

Міністерство освіти і науки України

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ

**А. О. Коваль**

**ЗБІРНИК ЗАДАЧ  
З ОСНОВ МЕТРОЛОГІЇ ТА ВИМІРЮВАЛЬНОЇ  
ТЕХНІКИ**

*Навчально-методичний посібник*

Харків  
ХНАДУ  
2010

УДК 621.317.08(076.8)

*Підготовлено на кафедрі метрології та безпеки життєдіяльності ХНАДУ*

Рецензенти:

*І. В. Руженцев, доктор технічних наук, професор  
(Харківський національний університет радіоелектроніки)*

*С. І. Кондрашов, доктор технічних наук, професор  
(Харківський національний технічний університет "ХПІ")*

**Коваль А. О.**

*Збірник задач з основ метрології та вимірювальної техніки. Навчально-методичний посібник. - Харків: ХНАДУ, 2010. - 46 с.*

**ISBN 978-966-303-152-1**

*Розглядаються задачі з розрахунку характеристик похибок прямих і непрямих вимірювань з одноразовими спостереженнями. Збірник включає чотири розділи і припускає двоступінчасту підготовку студента. На першому ступені рекомендуються задачі першого і другого розділів, на другому - третього і четвертого. Перший і другий розділи містять порівняно прості задачі, кожна з яких пов'язана з розв'язком тієї або іншої частини спільної задачі з оцінювання похибок вимірювань. Наступні два розділи складаються із складніших задач, наближених до практики електричних вимірювань. Кожен розділ має приклади задач з розв'язанням і задачі з відповідями для самоперевірки.*

*Для студентів, які вивчають методіку метрологічних розрахунків у рамках загального курсу "Основи метрології та вимірювальної техніки".*

Лл. 14. Бібліогр. найм. 3

**УДК 621.317.08(076.8)**

**ISBN 978-966-303-152-1**

©Харківський національний автомобільно-дорожній університет, 2010

## ПЕРЕДМОВА

Результат вимірювання електричної (як і будь-якої фізичної) величини повинен містити інформацію про точність набутого значення. Для цього використовуються ті або інші характеристики похибки вимірювання.

Розрахунок характеристик похибки вимірювання, інакше званий оцінюванням похибки, виконується на основі наявних відомостей про об'єкт вимірювання і використуванні засобів вимірювань.

Залежно від характеру прояву переважаючих складових похибки вимірювання, систематичної або випадкової, використовують вимірювання відповідно з одноразовими або багаторазовими спостереженнями. Вибрана методика вимірювань визначає і спосіб оцінювання похибок.

Велику роль в якісному засвоєнні навчальної дисципліни «Основи метрології та вимірювальної техніки» відіграють форми та методи привиття практичних навичок у студентів з розв'язання прикладних задач. Однією з важливих таких форм є самостійна робота студента.

Основною метою даного навчально-методичного посібника є привиття практичних навичок з самостійного розв'язання задач шляхом методики подання матеріалу «від простого - до складного» та допомогти студентові в диференційній підготовці до модульного контролю з навчальної дисципліни.

Виходячи з цього і вибрана структура даного навчально-методичного посібника. Збірник побудовано виходячи з двоступінчатої підготовки студента. Спочатку студентові пояснюється методика та пропонуються задачі до самостійного розв'язання порівняно простих задач. По мірі привиття практичних навичок з розв'язання задач перших двох розділів студент поступово переходить до вивчення методики розв'язання більш складних задач третього та четвертого розділів. В кожному розділі приведена методика розв'язання типових задач і задачі з відповідями для самоперевірки.

# 1. ОСНОВИ МЕТРОЛОГІЧНИХ РОЗРАХУНКІВ

В даному розділі приводиться методика розв'язання типових задач з визначення абсолютної та відносної похибки засобів вимірювальної техніки.

## Методики розв'язання задач

1.1. Є резистор опором 5,1 МОм, через який протікає струм, рівний 200 мкА. Максимальне значення потужності розсіяння  $P$  для резистора  $P_{\max} = 250$  мВт. Розрахувати значення  $P$  для даного струму і порівняти з  $P_{\max}$ , а також розрахувати з точністю до одиниць мікроампер максимального можливого значення струму  $I_{\max}$ , відповідне  $P_{\max}$ .

Розв'язок:

$$P = I^2 \cdot R = 0,204 \text{ Вт} = 204 \text{ мВт} < P_{\max} < P_{\max},$$
$$I_{\max} = \sqrt{R_{\max} / R} = 221 \text{ мкА}.$$

1.2. Є конденсатор ємністю 100 пФ. У початковий момент досліду конденсатор розряджений, потім його протягом 20 нс заряджають постійним струмом, значення якого потрібно визначити. Після цього вимірюють напругу на конденсаторі, яка виявляється рівною 1 мВ. Визначте виражене в наноамперах значення струму.

Розв'язок:

$$I = U \cdot C / t = 5 \text{ нА}.$$

1.3. Верхня межа робочої смуги частот електронно-променевого осцилографа визначається спадом його амплітудно-частотної характеристики (тобто зменшенням чутливості каналу вертикального відхилення  $S_y$  при збільшенні частоти вхідної напруги відносно значення чутливості на постійному струмі  $S_{y,0}$ ) на 3 дБ. Виразіть відповідну зміну чутливості  $\delta_{S_y}$  у відсотках.

Розв'язок:

$$\begin{aligned}3\text{дБ} &= 20 \cdot \lg S_{y,0} - 20 \cdot \lg S_y = 20 \cdot \lg(S_{y,0}/S_y), \\ \delta_{Sy} &= (S_y - S_{y,0}) \cdot 100\% / S_{y,0} = \left[ (S_y/S_{y,0}) - 1 \right] \cdot 100\%, \\ S_y/S_{y,0} &= 10^{-0,15} = 0,707946, \\ \delta_{Sy} &\approx -29\%.\end{aligned}$$

1.4. Часто при обчисленні відносної похибки  $\delta$  користуються наближеною формулою, при цьому в знаменник замість істинного або дійсного значення вимірюваної величини підставляють вимірюване значення. Отримане в результаті такого розрахунку значення відносної похибки  $\delta'$  відрізняється від  $\delta$  на «похибку похибки»  $\delta_{\text{пох}}$ . Виразіть  $\delta_{\text{пох}}$  через  $\delta$ .

Розв'язок:

$$\begin{aligned}\delta' &= \Delta/x = \Delta/(x_i + \Delta) = \delta/(1 + \delta); \\ \delta_{\text{пох}} &= (\delta' - \delta)/\delta = -\delta/(1 + \delta); \\ \delta_{\text{пох}} &\approx -\delta, \text{ оскільки зазвичай } \delta \ll 1.\end{aligned}$$

1.5. При вимірюванні величини  $x$  виникає систематична похибка, відносно значення якої  $\delta$  залишається постійним у всьому діапазоні вимірювань. Вважаючи, що значення  $\delta$  відоме, виведіть формулу для розрахунку скоректованого (вільного від вказаної похибки) значення вимірюваної величини  $x'$ .

Розв'язок:

$$\Delta = x - x' = \delta \cdot x'; \quad x' = x/(1 + \delta).$$

1.6. Виміряне значення опору  $R = 100,0$  Ом. Межа допустимої відносної похибки вимірювання  $\delta_m = 1,0\%$ . Знайдіть інтервал, в якому повинно знаходитися  $R_i$  - істинне значення опору.

Розв'язок:

$$\begin{aligned}\Delta &= R - R_i; \quad R_i = R - \Delta; \quad \Delta_i \leq \Delta \leq \Delta_m; \\ R - \Delta_m &\leq R_i \leq R + \Delta_m; \\ \Delta_m &\cong \delta_m \cdot R/100\% = 1,0 \text{ Ом};\end{aligned}$$

$$99,0 \text{ Ом} \leq R_i \leq 101,0 \text{ Ом}.$$

1.7. Резистор, опір якого потрібно вимірювати, з'єднаний послідовно з мірою опору. Номінальне значення міри -  $R_0 = 1 \text{ кОм}$ . Коло, що утворилось, під'єднане до джерела стабільного струму  $I$ . Вольтметром, вхідний опір якого  $R_V = 100 \text{ кОм}$ , по черзі вимірюють падіння напруги на обох резисторах. Отримані значення - відповідно для вимірюваного опору і опору міри,  $U = 3,5 \text{ В}$  і  $U_0 = 0,5 \text{ В}$ . Шукане значення обчислюють за формулою  $R = R_0 \cdot U/U_0$ , в якій не враховується кінцеве значення  $R_V$ , через що виникає методична похибка  $\delta_m$ . Розрахуйте значення  $\delta_m$ .

Розв'язок:

$$R = 7 \text{ кОм};$$

$$U = I \cdot R_i \cdot R_V / (R_i + R_V); U_0 = I \cdot R_0 \cdot R_V / (R_0 + R_V);$$

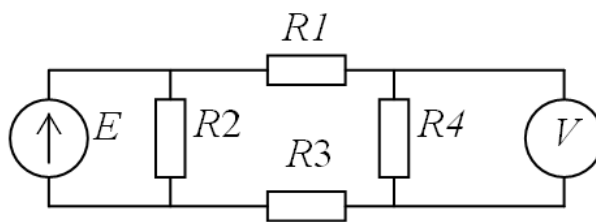
$$R = R_i \cdot (R_0 + R_V) / (R_i + R_V);$$

$$R_i = R_V \cdot R / (R_0 + R_V - R);$$

$$\delta_m = (R - R_i) \cdot 100\% / R_i = (R/R_i - 1) \cdot 100\%;$$

$$\delta_m = (R_0 - R) \cdot 100\% / R_V = -6,0\%.$$

1.8. Виразіть абсолютну похибку взаємодії для приведеної нижче схеми через опори резисторів  $R1, R2, R3, R4$  показання вольтметра  $U$  і його вхідний опір  $R_V$ .



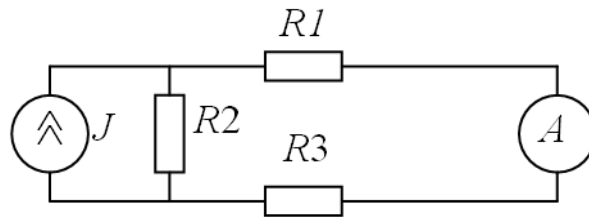
Розв'язок:

$$\Delta_{вз} = -U \cdot R_{екв} / R_V.$$

Для визначення вихідного опору еквівалентного джерела напруги слід замінити джерело ЕРС  $E$  коротким замиканням і обчислити опір кола між точками підключення вольтметра:

$$R_{екв} = (R1 + R3) \cdot R4 / (R2 + R3 + R4).$$

1.9. Виразить абсолютну похибку взаємодії для представленої нижче схеми через опори резисторів  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  показання амперметра  $I$  і його вхідний опір  $R_A$ .



Розв'язок:

$$\Delta_{вз} = -I \cdot R_A / R_{екв} ;$$

для визначення вихідного опору еквівалентного джерела струму слід замінити джерело струму  $J$  розривом і обчислити опір кола між точками підключення амперметра:  $R_{екв} = R_1 + R_2 + R_3$ .

1.10. Є три засоби вимірювання: ЗВ1, ЗВ2, ЗВ3. Позначення їх класів точності, відповідно - 1,0; 0,2; 0,1/0,05. Представте для кожного з цих засобів вимірювань вирази граничних значень основної абсолютної, основної відносної і основної приведенної похибок. При цьому значення вимірюваної величини позначте як  $x$ , а нормуюче значення як  $x_N$ .

Розв'язок:

$$\text{ЗВ1: } \Delta_{оп} = 0,01 \cdot x_N; \quad \delta_{оп} = (x_N/x)\%; \quad \gamma_{оп} = 1,0\%;$$

$$\text{ЗВ2: } \Delta_{оп} = 0,002 \cdot x; \quad \delta_{оп} = 0,2\%; \quad \gamma_{оп} = (0,2 \cdot x/x_N)\%;$$

$$\text{ЗВ3: } \Delta_{оп} = 0,0005 \cdot x + 0,0005 \cdot x_N;$$

$$\delta_{оп} = 0,1\% + 0,05\% \cdot [|x_N/x| - 1];$$

$$\gamma_{оп} = (0,05 \cdot x/x_N + 0,05)\% .$$

1.11. Який піддіапазон вимірювань моста - (0...100) Ом, (0...1000) Ом, (0...10000) Ом слід вибрати для найбільш точного вимірювання опору  $R$ , значення якого близьке до 50 Ом, якщо межа допустимої інструментальної складової відносної похибки вимірювань  $\delta_{вп} = [1,0 + (2,0/R)]\%$ , довжина шкали (число поділок)

$a_k = 1000$ , а показання при відліку округляються до цілого числа поділок?

Розв'язок:

$$\delta_{\Pi} = \delta_{\text{ВП}} + \delta_{\text{Відл}};$$

$$\delta_{\text{ВП}} = [1,0 + (2,0/50)]\% \cong 1\% \text{ (для всіх піддіапазонів);}$$

$$\delta_{\text{Відл}} \cong \delta_{\text{КВ.П}}; \delta_{\text{КВ.П}} = 50\% \cdot q/R; q = R_k / (n \cdot a_k); n = 1;$$

$$\delta_{\text{Відл}} = (R_k = 100 \text{ Ом}) = 0,10\%;$$

$$\delta_{\text{Відл}} = (R_k = 1000 \text{ Ом}) = 1,0\%;$$

$$\delta_{\text{Відл}} = (R_k = 10000 \text{ Ом}) = 10\%.$$

1.12. Потрібно вибрати один з двох піддіапазонів вимірювань магнітоелектричного вольтметра класу точності 1.0 - (0...15) В і (0...30) В, так аби мінімізувати максимальну, без врахування знаку, похибку вимірювання напруги, значення якої близько до 10 В. Вимірювання проводяться за нормальних умов, похибка відліку дуже мала, вихідний опір джерела напруги  $R_{\text{дж}}$  не перевищує 20 Ом (варіант 1) або 200 Ом (варіант 2), струм повного відхилення для вказаних піддіапазонів вимірювань  $I_{\text{пв}} = 3 \text{ мА}$  ?

Розв'язок:

$$|\Delta|_{\text{max}} = \Delta_{\text{оп}} + |\Delta_{\text{вз}}|_{\text{max}};$$

$$\Delta_{\text{оп}} = 0,01 \cdot \gamma_{\text{оп}} \cdot U_k;$$

$$|\Delta_{\text{вз}}|_{\text{max}} = U \cdot R_{\text{дж max}} / R_V; R_V = U_k / I_{\text{пв}};$$

$$1) U_k = 15 \text{ В}; |\Delta|_{\text{max}} = 0,19 \text{ В};$$

$$U_k = 30 \text{ В}; |\Delta|_{\text{max}} = 0,32 \text{ В};$$

$$2) U_k = 15 \text{ В}; |\Delta|_{\text{max}} = 0,55 \text{ В};$$

$$U_k = 30 \text{ В}; |\Delta|_{\text{max}} = 0,50 \text{ В}.$$

1.13. Номінальна функція перетворення цифроаналогового перетворювача (ЦАП) має наступний вигляд:  $I_{\text{ном}} = 4 \text{ мА} + 16 \text{ мА} \cdot (N/N_{\text{max}})$ , де  $N$  - код на вході ЦАП,  $N_{\text{max}} = 2^m - 1$ ,  $m = 16$  - число двійкових розрядів вхідного коду



ЦАП. Нормуюче значення для входу -  $N_N = N_{\max}$ , для виходу -  $I_N = 20$  мА. Після подачі на вхід ЦАП коду  $N = 2^{14}$  визначено дійсне значення вихідного струму  $I_D = 8,002$  мА. Розрахуйте  $\Delta_{\text{ВХ}}, \delta_{\text{ВХ}}, \gamma_{\text{ВХ}}, \Delta_{\text{ВИХ}}, \delta_{\text{ВИХ}}, \gamma_{\text{ВИХ}}$ .

Розв'язок:

$$\Delta_{\text{ВИХ}} = I_D - I_{\text{НОМ}} = 8,002 \text{ мА} - \left[ 4 \text{ мА} + 16 \text{ мА} \cdot 2^{14} / (2^{16} - 1) \right];$$

$$\Delta_{\text{ВИХ}} = 0,00194 \text{ мА};$$

$$\delta_{\text{ВИХ}} = \Delta_{\text{ВИХ}} / I_{\text{НОМ}} \cdot 100\% = 0,024\%;$$

$$\gamma_{\text{ВИХ}} = \Delta_{\text{ВИХ}} / I_N \cdot 100\% = 0,0097\%;$$

$\Delta_{\text{ВХ}} = N_p - N$ , де  $N_p$  - розрахункове значення коду;

$$N_p = (I_D - 4 \text{ мА}) \cdot N_{\max} / 16 \text{ мА} = 16392;$$

$$\Delta_{\text{ВХ}} = 8;$$

$$\delta_{\text{ВХ}} = \Delta_{\text{ВХ}} / N \cdot 100\% = 0,049\%;$$

$$\gamma_{\text{ВХ}} = \Delta_{\text{ВХ}} / N_N \cdot 100\% = 0,012\%.$$

1.14. Вольтметр  $V1$  класу точності 1,0 з діапазоном показань (0...100) В і вольтметр  $V2$  класу точності 2,0 з діапазоном показань (-50...50) В підключені до одного джерела напруги. Вимірювання проводяться за нормальних умов, похибки відліку дуже малі.  $U_1 = 45,6$  В і  $U_2 = 47,5$  В - показання  $V1$  і  $V2$  відповідно. Чи можна стверджувати, що хоч би один з вольтметрів не відповідає вказаному для нього класу точності?

Розв'язок:

$$\text{Ні, оскільки: } U_1 - U_2 = (U_i + \Delta_1) - (U_i + \Delta_2) = \Delta_1 - \Delta_2;$$

$$-\Delta_{\text{оп1}} - \Delta_{\text{оп2}} \leq \Delta_1 - \Delta_2 \leq \Delta_{\text{оп1}} + \Delta_{\text{оп2}};$$

$$|U_1 - U_2|_{\text{max}} = \Delta_{\text{оп1}} + \Delta_{\text{оп2}} = 0,01 \cdot 100 \text{ В} + 0,02 \cdot 50 \text{ В} = 2,0 \text{ В};$$

$$|U_1 - U_2| < |U_1 - U_2|_{\text{max}}.$$

## Задачі для самостійного розв'язання

1.15. Номінальна функція перетворення термоперетворювача опору має наступний вигляд:  $R_{t_{\text{ном}}} = (1 + 0,00428 \cdot t) \cdot 100 \text{ Ом}$ .

Визначте відносну похибку перетворювача по входу, якщо в результаті експерименту отримано наступні дійсні значення температури і опору:  $t_{\text{д}} = 20,0^\circ \text{C}$ ,  $R_{t_{\text{д}}} = 109,0 \text{ Ом}$ .

1.16. Номінальна функція перетворення термоперетворювача опору має наступний вигляд:  $R_{t_{\text{ном}}} = (1 + 0,00428 \cdot t) \cdot 100 \text{ Ом}$ .

Визначте відносну похибку перетворювача на виході, якщо в результаті експерименту отримано наступні дійсні значення температури і опору  $t_{\text{д}} = 50,0^\circ \text{C}$ ,  $R_{t_{\text{д}}} = 121,0 \text{ Ом}$ .

1.17. Вольтметри  $V1$  і  $V2$  мають однакові діапазони показань -  $(0...30) \text{ В}$ . Класи точності  $V1$  і  $V2$  - відповідно  $0,25$  і  $0,4/0,2$ . Вважаючи, що суттєві лише основні похибки вольтметрів, вкажіть, якщо це можливо, інтервал значень напруги, в якій вона буде визначена з більшою точністю в разі використання  $V1$ .

1.18. Вольтметром з діапазоном показань  $(0...30) \text{ В}$  і межею допустимої приведеної похибки  $0,5\%$  виконано вимірювання напруги. Отримане значення дорівнює  $9,5 \text{ В}$ . Після вимірювання точнішим вольтметром дійсного значення напруги з'ясувалося, що відносна похибка першого вольтметра склала  $1,5\%$ . Чи не суперечить це заявленій для першого вольтметра точності?

1.19. Є вольтметр  $V1$  класу точності  $0,2/0,1$  з діапазоном показань  $(0...100) \text{ В}$  і вольтметр  $V2$  класу точності  $0,2$  з діапазоном показань  $(0...100) \text{ В}$ . За допомогою  $V1$  вимірювали вихідну напругу деякого джерела, при цьому вимірюване значення  $U1 = 50,0 \text{ В}$ . Потім замість  $V1$  до того ж джерела підключили  $V2$  і отримали друге вимірюване значення  $U2$ . Вважаючи, що суттєві лише основні похибки вольтметрів, визначите інтервал, в якому буде значення  $U2$ .

1.20. Межа допустимої відносної похибки цифрового частото-  
міра визначається виразом  $\delta_m = 2 \cdot 10^{-5} + 1/(f \cdot T_d)$ , де  $f$  - ви-  
мірюване значення частоти,  $T_d$  - значення часу лічби, яке вибира-  
ється з ряду: (0,001; 0,01; 0,1; 1; 10) с. Потрібно виміряти частоту,  
приблизно рівну 10 кГц, з абсолютною похибкою, що не перевищує  
по модулю 2,5 Гц. Визначите мінімально необхідний для цього час  
лічби.

1.21. Межа допустимої відносної похибки цифрового частото-  
міра, що працює в режимі вимірювання періоду визначається як  
 $\delta_m = 2 \cdot 10^{-5} + 10^{-7}/(n \cdot T)$ , де  $T$  - вимірюване значення періоду в се-  
кундах,  $n$  - значення коефіцієнта множення періоду, яке вибираєть-  
ся з ряду: (1; 10; 100; 1000; 10000). Потрібно виміряти період, при-  
близно рівний 1 мс, з абсолютною похибкою, що не перевищує по  
модулю 0,10 мкс. Визначите мінімально необхідне для цього зна-  
чення  $n$ .

1.22. Систематична похибка вольтметра є лінійною функцією  
вимірюваної напруги:  $\Delta = a + b \cdot U_d$ , де  $a, b$  - невідомі постійні кое-  
фіцієнти,  $U_d$  - дійсне значення вимірюваної напруги. Для обчислен-  
ня поправки  $\eta$  (що додається до вимірюваного значення в цілях  
компенсації систематичної похибки) виконуються вимірювання  
двох напруг, дійсні значення яких  $U_{1д}$  і  $U_{2д}$  відомі. Відповідні вимі-  
рювані значення -  $U_1$  і  $U_2$ . Виразіть  $\eta$  для довільного вимірюваного  
значення  $U$ , якщо  $U_{1д} = 0$ ,  $U_{2д} = 10$  В,  $U_1 = -0,001$  В,  
 $U_2 = 9,997$  В

1.23. Вимірювач опору підключається до об'єкту вимірювання  
за допомогою двопровідної лінії зв'язку. Опір кожного з провідни-  
ків не перевищує 10 МОм. Вплив опору провідників на результати  
вимірювання не враховується (що призводить до похибки методу).  
Знайдіть нижню межу діапазону вимірювань, для якого похибка ме-  
тоду по модулю не перевищить 0,001%.

1.24. Опір ізоляції між вхідними клемми вимірювача опору перевищує 10 ТОм. Вплив цього опору на результати вимірювання не враховується (що призводить до похибки методу). Знайдіть верхню межу діапазону вимірювання, для якого похибка методу по модулю не перевищить 0,001%.

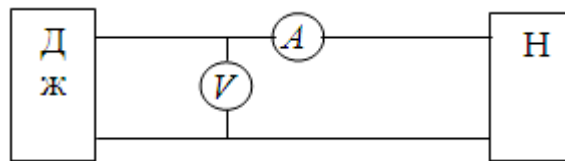
1.25. Вимірювач опору підключається до об'єкту вимірювання за допомогою двопровідної лінії зв'язку. Вплив опору провідників на результати вимірювання не враховується (що призводить до похибки методу). Діапазон вимірювання - від 10 Ом до 1 ГОм. Встановіть обмеження для опору кожного з провідників, яке забезпечить обмеження модуля похибки методу на рівні 0,01%.

1.26. Опір ізоляції між вхідними клемми вимірювача опору кінцевий, причому вплив цієї обставини на результати вимірювання не враховується (що призводить до похибки методу). Діапазон вимірювання - від 10 Ом до 1 ГОм. Встановіть обмеження для опору ізоляції, який забезпечить обмеження модуля похибки методу на рівні 0,01%.

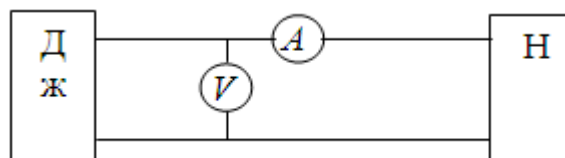
1.27. Виконується непряме вимірювання індуктивності котушки  $L$ . Використовується наступна розрахункова формула:  $L = U / (2 \cdot \pi \cdot f \cdot I)$ , де  $U$ ,  $I$  - вимірювані діючі значення напруги на котушці і струму, що протікає по ній,  $f$  - частота. При цьому не враховується активний опір котушки  $R$  (що призводить до похибки методу). Як має бути обмежена частота  $f$  для того, щоб відносна похибка методу не перевищувала 0,5 %, якщо значення індуктивності і опору приблизно рівні відповідно 1 мГн і 63 Ом?

1.28. Виконується непряме вимірювання індуктивності котушки  $L$ . Використовується наступна розрахункова формула:  $L = U / (2 \cdot \pi \cdot f \cdot I)$ , де  $U$ ,  $I$  - вимірювані дійсні значення напруги на котушці і струму, що протікає по ній,  $f$  - частота. При цьому не враховується активний опір котушки  $R$  (що призводить до похибки методу). Як має бути обмежений опір  $R$  для того, щоб відносна похибка методу не перевищувала 0,5%, якщо  $L \cong 100$  мкГн, а  $f = 1$  МГц?

1.29. Потужність  $P$ , споживана навантаженням (Н) від джерела постійного струму (Дж), вимірюється побічно за допомогою постійно підключених вольтметра (V) і амперметра (A). Розрахунок виконується по формулі  $P = U \cdot I$ , де  $I$ ,  $U$  - показання відповідно А і V. При цьому не враховується вплив на результат вимірювання внутрішнього опору приладів, що призводить до похибки методу. Визначите значення відносної похибки методу, якщо  $I = 100$  мА,  $U = 1,0$  В,  $R_V = 1$  кОм,  $R_A = 0,1$  Ом.



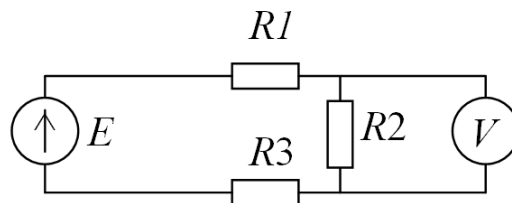
1.30. Потужність  $P$ , споживана навантаженням (Н) від джерела постійного струму (Дж), вимірюється побічно за допомогою постійно підключеного вольтметра (V) і амперметра (A). Розрахунок виконується по формулі  $P = U \cdot I$ , де  $I$ ,  $U$  - показання відповідно А і V. При цьому не враховується вплив на результат вимірювання внутрішнього опору приладів, що призводить до похибки методу. Визначите значення відносної похибки методу, якщо  $I = 100$  мА,  $U = 1,0$  В,  $R_V = 1$  кОм,  $R_A = 0,1$  Ом.



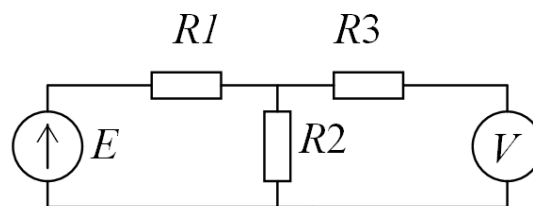
1.31. Для вимірювання ємності конденсатора його, заздалегідь повністю розрядивши, заряджають протягом інтервалу часу  $\Delta t$  від джерела постійної напруги  $U_0$ , що має вихідний опір  $R_{\text{вих}}$ , до напруги  $U$ . Вважаючи, що струм заряду протягом  $\Delta t$  залишається незмінним, шукане значення ємності розраховують як  $C = (U_0 \cdot t) / (U \cdot R_{\text{вих}})$ . Вказане припущення є причиною похибки методу. Знайдіть значення відносної похибки методу  $\delta_m$ , якщо  $U_0 = 5$  В,  $\Delta t = 1$  мс,  $U = 0,25$  В,  $R_{\text{вих}} = 1$  кОм.

1.32. Для вимірювання ємності конденсатора його, заздалегідь повністю розрядивши, заряджають протягом інтервалу часу  $\Delta t$  від джерела постійної напруги  $U_0$ , що має вихідний опір  $R_{\text{вих}}$ , до джерела постійної напруги  $U$ , що має вихідний опір  $R_{\text{вих}}$ , до напруги  $U$ . Вважаючи, що струм заряду протягом  $\Delta t$  залишається незмінним, шукане значення ємності розраховують як  $C = (U_0 \cdot t) / (U \cdot R_{\text{вих}})$ . Вказане припущення є причиною похибки методу. Визначите діапазон вимірюваних ємностей, для якого відносна похибка методу  $\delta_m$  не перевищить 0,1%, якщо  $\Delta t = 10$  мкс,  $R_{\text{вих}} = 1$  кОм.

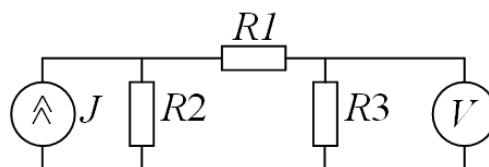
1.33. Визначите інтервал можливих значень похибки взаємодії для приладу, включеного в приведену нижче схему, якщо відомо, що:  $R1=100$  Ом;  $R2=200$  Ом;  $R3=100$  Ом;  $R_V > 10$  кОм;  $U_V = 100$  В



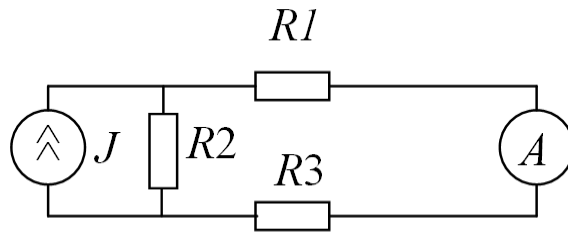
1.34. Визначите інтервал можливих значень похибки взаємодії для приладу, включеного в приведену нижче схему, якщо відомо, що:  $R1=100$  Ом;  $R2=200$  Ом;  $R3=100$  Ом;  $R_V > 10$  кОм;  $U_V = 100$  В.



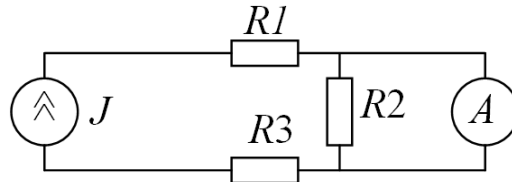
1.35. Визначите інтервал можливих значень похибки взаємодії для приладу, включеного в приведену нижче схему, якщо відомо, що:  $R1=2$  кОм,  $R2=1$  кОм,  $R3=1$  кОм,  $R_V > 15$  кОм;  $U_V = 200$  мВ.



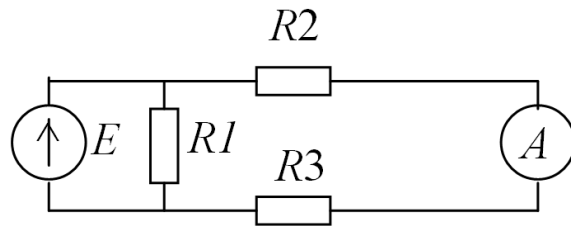
1.36. Визначите інтервал можливих значень похибки взаємодії для приладу, включеного в приведену нижче схему, якщо відомо, що:  $R_1=300 \text{ Ом}$ ,  $R_2=200 \text{ Ом}$ ,  $R_3=500 \text{ Ом}$ ,  $R_A < 10 \text{ Ом}$ ;  $I_A = 20,0 \text{ мА}$ .



1.37. Визначите інтервал можливих значень похибки взаємодії для приладу, включеного в приведену нижче схему, якщо відомо, що:  $R_1=15 \text{ кОм}$ ,  $R_2=20 \text{ кОм}$ ,  $R_3=10 \text{ кОм}$ ,  $R_A < 200 \text{ Ом}$ ;  $I_A = 500 \text{ мкА}$ .



1.38. Визначите інтервал можливих значень похибки взаємодії для приладу, включеного в приведену нижче схему, якщо відомо, що:  $R_1=500 \text{ Ом}$ ,  $R_2=300 \text{ Ом}$ ,  $R_3=200 \text{ Ом}$ ,  $R_A < 5 \text{ Ом}$ ;  $I_A = 100 \text{ мА}$ .



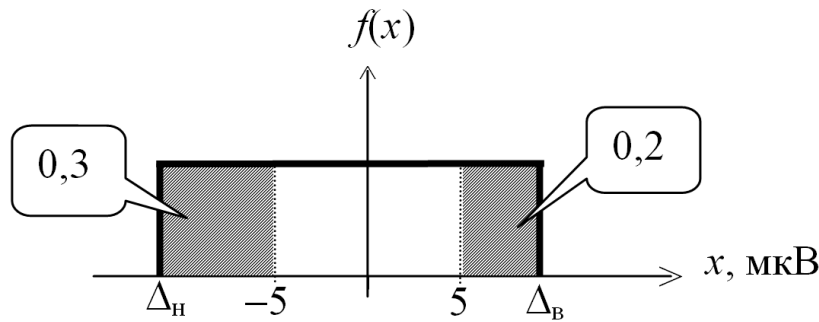
## 2. ВИПАДКОВІ ПОХИБКИ

Даний розділ присвячено розгляду методики оцінки випадкових похибок засобів вимірювальної техніки.

### Методики розв'язання задач

2.1. Випадкова похибка  $\Delta$  розподілена за законом рівномірної щільності. Відомі значення ймовірності двох подій -  $P_1$  і  $P_2$ .  $P_1 = P(\Delta < -5 \text{ мкВ}) = 0,3$ ;  $P_2 = P(\Delta > 5 \text{ мкВ}) = 0,2$ . Визначите значення дисперсії  $D(\Delta)$  і ймовірність  $P_3 = P(\Delta > 0)$ .

Розв'язок:



щільність ймовірності  $f(x) = \text{const} = 1/(\Delta_B - \Delta_H)$ ;

$$P_1 = \int_{\Delta_H}^{-5 \text{ мкВ}} f(x) dx = (-5 \text{ мкВ} - \Delta_H) / (\Delta_B - \Delta_H);$$

$$P_2 = \int_{-5 \text{ мкВ}}^{\Delta_H} f(x) dx = (\Delta_B - 5 \text{ мкВ}) / (\Delta_B - \Delta_H);$$

$$P_1 + P_2 = (\Delta_B - \Delta_H - 10 \text{ мкВ}) / (\Delta_B - \Delta_H) = 1 - 10 \text{ мкВ} / (\Delta_B - \Delta_H);$$

$$\Delta_B - \Delta_H = 10 \text{ мкВ} / (1 - P_1 - P_2) = 20 \text{ мкВ};$$

$$\Delta_B = P_2 (\Delta_B - \Delta_H) + 5 \text{ мкВ} = 9 \text{ мкВ};$$

$$\Delta_H = -11 \text{ мкВ};$$

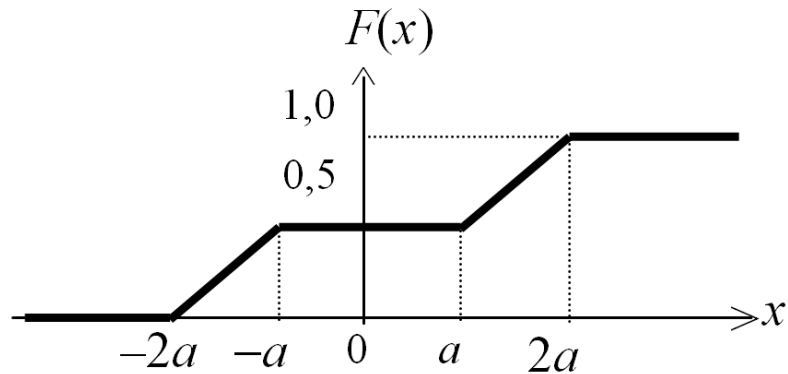
$$M(\Delta) = (\Delta_B + \Delta_H) / 2 = -1 \text{ мкВ};$$

$$D(\Delta) = (\Delta_B - \Delta_H)^2 / 12 \approx 33 \text{ мкВ}^2;$$

$$P_3 = \int_0^{\Delta_B} f(x) dx = \Delta_B / (\Delta_B - \Delta_H) = 0,45.$$



2.2. Заданий графік функції розподілу  $F(x)$  випадкової величини  $X$ :



Визначите ймовірність наступних подій:  $P_1 = P(X \leq a)$ ,  $P_2 = P(0 \leq X \leq a)$ ,  $P_3 = P(X > 0)$ ,  $P_4 = P(X < 0)$ ,  $P_5 = P(X = 2 \cdot a)$ . Знайдіть аналітичний вираз для функції щільності ймовірності  $f(x)$ . Визначите значення математичного очікування  $M(X)$  і с.к.в.  $\sigma$ .

Розв'язок:

$F(x) = P(X < x)$  ( $F(x) = P(X \leq x)$  для безперервних величин);

$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1);$$

$$P_1 = 0,5;$$

$$P_2 = 0;$$

$$P_3 = P(0 < X < +\infty) = F(+\infty) - F(0) = 0,5;$$

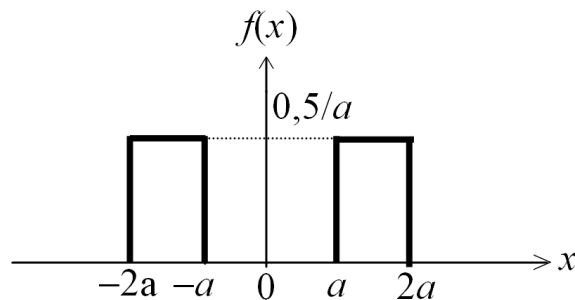
$$P_4 = P(-\infty < X < 0) = F(0) - F(-\infty) = 0,5;$$

$$P_5 = 0;$$

$$f(x) = dF/dx.$$

$$f(x) = 0 \text{ при } x < -2a, -a < x < a, x > 2a;$$

$$f(x) = 0,5/a \text{ при } -2a \leq x \leq -a, a \leq x \leq 2a.$$



$$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx = (0,5/2a) \cdot (a^2 - 4 \cdot a^2 + 4 \cdot a^2 - a^2) = 0$$

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - M(X)]^2 \cdot f(x) dx = (0,5/3a) \cdot (-a^3 + 8 \cdot a^3 + 8 \cdot a^3 - a^3)$$

$$D(X) = 7 \cdot a^2 / 3;$$

$$\sigma \approx 1,53 \cdot a;$$

2.3. За допомогою аналогового вольтметра перевіряють стабільність джерела напруги, для чого проводять два вимірювання, розділені деяким проміжком часу, і обчислюють різницю набутих значень  $u = U_2 - U_1$ . Єдиною суттєвою складовою погрішності вимірювань є похибка відліку. Ціна поділки вольтметра  $c_U = 0,05$  В/под.; відліки, зроблені за його шкалою, округляються до 0,1 поділки. Визначите довірчі інтервали абсолютної похибки вимірювань  $u$  для двох значень довірчої ймовірності -  $P_1 = 1$  і  $P_2 = 0,99$ .

Розв'язок:

$$P_1 = 1$$

$$u = U_2 - U_1 = u_1 + \Delta_{\text{відл}2} - \Delta_{\text{відл}1};$$

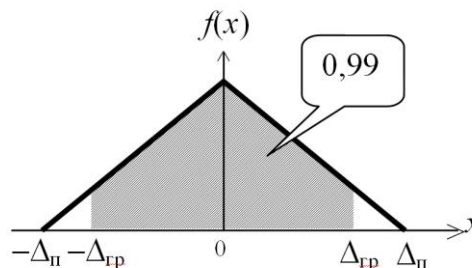
$$\Delta = \Delta_{\text{відл}2} - \Delta_{\text{відл}1},$$

де  $\Delta_{\text{відл}2}$ ,  $\Delta_{\text{відл}1}$  - незалежні випадкові величини розподілені за законом рівномірної щільності на інтервалі  $(-0,5q; +0,5q)$ , де  $q = 0,1$  под.  $\cdot c_U$ .

Інтервал розподілу  $\Delta$  -  $(\Delta_{\text{пн}}; \Delta_{\text{пв}})$  є довірчим інтервалом для  $P_1 = 1$ .

$$\Delta_{\text{пн}} = -\Delta_{\text{пв}} = -\Delta_{\text{п}}; \quad \Delta_{\text{п}} = 2_{\text{відл.п}} = 2 \cdot 0,05 \cdot 0,05 \text{ В} = 0,005 \text{ В}.$$

Відповідь 1:  $(-0,0050; +0,0050)$ В;  $P = 1$ ;  $P_2 = 0,99$ .  $\Delta$  розподілена за законом Сімпсона (трикутному).



$$P_2 = 1 - \left[ \frac{(\Delta_{\text{п}} - \Delta_{\text{гр}})}{\Delta_{\text{п}}} \right]^2 \quad (\text{площа п'ятикутника});$$

$$\Delta_{\text{гр}} = \Delta_{\text{п}} \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - P_2} \right) = 0,0045 \text{ В};$$

Відповідь 2:  $(-0,0045; +0,0045) \text{ В}; P = 0,99$ .

2.4. Похибка вимірювання струму  $\Delta$  є сумою п'яти незалежних випадкових складових  $\Delta_1 \dots \Delta_5$ , кожна з яких підкоряється закону рівномірної щільності розподілу. Інтервали розподілу  $\Delta_1 \dots \Delta_5$  відповідні -  $(-5,0; -3,0) \text{ мкА}$ ,  $(-3,0; -1,0) \text{ мкА}$ ,  $(-1,0; +1,0) \text{ мкА}$ ,  $(+1,0; +3,0) \text{ мкА}$ ,  $(+3,0; +5,0) \text{ мкА}$ . Визначити довірчі інтервали  $\Delta$  для двох значень довірчої ймовірності -  $P_1=1$  і  $P_2=0,99$ .

Розв'язок:

$P_1 = 1$ . Інтервал розподілу  $\Delta$  -  $(\Delta_{\text{н}}; \Delta_{\text{в}})$  є довірчим інтервалом для  $P_1 = 1$ .

$$\Delta_{\text{н}} = \Delta_{\text{н1}} + \Delta_{\text{н2}} + \Delta_{\text{н3}} + \Delta_{\text{н4}} + \Delta_{\text{н5}};$$

$$\Delta_{\text{н}} = (-5,0 - 3,0 - 1,0 + 1,0 + 3,0) \text{ мкА} = -5,0 \text{ мкА};$$

$$\Delta_{\text{в}} = \Delta_{\text{в1}} + \Delta_{\text{в2}} + \Delta_{\text{в3}} + \Delta_{\text{в4}} + \Delta_{\text{в5}};$$

$$\Delta_{\text{в}} = (-3,0 - 1,0 + 1,0 + 3,0 + 5,0) \text{ мкА} = 5,0 \text{ мкА}.$$

Відповідь 1:  $(-5,0; +5,0) \text{ мкА}; P = 1; P_2 = 0,99$

Закон розподілу  $\Delta$  близький до нормального з параметрами  $M(\Delta)$  і  $\sigma$ .

$$\Delta_{\text{н}} = M(\Delta) - z_p \cdot \sigma;$$

$$\Delta_{\text{в}} = M(\Delta) + z_p \cdot \sigma,$$

де  $z_p$  - квантиль нормального розподілу,  $z_p = 2,58$  для  $P = 0,99$ .

$$M(\Delta) = M(\Delta_1) + M(\Delta_2) + M(\Delta_3) + M(\Delta_4) + M(\Delta_5);$$

$$M(\Delta_i) = (\Delta_{\text{вi}} + \Delta_{\text{нi}}) / 2, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5;$$

$$M(\Delta) = (-4 \text{ мкА}) + (-2 \text{ мкА}) + 0 \text{ мкА} + 2 \text{ мкА} + 4 \text{ мкА} = 0 \text{ мкА};$$

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2 + \sigma_5^2;$$

$$\sigma_i^2 = (\Delta_{\text{вi}} - \Delta_{\text{нi}})^2 / 12 = 1/3 \text{ мкА}^2;$$

$$\sigma = \sqrt{5/3} \text{ мкА} \approx 1,3 \text{ мкА};$$

$$\Delta_B = -\Delta_H \approx 3,3 \text{ мкА.}$$

Відповідь 2:  $(-3,3; +3,3) \text{ мкА}$ ;  $P = 0,99$ .

### **Задачі для самостійного розв'язку**

2.5. Випадкова похибка вимірювання напруги розподілена за законом рівномірної щільності і має математичне очікування, рівне нулю. Ймовірність того, що значення похибки перевищить 1,8 мкВ, рівна 0,2. Визначте дисперсію похибки.

2.6. Випадкова похибка вимірювання напруги розподілена за законом рівномірної щільності. Значення математичного очікування і дисперсії похибки рівні відповідно 9 мВ і  $27 \text{ мВ}^2$ . Визначте ймовірність того, що похибка не перевищить по модулю 6 мВ.

2.7. Випадкова похибка вимірювання напруги розподілена за законом рівномірної щільності. Відома ймовірність того, що значення похибки не перевищить 200 і 300 мкВ. Вони відповідно дорівнюють 0,25 і 0,5. Визначте дисперсію похибки.

2.8. Випадкова похибка вимірювання напруги розподілена за законом рівномірної щільності. Ймовірність того, що значення похибки не перевищить 100 мкВ, рівна 0,1. Ймовірність того, що значення похибки перевищить 500 мкВ, теж рівна 0,1. Визначте математичне очікування похибки.

2.9. Випадкова похибка вимірювання напруги розподілена за законом рівномірної щільності. Нижня межа інтервалу розподілу має нульове значення. Середньоквадратичне значення дорівнює 3,5 мкВ. Визначте ймовірність того, що похибка не вийде за межі інтервалу  $[6,15] \text{ мкВ}$ .

2.10. Випадкова похибка вимірювання напруги розподілена за законом рівномірної щільності. Відомі значення щільності ймовірності математичного очікування: відповідно  $2 \text{ мВ}^{-2}$  і  $-100 \text{ мкВ}$ .

Визначте вірогідність того, що значення похибки по модулю перевищить 100 мкВ.

2.11. Випадкова похибка вимірювання напруги  $\Delta$  розподілена за законом Сімпсона з математичним очікуванням і середньоквадратичним відхиленням рівними відповідно нулю і 0,4 мВ. Визначте попадання  $\Delta$  у інтервал  $[-1,0 \text{ мВ}; 1,0 \text{ мВ}]$ .

2.12. Випадкова похибка вимірювання напруги  $\Delta$  розподілена за законом Сімпсона. Математичне очікування  $\Delta$  дорівнює нулю. Ймовірність того, що  $|\Delta| > 0,9 \text{ мВ}$ , дорівнює 0,01. Визначте максимально можливе значення  $\Delta$ .

2.13. Випадкова похибка вимірювання напруги  $\Delta$  розподілена за законом Сімпсона. Математичне  $\Delta$  дорівнює нулю. Максимальне значення щільності ймовірності дорівнює  $4 \text{ мВ}^{-1}$ . Визначте дисперсію похибки  $\Delta$ .

2.14. Випадкова похибка вимірювання напруги  $\Delta$  розподілена за законом Сімпсона. Її максимальне значення дорівнює 2,0 мВ. Математичне очікування похибки дорівнює нулю. Визначте ймовірність попадання  $\Delta$  у інтервал  $[-1,0 \text{ мВ}; 1,0 \text{ мВ}]$ .

### 3. ОЦІНЮВАННЯ ПОХИБОК ПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ З ОДНОРАЗОВИМИ СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ

В даному розділі розглянуті методики оцінки похибок прямих вимірювань для випадку одноразових спостережень вимірюваної величини.

#### Методики розв'язання задач

3.1. До виходу джерела напруги підключений вольтметр, показання якого  $U = 10,00$  В. Вимірювання виконується при температурі довкілля  $T = 25^\circ\text{C}$ . Характеристики джерела напруги: форма напруги - синусоїдальна, частота  $f = 1500$  Гц, вихідний опір  $R_{\text{дж}} \leq 1$  Ом. Характеристики вольтметра: клас точності 0,2; діапазон показань - (0...15) В; нормальна область значень температури -  $(20 \pm 2)^\circ\text{C}$ ; робоча область значень температури -  $(10...35)^\circ\text{C}$ ; нормальна область значень частоти - (45...1000) Гц; робоча область значень частоти - (20...2000) Гц;  $R_V = 200$  Ом;  $C_V$  не нормується (тобто вхідний опір вольтметра в діапазоні робочих частот можна вважати чисто активним). Вважаючи, що похибка відліку дуже мала, представити результат вимірювань у вигляді двох довірчих інтервалів для довірчої ймовірності, рівних 1 і 0,95.

Розв'язок:

$$P = 1:$$

$$\Delta_{\Pi} = \Delta_{\text{вз.п}} + \Delta_{\text{о.п}} + \Delta_{\text{т.п}} + \Delta_{\text{фп}};$$

$$\Delta_{\text{вз}} = -U(R_{\text{дж}}/R_V);$$

$$\Delta_{\text{вз.н}} = -U(R_{\text{дж max}}/R_V) = -0,05 \text{ В};$$

$$\Delta_{\text{вз.в}} = -U(R_{\text{дж min}}/R_V) = 0 \text{ В};$$

$$\Delta_{\text{вз.п}} = (\Delta_{\text{вз.в}} - \Delta_{\text{вз.н}})/2 = 0,025 \text{ В};$$

$$\eta = -(\Delta_{\text{вз.в}} + \Delta_{\text{вз.н}})/2 = 0,025 \text{ В};$$

$$U' = U + \eta = 10,025 \text{ В};$$

$$\Delta_{\text{о.п}} = \gamma_{\text{о.п}}(U_N/100\%) = 0,03 \text{ В};$$

$$\Delta_{т.п} = (\Delta_{о.п}/10^{\circ}\text{C}) \cdot |T - T_{н}| = 0,015 \text{ В};$$

$$\Delta_{фп} = \Delta_{о.п} = 0,03 \text{ В};$$

$$\Delta_{п} = 0,100 \text{ В}.$$

*Відповідь 1:*  $(10,03 \pm 0,10) \text{ В}; P = 1.$

$P = 0,95:$

$$\Delta_{гр}(P) = K_P \sqrt{\Delta_{вз.п}^2 + \Delta_{о.п}^2 + \Delta_{т.п}^2 + \Delta_{фп}^2} = 0,0566 \text{ В}.$$

*Відповідь 2:*  $(10,025 \pm 0,057) \text{ В}; P = 0,95.$

3.2. До виходу джерела постійного струму з внутрішнім опором  $R_{дж} = 5 \text{ Ом}$  підключений амперметр, показання якого  $a = 50,5$  поділок (відлік виконаний з округленням до  $1/2$  поділок.). Вимірювання виконується при температурі довкілля  $T = 10^{\circ}\text{C}$ .

Характеристики амперметра: клас точності 0,5; діапазон показань -  $(0...2) \text{ А}$ ; шкала має 100 поділок; нормальна область значень температури -  $(20 \pm 5)^{\circ}\text{C}$ ; робоча область значень температури -  $(10...35)^{\circ}\text{C}$ ;  $R_A = (0,100 \pm 0,050) \text{ Ом}$ .

Представити результат вимірювання у вигляді двох довірчих інтервалів для довірчої ймовірності, рівній 1 і 0,99.

Розв'язок:

$P = 1:$

$$\Delta_{п} = \Delta_{вз.п} + \Delta_{о.п} + \Delta_{т.п} + \Delta_{відл.п};$$

$$c_I = I_K / a_K = 0,02 \text{ А/под.};$$

$$I = c_I \cdot a = 1,010 \text{ А};$$

$$\Delta_{вз} = -I \cdot (R_A / R_{дж});$$

$$\Delta_{вз.н} = -I \cdot (R_{Аmax} / R_{дж}) = -0,0303 \text{ А};$$

$$\Delta_{вз.в} = -I \cdot (R_{Аmin} / R_{дж}) = -0,0101 \text{ А};$$

$$\Delta_{вз.п} = (\Delta_{вз.в} - \Delta_{вз.н}) / 2 = 0,0101 \text{ А};$$

$$\eta = -(\Delta_{вз.в} + \Delta_{вз.н}) / 2 = 0,0202 \text{ А};$$

$$I' = I + \eta = 1,0302 \text{ А};$$

$$\Delta_{о.п} = \gamma_{о.п} \cdot (I_N / 100\%) = 0,01 \text{ А};$$

$$\Delta_{т.п} = (\Delta_{о.п} / 10^{\circ}\text{C}) |T - T_{н}| = 0,01 \text{ А};$$

$$\Delta_{\text{відл.п}} = 0,5 \cdot q = 0,5 \cdot 0,5 \cdot c_1 = 0,005 \text{ A};$$

$$\Delta_{\text{п}} = 0,0351 \text{ A}.$$

*Відповідь 1:*  $(1,030 \pm 0,035) \text{ A}; P = 1.$

$P = 0,99:$

$$\Delta_{\text{гр}}(P) = K_P \cdot \sqrt{\Delta_{\text{вз.п}}^2 + \Delta_{\text{о.п}}^2 + \Delta_{\text{т.п}}^2 + \Delta_{\text{відл.п}}^2} = 0,0253 \text{ A}.$$

*Відповідь 2:*  $(1,030 \pm 0,025) \text{ A}; P = 0,99.$

3.3. До виходу джерела синусоїдальної напруги з внутрішнім опором  $R_{\text{дж}} = 5 \text{ кОм}$  підключено вольтметр, показання якого  $U = 5,00 \text{ В}$ . Вимірювання виконується за нормальних умов.

Характеристики вольтметра: клас точності 0,5; діапазон показань  $(0 \dots 10) \text{ В}$ ;  $R_V \geq 1 \text{ МОм}$ ;  $x_{C,V} \geq 50 \text{ кОм}$ .

Вважаючи, що похибка відліку дуже мала, представити результат вимірювання у вигляді довірчого інтервалу для довірчої ймовірності, рівній 1.

Розв'язок:

$P = 1:$

$$\Delta_{\text{п}} = \Delta_{\text{вз.п}} + \Delta_{\text{о.п}};$$

$$\Delta_{\text{вз}} = -U \cdot \left[ R_{\text{дж}} / R_V + 0,5 \cdot (R_{\text{дж}} / x_{C,V})^2 \right];$$

$$\Delta_{\text{вз.н}} = -U \cdot \left[ R_{\text{дж}} / R_{V\text{min}} + 0,5 \cdot (R_{\text{дж}} / x_{C,V\text{min}})^2 = 0,05 \text{ В} \right];$$

$$\Delta_{\text{вз.в}} = 0 \text{ В};$$

$$\Delta_{\text{вз.п}} = (\Delta_{\text{вз.в}} - \Delta_{\text{вз.н}}) / 2 = 0,025 \text{ В};$$

$$\eta = -(\Delta_{\text{вз.в}} + \Delta_{\text{вз.н}}) / 2 = 0,025 \text{ В};$$

$$U' = U + \eta = 5,025 \text{ В};$$

$$\Delta_{\text{о.п}} = \gamma_{\text{о.п}} \cdot (U_N / 100\%) = 0,05 \text{ В};$$

$$\Delta_{\text{п}} = 0,075 \text{ В}.$$

*Відповідь:*  $(5,025 \pm 0,075) \text{ В}; P = 1.$

3.4. До виходу джерела постійної напруги з внутрішнім опором  $R_{\text{дж}} = (100 \pm 10) \text{ кОм}$  підключений цифровий вольтметр, пока-



зання якого  $U = -1,5371$  В. Вимірювання виконується при температурі довкілля  $T = 35^\circ\text{C}$ .

Характеристики вольтметра: клас точності 0,1/0,05; діапазон показань  $(0 \dots -2)$  В; нормальна область значень температури  $(20 \pm 2)^\circ\text{C}$ ; робоча область значень температури  $(0 \dots 40)^\circ\text{C}$ ;  $K_{\text{впл.т}} = \Delta_{\text{о.п}}/20^\circ\text{C}$ ;  $R_V = (10,0 \pm 0,5)$  МОм.

Представити результат вимірювання у вигляді двох довірчих інтервалів для довірчої ймовірності, рівній 1 і 0,9.

Розв'язок:

$$P = 1;$$

$$\Delta_{\text{п}} = \Delta_{\text{вз.п}} + \Delta_{\text{о.п}} + \Delta_{\text{т.п}};$$

$$\Delta_{\text{вз}} = -U \cdot (R_{\text{дж}}/R_V);$$

$$\Delta_{\text{вз.н}} = -U \cdot (R_{\text{дж max}}/R_{V \text{ max}}) = 0,017798 \text{ В } (> 0, \text{ так як } U < 0);$$

$$\Delta_{\text{вз.в}} = -U \cdot (R_{\text{дж min}}/R_{V \text{ max}}) = 0,013175 \text{ В } (> 0, \text{ так як } U < 0);$$

$$\Delta_{\text{вз.п}} = (\Delta_{\text{вз.в}} - \Delta_{\text{вз.н}})/2 = 0,0023115 \text{ В};$$

$$\eta = -(\Delta_{\text{вз.в}} + \Delta_{\text{вз.н}})/2 = -0,0154865 \text{ В};$$

$$U' = U + \eta = -1,5525865 \text{ В};$$

$$\delta_{\text{о.п}} = 0,1\% + 0,05\% \left[ |-2 \text{ В} / -1,5371 \text{ В}| - 1 \right] = 0,115\%$$

$$\Delta_{\text{о.п}} = \delta_{\text{о.п}} \cdot |U| / 100\% = 0,0017685 \text{ В};$$

$$\Delta_{\text{т.п}} = (\Delta_{\text{о.п}} / 20^\circ\text{C}) |T - T_{\text{н}}| = 0,0013263 \text{ В};$$

$$\Delta_{\text{п}} = 0,0054063 \text{ В}$$

*Відповідь 1:*  $(-1,5526 \pm 0,0054)$  В;  $P = 1$ .

$$P = 0,9$$

$$\Delta_{\text{гр}}(P) = K_P \cdot \sqrt{\Delta_{\text{вз.п}}^2 + \Delta_{\text{о.п}}^2 + \Delta_{\text{т.п}}^2} = 0,0030383 \text{ В}$$

*Відповідь 2:*  $(-1,5526 \pm 0,0030)$  В;  $P = 0,95$ .

### Задачі для самостійного розв'язку

3.5. Вольтметром класу точності 0,5 з діапазоном показань  $(0 \dots 0,3)$  В, з шкалою, що має 150 поділок, і вхідним опором не менше 10 кОм в нормальних умовах вимірюється напруга

постійного струму на клемах джерела, що має вихідний опір не більше 100 Ом. З округленням до 1 поділки за шкалою зроблений відлік: 131 поділка.

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, яка рівна 0,95.

3.6. Амперметром класу точності 0,5 з діапазоном вимірювань (0...1) А, з шкалою, що має 100 поділок, і вхідним опором не більше 0,1 Ом в умовах, що відрізняються від нормальних лише температурою, значення якої складає 30°C, вимірюється струм джерела, що має вихідний опір не менше 10 Ом. З округленням до 0,5 поділки за шкалою зроблений відлік: 75,5 поділок.

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, яка рівна 1.

3.7. Вольтметром класу точності 0,5 з діапазоном вимірювань (0...100) В і вхідним опором від 90 до 110 кОм в умовах, що відрізняються від нормальних лише температурою, значення якої складає 35°C, вимірюється напруга постійного струму на клемах джерела, що має вихідний опір, рівний 10 кОм. Вимірюване значення складає 50,0 В. Похибка відліку дуже мала.

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, рівній 0,99.

3.8. Міліамперметром класу точності 0,2 з діапазоном вимірювання (0...100) мА, з шкалою, що має 200 поділок, і вхідним опором, рівним 1 Ом в умовах, що відрізняються від нормальних лише температурою, значення якої складає 10°C, вимірюється струм джерела, що має вихідний опір, рівний  $(10,00 \pm 0,05)$  Ом. З округленням до 0,25 поділки за шкалою зроблений відлік: 150,25 поділок.

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, рівній 1.

3.9. Цифровим вольтметром класу точності 0,01/0,005 з діапазоном вимірювання (0...1) В і вхідним опором від 9 до 11 МОм в нормальних умовах вимірюється напруга постійного струму на

клеммах джерела, що має вихідний опір від 8 до 12 кОм. Вимірюване значення складає 0,50000 В.

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, рівній 1.

3.10. Мікроамперметром класу точності 1,0 з діапазоном вимірювання (0...50) мкА, з шкалою, що має 100 поділок, і вхідним опором в діапазоні  $(1,0 \pm 0,1)$  кОм в умовах, що відрізняються від нормальних лише температурою, значення якої складає 28°C, вимірюється струм джерела, що має вихідний опір, рівний 10 кОм. З округленням до 1 поділки за шкалою зроблений відлік: 50 поділок.

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, рівній 0,9.

3.11. Вольтметром класу точності 0,2 з діапазоном вимірювання (0...1) В, з шкалою, що має 200 поділок, і вхідним опором, рівним 5 кОм в нормальних умовах вимірюється напруга постійного струму на клеммах джерела, що має вихідний опір від 50 до 100 Ом. З округленням до 1 поділки за шкалою зроблений відлік: 100 поділок.

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, рівній 0,95.

3.12. Вольтметром класу точності 2,5 з діапазоном вимірювання (0...100) В, вхідним опором не менше 1 МОм і вхідною ємністю не більше 10 пФ при нормальній температурі вимірюється синусоїдальна напруга з частотою 900 кГц на клеммах джерела, що має вихідний опір не більше 5 кОм. Нормальна область значень частоти вольтметра - 45 Гц...500 кГц, робоча область значень частоти - 20 Гц...1 МГц. Вимірюване значення складає 50,0 В. Похибка відліку дуже мала.

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, рівній 0,9.

3.13. Цифровим омметром класу точності 0,02/0,01 з діапазоном вимірювання (0...200) Ом в умовах, що відрізняються від нормальних лише температурою, значення якої складає 28°C, вимірю-

ється опір об'єкту, з'єданого з приладом двопровідною лінією зв'язку. Опір кожного з провідників не перевищує 0,05 Ом. Вимірюване значення складає 150,00 Ом.

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, рівній 0,99.

3.14. Вольтметром класу точності 2,5 з діапазоном вимірювання (0...100) В, вхідним опором не менше 1 МОм і вхідною ємністю не більше 10 пФ при температурі  $27^{\circ}\text{C}$   $T_n = (20 \pm 5^{\circ}\text{C})$  вимірюється синусоїдальна напруга з частотою 40 Гц на клеммах джерела, що має вихідний опір не більше 5 кОм. Нормальна область значень частоти вольтметра - 45 Гц...500 кГц, робоча область значень частоти - 20 Гц...1 МГц. Вимірюване значення складає 50,0 В. Похибка відліку дуже мала.

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, рівній 1.

3.15. Цифровим вольтметром класу точності 0,1/0,05 з діапазоном вимірювання (0...10) В і вхідним опором, рівним 1 МОм при температурі  $22^{\circ}\text{C}$  вимірюється напруга постійного струму на клеммах джерела, що має вихідний опір, рівний 1 кОм. Вимірюване значення складає 3,00 В. Нормальна область значень температури вольтметра -  $(20 \pm 5)^{\circ}\text{C}$ .

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, рівній 1.

3.16. Вольтметром класу точності 1,5 з діапазоном вимірювання (0...3) В, з шкалою, що має 50 поділок, і вхідним опором, рівним 10 кОм в нормальних умовах вимірюється напруга постійного струму на клеммах джерела, що має вихідний опір не більше 400 Ом. З округленням до 1 поділки за шкалою зроблений відлік: 31 поділка.

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, рівній 0,99.

3.17. Амперметром класу точності 2,5 з діапазоном вимірювання (0...300) А, з шкалою, що має 30 поділок, і вхідним опором, рівним 0,01 Ом при температурі 25°C вимірюється струм джерела, що має вихідний опір не менше 0,25 Ом. З округленням до 1 поділки за шкалою зроблений відлік: 25 поділок. Нормальна область значень температури амперметра -  $(20 \pm 5)^\circ\text{C}$ .

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, рівній 0,9.

3.18. Вольтметром класу точності 1,5 з діапазоном вимірювання (0...600) В і вхідним опором від 180 до 220 кОм в умовах, що відрізняються від нормальних лише температурою, значення якої складає 15°C, вимірюється напруга постійного струму на клеммах джерела, що має вихідний опір, рівний 25 кОм. Вимірюване значення складає 500 В. Похибка відліку дуже мала.

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, рівній 1.

3.19. Цифровим міліамперметром класу точності 0,2/0,1 з діапазоном вимірювання (0...100) мА і вхідним опором, рівним 1 Ом в умовах, що відрізняються від нормальних лише температурою, значення якої складає 28°C, вимірюється струм джерела, що має вихідний опір, рівний  $(20,00 \pm 1,0)$  Ом. Вимірюване значення складає 80,00 мА.

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, рівній 0,99.

3.20. Цифровим вольтметром класу точності 0,01/0,005 з діапазоном вимірювання (0...200) В і вхідним опором від 900 кОм до 1 МОм в нормальних умовах вимірюється напруга постійного струму на клеммах джерела, що має вихідний опір, рівний 5 кОм. Вимірюване значення складає 160,00 В.

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, рівній 1.

3.21. Мікроамперметром класу точності 1,0 з діапазоном вимірювання (0...50) мкА, та шкалою, що має 100 поділок, і вхідним опором, рівним 1 кОм в умовах, що відрізняються від нормальних лише температурою, значення якої складає 13°C, вимірюється струм джерела, що має вихідний опір, рівний 10 кОм. З округленням до 1 поділки за шкалою зроблений відлік: 50 поділок.

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, рівній 1.

3.22. Вольтметром класу точності 0,2 з діапазоном вимірювання (0...1) В, з шкалою, що має 200 поділок, і вхідним опором, рівним 1 кОм в нормальних умовах вимірюється напруга постійного струму на клеммах джерела, що має вихідний опір, рівний  $(100 \pm 5)$  Ом. З округленням до 1 поділки за шкалою зроблений відлік: 150 поділок.

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, рівній 1.

3.23. Вольтметром класу точності 2,0 з діапазоном вимірювання (0...30) В, вхідним опором не менше 10 МОм і вхідною ємністю не більше 10 пФ при нормальній температурі вимірюється синусоїдальна напруга з частотою 70 кГц на клеммах джерела, що має вихідний опір не більше 100 кОм. Нормальна область значень частоти вольтметра - 45 Гц...50 кГц, робоча область значень частоти - 20 Гц...100 кГц. Вимірюване значення складає 25,0 В. Похибка відліку дуже мала.

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, рівній 1.

## 4. ОЦІНЮВАННЯ ПОХИБОК НЕПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ З ОДНОРАЗОВИМИ СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ

В розділі приводяться методики оцінки похибок непрямих вимірювань для випадку одноразових спостережень вимірюваної величини.

### Методики розв'язання задач

4.1. Послідовно з резистором включений амперметр класу точності 0,5 з діапазоном показань (0...5) А. Показання амперметра  $I = 2,000$  А; істотна лише основна похибка приладу. Номінальне значення опору резистора  $R = 1$  Ом; межа відносного відхилення допустимого реального опору від номінального  $\delta_{Rд} = 0,5\%$ .

Визначите потужність розсіяння резистора  $P_{розс.}$ . Представити результат у вигляді довірчого інтервалу для довірчої ймовірності  $P = 1$ .

Розв'язок:

$$P_{розс.} = I^2 \cdot R = 4,000 \text{ Вт};$$

1-й спосіб:

$$\begin{aligned} P_{розс.} &= I^2 \cdot R; \\ \Delta_n &= \left| \frac{\partial P_{розс.}}{\partial I} \right| \cdot \Delta_{I,п} + \left| \frac{\partial P_{розс.}}{\partial R} \right| \cdot \Delta_{R,д}; \\ \Delta_{I,п} &= \gamma_{о.п} \cdot (I_N / 100\%) = 0,025 \text{ А}; \\ \Delta_{R,д} &= \delta_{R,д} \cdot (R / 100\%) = 0,005 \text{ Ом}; \\ \frac{\partial P_{розс.}}{\partial I} &= 2 \cdot I \cdot R = 4,000 \text{ В}; \\ \frac{\partial P_{розс.}}{\partial R} &= I^2 = 4,000 \text{ А}^2; \\ \Delta_n &= 0,12 \text{ Вт}; \end{aligned}$$

*Відповідь 1:*  $(4,00 \pm 0,12)$  Вт;  $P = 1$ .

2-й спосіб:

$$P_{\text{розс.}} = \prod_{i=1}^2 (a_i x_i^{b_i}); \quad x_1 = I; \quad x_2 = R; \quad a_1 = a_2 = 1; \quad b_1 = 2; \quad b_2 = 1;$$

$$\delta_{\text{д}} = |b_1| \cdot \delta_{1\text{д}} + |b_2| \cdot \delta_{2\text{д}} = 2 \cdot \delta_{1\text{д}} + \delta_{R\text{д}};$$

$$\delta_{1\text{д}} = \gamma_{\text{о.п.}} \cdot (I_N / I) = 1,25\%;$$

$$\delta_{\text{д}} = 3,0\%;$$

$$\Delta_{\text{д}} = \delta_{\text{д}} \cdot (P_{\text{розс.}} / 100\%) = 0,12 \text{ Вт};$$

*Відповідь 2:*  $(4,00 \pm 0,12) \text{ Вт}; P = 1.$

4.2. Необхідний електричний опір кола у ряді випадків доводиться створювати тим або іншим з'єднанням двох і більше стандартних резисторів.

Є два резистори,  $R1$  і  $R2$ , з наступними номінальними значеннями опору і межами допустимого відносного відхилення реального опору від номінального:  $R1 = 1 \text{ кОм}$ ,  $R2 = 3 \text{ кОм}$ ,  $\delta_{R1\text{д}} = 0,2\%$ ,  $\delta_{R2\text{д}} = 1,0\%$ .

Визначите номінальні значення еквівалентних опорів  $R_{\text{посл.}}$  і  $R_{\text{пар.}}$ , відповідних послідовному і паралельному з'єднанням резисторів  $R1$  і  $R2$ , і межі допустимих відносних відхилень реальних еквівалентних опорів від  $R_{\text{посл.}}$  і  $R_{\text{пар.}}$ .

Розв'язок:

Послідовне з'єднання:

$$R_{\text{посл.}} = R1 + R2 = 4 \text{ кОм};$$

$$\Delta_{\text{д}} = \left| \frac{\partial R_{\text{посл.}}}{\partial R1} \right| \cdot \Delta_{R1\text{д}} + \left| \frac{\partial R_{\text{посл.}}}{\partial R2} \right| \cdot \Delta_{R2\text{д}};$$

$$\delta_{\text{д}} = (\delta_{R1\text{д}} \cdot R1 + \delta_{R2\text{д}} \cdot R2) / R_{\text{посл.}} = 0,8\%.$$

Паралельне з'єднання:

$$R_{\text{пар.}} = R1 \cdot R2 / (R1 + R2) = 0,75 \text{ кОм}.$$

1-й спосіб:

$$\Delta_{\text{д}} = \left| \frac{\partial R_{\text{пар.}}}{\partial R1} \right| \cdot \Delta_{R1\text{д}} + \left| \frac{\partial R_{\text{пар.}}}{\partial R2} \right| \cdot \Delta_{R2\text{д}};$$

$$\delta_{\text{д}} = \left( \left| \frac{\partial R_{\text{пар.}}}{\partial R1} \right| \cdot \delta_{R1\text{д}} \cdot R1 + \left| \frac{\partial R_{\text{пар.}}}{\partial R2} \right| \cdot \delta_{R2\text{д}} \cdot R2 \right) / R_{\text{пар.}};$$



$$\partial R_{\text{пар.}} / \partial R1 = \left[ R2 / (R1 + R2) \right]^2 = 9/16;$$

$$\partial R_{\text{пар.}} / \partial R2 = \left[ R1 / (R1 + R2) \right]^2 = 1/16;$$

$$\delta_{\text{д}} = 0,4\% .$$

2-й спосіб:

$$Y_{\text{пар.}} = Y1 + Y2; Y1 = 1/R1; Y2 = 1/R2;$$

$$\delta_{Y_{i\text{д}}} = \delta_{R_{i\text{д}}}; i = 1, 2;$$

$$\Delta_{Y_{\text{пар.д}}} = \Delta_{Y1\text{д}} + \Delta_{Y2\text{д}};$$

$$\Delta_{Y_{i\text{д}}} = \delta_{Y_{i\text{д}}} \cdot Y_i = \delta_{R_{i\text{д}}} / R_i;$$

$$\delta_{\text{д}} = (\Delta_{Y1\text{д}} + \Delta_{Y2\text{д}}) / Y_{\text{пар.}} = (\delta_{R1\text{д}} / R1 + \delta_{R2\text{д}} / R2) \cdot R_{\text{пар.}} = 0,4\% .$$

4.3. Кут зсуву фаз між двома синусоїдальними напругами вимірюється за допомогою електронно-променевого осцилографа методом еліпса. При цьому шуканий кут розраховується по формулі:  $\varphi = \arcsin(H_1/H_2)$ , де  $H_1$  - відстань між точками перетину еліпса з вертикальною січною, проведеною через центр еліпса,  $H_2$  - висота прямокутника, в який вписується еліпс.

Вимірювані значення -  $H_1 = 40$  мм,  $H_2 = 50$  мм. Товщина променя осцилографа -  $b = 1$  мм.

Вважаючи, що істотна лише візуальна похибка вимірювання (тобто похибка вимірювання відстаней, граничне значення якої  $\Delta_{\text{в.п}} = 0,4 \cdot b$ ), представити результат вимірювання кута зсуву фаз у вигляді довірчого інтервалу для довірчої ймовірності, рівній 1.

Розв'язок:

$$\varphi = \arcsin(H_1/H_2) \approx 0,9273 \text{ рад};$$

$$\Delta_{\text{д}} = \left| \partial \varphi / \partial H_1 \right| \cdot \Delta_{\text{в1д}} + \left| \partial \varphi / \partial H_2 \right| \cdot \Delta_{\text{в2д}};$$

$$x = H_1/H_2;$$

$$\partial \varphi / \partial H_1 = (\partial \varphi / \partial x) \cdot (\partial x / \partial H_1);$$

$$\partial \varphi / \partial H_2 = (\partial \varphi / \partial x) \cdot (\partial x / \partial H_2);$$

$$\partial \varphi / \partial x = (1 - x^2)^{-0,5} = 5/3 \text{ рад};$$

$$\partial x / \partial H_1 = 1/H_2 = 0,02 \text{ мм}^{-1};$$

$$\begin{aligned}\partial x / \partial H_2 &= -H_1 / H_2^2 = -0,016 \text{ мм}^{-1}; \\ \Delta_{\text{в1д}} &= \Delta_{\text{в2д}} = 0,4 \text{ мм}; \\ \Delta_{\text{д}} &= 0,024 \text{ рад};\end{aligned}$$

*Відповідь:*  $(0,927 \pm 0,024)$  рад;  $P = 1$ .

4.4. Вимірювання коефіцієнта підсилення підсилювача напруги  $K_U$  виконується за допомогою цифрового мілівольтметра; при цьому вимірюється напруга на вході і виході підсилювача -  $U_{\text{вх1}}$ ,  $U_{\text{вх1}}$ ,  $U_{\text{вх2}}$ ,  $U_{\text{вих2}}$ , а значення  $K_U$  обчислюється за формулою:  $K_U = (U_{\text{вих1}} - U_{\text{вих2}}) / (U_{\text{вх1}} - U_{\text{вх2}})$ . Вимірювані значення напруги:  $U_{\text{вх1}} = 200,0$  мВ,  $U_{\text{вих1}} = 605,3$  мВ,  $U_{\text{вх2}} = 100,0$  мВ,  $U_{\text{вих2}} = 305,3$  мВ. Вважаючи, що істотна лише похибка квантування цифрового вольтметра (значення якої по абсолютній величині не перевищує половини рівня квантування), представити результат вимірювання коефіцієнта підсилення у вигляді двох довірчих інтервалів для довірчої ймовірності, рівній 1 і 0,95.

Розв'язок:

$$K_U = 3;$$

$P = 1$ :

$$\begin{aligned}\Delta_{\text{д}} &= \left| \partial K_U / \partial U_{\text{вх1}} \right| \cdot \Delta_{U_{\text{вх1д}}} + \left| \partial K_U / \partial U_{\text{вх2}} \right| \cdot \Delta_{U_{\text{вх2д}}} + \\ &+ \left| \partial K_U / \partial U_{\text{вих1}} \right| \Delta_{U_{\text{вих1д}}} + \left| \partial K_U / \partial U_{\text{вих2}} \right| \cdot \Delta_{U_{\text{вих2д}}}; \\ \Delta_{U_{\text{вх1д}}} &= \Delta_{U_{\text{вх2д}}} = \Delta_{U_{\text{вих1д}}} = \Delta_{U_{\text{вих2д}}} = 0,05 \text{ мВ}; \\ \partial K_U / \partial U_{\text{вх1}} &= -K_U / (U_{\text{вх1}} - U_{\text{вх2}}) = -0,03000 \text{ мВ}^{-1}; \\ \partial K_U / \partial U_{\text{вх2}} &= K_U / (U_{\text{вх1}} - U_{\text{вх2}}) = 0,03000 \text{ мВ}^{-1}; \\ \partial K_U / \partial U_{\text{вих1}} &= K_U / (U_{\text{вих1}} - U_{\text{вих2}}) = 0,01000 \text{ мВ}^{-1}; \\ \partial K_U / \partial U_{\text{вих2}} &= -K_U / (U_{\text{вих1}} - U_{\text{вих2}}) = -0,01000 \text{ мВ}^{-1}; \\ \Delta_{\text{д}} &= 0,0040.\end{aligned}$$

*Відповідь 1:*  $(3,0000 \pm 0,0040)$ ;  $P = 1$ .

$P = 0,95$ :

$$\Delta_{\text{гр}}(P) = K_P \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left[ \left( \frac{\partial K_U}{\partial U_{\text{вх1}}} \right) \cdot \Delta_{U_{\text{вх1д}}} \right]^2 + \\ & + \left[ \left( \frac{\partial K_U}{\partial U_{\text{вх2}}} \right) \cdot \Delta_{U_{\text{вх2д}}} \right]^2 + \\ & + \left[ \left( \frac{\partial K_U}{\partial U_{\text{вих1}}} \right) \cdot \Delta_{U_{\text{вих1д}}} \right]^2 + \\ & + \left[ \left( \frac{\partial K_U}{\partial U_{\text{вих2}}} \right) \cdot \Delta_{U_{\text{вих2д}}} \right]^2 \end{aligned} \right\}^{0,5}$$

$$\Delta_{\text{гр}}(P) \approx 0,0025;$$

*Відповідь 2:*  $(3,0000 \pm 0,0025); P = 0,95$ .

### Задачі для самостійного розв'язку

4.5. Мілівольтметром класу точності 0,5 з діапазоном вимірювання (0...150) мВ, з шкалою, що має 150 поділок, в нормальних умовах вимірюється  $u = U_1 - U_2$  - зміна напруги на виході джерела, вихідний опір якого дуже малий. З округленням до 1 поділки за шкалою зроблені відліки:  $a_1 = 50$  поділок,  $a_2 = 40$  поділок.

Представте результат вимірювання з вказівкою похибки для довірчої ймовірності, рівній 0,95.

4.6. Визначите значення взаємної індуктивності двох котушок індуктивності  $M$ , межі довірчого інтервалу допустимої похибки вимірювання для довірчої ймовірності, рівній 1, і представте результат вимірювання у встановленому вигляді. Вимірювані значення сумарної індуктивності котушок при узгодженому і зустрічному їх включенні:  $L_y = 0,365$  Гн;  $L_3 = 0,305$  Гн. Взаємна індуктивність обчислюється за формулою  $M = (L_y - L_3)/4$ . Межа припустимої відносної похибки вимірювання індуктивності дорівнює 1,0 %.

4.7. Визначите значення кругової частоти  $\omega$  синусоїдальної напруги, межі довірчого інтервалу допустимої похибки вимірювання  $\omega$  для довірчої ймовірності, рівній 1, і представте результат вимірювання у встановленому вигляді. Вимірювання виконується за допомогою електронно-променевого осцилографа. Довжина відріз-

ку, відповідного періоду напруги,  $L = 40$  мм; товщина променя рівна  $b = 1$  мм; коефіцієнт розгортки  $k_p = 20$  мс/см; межа допустимої відносної похибки  $k_p$  дорівнює 5,0%. Граничне значення візуальної похибки  $\Delta_{\text{вп}} = 0,4 \cdot b$ .

4.8. Визначите значення коефіцієнта підсилення  $K_U$  підсилювача напруги, межі довірчого інтервалу допустимої похибки вимірювання для довірчої ймовірності, рівній 0,99, і представте результат вимірювання у встановленому вигляді. Формула для розрахунку коефіцієнта підсилення:  $K_U = (U_{\text{вих1}} - U_{\text{вих0}}) / U_{\text{вх1}}$ .

Напруга вимірюється вольтметром класу точності 0,1/0,05; діапазони вимірювання: для  $U_{\text{вих0}}$  і  $U_{\text{вх1}}$  - (0...100) мВ, для  $U_{\text{вих1}}$  - (0...10) В. Виміряне значення:  $U_{\text{вх1}} = 50,00$  мВ;  $U_{\text{вих0}} = 64,00$  мВ;  $U_{\text{вих1}} = 6,464$  В. Значима лише основна похибка вольтметра.

4.9. Визначите значення енергії, отриманої навантаженням від джерела постійної напруги за час  $t$ . Опір навантаження вимірювався за допомогою моста до підключення його до джерела, а напруга на навантаженні - за допомогою вольтметра після підключення. Передбачається, що напруга на навантаженні і опір навантаження за час  $t$  не змінюються. Показання, діапазон показань і клас точності вольтметра, відповідно: 200,0 В; (0...300) В; 0,5. Теж для моста: 100,0 Ом; (0...200) Ом; (1,0). Істотні лише основні похибки приладів. Вимірюване значення часу  $t$  і межа допустимої похибки його вимірювання дорівнюють відповідно 120 с. і 1 с. Для довірчої ймовірності, рівній 0,95, знайдіть межі довірчого інтервалу допустимої похибки вимірювання енергії і представте результат вимірювання у встановленому вигляді.

4.10. На вхід вольтметра магнітоелектричної системи подана періодична напруга, що має форму прямокутних однополярних імпульсів з шпаруватістю  $Q = 4,000 \pm 0,040$ . Показання, діапазон показань і клас точності вольтметра відповідно: 10,0 В; (0...15) В; 1,0. Вважаючи, що істотна лише основна похибка вольтметра, визначите

амплітуду імпульсів  $U_m$ , межі довірчого інтервалу допустимої похибки вимірювання  $U_m$  для довірчої ймовірності, рівній 1, і представте результат вимірювання у встановленому вигляді.

4.11. Для визначення вихідного опору джерела напруги  $R_{дж}$  виміряна його вихідна напруга на холостому ході і під навантаженням. Номінальне значення опору навантаження і межа допустимого відхилення від нього рівні відповідно 2 кОм і 1%. Діапазон показань, клас точності, показання вольтметра для ненавантаженого і навантаженого джерела відповідно: (0...10) В; 0,2/0,1; 5,50 В; 5,00 В. Вважаючи, що істотна лише основна похибка вольтметра, визначте межі довірчого інтервалу допустимої похибки вимірювання  $R_{дж}$  для довірчої ймовірності, рівній 1, і представте результат вимірювання  $R_{дж}$  у встановленому вигляді.

4.12. Визначте значення активного опору  $R$  котушки індуктивності, межі довірчого інтервалу допустимої похибки вимірювання  $R$  для довірчої ймовірності, рівній 1, і представте результат вимірювання у встановленому вигляді. Виміряні значення індуктивності і добротності котушки:  $L = 53,5$  мГн;  $Q = 5,6$ . Дані вживаного моста змінного струму: межі відносних допустимих похибок при  $L$  і  $Q$  - відповідно 1,0% і 5,0%; частота напруги живлення -  $(1000 \pm 50)$  Гц.

4.13. На вхід вольтметра магнітоелектричної системи подана напруга, що має форму прямокутних однополярних імпульсів з шпаруватістю  $Q = 4,000 \pm 0,040$ . Показання, діапазон показань і клас точності вольтметра відповідно: 80,0 В; (0...100) В; 1,0. Вважаючи, що істотна лише основна похибка вольтметра, визначте середньоквадратичне значення напруги  $U$ , межі довірчого інтервалу допустимої похибки вимірювання  $U$  для довірчої ймовірності, рівній 1 і представте результат вимірювання у встановленому вигляді.

4.14. Номінальне значення опору резистора і межа допустимого відхилення від нього рівні відповідно 5,1 кОм і 0,2%. Визначте аналогічні параметри другого резистора, який, будучи підключений паралельно першому, забезпечить отримання еквівалентного опору з номінальним значенням 5 кОм і межею допустимого відхилення від нього не більше 0,25%.

## ВІДПОВІДІ

**1.15:** 5,1%. **1.16:** -0,33%. **1.17:** від 7,5 В до 30 В. **1.18:** немає (0,48%). **1.19:** від 49,65 В до 50,35 В. **1.20:** 1 с. **1.21:** 10. **1.22:** (0,001 В+0,0002 U). **1.23:** 2 кОм. **1.24:** 100 МОм. **1.25:** не більше 0,5 МОм. **1.26:** не менше 10 ТОм. **1.27:** не менше 100 кГц. **1.28:** не більше 63 Ом. **1.29:** 1%. **1.30:** 1%. **1.31:** 2,6%. **1.32:** не менше 5 мкФ. **1.33:** від -1 В до 0. **1.34:** від -1,7 В до 0. **1.35:** від -10 мВ до 0. **1.36:** від -0,20 мА до 0. **1.37:** від -5,0 мкА до 0. **1.38:** від -1,0 мА до 0. **2.5:** 3 мкВ<sup>2</sup>. **2.6:** 1/3. **2.7:** 13·10<sup>3</sup> мкВ<sup>2</sup>. **2.8:** 300 мкВ. **2.9:** 0,505. **2.10:** 0,6. **2.11:** 1. **2.12:** 1,0 мВ. **2.13:** 0,010 мВ<sup>2</sup>. **2.14:** 0,75. **3.5:** (0,2633±0,0025) В;  $P=0,95$ . **3.6:** (0,759±0,016) А;  $P=1$ . **3.7:** (55,1±1,4) В;  $P=0,99$ . **3.8:** (82,64±0,50) мА;  $P=1$ . **3.9:** (500,52±0,23) мВ;  $P=1$ . **3.10:** (27,50±0,69) мкА;  $P=0,9$ . **3.11:** (507,5±4,5) мВ;  $P=0,95$ . **3.12:** (51,4±3,6) В;  $P=0,9$ . **3.13:** (149,950±0,094) Ом;  $P=0,99$ . **3.14:** (50,1±6,9) В;  $P=1$ . **3.15:** (3,0030±0,0065) В;  $P=1$ . **3.16:** (1,897±0,092) В;  $P=0,99$ . **3.17:** (255,0±9,8) А;  $P=0,9$ . **3.18:** (563±20) В;  $P=1$ . **3.19:** (84,01±0,43) мА;  $P=0,99$ . **3.20:** (160,844±0,062) В;  $P=1$ . **3.21:** (27,5±1,1) мкА;  $P=1$ . **3.22:** (825,0±8,3) мВ;  $P=1$ . **3.23:** (26,3±2,5) В;  $P=1$ . **4.5:** (10,0±1,4) мВ;  $P=0,95$ . **4.6:** (15,0±1,7) мГн;  $P=1$ . **4.7:** (78,5±4,7) рад/с;  $P=1$ . **4.8:** (128,00±0,35);  $P=1$ . **4.9:** (48,0±1,0) кДж;  $P=0,95$ . **4.10:** (40,0±1,0) В;  $P=1$ . **4.11:** (200±15) Ом;  $P=1$ . **4.12:** (34,2±3,8) Ом;  $P=1$ . **4.13:** (160,0±2,8) В;  $P=1$ . **4.14:**  $R_{2\text{ном}} = 255$  кОм;  $\delta_{d2} = 2,7$  %.

## СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

$\Delta$  - абсолютна похибка;

$\delta$  - відносна похибка;

$\gamma$  - приведена похибка;

$\Delta_{\text{дн}}$  - нижнє граничне значення довірчого інтервалу похибки при довірчій ймовірності, рівній 1;

$\Delta_{\text{дв}}$  - верхнє граничне значення довірчого інтервалу похибки при довірчій ймовірності, рівній 1;

$\Delta_{\text{д}}$  - граничне значення для симетричного довірчого інтервалу похибки при довірчій ймовірності, рівній 1 ( $\Delta_{\text{д}} = \Delta_{\text{дв}} = -\Delta_{\text{дн}}$ );

$\Delta_{\text{гр}}(P)$  - граничне значення для симетричного довірчого інтервалу похибки при довірчій ймовірності  $P < 1$  (завжди  $\Delta_{\text{гр}}(P) < \Delta_{\text{д}}$ );

$K_P$  - коефіцієнт, залежний від довірчої ймовірності  $P$ , використовуваний при обчисленні  $\Delta_{\text{гр}}(P)$ :  $K_P(P = 0,9) = 0,95$ ;

$K_P(P = 0,95) = 1,1$ ;  $K_P(P = 0,99) = 1,4$ ;

$\Delta_0$  - основна похибка;

$\Delta_T$  - додаткова температурна похибка;

$\Delta_f$  - додаткова частотна похибка;

$K_{\text{впл.т}}$  - коефіцієнт впливу температури; за умовчанням приймається рівним  $\Delta_0/10^\circ\text{C}$ ;

$\Delta_{\text{відл}}$  - похибка відліку;

$\Delta_{\text{вз}}$  - похибка взаємодії;

$\Delta_{\text{вз.н}}$  - нижнє граничне значення довірчого інтервалу похибки взаємодії при довірчій ймовірності, рівній 1;

$\Delta_{\text{вз.в}}$  - верхнє граничне значення довірчого інтервалу похибки взаємодії при довірчій ймовірності, рівній 1;

$\Delta_{\text{вз.д}}$  - граничне значення симетричного довірчого інтервалу похибки взаємодії при довірчій ймовірності, рівній 1;



$\eta$  - поправка для вимірюваного значення, чисельно рівна систематичній складовій похибки вимірювання, узятій з протилежним знаком;

$c_x$  - ціна ділення аналогового вимірювального приладу;

$q$  - 1) рівень квантування при інтерполяції відліку аналогового вимірювального приладу; 2) рівень квантування цифрового вимірювального приладу;

$R_V$  - вхідний опір вольтметра;

$x_{C,V}$  - модуль ємнісного опору вольтметра;

$R_A$  - вхідний опір амперметра.

## СПИСОК ПОСИЛАНЬ

1. Грановский В.А., Сирая Т.Н. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990. 228 с.

2. Метрология и электроизмерительная техника / В.И. Диденко, И.Н. Желбаков, В.Ю. Кончаловский, В.А. Панфилов; под ред. В.Н. Малиновского. М.: Издательство МЭИ, 1991. 80 с.

3. Крюков О.М., Толстіков В.Ф. Аналогові засоби вимірювальної техніки. Навчальний посібник.-Харків: ХНАДУ, 2007.-448 с.

## ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА .....	3
1 ОСНОВИ МЕТРОЛОГІЧНИХ РОЗРАХУНКІВ.....	4
Методики розв'язання задач.....	4
Задачі для самостійного розв'язку.....	9
2 ВИПАДКОВІ ПОХИБКИ.....	16
Методики розв'язання задач.....	16
Задачі для самостійного розв'язку.....	20
3 ОЦІНЮВАННЯ ПОХИБОК ПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ	
3 ОДНОРАЗОВИМИ СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ.....	22
Методики розв'язання задач.....	22
Задачі для самостійного розв'язку.....	25
4 ОЦІНЮВАННЯ ПОХИБОК НЕПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ	
3 ОДНОРАЗОВИМИ СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ.....	31
Методики розв'язання задач.....	31
Задачі для самостійного розв'язку.....	35
ВІДПОВІДІ.....	39
СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	40
СПИСОК ПОСИЛАНЬ.....	42

*Учбове видання*

Коваль Андрій Олександрович

**ЗБІРНИК ЗАДАЧ  
З ОСНОВ МЕТРОЛОГІЇ ТА ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ  
Навчально-методичний посібник**

ДЛЯ НОТАТОК

ДЛЯ НОТАТОК