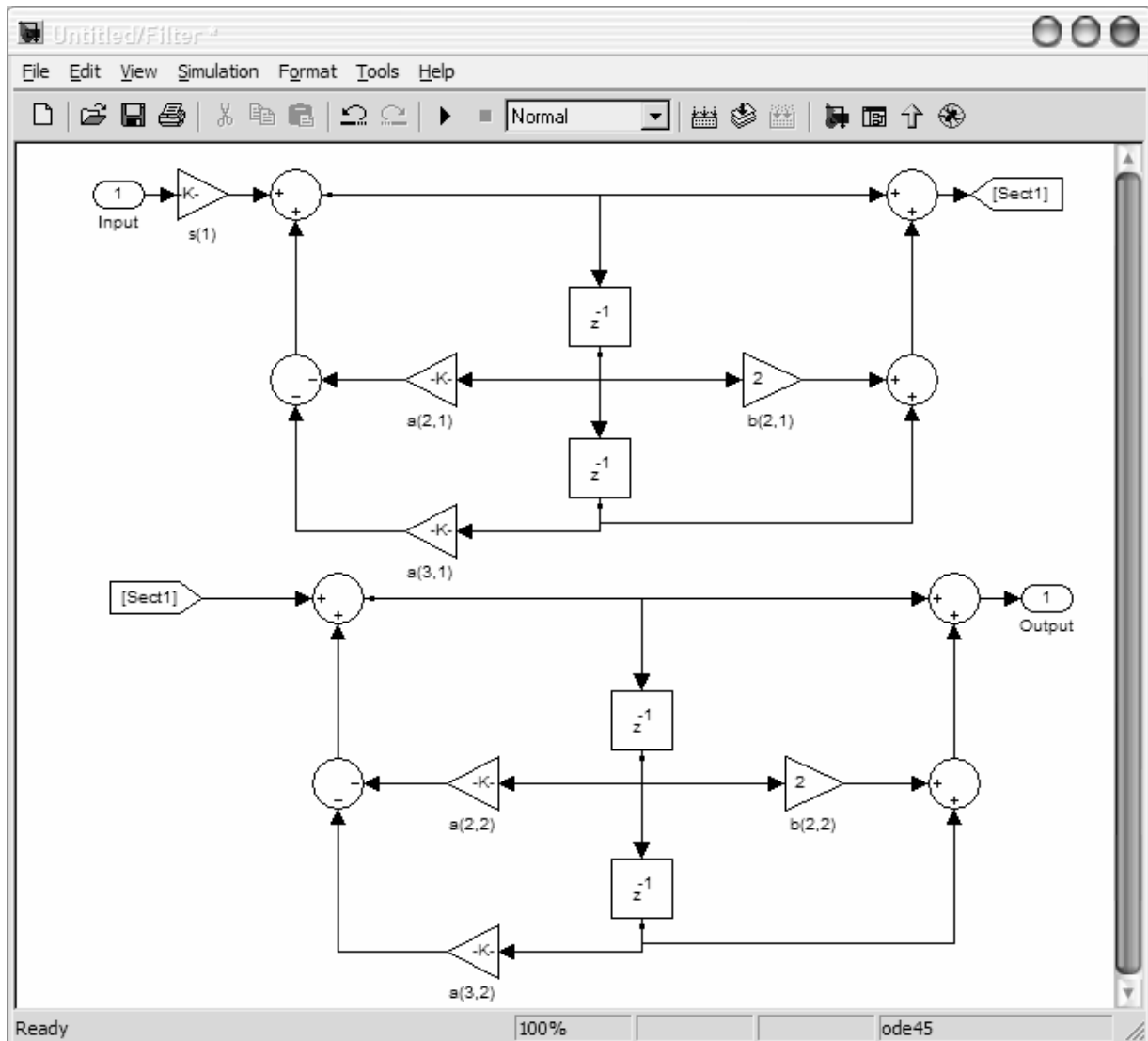


Рис.Б.8. Структурна схема фільтра у вікні Simulink

Б.3.2. Дослідження впливу ефектів квантування на синтезований фільтр за допомогою графічного середовища FDATool

Б.3.2.1. Робота в режимі Set Quantization Parameters

Для аналізу ефектів, що виникають наслідок кінцевої розрядності представлення цифрових даних і параметрів цифрових фільтрів (ефектів квантування) необхідно перейти на сторінку Set Quantization Parameters, частину вікна з параметрами якої показано на рис.Б.9.

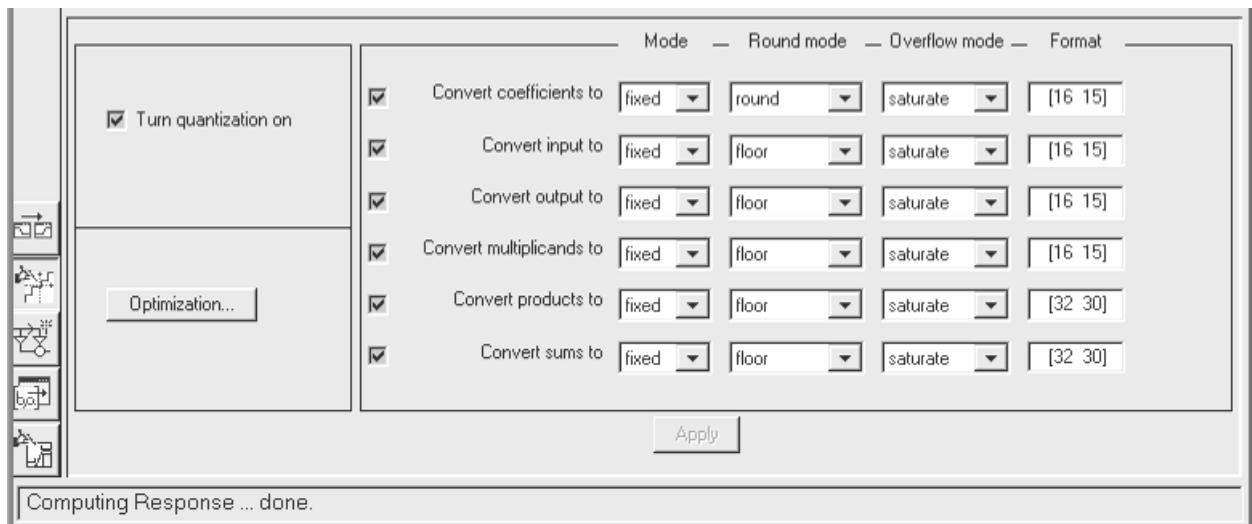


Рис.Б.9. Загальний вид сторінки Set Quantization Parameters

Як видно з цього рисунку існує шість видів об'єктів, які піддаються квантуванню:

- Coefficient (коефіцієнти фільтру);
- Input (вхідні сигнали);
- Output (вихідні сигнали);
- Multiplicand (множники);
- Product (добутки);
- Sum (суми).

Для виконання операції квантування використовуються квантувачі перерахованих об'єктів. Таким чином, квантований фільтр є нелінійною цифровою системою, що включає:

1. Квантувач вхідного сигналу.
2. Власне фільтр з квантованими значеннями коефіцієнтів, квантувачами множників (сигналів на входах помножувачів), добутків (сигналів на виходах помножувачів) і сум (сигналів на виходах суматорів).
3. Квантувач вихідного сигналу.

Б.3.2.2. Арифметика з фіксованою точкою: формати даних і реалізація операцій в Matlab

Вибір роботи кожного з квантувачів в режимі з фіксованою або плаваючою точкою задається значеннями параметрів колонки Mode, розташованої на сторінці Set Quantization Parameters. Для реалізації арифметики з фіксованою точкою необхідне обрати значення fixed. Двійкові числа з фіксованою точкою визначаються в бітах довжиною слова w і завдовжки дробової частини числа f . При цьому довжина дробової частини може бути задана в діапазоні від 0 до $w - 1$ біт. Загальне представлення числа у форматі з фіксованою точкою показано на рисунку Б.10. Користувач може задавати довжину слова до 64-х біт включно, проте

побітова відповідність результатів моделювання за допомогою FDA Tool і реальної роботи цільового комп'ютера забезпечується, якщо довжина слова визначена в межах 53 біт. Якщо ж вибрана довжина слова знаходиться в діапазоні 54-64, то відбувається втрата значущості, тобто в молодші біти записуються нулі. У пакеті MATLAB і, зокрема, у функціях бібліотеки Filter Design, формат для чисел з фіксованою точкою задається у вигляді [w, f] в колонці format.

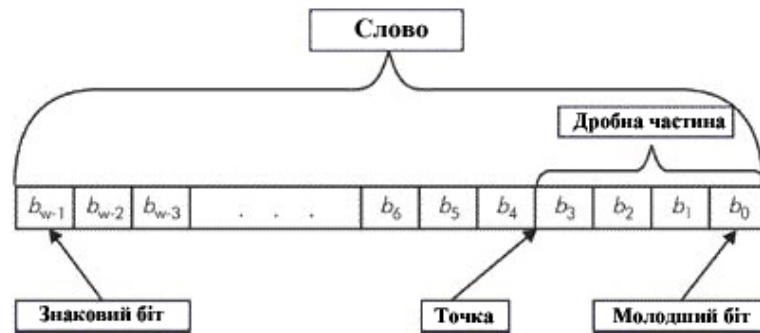


Рис.Б.10. Загальне представлення числа у форматі з фіксованою точкою

Числа з фіксованою точкою можуть бути беззнаковими або із знаком. У першому випадку старший біт, як і інші, використовується для представлення величини числа, тоді як в другому - для його знаку (0 відповідає знаку "плюс", 1 - знаку "мінус"). Динамічний діапазон для беззнакових чисел рівний $[0, 2^{w-f}-2^{-f}]$, а для чисел із знаком - $[-2^{w-f-1}, 2^{w-f-1}-2^{-f}]$. У обох випадках точність, тобто різниця двох найближчих чисел в даному форматі, рівна $\epsilon=2^{-f}$. У зв'язку з тим, що результатом квантування є заміна квантованої величини числом з кінцевого, обмеженого набору чисел, які називаються рівнями квантування, необхідно ввести інформацію про те, яким чином цю заміну виконувати (значення і число рівнів квантування визначаються відповідним форматом). Для цього в програмі FDA Tool є поле Round mode, де для кожного квантувача можна вибрати спосіб округлення. Користувач має нагоду вибрати один з наступних режимів:

- ceil - результат рівний значенню найближчого рівня квантування у бік плюс нескінченності;
- fix - результат рівний значенню найближчого рівня квантування у бік нуля;
- floor - результат рівний значенню найближчого рівня квантування у бік мінус нескінченності;
- round - результат рівний значенню найближчого рівня квантування; якщо квантована негативна величина лежить рівно посередині між рівнями квантування, результатом є значення найближчого рівня у бік мінус нескінченності (якщо квантована позитивна величина

лежить рівно посередині між рівнями квантування, результатом є значення найближчого рівня квантування убік плюс нескінченності);

- *convergent* - спосіб округлення такий же, як і *round*, проте, якщо квантована величина лежить рівно посередині між рівнями квантування, то округлення за правилами *round* виконується лише у тому випадку, коли в молодший біт після округлення записується одиниця. Коли квантуванню піддається величина, значення якої знаходиться за межами динамічного діапазону квантувача, виникає явище переповнювання.

Спосіб обробки таких величин задається в полі *Overflow Mode* (режим переповнювання) для кожного квантувача. Користувач може вибрати режим *saturate* або *wrap*. Режим *saturate* означає дозвіл роботи з насиченням: квантована величина, що лежить поза динамічним діапазоном, вважається рівною найближчому гранично допустимому числу. У разі вибору режиму *wrap*, старші біти квантованої величини, що лежить поза динамічним діапазоном, будуть відкинуті, і результат квантування буде представлений молодшими w -бітами, при цьому для чисел із знаком старший біт $b_{>w-1}$ (див. рис.Б.10).

Б.3.2.3. Арифметика з плаваючою точкою: формати даних і реалізація операцій в Matlab

Недоліком опису чисел у форматі з фіксованою точкою є незручність представлення дуже великих і дуже маленьких чисел при використуванні розумної довжини слова w . Це обмеження знімається, якщо використовується формат опису з плаваючою точкою. Будь-яке двійкове число з плаваючою точкою можна представити у вигляді $\pm F \cdot 2^E$, де F позначає мантису, або дробову частину, 2 – основа системи числення, а E - порядок. Довжина слова при представленні числа у форматі з плаваючою точкою

$w = f + e + 1$, де f – кількість біт, що відводяться для зберігання мантиси (довжина мантиси), а e - кількість біт, що відводяться для зберігання порядку (довжина порядку). Ще один біт використовується для запису знаку числа, він позначається символом s (*sign*). Знаковий біт позитивного числа містить нуль ($s = 0$), негативного - одиницю ($s = 1$). Загальне представлення числа у форматі з плаваючою точкою показане на рис.Б.11,*а*.

Працюючи з бібліотекою *Filter Design i*, зокрема, з програмою *FDA Tool*, користувач може застосовувати один з трьох форматів з плаваючою точкою: *single*, *double* (із звичною і подвійною точністю, відповідно), що визначаються стандартом *IEEE 754* для двійкової арифметики з плаваючою точкою, а також формат *float*. Вибір того або іншого формату здійснюється, у вікнах колонки *Mode* сторінки *Set*

Quantization Parameters. У колонці Format встановлюється специфікація формату, що має ту ж форму, що і для арифметики з фіксованою точкою : $[w, f]$, де w - довжина слова, f - довжина мантиси. Відповідно до стандарту IEEE 754, показник записується з зсувом V . Це значить, що для отримання істинного значення порядку треба з вмісту поля порядку, тобто з величини E , відняти величину V , що визначається по формулі

$$V = 2^{e-1} - 1.$$

Наприклад, якщо довжина порядку рівна 8 ($e = 8$), то E може приймати значення в інтервалі $[0, 255]$. Відповідно, значення порядку лежить в межах інтервалу $[0, 255] - (2^{8-1} - 1) = [0, 255] - 127 = [-127, 128]$.

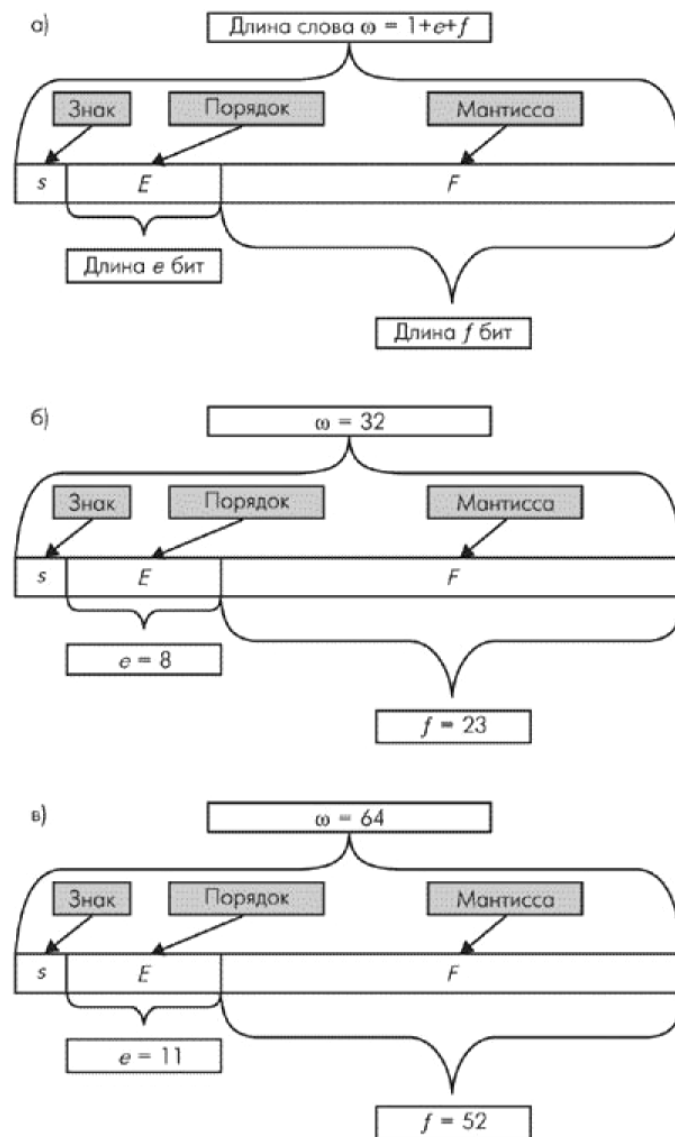


Рисунок Б.11. Представлення числа у форматі з плаваючою точкою: загальне представлення (а), а також формати single (б) і double (в)

У системі MATLAB граничні значення порядку зарезервовані для особливих випадків, наприклад, для відображення результатів розподілу кінцевої величини на нуль (inf), ділення нуля на нуль (NaN) та ін. Тому в наведеному прикладі діапазон порядку лежить в інтервалі [-126, 127].

Мантису числа з плаваючою точкою можна записати по-різному. Зсуюючи позицію двійкової точки вліво або управо, треба лише відповідним чином збільшувати або зменшувати порядок. Для досягнення найбільшої точності мантиси логічно було б розташувати так, щоб її старший біт (найближчий праворуч від точки) містив одиницю. Проте, якщо при такому розташуванні вміст старшого біта мантиси завжди одиниця, її немає потреби запам'ятовувати. Цей біт є прихованим. Отже, якщо під мантису відведено e біт, запам'ятовується насправді $e+1$ біт (e біт, наступний за старшим, прихованим бітом мантиси, плюс прихований біт).

Таким чином, взаємозв'язок між величиною, записаною у форматі, показаному на рис.Б.11,а, і істинним значенням v , що задається у вигляді

$$v = (-1)^s(2^{E-B})(1.F).$$

Числа, представлені у такий спосіб, називаються нормалізованими. В деяких випадках може виникнути ситуація, коли результатом якої-небудь арифметичної операції є число, що має таке маленьке абсолютне значення, що для нього величина

$$E = \text{порядок} + B < 0.$$

Це явище називається зникненням розрядів порядку, або антипереповнюванням порядку. Для того, щоб збільшити порядок і тим самим уникнути явища переповнювання, використовуються денормалізовані числа. Вони виходять з нормалізованого уявлення зрушенням мантиси управо і відповідним збільшенням порядку (тобто зменшенням модуля порядку). Для денормалізованих чисел взаємозв'язок запису у форматі, показаному на рис.Б.11,а, і істинного значення визначається співвідношенням

$$v = (-1)^s(2^{-B+1})(0.F).$$

Відзначимо, що для визначення знаку числа з плаваючою точкою відведено один біт, тоді як знак має і мантиса, і порядок. У описуваних форматах знаковий біт містить знак мантиси, знак же порядку визначається за результатами віднімання зсуву B із вмісту поля порядку E . Представлення чисел при використанні форматів `single` і `double` показані на рис.Б.11, б і в, відповідно. При виборі одного з цих форматів автоматично встановлюються параметри в колонках `Round mode`, `Overflow mode` і `Format`. Параметрами `Round mode` в цьому випадку є значення `round`, а `Overflow mode` - `saturate`. У табл.Б.2 вказані допустимі значення порядків і чисельних значень при використанні форматів `single` і `double`.

Таблиця Б.2. Допустимі значення порядків і чисельних значень при використанні форматів single і double

Формат	Single		Double	
	Порядок	Значення	Порядок	Значення
Нормалізовані	$0 < E < 255$	$v = (-1)^s (2^{E-127})(1.F)$	$0 < E < 2047$	$v = (-1)^s (2^{E-1023})(1.F)$
Денормалізовані	$E=0$	$v = (-1)^s (2^{E-126})(0.F)$	$E=0$	$v = (-1)^s (2^{E-1022})(0.F)$

Ще один формат, з яким працює fdatool - це float. Представлення чисел в цьому форматі також відповідає наведеним вище формулам і позначенням, показаним на рис.2.8а, але в цьому випадку користувач може довільно задавати довжину мантиси і порядку, а також встановлювати значення в полях Format і Round mode. При цьому довжина порядку повинна знаходитися в інтервалі $1 \leq e \leq 11$, а довжина слова - в інтервалі $e+1 \leq w \leq 64$. Незалежно від вибраного формату (single, double або float), у разі виникнення переповнювання на виході відповідного квантувача встановлюється значення inf або -inf, тому вікна колонки Overflow mode неактивні.

Б.3.3. Синтез та аналіз цифрового фільтру із квантуванням параметрів за допомогою графічного середовища FDATool

З метою дослідження впливу ефектів квантування на характеристики цифрових систем розглянемо, як приклад, задачу проектування цифрового частотно-вибіркового смугового фільтру. Цей фільтр буде реалізований за рекурсивною схемою (IIR-Filter) і синтезовано із застосуванням методу білінійного перетворення та з виростанням еліптичного аналогового фільтру-прототипу (фільтру Кауера). Вимоги до параметрів фільтру задані у вигляді таблиці Б.3.

Таблиця Б.3. Параметри фільтру, що проектується

Параметр/характеристика	Значення
Частота дискретизації	48 кГц
Смуга затримки 1	від 0 до 7,2 кГц
Смуга пропускання	від 8 до 12 кГц
Смуга затримки 2	від 12,8 до 24 кГц
Мінімально допустиме послаблення в смузі затримки 1	80 дБ
Мінімально допустиме послаблення в смузі пропускання	1 дБ
Мінімально допустиме послаблення в смузі затримки 2	80 дБ
Порядок фільтру	Мінімальний для заданих вимог

Процедури синтезу фільтра виконаємо у відповідності до рекомендацій наведених в підрозділі Б.3.1.

Після завершення розрахунку у верхній частині вікна будуть представлені результати синтезу фільтра у вигляді відповідних його характеристик. По замовчуванню в області відображення характеристик і параметрів спочатку виводиться АЧХ отриманого фільтра, проте користувач може, в міру необхідності, змінювати її вміст отримуючи, наприклад, імпульсну характеристику, полюси і нулі системної функції і т.д.

На рис.Б.12 представлена АЧХ фільтра, синтезованого у відповідності до вимог наведених в табл.Б.3.

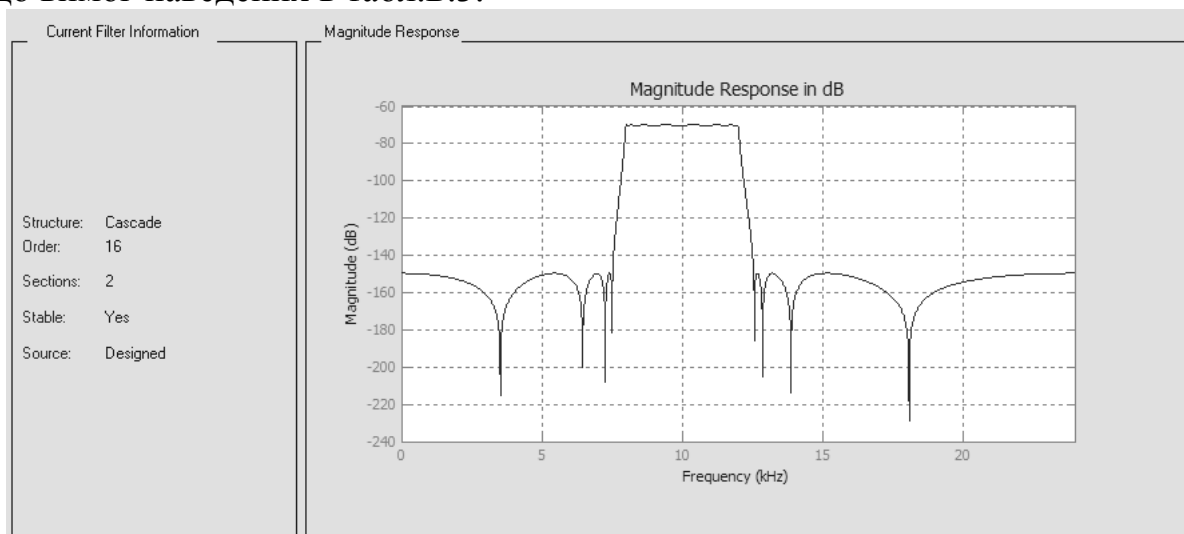


Рис. Б.12. Амплітудно-частотна характеристика фільтра-прототипу

Зазначимо, що до цього моменту всі операції над даними в процесі розрахунку фільтра виконувалися з машинною точністю, тобто для представлення чисел використовувався формат double.

Далі проаналізуємо, що відбудеться при зміні формату представлення чисел. Така потреба виникає, коли необхідно виконати емуляцію роботи синтезованого фільтра на базі цільового процесора, що використовує відмінні від PC формати даних. Перейшовши на закладку Set Quantization Parameters встановимо в полі Turn quantization on прапорець, запустивши тим самим процедуру розрахунку квантованого фільтра з параметрами квантування, які задані за умовчанням. (Також за умовчанням розрахунок виконується для прямої форми реалізації фільтра Direct form I).

Після закінчення процедури розрахунку, АЧХ нового (квантованого) фільтра накладається на АЧХ фільтра-прототипу, розрахованого раніше. Область відображення характеристик виглядатиме так, як показано на рис.Б.13, де АЧХ фільтра-прототипу позначена як Reference, а квантованого - як Quantized.

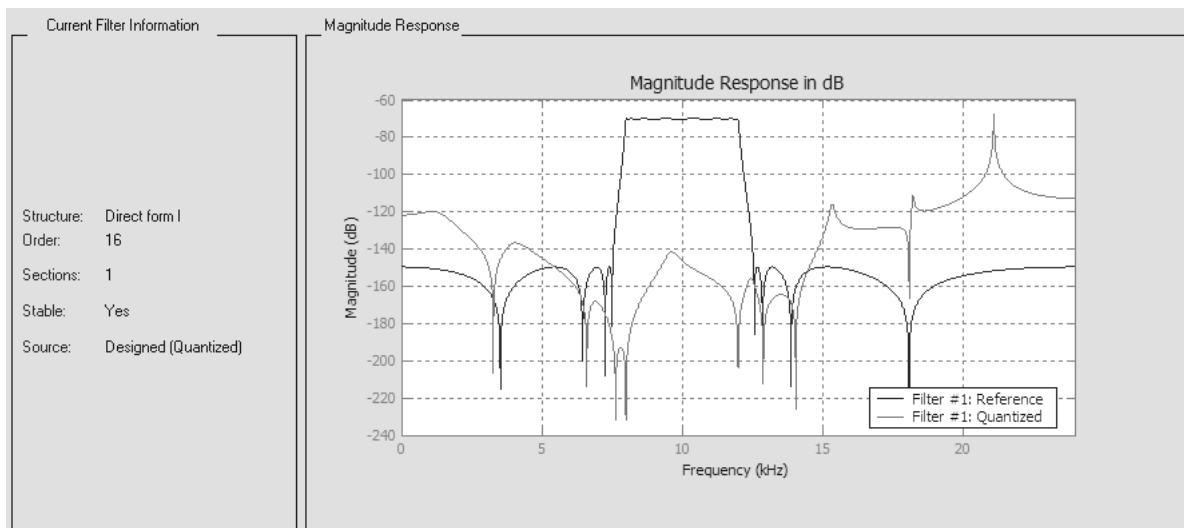


Рис.Б.13. Амплітудно-частотні характеристики фільтра-прототипу і квантованого фільтра

З графіків видно, що АЧХ фільтра, з урахуванням ефектів квантування (Quantized), істотно відрізняється від відповідної характеристики фільтра-прототипу (Reference). Збережемо одержані результати на диску, для чого відкриємо меню File і виберемо розділ Save Session As...

Властивості квантованого фільтра в цілому залежать від параметрів кожного з квантівників, які визначаються вмістом п'яти колонок, або полів, розташованих правіше за імена об'єктів квантування (див. рис.Б.9).

Властивості квантованого фільтра залежать також від структури або форми реалізації фільтра. Для зміни структури фільтра необхідно у полі Edit головного меню вибрати команду Convert Structure..., і вікні, що з'явилося (див. рис.Б.14), виділити бажану структуру і натиснути ОК.

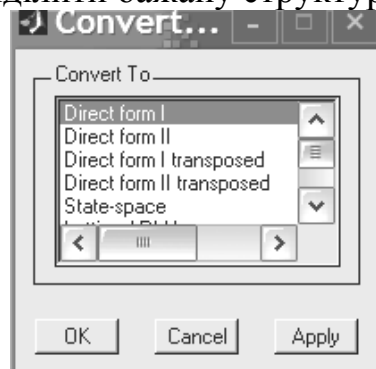


Рис.Б.14. Вікно меню Convert Structure вибору структури фільтра

Зважаючи на основні причини, що породжують ефекти квантування, можемо констатувати, що відмінність між АЧХ фільтра-прототипу і АЧХ квантованого фільтра (рис.Б.13) при вибраній структурі пов'язана з установками параметрів квантування. В даному випадку були використані формати з фіксованою точкою, що відповідає значенню fixed в полі Mode і

значенням [16, 15] для квантувачів Coefficient, Input, Output і Multiplicand в полі Format. Для квантувачів Product і Sum використовується формат [32, 30].

Для того, щоб порівняти коефіцієнти фільтрів, необхідно натиснути кнопку Filter Coefficients. У області відображення параметрів роздрукується наступна інформація, показана на рис.Б.15.

```

Quantized Direct form I filter
----- Section 1 -----
Numerator
  QuantizedCoefficients(1){1} ReferenceCoefficients(1){1}
( 1)  0.000305175781250  0.000330315544487904
( 2) -0.001037597656250 -0.001020081231375191
( 3)  0.002563476562500  0.002580261271031563
( 4) -0.004608154296875 -0.004580740133027153
( 5)  0.007324218750000  0.007347725797754010
( 6) -0.009735107421875 -0.009715041792670203
( 7)  0.011962890625000  0.011986955602515916
( 8) -0.013122558593750 -0.013120022874790405
( 9)  0.013793945312500  0.013803049933740263
(10) -0.013122558593750 -0.013120022874790383
(11)  0.011962890625000  0.011986955602515875
(12) -0.009735107421875 -0.009715041792670145
(13)  0.007324218750000  0.007347725797753960
(14) -0.004608154296875 -0.004580740133027121
(15)  0.002563476562500  0.002580261271031531
(16) -0.001037597656250 -0.001020081231375179
(17)  0.000305175781250  0.000330315544487899

Denominator
  QuantizedCoefficients(1){2} ReferenceCoefficients(1){2}
+ ( 1)  0.999969482421875      1
- ( 2) -1.000000000000000 -4.0016106715603232
+ ( 3)  0.999969482421875  13.979587570568762
- ( 4) -1.000000000000000 -31.703958726815415
+ ( 5)  0.999969482421875  63.654203987428119
- ( 6) -1.000000000000000 -100.21434456606951
+ ( 7)  0.999969482421875  141.70189019442529
- ( 8) -1.000000000000000 -166.01889747992738
+ ( 9)  0.999969482421875  175.86734947768576
- (10) -1.000000000000000 -156.48177861802941
+ (11)  0.999969482421875  125.88638778867062
- (12) -1.000000000000000 -83.883343560154458
+ (13)  0.999969482421875  50.201260500070944
- (14) -1.000000000000000 -23.538510095548585
+ (15)  0.999969482421875  9.7742984716348431
- (16) -1.000000000000000 -2.6300444174960083
(17)  0.619293212890625  0.61932234850652867

FilterStructure = df1
ScaleValues = [0.000330316]
NumberOfSections = 1
StatesPerSection = [32]
CoefficientFormat = quantizer('fixed', 'floor', 'saturate', [16 15])
InputFormat = quantizer('fixed', 'floor', 'saturate', [16 15])
OutputFormat = quantizer('fixed', 'floor', 'saturate', [16 15])
MultiplicandFormat = quantizer('fixed', 'floor', 'saturate', [16 15])
ProductFormat = quantizer('fixed', 'floor', 'saturate', [32 30])
SumFormat = quantizer('fixed', 'floor', 'saturate', [32 30])
Warning: 16 overflows in coefficients.

```

Рис.Б.15. Коефіцієнти системної функції фільтра

Як видно з цього рисунку всі коефіцієнти знаменника системної функції фільтру-прототипу, за виключенням останнього, перевищують по модулю одиницю, тоді як встановлений формат для квантувача Coefficient рівний [16, 15]. Це означає, що єдиний біт, не призначений для зберігання дробової частини числа, є знаковим, тобто квантування будь-якого числа, модуль якого більше або рівний одиниці, приведе до переповнювання. Через ефект переповнювання коефіцієнти знаменника квантованого фільтру істотно відрізняються від відповідних коефіцієнтів фільтру-прототипу, що відмічене на початку кожного рядка, за винятком останньої, знаком "+" (переповнювання убік плюс нескінченності) або "-" (переповнювання убік мінус нескінченності).

Промасштабуємо коефіцієнти так, щоб вони по модулю не перевищували одиницю. Це необхідне для підвищення точності розрахунків при реалізації фільтрів на DSP і здійснюється вибором в меню, яке з'являється після натиснення кнопки Optimization..., відповідної команди Normalize denominator coefficients such that... Для масштабування використовуються коефіцієнти, рівні ступені 2. (див. рис.Б.16)

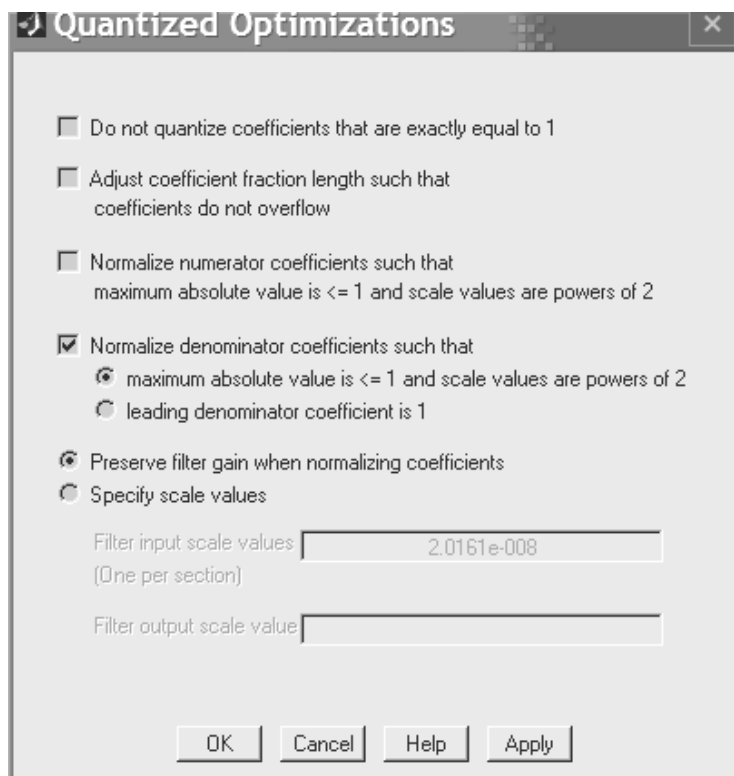


Рис.Б.16. Меню *Quantized Optimization*

АЧХ результуючого фільтра при цьому зміниться і набуде вигляду, наведеного на рис.Б.17.

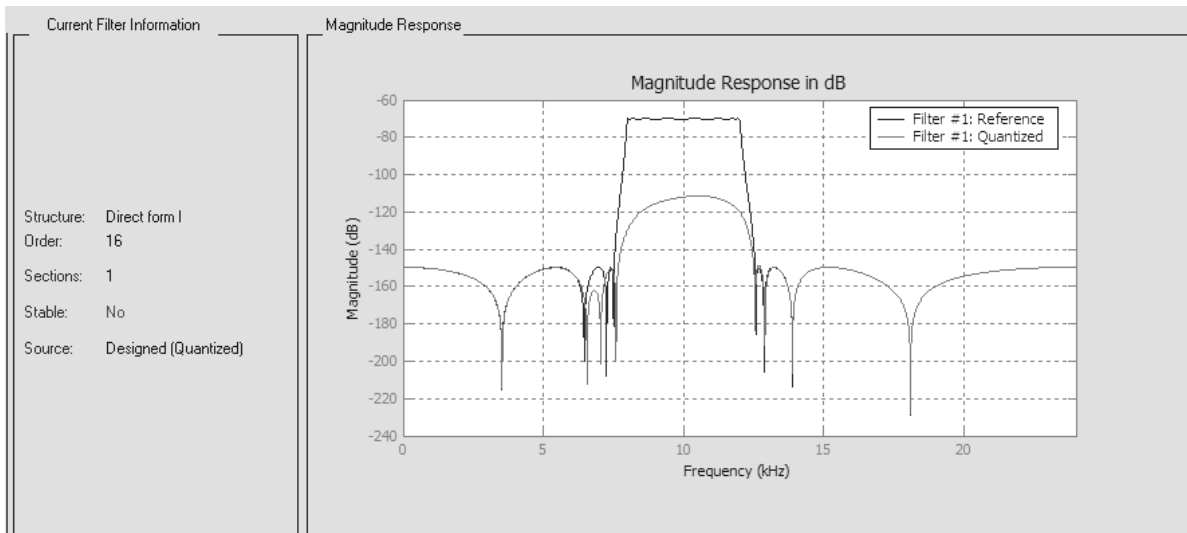


Рис.Б.17. Амплітудно-частотні характеристики фільтрів після масштабування коефіцієнтів

Крім спотворень АЧХ, в результаті квантування з'являються шуми, фільтр може стати нестійким, і виникнуть різні види генерації (наприклад, генерація періодичних коливань, граничні цикли високого і низького рівнів), що у принципі утрудняє визначення АЧХ. Модуль FDATool не дозволяє вирішувати задачі розрахунку шумів арифметики, розрахунку граничних циклів, оптимізації динамічного діапазону і ряд інших. Для деяких з цих цілей в MATLAB є спеціальні функції (наприклад, `plm`, `limitcycle` і інші). Проте, виключно важливе значення FDATool полягає у тому, що він дозволяє створювати нелінійні моделі цифрових фільтрів, реальних систем, що вельми точно відображають динаміку. Ці моделі і є об'єктами для згаданих вище функцій.

Повертаючись до нашого прикладу, можемо побачити, що після масштабування у області Current Filter Information з'явиться повідомлення "Stable: No". У тому, що фільтр нестійкий, можна також переконатися, натиснувши на кнопку Pole/Zero Plot. В результаті з'явиться карта нулів і полюсів, показана на рис.Б.18, на якій видно, що системна функція побудованого квантованого фільтру має полюси, які лежать поза одиничним кругом.

Тепер спробуємо вирішити поставлену задачу інакше, але спочатку відновимо наші результати, записані на диск. Для цього виберемо розділ Open Session меню File і відкриємо збережений файл. Далі в меню Edit виберемо команду Convert To Second-Order Section, вказавши тим самим, що проєктований квантований фільтр повинен бути реалізований каскадно ланками другого порядку (біквдратними блоками).

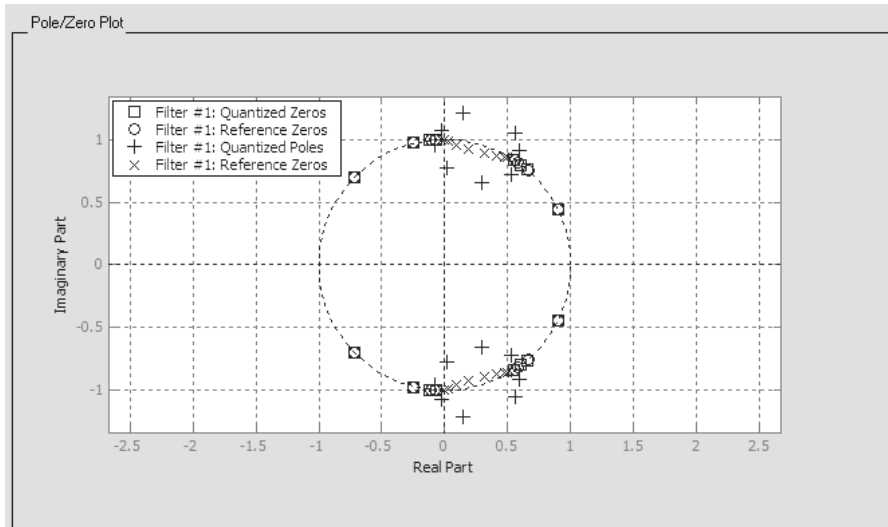


Рис.Б.18. Карта нулів і полюсів квантованого і неквантованого фільтрів

Після обчислень можна перекоонатися, що АЧХ фільтра-прототипу і квантованого фільтру значно наблизились. Одержаний результат показаний на рис.Б.19.

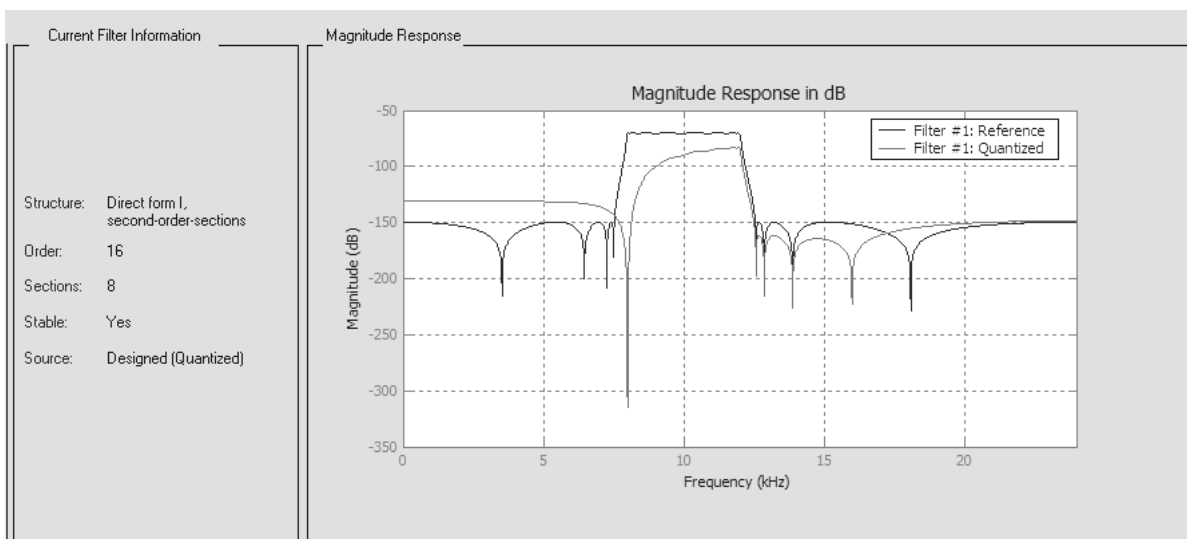


Рис.Б.19. Амплітудно-частотні характеристики фільтру-прототипу і квантованого фільтру, реалізованого ланками другого порядку

Необхідно відмітити, що частотні характеристики фільтру, і зокрема АЧХ, наведена на рис.2.19, побудована по розрахованих квантованих коефіцієнтах в припущенні, що фільтр є ідеальною лінійною системою. Іншими словами, при розрахунку частотної характеристики враховувалися лише ефекти квантування коефіцієнтів фільтру.

Для отримання реальної частотної характеристики необхідно врахувати нелінійні ефекти квантування, пов'язані з формою реалізації (структурою) фільтру і квантуванням інших параметрів, встановлюваних на сторінці Set Quantization Parameters. Щоб одержати частотну

характеристику фільтру, побудовану з обліком вказаних чинників, слід виконати комплексну перевірку його роботи на основі імітаційного моделювання.

Розглянемо, як можна визначити АЧХ, взагалі кажучи, нелінійної системи, використовуючи одну з функцій MATLAB - `nlm` (noise loading method), яка обчислює оцінку частотної характеристики квантованого фільтру з урахуванням всіх ефектів квантування. Функція, на основі методу Монте-Карло, виконує L випробувань, в кожному з яких моделюється проходження вхідного сигналу, що є білим шумом, через досліджуваний фільтр. За наслідками кожного випробування знаходиться оцінка частотної характеристики фільтру по спектрах вхідного і вихідного сигналів. Підсумкова оцінка частотної характеристики обчислюється усередненням оцінок частотних характеристик по всіх випробуваннях.

Перед тим, як скористатися функцією `nlm`, експортуємо наш фільтр в робочий простір MATLAB (Work-space). Це виконується таким чином. У меню File вибрати розділ Export, у вікні, що з'явилося, вказати, куди експортувати (Workspace) і в якій формі (Objects), вказавши ім'я фільтру (наприклад, `Hq1`). Після цього потрібно перейти в командне вікно MATLAB і набрати команду

```
» nlm(Hq1,[ ],50)
```

по якій буде виконано моделювання, що включає 50 випробувань.

В результаті з'явиться вікно з графіками АЧХ і ФЧХ, показане на рис.Б.20.

Відзначимо, що функцію `nlm` можна викликати, вказавши лише ім'я фільтру:

```
» nlm(Hq1)
```

В цьому випадку число випробувань L буде вибрано по замовчуванню ($L=10$), і отримані графіки будуть менш згладженими.

В цілому, підсумовуючи результати наведені в підрозділах Б.3.1-Б.3.3, можна зробити загальний висновок, що графічне середовище `FDATool` дозволяє вирішувати ряд практично важливих і теоретично цікавих задач, пов'язаних з проектуванням цифрових фільтрів. Одне з головне серед них - це можливість вельми точно моделювати різноманітні структури цифрових фільтрів в режимі нелінійних перетворень, пов'язаних з ефектами квантування, і можливість оцінювати інтегральні параметри фільтрів.

Додаткову інформацію про функціональні можливості і особливості використання модуля `FDATool` можна отримати із довідкової системи пакета MATLAB.

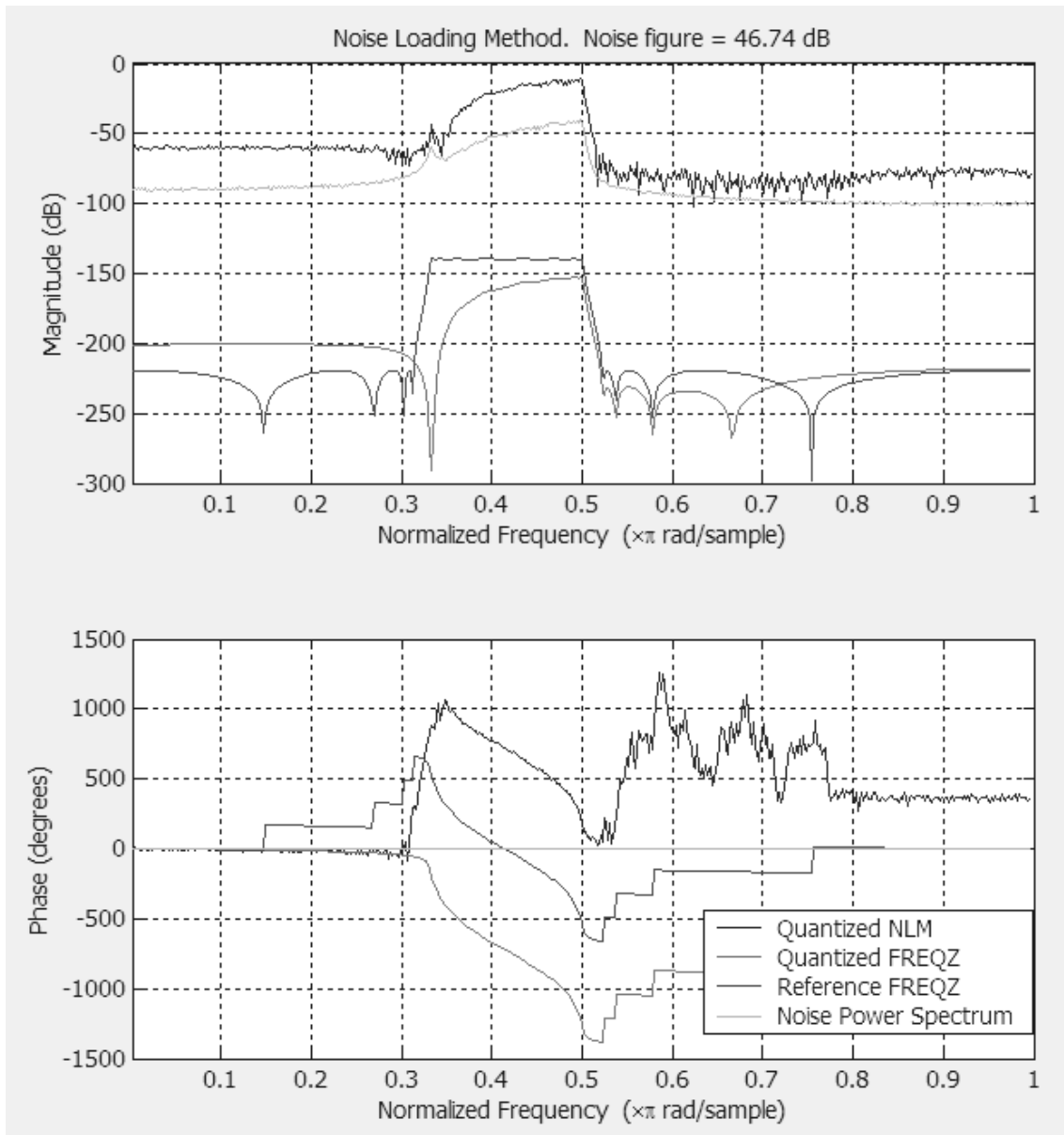


Рис.Б.20. Результати моделювання за допомогою функції `nlm`

Б.3.4. Використання графічного середовища SPTool для моделювання цифрового опрацювання сигналів

Б.3.4.1. Запуск програми

Для запуску програми SPTool необхідно набрати її ім'я в командному рядку MATLAB:

» `sptool`

З'явиться основне вікно програми, показане на рис.Б.21.

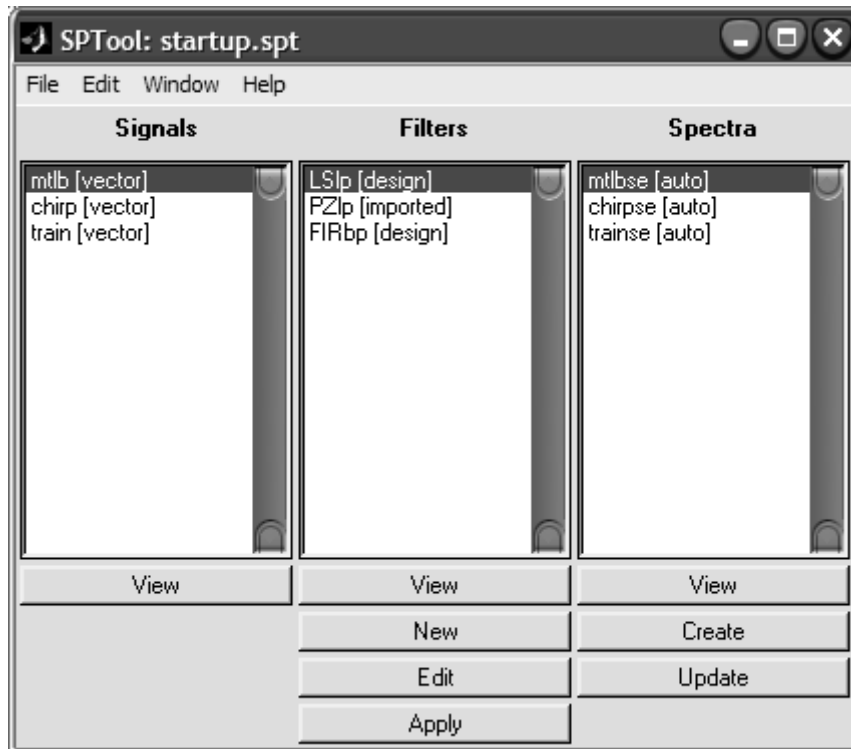


Рис.Б.21. Програма SPTool — головне вікно

У трьох списках цього вікна перераховані завантажені в програму SPTool сигнали (Signals), фільтри (Filters) і спектри (Spectra). Розташовані під списками кнопки дозволяють виконувати різні операції, більшість з яких ми розглянемо далі.

Б.3.4.2. Завантаження сигналу

Для завантаження сигналу в меню File головного вікна програми SPTool необхідно вибрати команду Import. З'явиться вікно Import to SPTool, показане на рис.Б.22.

Перемикач Source дозволяє вказати місце збереження сигналу, що завантажується — робочу область MATLAB (From Workspace) або Мат-файл (From Disk). В другому випадку стає доступним поле введення MAT-file Name, у яке потрібно ввести вручну або за допомогою кнопки Browse ім'я потрібного Мата-файлу.

У списку Workspace Contents перераховані змінні, наявні в робочій пам'яті MATLAB у даний момент. Якщо як джерело був обраний Мат-файл, цей список буде називатися File Contents і перелічувати змінні, збережені в обраному файлі.

У списку, що розкривається, Import As виберіть варіант Signal. Інші два варіанти, Filter і Spectrum, дозволяють імпортувати опису фільтрів і вже розрахованих спектрів для перегляду й аналізу.

Виберіть у списку змінну, яка містить відліки сигналу, що завантажується, і клацніть на кнопці -->, яка розташована поруч з полем

введення Data. Можна також вручну ввести в це поле ідентифікатор перемінної.

У поле введення Sampling Frequency за замовчуванням знаходиться значення 1. Його можна відредагувати вручну, а можна імпортувати, ввівши ідентифікатор змінної або вибравши його в списку і клацнувши на нижній кнопці -->.

У полі введення Name можна відредагувати ім'я, під яким даний сигнал буде фігурувати в програмі SPTool. Зробивши це, клацніть на кнопці OK. Імпортований сигнал з'явиться в списку Signals основного вікна програми.

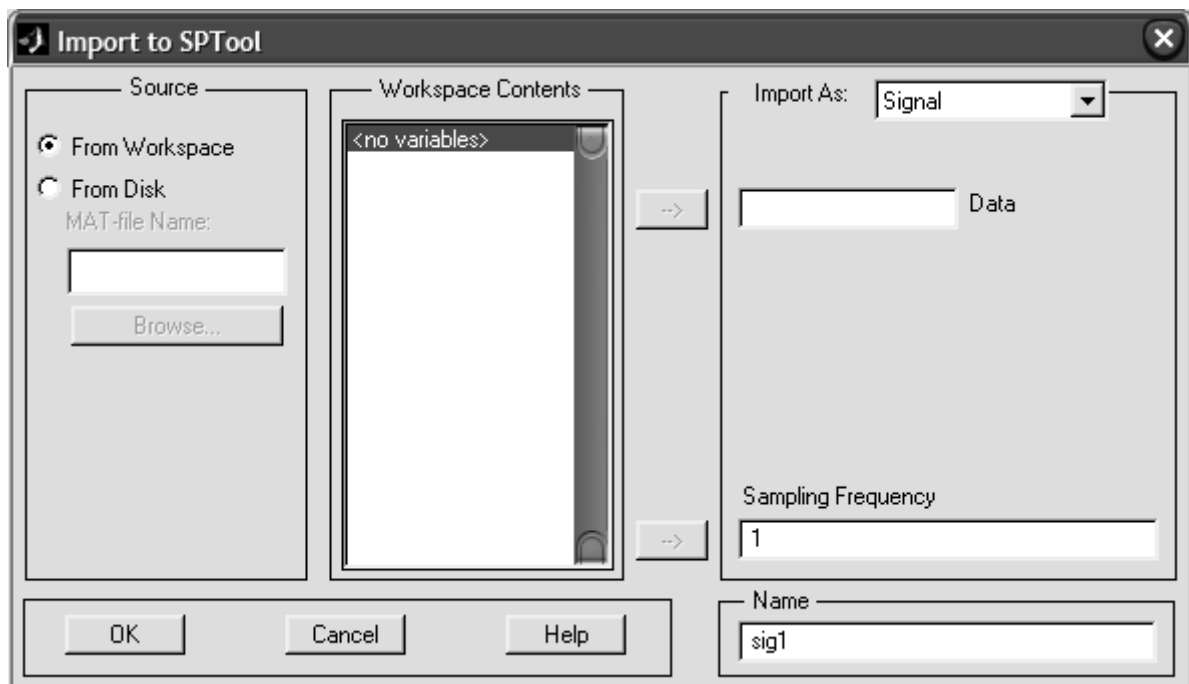


Рис.Б.22. Програма SPTool — вікно імпорту даних

Б.3.2.3. Перегляд графіка сигналу

Для перегляду графіка сигналу виберіть його в списку Signals (див. рис.Б.21) і клацніть на кнопці View, розташованій під цим списком. З'явиться вікно Signal Browser, показане на рис.Б.23

У даному вікні виводяться два графіки. Нижній, з написом Panper, показує панораму всього сигналу. Верхній графік спочатку теж відображає весь сигнал, але масштаб відображення можна збільшити, і тоді верхній графік буде показувати лише фрагмент сигналу, а положення цього фрагмента на загальній панорамі демонструється за допомогою прямокутника на нижньому графіку. Цей прямокутник можна перетаскувати мишею, змінюючи тим самим ділянку огляду.

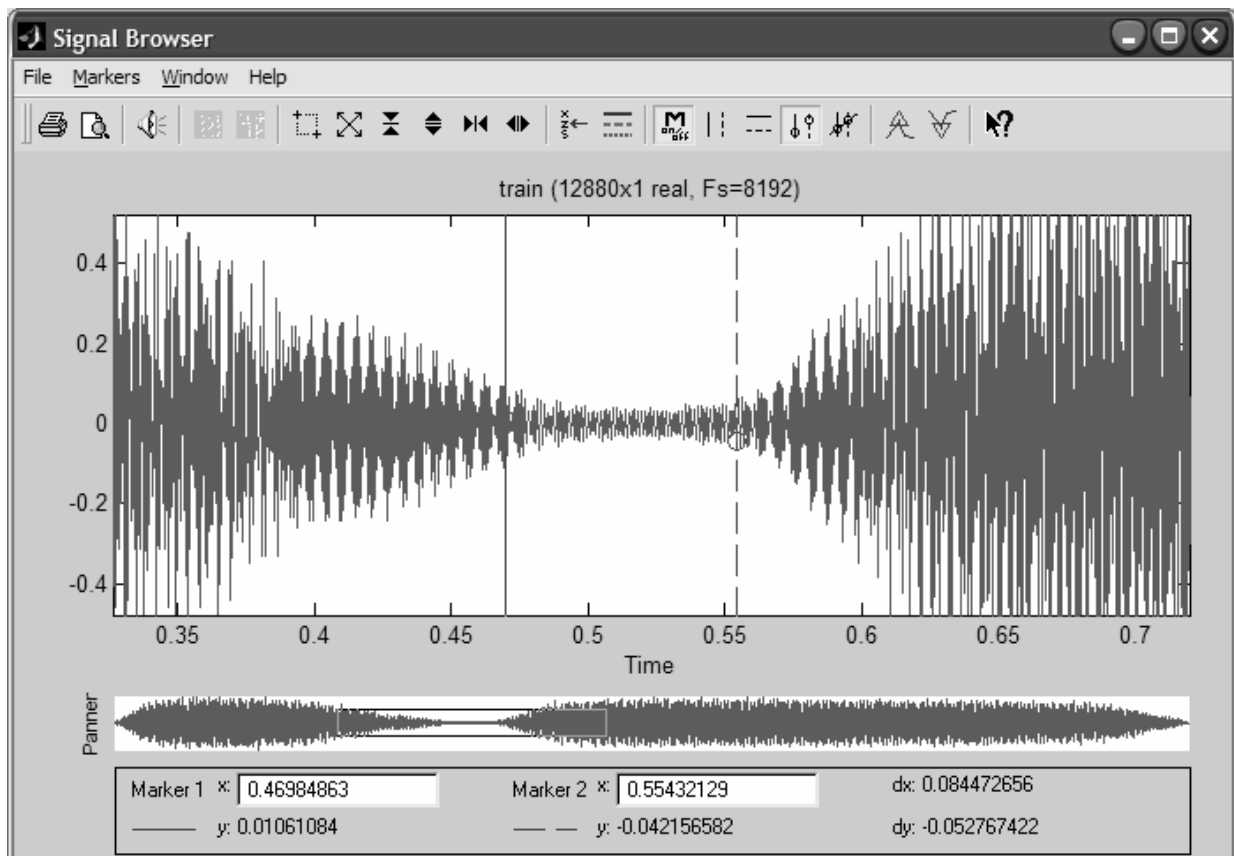


Рис.Б.23. Програма SPTool — вікно перегляду сигналів

Кнопки панелі інструментів вікна Signal Browser дозволяють роздруковувати графік сигналу, відтворювати сигнал за допомогою звукової карти комп'ютера, керувати масштабом відображення, вибрати потрібний канал у випадку багатоканального сигналу і задавати потрібний режим відображення маркерів.

На графік можна нанести два маркери, що дозволяють робити над сигналом кількісні виміри. Маркери перетаскуються за допомогою миші, а інформація про позначені ними відліках сигналу виводиться в нижній частині вікна. Можна експортувати цю інформацію в робочу область пам'яті MATLAB у вигляді структури — для цього служить команда Export меню Markers.

Б.3.4.4. Спектральний аналіз сигналу

Для аналізу спектра сигналу, завантаженого в програму SPTool, виберіть потрібний сигнал у списку Signals головного вікна програми (див. рис.Б.21) і клацніть на кнопці Create, розташованій під списком Spectra. З'явиться вікно Spectrum Viewer, показане на рис.Б.24.

У лівій частині вікна вибирається метод спектрального аналізу і настраюються його параметри.

Список, що розкривається, у якому спочатку виведений рядок Inherit from, дозволяє скопіювати повний набір налаштувань аналізатора спектра з

іншого розрахунку, представленого в списку Spectra основного вікна програми. Зробивши настроювання параметрів аналізу, необхідно натиснути на кнопки Apply. При цьому буде розрахована оцінка спектра сигналу і виведений відповідний графік. Кнопки панелі інструментів дозволяють виконувати ті ж операції, що були перераховані вище стосовно до перегляду графіків сигналів.

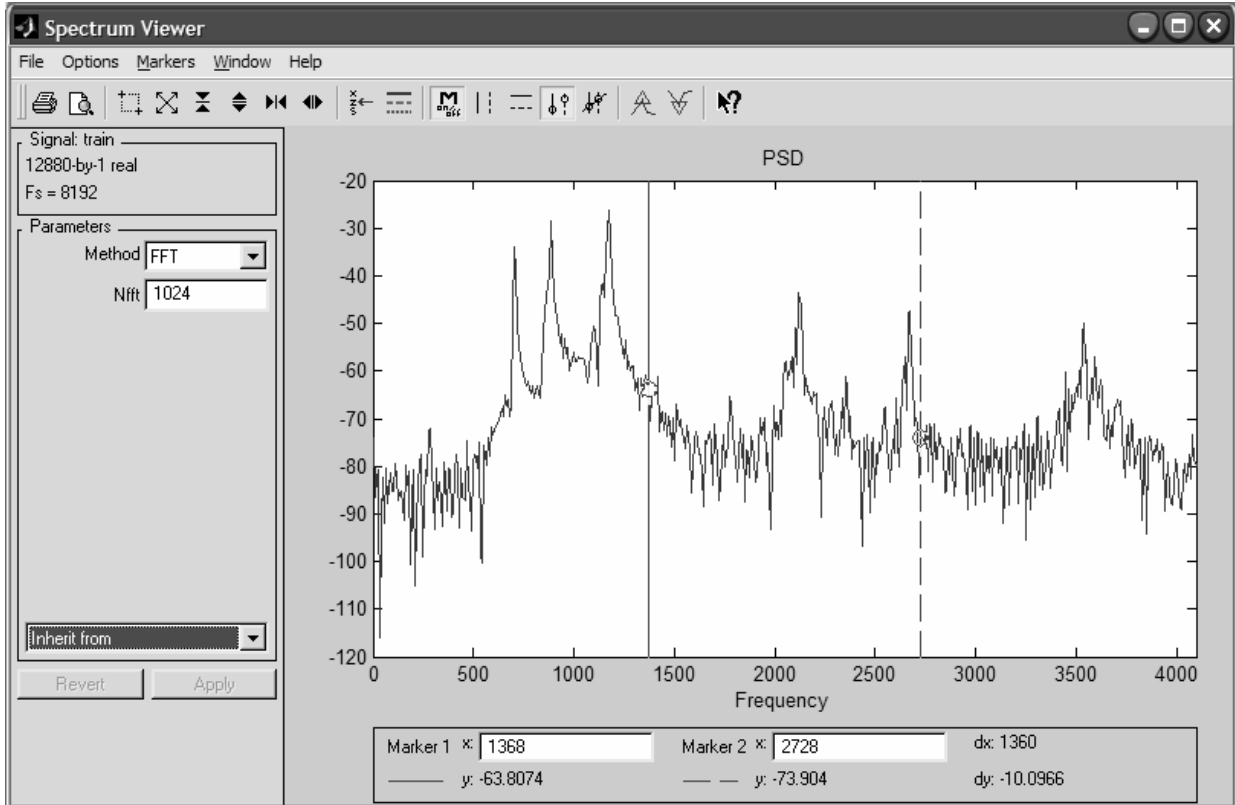


Рис.Б.24. Програма SPTool — вікно спектрального аналізу

Б.3.4.5. Розрахунок цифрового фільтра

Для розрахунку цифрового фільтра необхідно натиснути на кнопки New Design, що розташована під списком Filters у головному вікні програми SPTool. Можна також змінити параметри вже розрахованого фільтра, вибравши його в списку Filters і клацнувши на кнопки Edit Design. У кожному з перерахованих випадків з'явиться вікно Filter Designer, показане на рис.Б.25.

У списку, що розкривається, Algorithm вибирається метод розрахунку, а в розділі Specifications задаються параметри синтезованого фільтра.

Вибравши метод розрахунку і задавши параметри фільтра, необхідно натиснути на кнопки Apply для виконання синтезу. У центрі вікна буде виведений графік АЧХ фільтра, а в розділі Measurements показані його параметри. Кнопки панелі інструментів дозволяють керувати масштабом відображення графіка. Крім того, можна вивести графік АЧХ у смузі

пропущення великим планом, а також накласти на АЧХ графік одного зі спектрів, перерахованих у списку Spectra основного вікна програми.

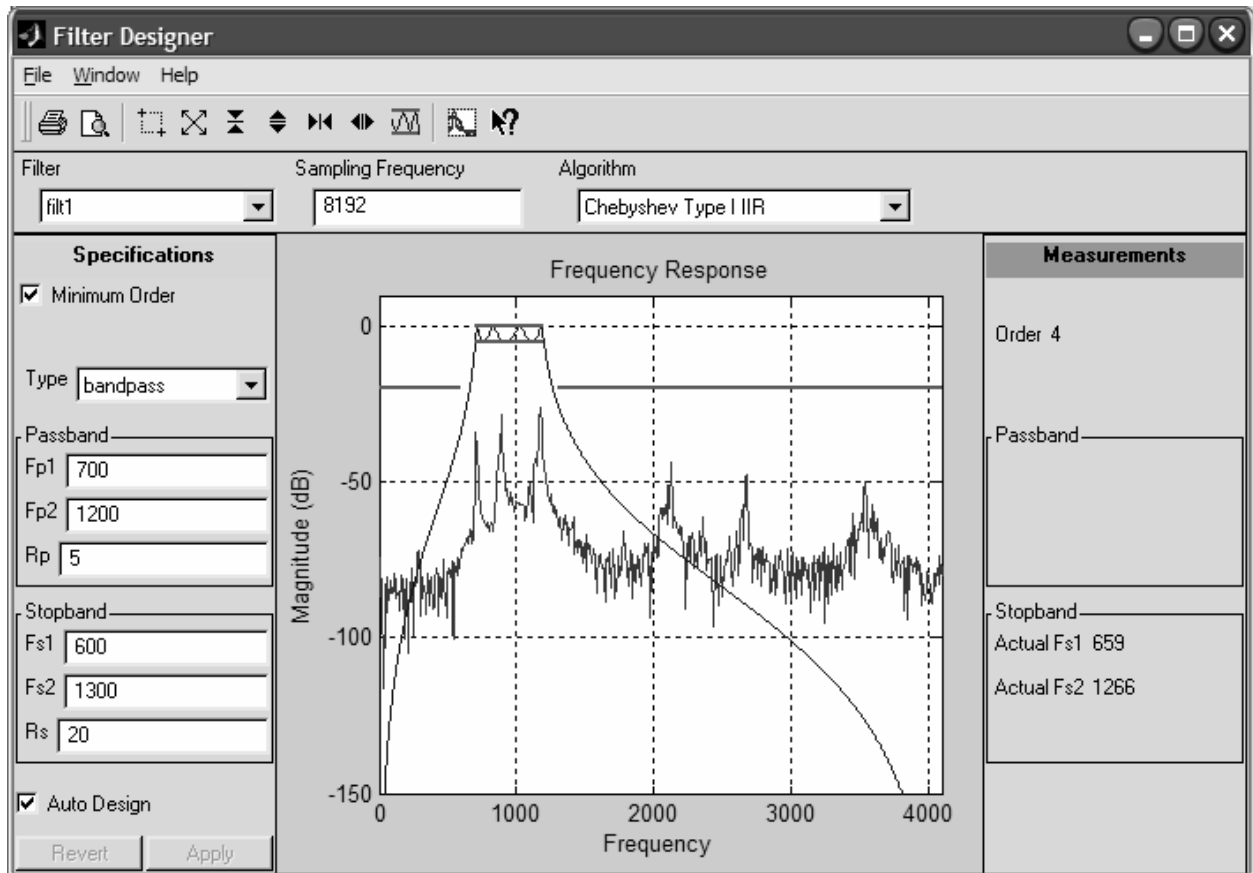


Рис.Б.25. Програма SPTool — вікно розрахунку фільтрів

Б.3.4.6. Перегляд характеристик дискретного фільтра

Для перегляду характеристик фільтра, завантаженого в програму SPTool, необхідно вибрати його в списку Filters основного вікна програми (див. рис.Б.21) і натиснути на кнопку View. При цьому з'явиться вікно Filter View, показане на рис.Б.26.

У лівій частині вікна Filter Viewer розташована група прапорців Plots для вибору складу графіків, що відображаються. У розділі Frequency Axis можна вибрати частотний діапазон для перегляду характеристик і задати тип шкали частот — лінійний або логарифмічний.

Кнопки панелі інструментів дозволяють керувати режимом відображення і виводом маркерів для поточного графіка, осі якого виділяються червоним кольором. Інформація про маркери, як звичайно, виводиться в нижній частині вікна.

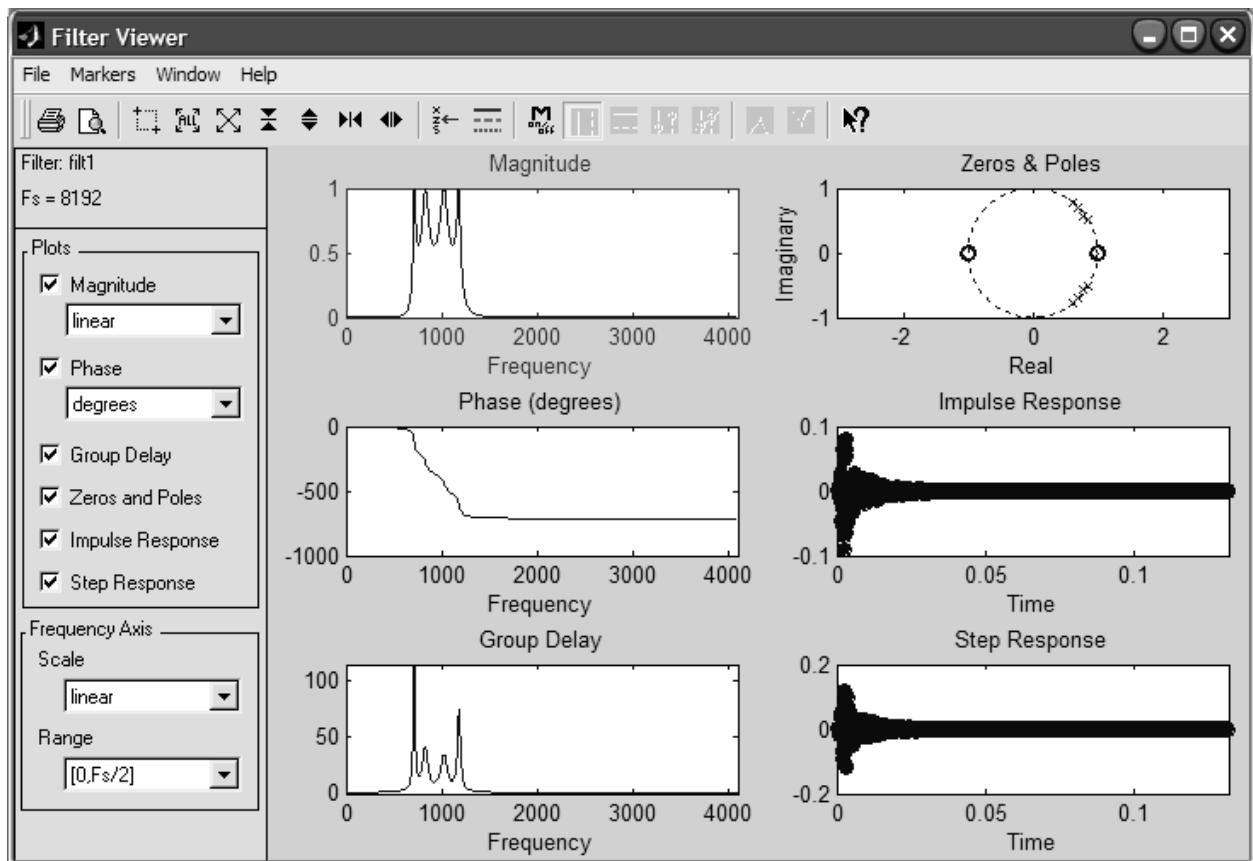


Рис.Б.26. Програма SPTool — перегляд характеристик фільтра

Б.3.4.7. Фільтрація сигналу

Для пропусення сигналу через фільтр необхідно вибрати сигнал і фільтр відповідно в списках Signals і Filters основного вікна програми (див. рис.Б.21), а потім натиснути на кнопки Apply, що розташована під списком Filters. З'явиться вікно Apply Filter, показане на рис.Б.27.

Єдиним доступним полем введення в цьому вікні є поле Output Signal, у якому потрібно задати ім'я для вихідного сигналу. У списку, що розкривається, Algorithm можна вибрати функцію MATLAB для здійснення фільтрації. Виконавши ці дії, необхідно натиснути на кнопки ОК. Буде розрахований вихідний сигнал, що з'явиться під зазначеним ім'ям у списку Signals основного вікна програми.

Переглянути графік вихідного сигналу і виконати аналіз його спектра можна описаними раніше способами. Для одночасного перегляду графіків вхідного і вихідного сигналів потрібно вибрати їхній обидва в списку Signals основного вікна програми (для цього при натисканні на сигналах, що обираються, необхідно, як це прийнято в Windows, натиснути клавішу Ctrl) і натиснути на кнопки View. У вікні, що відкрилося, Signal Browser будуть показані графіки обох обраних сигналів.

Аналогічним образом можна переглядати кілька спектрів або характеристики декількох фільтрів одночасно.

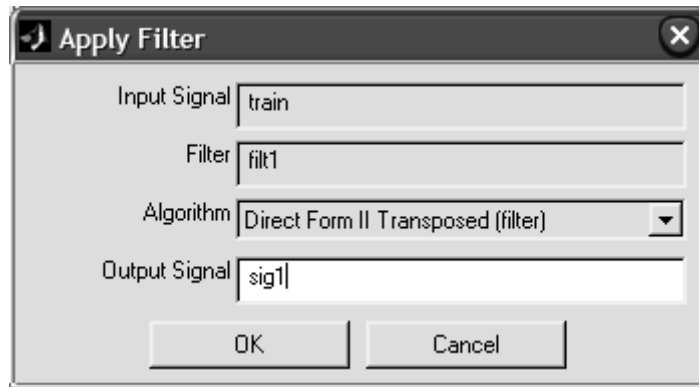


Рис.Б.27. Програма SPTool — вікно застосування фільтра

Б.3.4.8. Збереження результатів роботи

Сеанс роботи з програмою SPTool можна зберегти за допомогою команди Save Session або Save Session As з меню File основного вікна програми. Файли сеансів мають розширення .spt. Завантажити збережений сеанс можна командою Open Session того ж меню File.

Крім того, можна експортувати сигнали, фільтри і спектри у вигляді структур даних. Для цього використовується команда Export з меню File основного вікна програми SPTool. Після вибору даної команди з'явиться вікно Export from SPTool, показане на рис.Б.28.

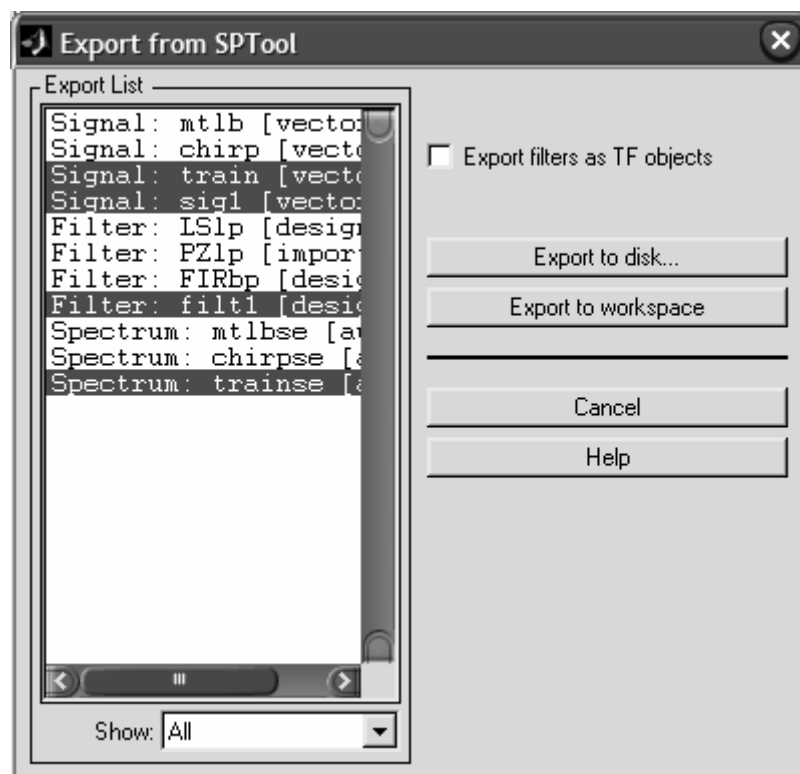


Рис.Б.28. Програма SPTool — вікно експорту даних

У списку, що займає ліву частину цього вікна, необхідно вибрати експортовані об'єкти. Натиснення на кнопці Export to Workspace зробить експорт відповідних структур даних у робочу область пам'яті MATLAB, а для їхнього запису в Мат-файл необхідно скористатися кнопкою Export to Disk. Інформацію про склад експортованих структур даних можна одержати з довідкової системи пакета Signal Processing.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бабак В.П., Хандлецький В.С., Шрюфер Е. Обробка сигналів: Підручник. – К.: Либідь, 1996. – 392 с.
2. Бондарев В.Н., Трестер Г., Чернега В.С. Цифровая обработка сигналов: методы и средства: Учеб. пособие для вузов. -Севастополь: Изд-во СевГТУ, 1999. – 398 с.
3. Гольденберг Л.М. Цифровая обработка сигналов. -М.: Радио и связь, 1990. – 256 с.
4. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. –М.: Сов.радио, 1977. – 608 с.
5. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов: -М.: Мир, 1978. – 848 с.
6. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.
7. MATLAB 6/6.1/6.5+Simulink 4/5. Основы применения. Полное руководство пользователя / Дьяконов В.П. М.: СОЛОН-Пресс. – 2002. – 768с.

ЗМІСТ

Передмова.....

Теоретичний розділ

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЦИФРОВОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ

Лабораторно-практичний розділ

Лабораторна робота №1. ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ АНАЛОГОВИХ, ДИСКРЕТНИХ, ТА ЦИФРОВИХ СИГНАЛІВ І ЇХ СПЕКТРІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПАКЕТУ МАТНСАД..

Лабораторна робота №2. МОДЕЛЮВАННЯ ЛІНІЙНИХ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПАКЕТУ МАТНСАД.....

Лабораторна робота №3. СИНТЕЗ ТА АНАЛІЗ ЦИФРОВИХ НЕРЕКУРСИВНИХ ФІЛЬТРІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МОДУЛЯ FDATAOOL ПАКЕТУ МАТЛАВ

Лабораторна робота №4. СИНТЕЗ ТА АНАЛІЗ ЦИФРОВИХ РЕКУРСИВНИХ ФІЛЬТРІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МОДУЛЯ FDATAOOL ПАКЕТУ МАТЛАВ

Лабораторна робота №5. МОДЕЛЮВАННЯ ЦИФРОВОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ І СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МОДУЛЯ SPFOOL ПАКЕТУ МАТЛАВ...

Додаток А

ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ В СЕРЕДОВИЩІ МАТНСАД

Додаток Б

ЦИФРОВА ФІЛЬТРАЦІЯ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПАКЕТУ ПРИКЛАДНИХ ПРОГРАМ МАТЛАВ

Література.....