

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

## МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання контрольної роботи з курсу  
" Комп'ютерна математика"  
на основі використання математичної системи MATLAB  
Для студентів інженерних спеціальностей заочної форми навчання

Затверджено  
Методичною радою університету,  
протокол №\_\_\_\_\_ від «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 201\_ р.

Харків – 2013

Укладачі: О.Ю.Лісіна, Н.М.Мірошніченко

Кафедра прикладної математики

Методичні вказівки до виконання контрольної роботи з курсу "Комп'ютерна математика" на основі використання математичної системи MATLAB. Укладачі О.Ю. Лісіна, Н.М.Мірошніченко. Харків: ХНАДУ. 2013. – 74 с.

## ВСТУП

Методичні вказівки призначені для студентів інженерних спеціальностей технічних вищих навчальних закладів заочної форми навчання і містять опис та методичні вказівки до контрольної роботи, яка виконується в системі комп'ютерної математики **MATLAB** у рамках курсу «Комп'ютерна математика». Розглядаються мова програмування на **MATLAB**, інтерфейс системи, основні методи розв'язання практичних задач з курсу вищої математики.

Практичні застосування результатів теоретичних математичних досліджень вимагають отримання відповідей на задачу, що досліджується, в чисельній формі. Це обумовлює проникнення кількісних методів при реалізації досліджень різних сфер людської діяльності за допомогою математичних моделей і перетворення останніх в засоби пізнання. В цьому процесі дослідники прагнуть створити картину, що вимагає необхідності побудови ще більш складних математичних моделей. При дослідженні цих моделей, свою чергу, часто виникає проблема створення необхідного універсального математичного апарату. Сучасні електронні обчислювальні машини (ЕОМ) дають дослідникам ефективні засоби для цього, а також сприяють ефективному розвитку математичного моделювання складних задач науки та техніки. Реалізація на ЕОМ математичних моделей відбувається на основі цілого ряду нових математичних дисциплін за допомогою методів обчислювальної математики, які постійно вдосконалюється разом з прогресом в області електронно-обчислювальної техніки.

Виконання контрольної роботи вимагає від студентів вивчення початкових відомостей про комп'ютерну математичну систему **MATLAB**, основних прийомів роботи з наборами функцій; особливостей, можливостей, засобів роботи основного додатку до **MATLAB** – підпакету символьних обчислень **Symbolic Math**.

Контрольна робота виконується за індивідуальним завданням відповідно до номера варіанту.

Номер варіанта визначається за двома останніми цифрами залікової книжки таким чином:

Останні дві цифри залікової книжки	Номер варіанта
від 01 по 30	з 1 по 30
від 31 по 60	від цих цифр відняти 30
від 61 по 90	від цих цифр відняти 60
від 91 по 99	від цих цифр відняти 90
якщо останні дві цифри 00	10

Приклад. Для залікової книжки номер 057896.

Останні дві цифри – 96. Згідно рекомендацій по вибору номера варіанта визначаємо, що дані цифри потрапляють в інтервал від 91 по 99, отже, від числа, яке складається з двох останніх цифр залікової книжки, необхідно відняти число 90:  $96 - 90 = 6$ . Студент виконує 6 варіант.

Контрольна робота оформляється в зошиті в клітку. Кожне завдання повинне починатися з нової сторінки. Умову кожного завдання необхідно **обов'язково** записувати в зошиті. Титульний аркуш контрольної роботи оформлюється згідно з вимогами деканату факультету заочного навчання.

## 1. РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА З ДИСЦИПЛІНИ «КОМП'ЮТЕРНА МАТЕМАТИКА»

Предметом учбових дисциплін є використання сучасних систем комп'ютерної математики при дослідженні, обробці даних та вирішенні задач моделювання.

Метою викладання дисциплін є підготовка фахівців в галузі сучасних інформаційних технологій на рівні професійних вимог зі спеціальності.

Основні задачі дисциплін: згідно з метою основні задачі підготовки зводяться до формування у студентів комплексу знань, вмінь, навичок використання систем комп'ютерної математики для розв'язання задач моделювання, проектних та науково-технічних задач, задач дослідження, автоматизації обробки та передачі даних. Вивчення дисципліни «Комп'ютерна математика» передбачено навчальними планами протягом двох семестрів другого та третього років навчання.

Вивчаються вказані далі теми.

## **Вступ.**

Предмет дисципліни. Структура навчальної дисципліни. Форми звітності. Організація самостійної роботи студентів заочної форми навчання. Список рекомендованої літератури.

Література: [1 - 9].

## **Тема 1 Комп'ютерне моделювання. Поняття про обчислювальний експеримент.**

Поняття моделі та моделювання. Класифікація моделювання. Обчислювальний експеримент. Його роль у різних галузях науки і техніки. Технологія обчислювального експерименту. Числові методи. Засоби для підготовки і проведення чисельних експериментів.

Література: [4-9].

## **Тема 2. Системи комп'ютерної математики.**

Призначення систем комп'ютерної математики.

Структурна схема СКМ; характеристика окремих блоків. Принцип дії СКМ. Порівняльний аналіз систем комп'ютерної математики. Їх можливості для аналітичного і чисельного розв'язання математичних задач. Комп'ютерна математична система як засіб побудови моделей.

Література: [1 - 3].

## **Тема 3. Поняття математичного алгоритму. Форми представлення чисел. Аналіз похибок при практичній реалізації алгоритмів рішення. Види похибок.**

Математичний алгоритм. Представлення чисел. Наближення з заданою кількістю значущих цифр. Аналіз похибок. Похибки при усіченні математичного виразу. Похибка округлення. Порівняння усічення з округленням. Представлення числа округленням з плаваючою комою. Втрата значущих цифр. Розповсюдження помилок при виконанні арифметичних операцій.

Література: [4-9].

## **Тема 4. Обробка даних. Цілі обробки даних. Види експерименту. Апроксимація. Інтерполяція. Локальна та глобальна інтерполяції.**

Задачі обробки даних. Апроксимація даних. Введення в поняття інтерполяції. Інтерполяційні поліноми Лагранжа і Ньютона.

Література: [4-9].

## **Тема 5. Метод найменших квадратів.**

Задача апроксимації вихідних даних. Рівняння лінійної та квадратичної регресії. Побудова лінійних систем для визначення коефіцієнтів регресії.

Література: [4-9].

### **Тема 6. Елементи теорії векторів та теорії матриць. Системи лінійних рівнянь $AX = B$ і їх розв'язання.**

Евклідовий простір. Двовимірні масиви і матриці. Властивості операцій над векторами та матрицями. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь і методи розв'язання.

Література: [4-9].

### **Тема 7. Диференціальні рівняння як математичні моделі.**

Поняття диференціального рівняння. Види диференціальних рівнянь першого порядку. Схеми розв'язання.

Література: [4-9].

### **Тема 8. Найпростіші моделі, які описують різні фізичні процеси.**

Класифікація моделей. Моделювання динаміки епідемії. Модель Ланкастера. Найпростіша модель "хижак-жертва".

Література: [4-9].

### **Тема 9 Математичне моделювання фізичних процесів.**

#### **Диференціальні рівняння в частинних похідних.**

Поняття про обчислювальний експеримент. Етапи математичного моделювання. Описування реальних фізичних процесів. Кластифікація і методи розв'язання диференціальних рівнянь в частинних похідних.

Література: [4-9].

### **Висновки.**

Використання сучасних інформаційних технологій при розв'язуванні інженерних проблем автомобільною промисловістю.

## 2. ТЕОРЕТИЧНИЙ МІНІМУМ

### 2.1 ПОЧАТКОВІ ВІДОМОСТІ ПРО СКМ MATLAB

#### 2.1.1 Введення у систему MATLAB. Типи даних. MATLAB як науковий калькулятор. Найпростіші операції з числами.

**MATLAB** – це мова матриць і масивів високого рівня з управлінням потоками, функціями, структурами даних, введенням та виведенням даних і особливостями об'єктно-орієнтованого програмування.

Середовище **MATLAB**. Це набір інструментів і пристосувань, з якими працює користувач або програміст **MATLAB**. Вона включає засоби для управління змінними в робочому просторі **MATLAB**, введення і виведення даних, а також створення, контролю і відладки **m**-файлів і додатків **MATLAB**.

Графічна система **MATLAB** включає команди високого рівня для візуалізації двох- і тривимірних даних, обробки зображень, анімації і ілюстрованої графіки. Вона також включає команди низького рівня, що дозволяють повністю редагувати зовнішній вигляд графічної інформації таким чином, як при створенні графічного (для користувача) інтерфейсу (**GUI**) для **MATLAB** додатків.

Бібліотека математичних функцій – це обширна колекція обчислювальних алгоритмів від елементарних функцій, таких як сума, синус, косинус, комплексна арифметика, до складніших, таких як обернення матриць, знаходження власних значень, функції Беселя, швидке перетворення Фур'є.

Програмний інтерфейс – це бібліотека, яка дозволяє писати програми на мовах програмування Сі, Фортрані та інших, які взаємодіють з **MATLAB**. Вона включає засоби для виклику програм з **MATLAB** (динамічний зв'язок): **MATLAB** викликається як обчислювальний інструмент і для читання або запису **m**-файлів.

Про основні заходи щодо роботи з системою **MATLAB** можна детальніше ознайомитись в літературі [1-3].

**Simulink**, супутня **MATLAB** програма, – це інтерактивна система для моделювання нелінійних динамічних систем. Вона є середовищем, яке управляється мишкою, яка дозволяє моделювати процес шляхом перетягування і маніпуляції блоків діаграм на екрані.

**Simulink** працює з лінійними, нелінійними, безперервними, дискретними, багатовимірними системами.

Робота в середовищі **MATLAB** може здійснюватися у двох режимах.

**1. Режим калькулятора.** Обчислення можна виконувати у режимі прямих обчислювань, тобто без підготовки програми. Робота з системою у такому режимі носить характер діалогу і відбувається згідно правилу «задав питання, отримав відповідь». Користувач набирає на клавіатурі обчислювальний вираз, редагує його (коли треба) у командному рядку та завершує введення інформації натисканням клавіші **ENTER**.

**2. Програмний режим.** Це режим виклику програми, що створена та записана на диск мовою **MATLAB** і містить усі необхідні команди, які забезпечують введення даних, організацію обчислень та виведення результатів на екран.

В обох режимах користувачу доступні практично всі обчислювальні можливості системи, у тому числі виведення інформації в графічній формі. Програмний режим дозволяє зберігати розроблені обчислювальні алгоритми і без додаткових операцій повторювати обчислення з іншими початковими даними.

**MATLAB** оперує з такими типами даних:

- дійсні числа;
- комплексні числа;
- змінні, які, в свою чергу, бувають:
  - числові;
  - векторні;
  - символічні;
  - системні (**i, j, π, e, ans, Inf, NaN, realmin, realmax**).

### 2.1.2 Інтерфейс **MATLAB**.

Інтерфейс **MATLAB** відповідає сучасним канонам. Він багато віконний і має низку засобів прямого доступу до різних компонентів системи. Середовище **MATLAB** включає такі елементи:

- рядок меню – **File, Edit, View, Web, Window, Help**;
- панель інструментів з кнопками, які дозволяють виконувати декілька найбільш розповсюджених операцій;



- командне вікно (**Command Window**), в якому відображаються команди та результати їх виконання, тексти виконаних програм, а також інформація про помилки;
- вікно с вкладками **Workspace** (дозволяє отримати доступ до робочого простору) та **Current Directory** (служить для установки текущего каталогу);
- вікно **Command History**, в якому здійснюється перегляд та повторний виклик раніше введених команд.

Робота з операціями меню в **MATLAB** подібна роботі з операціями меню програм **Microsoft Office**.

Операція меню **Help** встановлює доступ до довідкових підсистем **MATLAB**.

Робота у середовищі **MATLAB** проводиться за допомогою командного вікна (**Command Window**). У процесі роботи введені дані розташовуються в пам'яті (**Workspace**).

### 2.1.3. Довідкова система.

В довідковій системі **MATLAB** є декілька способів одержання інформації про команди та роботу з ними:

- команда **help**;
- операція меню **Help**;
- гіпертекстова система **Help Desk**.

Запуск довідкової системи здійснюється за допомогою команди **Help** меню **MATLAB**. Для одержання довідки про який-небудь конкретний об'єкт використовуються команди:

```
>> help ім'я,
```

де *ім'я* – ім'я об'єкту, для якого необхідно вивести довідкову інформацію.

### 2.1.4. Формати виведення результатів обчислень.

Числові змінні у **MATLAB** є двомірними масивами розміру 1×1. У середовищі **MATLAB** існує можливість керувати видом результату, за рахунок встановлення відповідного формату. Формат виводу результатів обчислень можна змінити, якщо вибрати команду **File/Preferences** (Файл/Перевага).

З наданого нижче списку виберіть елемент **Command Window**.

Формат чисел вибирається з списку **Numeric Format** (формат числа). З цього списку можна задати один з наступних форматів:

- **short (default)** – скорочений формат з плаваючою крапкою з чотирма числами після десяткової крапки (використається за замовчуванням);
- **long** – довгий формат з плаваючою крапкою з 14-ма цифрами після десяткової крапки;
- **bank** – формат для виведення грошової суми з двома знаками після десяткової крапки;
- **rat** – формат для представлення дійсних чисел у вигляді відношення двох цілих невеликих за значенням чисел.

Змінювати формат даних можна також за допомогою спеціальної команди **format**. Наприклад, звернення

```
>> format short e
```

є аналогічним вибору короткого експоненційного формату у діалоговому вікні **Preferences**. Незалежно від встановленого формату усі обчислення виробляються з подвійною точністю.

### 2.1.5. Операції з числами у MATLAB. Представлення різних типів даних на комп'ютері.

Арифметичні вирази **MATLAB** формуються за допомогою, як і у багатьох мовах програмування, чисел, знаків арифметичних операцій, знака «^» (підведення в ступінь), круглих дужок, змінних та вбудованих функцій. Десяткова частина числа відокремлюється крапкою.

Для обчислювання найпростіших виразів необхідно набрати їх у командному рядку та натиснути **Enter**. Відповідь записується у спеціальну змінну **ans** і результат з'являється у командному вікні:

```
>> 1.5+2.9  
ans =  
4.4000
```

Вид результату залежить від встановленого формату. Після обчислювання наступного виразу значення результату **ans** зміниться.

Для збереження результатів поточних обчислень треба їх записувати в змінні, які призначаються. При використуванні цих змінних необхідно дотримуватися наступних правил:

- ім'я змінної може складатися з символів латинського алфавіту, знака підкреслювання і цифр, але повинно починатися обов'язково з символів алфавіту;
- прописні й малі літери розрізняються;
- пробіл не повинен входити до імені змінної.

Знаком присвоєння у **MATLAB** є символ «=», наприклад:

```
>> a=2.45*(0.3+2.2/5.1)+0.5^2
a =
    2.0419
```

Результат дії оператора одразу виводиться у командному вікні. Для знищення висновку (зменшення інформації про поточні операції) треба завершити рядок крапкою з комою.

**Зверніть увагу! Дуже часто використовуються формування упорядкованих чисельних послідовностей. Такі послідовності необхідні для створення векторів або значень абсциси при побудові графіків. Для цього у MATLAB використовується наступний оператор «:» (двокрапка) – початкове значення : крок : кінцеве значення. Ця конструкція породжує зростаючу послідовність чисел, яка починається з початкового значення, змінюється згідно заданого кроку та завершується кінцевим значенням. Якщо крок не заданий, він за замовчуванням приймає значення 1. У випадку, коли кінцеве значення вказано меншим початкового значення, видається повідомлення про помилку.**

Виконайте наведений приклад:

```
>> x=2:4:20
x =
    2    6   10   14   18
```

### 2.1.6. Елементарні математичні функції.

Елементарні функції – найбільш відомий клас математичних функцій. Всі функції можуть використовуватися в конструкції виду **y=func(x)**, де **func** — ім'я функції. Зазвичай в такій формі задається інформація про функцію в системі **MATLAB**.

У системі **MATLAB** передбачені елементарні арифметичні та спеціальні математичні функції, деякі з яких подані у таблиці 2.1.

Рекомендуємо виконати на комп'ютері наведені нижче приклади обчислення математичних виразів.

Приклад 1. Обчислити  $3 + 2x(\cos x - 1)$ , де  $x = 0.4$ . Введіть наступні команди та поясніть результат:

```
>> x=0.4; y=3+2*x*(cos(x)-1)
y =
    2.936848795202308e+000
```

Приклад 2. Обчислити  $\frac{\sqrt{0,3+x}}{\log 3x-1}$ , де  $x=0.4$ . Введіть наступні команди та поясніть результат:

```
>> x=0.4; y=(sqrt(0.3-x))/log(3*x-1)
y =
    0 -1.964833583040044e-001i
```

Слід зазначити, що в математичних виразах оператори мають певний *пріоритет виконання*. Наприклад, в **MATLAB** пріоритет логічних операторів вищий, ніж арифметичних, пріоритет піднесення до ступеня вищий за пріоритети множення і ділення, пріоритет множення і ділення вище пріоритету складання і віднімання. Для зміни пріоритету операцій в математичних виразах використовуються круглі дужки.

Таблиця 2.1 – Основні математичні функції

Тригонометричні функції (аргумент задається в радіанах)	
sin, cos, tan, cot	Синус, косинус, тангенс и котангенс
sec, csc	Секанс, косеканс
Обратні тригонометричні функції (результат обчислюється в радіанах)	
asin, acos, atan, acot	Арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс
asec, acsc	Арксеканс, арккосеканс

Гіперболічні функції	
sinh, cosh, tanh, coth	Гіперболічні синус, косинус, тангенс и котангенс
sech, csch	Гіперболічні секанс и косеканс
Експоненціальна функція, логарифми, степеневі функції	
exp	Експоненціальна функція
log, log2, log10	Натуральний логарифм, логарифми по степені 2 и 10
sqrt	Квадратний корінь
Модуль, знак і функції для роботи з комплексними числами	
abs, sign	Модуль та знак числа
conj, imag, real	Комплексно-спряжена, дійсна та мніма частини числа

### 2.1.7. Знаходження значення функції при заданих значеннях аргументу. Особливості використання операторів.

Оскільки система **MATLAB** відноситься до матричних систем, передбачається внесення спеціальних коректив при визначенні операторів. У протилежному випадку це приводить до похибок при обчислюванні.

Розглянемо приклад:

```
x =
    1    2    3    4    5
>> cos(x)
ans =
    0.5403   -0.4161   -0.9900   -0.6536    0.2837
```

Обчислення масиву косинусів пройшло коректно. В той же час при обчисленні функції  $\sin(x)/x$  маємо:

```
>> sin(x)/x
ans =
   -0.0862
```

Обчислювання масиву значень функції  $\sin(x)/x$  дає несподіваний результат – замість масиву з п'ятьма елементами отримано одне значення. Причина в тому, що оператор «/» обчислює відношення двох матриць, векторів або багатовимірних масивів. Якщо вони однієї розмірності, то результат буде сформований одним числом, що і було здійснене системою у даному випадку. Щоб дійсно отримати вектор значень  $\sin(x)/x$ , необхідно використати спеціальний оператор ділення масивів «./». В цьому разі буде отриманий шуканий масив чисел:

```
>> sin(x)./x
ans =
    0.8415    0.4546    0.0470   -0.1892   -0.1918
```

Наведений вище приклад має відношення і до таких операторів, як множення «.\*» та зведення в ступінь «.^».

Розглянемо інший приклад. Обчислимо наведену вище функцію, але значенням змінної буде така сукупність:  $x = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ :

```
>> x=0:5;
>> sin(x)./x
Warning: Divide by zero.
(Type «warning off MATLAB:divideByZero» to suppress
this warning.)
ans =
NaN    0.8415    0.4546    0.0470   -0.1892   -0.1918
```

Зауважимо, що при  $x=0$  значення  $\sin(x)/x$  дає переборну невизначеність виду  $0/0=1$  (Увага: Ділення на нуль). Але, як і всяка чисельна система, **MATLAB** класифікує спробу розглядання операції ділення на нуль як помилку, та виводить відповідне попередження. Але замість очікуваного чисельного значення виводиться символічна константа **NaN**, що позначає невизначеність виду  $0/0$  (зауважимо, що невизначеність не є звичайним числом, а символом).

Розглянемо приклади обчислювання функцій при заданому діапазоні значень змінної.

Приклад 1. Обчислити значення функції  $y = e^{-2x} \sin x + \log 2x$  при  $1 \leq x \leq 4$ ,  $\Delta x = 0.2$ .

Розв'яжемо задачу за допомогою наступних команд:

```
>> x=1:0.2:4;
```

```
>> y=exp(-2*x).*sin(x)+log(2*x)
y =
Columns 1 through 6
    0.8070    0.9600    1.0895    1.2039    1.3075    1.4029
Columns 7 through 12
    1.4915    1.5742    1.6515    1.7240    1.7921    1.8562
Columns 13 through 16
    1.9166    1.9738    2.0278    2.0792
```

## 2.2. ВІЗУАЛІЗАЦІЯ ДАНИХ У MATLAB

### 2.2.1. Побудова простих графіків функцій. Стили графіків.

Система **MATLAB** володіє широким набором засобів візуалізації для побудови графіків функцій однієї і двох змінних і відображення різних типів даних. Всі графіки виводяться в графічні вікна, що мають меню і панелями інструментів. Вид графіків визначається аргументами графічних команд і може бути змінений за допомогою інструментів графічного вікна. Важливо пам'ятати, що для побудови графіків функцій на деякій області зміни аргументів слід вміти обчислювати значення функції в точках області. Для отримання якісних графіків часто приходиться використовувати достатньо багато точок.

Приклад 1. Побудувати графік функції однієї змінної  $f(x) = e^x \cos(x) - x^3$ , де значення  $x$  вибираються з відрізка  $[-3, 3]$ .

Перший крок полягає в виборі координат точок по осі абсцис. Завдання вектора  $x$ , компоненти якого формуються за допомогою постійного кроку, використання двокрапки дозволяє просто вирішити цю задачу. Після цього необхідно обчислити значення  $y(x)$  для кожного компонента вектора  $x$  і записати результат у вигляді вектора.

Тепер, для побудови графіка функції, слід використати яку-небудь з графічних функцій системи **MATLAB**. Достатньо універсальна графічна функція реалізується командою **plot**. В простішому випадку вона викликається з двома вхідними аргументами – парою  $x$  і  $f$  (тобто **plot** виводить залежність компонент одного вектора від

компонентів іншого). Послідовність команд для побудови графіка виписана нижче:

```
> x=-3:0.05:3; f=exp(x).*cos(x)-x.^3; plot(x,f)
```

В результаті виконання наведених команд з'являється графічне вікно, що має назву «**Figure No.1**» і містить графік функції:

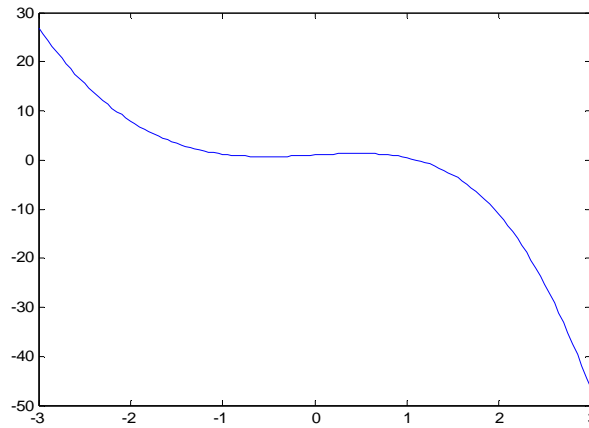


Рис. 2.1 – Графік функції  $f(x) = e^x \cos x - x^3$

Приклад 2. Вивести на екран два графіка:  $f = e^x \cos x - x^3$  і  $g(x) = e^{-x^2} \cos 4\pi x$  на відрізку  $[-1, 1]$ . Спочатку необхідно обчислити значення  $g(x)$ , а потім викликати команду **plot**, після якої в дужках вказуються через кому пари **x, f** та **x, g, i**, при бажанні, стиль кожної з ліній графіків функцій (див. табл. 2.2):

```
>> x=-1:0.005:1; f=exp(x).*cos(x)-x.^3;  
>> g=exp(-x.^2).*cos(4*pi*x); plot(x,f,'g-',x,g,'k-')
```

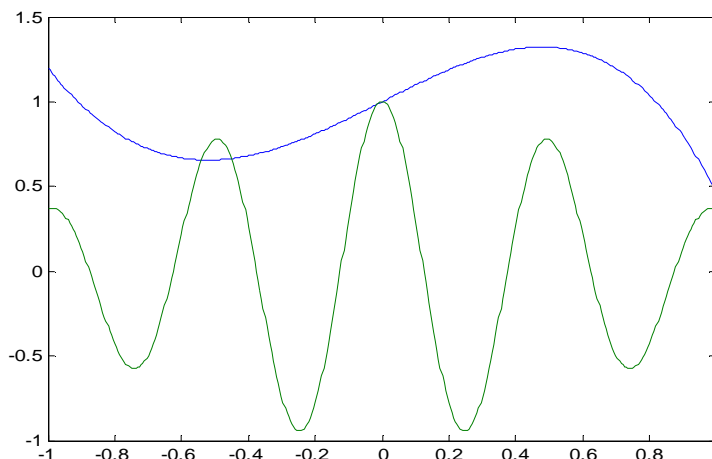


Рис. 2.2 – Графіки функцій  $f(x) = e^x \cos x - x^3$  та  $g(x) = e^{-x^2} \cos 4\pi x$



Таблиця 2.2 – Стили графіків

Колір лінії	
Жовтий	Y
Фіолетовий	M
Блакитний	C
Червоний	R
Зелений	G
Синій	B
Білий	W
Чорний	K
Тип точки	
.	Крапка
o	Коло
x	Хрест
+	Плюс
*	Зірочка
S	Квадрат
D	Ромб
V	Трикутник (вниз)
A	Трикутник (вверх)
<	Трикутник (вліво)
>	Трикутник (вправо)
P	П'ятикутник
H	Шестикутник
Тип лінії	
-	Суцільна
;	Подвійний пунктир
-.	Штрих-пунктир
--	Штрихова

### 2.2.2. Оформлення графіків функцій.

Для оформлення графіків в **MATLAB** (формування підписів, завдання координатної сітки, тощо) існують спеціальні команди і функції. Сітка на координатній площині наноситься командою **grid on**, а знищується за допомогою команди **grid off**. Крок сітки у системі **MATLAB** відповідає цілим одиницям виміру, щоб полегшити сприймання графіка.

Заголовок розміщується в графічному вікні за допомогою команди **title**, вхідним параметром якої є рядок, укладений в апострофах: **title('Результати експерименту')**.

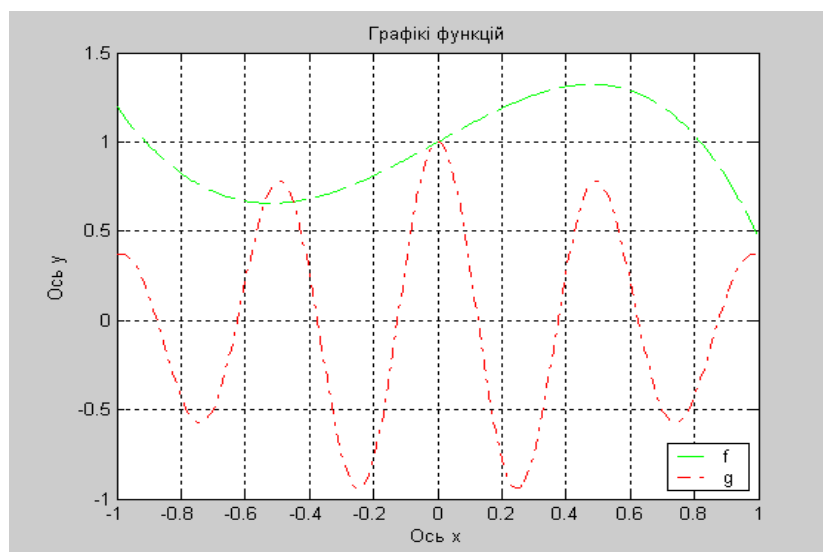
- За наявності декількох графіків вимагається розташувати легенду, яка формується командою **legend**. Написи легенди, укладені в апострофи, вказуються у вхідних параметрах команди **legend**, число їх повинне співпадати з числом ліній графіків.

Команди **xlabel** і **ylabel** призначені для формування підписів до вісів, їх вхідні параметри також записуються в апострофах.

Приклад 1. Побудувати графіки функцій  $f(x) = e^x \cos x = x^3$ ,  $g(x) = e^{-x^2} \cos 4\pi x$  та оформити легенди графічного вікна.

Перелік необхідних операцій наведений нижче:

```
>> x=-1:0.005:1; f=exp(x).*cos(x)--x.^3;  
>> g=exp(-x.^2).*cos(4*pi*x); plot(x,f,'g--',x,g,'r-.'); grid on;  
>> title('Графіки функцій'); legend('f','g',4);  
>> xlabel('Ось x'); ylabel('Ось y')
```



**Рис. 2.3** – Графіки функцій  $f(x) = e^x \cos x = x^3$  та  $g(x) = e^{-x^2} \cos 4\pi x$

### 2.2.3. Візуалізація векторних та матричних даних. Побудова діаграм.

Зручним способом представлення матричних і векторних даних є спосіб представлення за допомогою різноманітних діаграм. Найпростішою є стовпчикова діаграма, що будується за допомогою команди **bar**:

```
>> x=[0.8 2.3 2.5 2.9 1.8 0.5]; bar(x)
```

Кругові діаграми векторних даних будуються за допомогою команди **pie**, яка має деякі особливості в порівнянні з командою **bar**.

Приклад 1. Переконайтесь в результатах дії нижче перелікованих команд та зробіть аналіз результатів:

```
>> pie([0.1 0.2 0.3]); pie([0.2 0.3 0.5]); pie([4 5 6])
```

Приклад 2. Сформувані кругову та стовпчикову діаграми та підписати сектори.

Для виконання завдання у разі застосування команди **pie** у другому додатковому вхідному параметрі вказується інформація, яка повинна розташовуватися поряд з відповідними секторами:

```
>> pie([22 37 15 23], {'Понеділок', 'Вівторок', 'Середа', 'Четвер'})  
>> pie3([2 4 3 5], [0 1 1 0], {'Понеділок', 'Вівторок', 'Середа', 'Четвер'})
```

### 2.2.4. Побудова графіків функції двох змінних $z(x, y)$ .

Візуалізація (побудова графіків) функцій двох змінних в системі **MATLAB** може бути здійснена декількома способами, але всі вони припускають однотипні попередні дії.

Приклад 1. Побудувати графік функції двох змінних  $z(x, y) = e^{-x} \cos(2\pi y)$  на прямокутній області  $x \in [-1, 1]$ ,  $y \in [0, 2]$  задання функції.

Перший крок побудови графіку полягає в заданні сітки в прямокутнику, тобто сукупності точок (вузлів), в яких буде обчислюватись значення функції. Для генерації сітки передбачена команда **meshgrid**, яка викликається за допомогою двох вхідних параметрів – векторів, що визначають точки на висях  $Ox$  і  $Oy$ . Команда **meshgrid** повертає два вихідні параметри **X**, **Y**, які є матрицями:

```
>> [X,Y]=meshgrid(-1:0.1:1,0:0.1:2);
```

Матриця **X** формується з елементів першого вхідного параметру в команді **meshgrid** – вектора  $\{-1:0.1:1\}$ , а матриця **Y** в команді **meshgrid** – з елементів другого вхідного параметру – вектора  $\{0:0.1:2\}$ . Ці матриці необхідні на другому етапі заповнення матриці **Z**, кожний елемент якої є значенням вихідної функції  $z(x,y)$  в точках сітки. Обчислюємо функцію  $z(x,y)$ :

```
>> Z=exp(-X).*cos(2*pi*Y);
```

Для побудови графіка функції  $z(x,y)$  залишається викликати одну з графічних команд, наприклад, команду **mesh**:

```
>> mesh(X,Y,Z)
```

На екрані з'являється графічне вікно, що містить каркасну поверхню досліджуваної функції. Зверніть увагу, що колір поверхні відповідає значенню функції.

- **surf** – команда виконує заповнення кольором комірок каркасної поверхні;
- **meshc**, **surfc** – команди формують кольорові поверхні разом з лініями рівня на площині  $xOy$ ;
- **contour** – команда формує площинний графік з лініями рівня;

Приклад 2. Побудувати поверхню, яка описується функцією  $z(x,y) = e^{-x} \cos(2\pi y)$  з кольоровим заповненням каркасної поверхні.

Таке завдання вирішується за допомогою наступних команд:

```
>> [x,y]=meshgrid(-5:0.1:5,-1:0.1:1);  
>> z=exp(-x.^2).*cos(2*pi*y); surf(x,y,z)
```

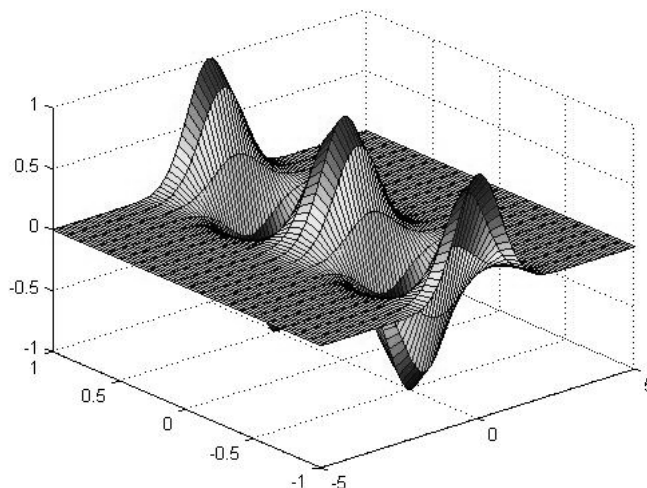


Рис. 2.4. – Графік функції  $z(x,y) = e^{-x^2} \cos(2\pi y)$

## 2.2.5. Візуалізація графіків декількох функцій в одному графічному вікні.

Розглянемо задачу про побудову в одному вікні графіків декількох функцій. Перший виклик будь-якої графічної команди приводить до появи на екрані графічного вікна **Figure No. 1**, що містить осі з графіком. Проте, при подальших зверненнях до графічних команд попередній графік пропадає, а замість нього виводиться новий графік. Команда **figure** призначена для створення графічного вікна, якій не містить графіків. Якщо треба отримати декілька графіків в різних вікнах, то перед викликом графічних команд слід звертатися до команди **figure**. Графічні вікна при цьому нумеруються в наступній послідовності: **Figure No. 2**, **Figure No. 3** і т.д.

Кожне вікно має свої вісі, за наявності декількох пар вісей (в одному вікні або в різних вікнах) побудова графіків здійснюється в поточному вікні (у відповідних вісях). Остання створена пара вісів є поточною. Для того, щоб вибрати поточні вісі з тих, що є, достатньо виділити координатну площину, яка визначається даними вісями за допомогою лівої кнопки миші. Можлива і зворотна ситуація,

Коли в процесі роботи вимагається додавати графіки до вже снуючих вісей, то перед доданням графіка слід виконати команду **hold on**. Для завершення такого режиму достатньо скористатися командою **hold off**.

В одному графічному вікні можна розташувати декілька вісей зі своїми графіками. Команда **subplot** призначена для розбиття графічного вікна на частини і визначення поточної з них.

Приклад 1. Сформувати графічне вікно, у якому будуть виведені п'ять різних графіків функцій  $z(x, y) = xe^{-x^2-y^2}$ ,  $y(x) = \cos \ln x$ ,  $y(x) = x^2 \sin x$ ,  $z(x, y) = x^2 + y^2$ ,  $z(x, y) = e^{-x} \cos(-x - y)$  і стовпчикової діаграми, що задається масивом елементів [1,2 0,3 2,8 0,9].

Для вирішення цієї задачі треба створити графічне вікно за допомогою команди **figure** і задати команду **subplot**:

```
>> subplot(2,3,1)
```

В лівому верхньому кутку вікна з'являються вісі. Перші два параметри в команді **subplot** вказують на загальне число пар вісей по вертикалі і по горизонталі, а останній параметр – визначає номер

відповідних вісей. Нумерація малюнків графіків йде зліва направо, зверху вниз.

Використайте команди **subplot(2,3,2)**, **subplot(2,3,6)** для створення решти вісей. Результат виконання будь-якої з графічних команд можна орієнтувати на відповідні вісі, що визначаються за допомогою команди **subplot(2,3,k)**, наприклад:

```
>> subplot(2,3,1);
>> [X,Y]=meshgrid([-3:0.1:3]);
>> Z=X.*exp(-X.^2-Y.^2); mesh(X,Y,Z);
>> subplot(2,3,2); bar([1.2 0.3 2.8 0.9]);
>> subplot(2,3,3);
>> x=0.001:0.0001:100; y=cos(log(x));
>> semilogx(x,y);grid on;
>> subplot(2,3,4); fplot('x.^2.*sin(x)',[0:10])
>> subplot(2,3,5); [x,y]=meshgrid([-20:0.5:20]);
>> z=x.^2+y.^2; surf(x,y,z);
>> subplot(2,3,6);
>> [X,Y]=meshgrid(-1:0.1:1,0:0.1:2);
>> Z=exp(-X).*cos(-X-Y);
>> mesh(X,Y,Z)
```

## 2.3. ПОЛІНОМИ ТА АЛГОРИТМИ ЇХ ОБЧИСЛЕННЯ. АПРОКСИМАЦІЯ ТА ІНТЕРПОЛЯЦІЯ ДАНИХ.

### 2.3.1. Команди обчислювання поліномів.

Форма запису поліному:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0. \quad (1)$$

У системі **MATLAB** поліном задається та зберігається у вигляді вектора, компонентами якого являються коефіцієнти поліному  $P = [a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}]$ . Число компонентів цього вектора повинно бути на одиницю більше величини степені поліному та нульові коефіцієнти також повинні бути представлені компонентами векторі.

Приклад 1. Задати поліном  $P(x) = 3x^5 + 2x^4 - x^2 + 7$ .

Для виконання завдання треба в командну строку ввести таку команду:

```
>> p = [3 2 0 -1 0 7];  
p =  
3 2 0 -1 0 7
```

### 2.3.2. Обчислення значення поліному при заданій величині.

Для знаходження значення поліному від заданого аргументу призначено команду **polyval**, яка має наступний синтаксис **y=polyval(p,s)**, де **p** – вектор коефіцієнтів поліному, **s** – задана величина аргументу.

Приклад 1. Обчислити значення поліному  $P(x) = 5x^2 - 7x + 3$  при  $x = 2$ .

Знаходження значення поліному відбувається наступним чином:

```
>> p=[5 -7 3];  
>> y=polyval(p,2)  
y =  
9
```

### 2.3.3. Апроксимація та інтерполяція даних. Методи обробки експериментальних даних у системі MATLAB.

Для аналізу експериментальних даних, які надані у вигляді таблиць і задають залежність одних фізичних величин від інших, використовують такі методи, як апроксимація та інтерполяція.

Як відомо, в наукових та інженерних розрахунках часто приходиться оперувати наборами значень, які були отримані експериментальним засобом або методом випадкової вибірки. Як правило, на підставі цих наборів потрібно побудувати функцію, яка би з високою точністю описувала вихідний набір значень. Така задача називається задачею апроксимації даних. Інтерполяція – це різновид апроксимації, при якій графік функції, що буде побудований, проходить точно через задані точки вихідних даних.

Припустимо, що на числовій вісі задані точки  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ , яким відповідають значення функції  $y_1, y_2, \dots, y_n$ , де кожне  $x_i$  та  $y_i$  – дійсні числа. Завдання одновимірної апроксимації полягає у тому,

щоб побудувати просту обчислювальну функцію, яка наближається цих даних. Залежно від класу апроксимуючих функцій і вимог до способу апроксимації виникають різні постановки завдань.

Нехай є  $n$  значень  $x_i$ , кожному з яких відповідає своє значення  $y_i$ . Потрібно знайти таку функцію  $f(x)$ , що:  $f(x_i) = y_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , точки  $x_i$  називають вузлами інтерполяції, пари  $(x_i, y_i)$  називають точками даних, різницю між «сусідніми» значеннями  $x_i - x_{i-1}$  називають *кроком*, функція  $f(x)$  є інтерполююча функція або її називають *інтерполянт*ом.

На практиці в якості інтерполюючої функції  $f(x)$  часто використовуються алгебраїчні поліноми різного вигляду, оскільки поліноми легко обчислювати, диференціювати і інтегрувати. При цьому інтерполяція носить назву поліноміальної.

У системі **MATLAB** визначена команда апроксимації даних поліномами за методом найменших квадратів **polifit(x,y,n)**, де

- **x** – вектор абсцис функції, що апроксимується;
- **y** – вектор ординат функції, що апроксимується;
- **n** – степінь поліному, за допомогою якого апроксимуємо задану функцію.

Команда **polifit** формує коефіцієнти поліному  $P_n(x)$  степені  $n$ , який з найменшої середньоквадратичною похибкою апроксимує вихідну функцію  $y(x)$ .

Приклад 1. Здійснити обробку експериментальних даних, застосовуючи поліноми другої і четвертої степенів.

Задаємо координати вузлів **x** та **y**:

```
>> x=[0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5];y=[.25 .15 .05 .1 .12 .2];
```

```
>> P=polyfit(x,y,2);
```

```
P =
```

```
2.4643 -1.3150 0.2479
```

Для обчислення значень функції **yy** використовуємо команду **polyval**:

```
>> yy=polyval(P,x);
```

Будуємо графік:

```
>> plot(x,y,'or',x,yy,'-b');grid; hold on
```



Зверніть увагу на застосування команди **hold**, яка забезпечує відтворення графіків функцій в одному графічному вікні. Тепер дамо апроксимуючий поліном четвертої степені:

```
>> P=polyfit(x,y,4)
P =
-12.5000  10.2778  0.2917  -1.2623  0.2524
>> yy=polyval(P,x);
```

Графік поліному четвертої степені будемо в тому ж вікні, що і графік поліному другої степені:

```
>> plot(x,yy,'-m');hold off
```

Результати обчислень можна порівняти візуально. Але, не зважаючи на те, що збільшується степінь поліному, якість наближення може не покращуватися.

### 2.3.4. Одновимірна апроксимація даних. Засоби апроксимації.

Подальше підвищення якості апроксимації експериментальних даних можна досягти і у випадку використання поліномів невисокої (зазвичай 3-ої) степені, при якому наближаються локально розташовані дані, окремо на кожному частковому інтервалі між сусідніми вузлами. При цьому такі поліноми обчислюються так, щоб не тільки їх значення збігалися з координатами вузлових точок, але щоб у вузлових точках похідні першого і другого порядків були неперервні. Така поведінка характерна для гнучкої металевої лінійки, яка закріплюється у вузлових точках (така лінійка називається сплайном (**spline**)), Відповідний вид інтерполяції даних теж отримав назву сплайн-інтерполяції. Для демонстрації можливостей сплайн-інтерполяції розглянемо інтерполяцією, яка заснована на використанні так званих кубічних сплайнів.

Інтерполяція кубічними сплайнами у системі **MATLAB** за допомогою виконується команди **spline: yy=spline(x,y,xx)**, де

- **x** – вектор абсцис функції, що апроксимується;
- **y** – вектор ординат функції, що апроксимується;
- **xx** – вектор абсцис контрольних точок, в яких обчислюються значення апроксимаційних поліномів; відповідні значення поліномів записуються у вектор **yy**.

Приклад 1. Виконати інтерполяцію кубічними сплайнами функції  $y(x) = \sin x^2 - x$  на відрізку  $x \in [0, 10]$  (шаг інтерполяції дорівнює одиниці). Послідовність команд для виконання інтерполяції наведена нижче:

```
>> x=0:10;y=sin(x.^2)-x; xx=0:.1:10;yy=spline(x,y,xx);  
>> plot(x,y,'b',xx,yy,'r');grid
```

Зверніть увагу, що у системі **MATLAB** існує команда **interp1**, яка дозволяє задати вид інтерполяції: **yy = interp1(x,y,xx,method)**, де:

- **x** – вектор абсцис функції, що апроксимується,
- **y** – вектор ординат функції, що апроксимується,
- **xx** – вектор абсциси контрольних точок, в яких обчислюються значення апроксимуючих поліномів; відповідні значення поліномів записуються у вектор **yy**.
- **method** – вид апроксимації, назва якого задається у вигляді рядка символів (насправді досить вказати тільки перший символ).

Команда **interp1** дозволяє використовувати наступні методи інтерполяції:

- **nearest** – апроксимація кусковими поліномами нульової степені (сходінками): для будь-якого проміжного значення **xx** знаходиться найближче табличне значення **x** і як у випадку формування вектора **yy** відшукується відповідне табличне значення **y**;
- **linear** – апроксимація кусковими поліномами 1-ої степені (ламаними);
- **spline** – апроксимація кусковими поліномами 3-ої степені (сплайнами);
- **pchip** або **cubic** – апроксимація кусковими поліномами Ерміта 3-ої степені.

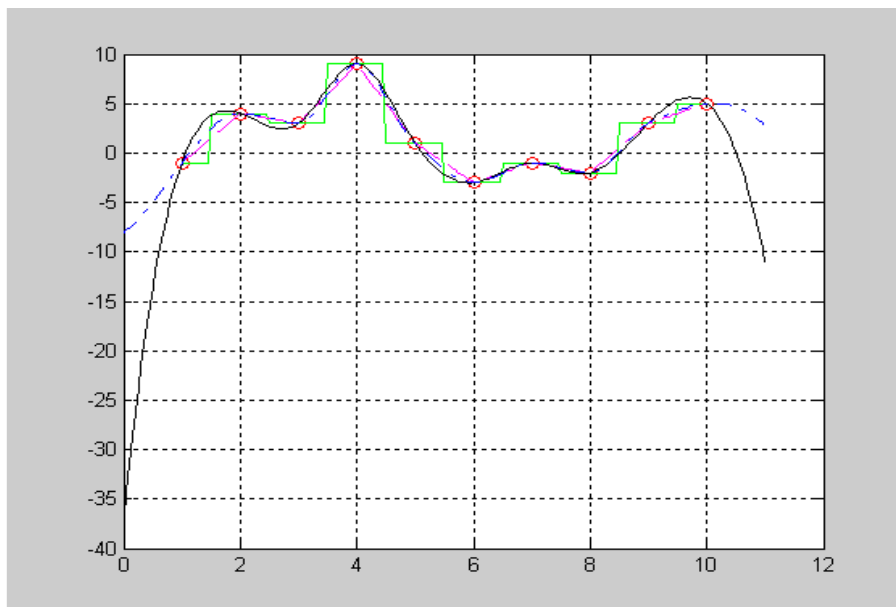
Якщо параметр **method** команди **interp1** відсутній, за замовченням використовується команда **linear**, що виконує апроксимацію кусковими поліномами 1-ої степені.

Приклад 2. Виконати інтерполяцію експериментальних даних за допомогою різних видів інтерполяції, якщо вихідні значення да-

них задані у вигляді векторів  $x=[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]$ ,  $y=[-1, 4, 3, 9, 1, -3, -1, -2, 3, 5]$ .

Послідовність команд для здійснення інтерполяції наступна (див. рис. 1.1):

```
>> x=[1 2 3 4 5 6 7 8 9 10]; y=[-1 4 3 9 1 -3 -1 -2 3 5];  
>> xx=.0:.05:11;  
>> yy1=interp1(x,y,xx,'nearest');  
>> yy2=interp1(x,y,xx,'linear');  
>> yy3=interp1(x,y,xx,'spline');  
>> yy4=interp1(x,y,xx,'cubic');  
>> plot(x,y,'or');grid on;hold on;  
>> plot(xx,yy1,'g-',xx,yy2,'m--',xx,yy3,'k-',xx,yy4,'b-.');
```



**Рис. 2.5 – Інтерполяція даних за допомогою різних видів інтерполяції**

Термін інтерполяція визначає, зазвичай, обчислення значень функції  $y(x)$  і в проміжках між вузловими точками.

## 2.4. РОЗВ'ЯЗАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

### 2.4.1. Використання команд групи ODE системи MATLAB для розв'язання звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.

Найбільш поширеними методами чисельного інтегрування звичайних диференціальних рівнянь є сімейство методів Рунге-Кутта.

Бібліотека системи **MATLAB** включає декілька команд **ODE** (**ODE** – **ordinary differential equations**), що реалізують різні чисельні методи розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь та систем рівнянь (ЗДР). Синтаксично ці команди розрізняються лише іменами (точніше кажучи, алфавітно-цифровими добавками до символів **ODE**). Структура формування цих команд однакова. Ці команди створені на базі використання методів Рунге-Кутта різного порядку або інших спеціальних методів. Сукупність команд системи **MATLAB** отримала назву *вирішувачів ЗДР*. Використовуються вирішувачі ЗДР, які створені на основі наступних методів розв'язання систем диференціальних рівнянь:

- **ode45** – вирішувач, що реалізує однокрокові явні методи Рунге-Кутта 4-го і 5-го порядку. Ці класичні методи рекомендуються для початкового пробного вирішення. У багатьох випадках вони дозволяють отримати задовільні результати чисельного розв'язання;
- **ode23** – вирішувач, що реалізує однокрокові явні методи Рунге-Кутта 2-го і 3-го порядку.
- **ode113** – вирішувач, який створений на основі багатокрокового методу Адамса-Башворта, який може забезпечити високу точність розв'язку;
- **ode23tb** – вирішувач, що реалізує неявний метод Рунге-Кутта; у випадку проведення розрахунків при обмеженій точності цей метод може виявитися більш ефективним, ніж інші.

У описі звернення до команд групи **ODE** застосовуються такі позначення: **ode\*\***, де **\*\*** – будь-який з приведених вище алфавітно-цифрових суфіксів. Просте звернення до будь-якої функції **ode\*\***

передбачає наступний вигляд:  $[tout,yout] = ode^{**}(F,tspan,y0)$ , в якому:

- **F** – вихідний параметр, що задає праві частини вихідного диференціального рівняння (чинник, що вказує на обчислення правих частин диференціального рівняння);
- **tspan** – вихідний вектор, що містить "контрольні значення" незалежної змінної; можливий мінімальний варіант **tspan=[to tfinal]** (початкове і кінцеве значення незалежної змінної), але можуть бути задані і проміжні значення, тоді **tspan=[to ti ... tfinal]**;
- **y0** – вихідний параметр – початкове значення залежної змінної (скаляр або вектор-стовпець);
- **tout** – вектор-стовпець контрольних значень незалежної змінної; якщо використовується мінімальний варіант для **tspan**, видаються всі значення, які отримуються в процесі чисельного інтегрування; якщо **tspan** містить і інші значення окрім **to** і **tfinal**, то **tout=tspan**;
- **yout** – вихідний параметр – розв'язок, який представлений масивом, у якому кожен рядок відповідає одному елементу стовпця **tout**.

Приклад 1. Розв'язати диференціальне рівняння  $\frac{dx}{dt} = te^{-t}$  на інтервалі  $t \in [0, 0.5]$  при початковій умові  $x(0) = 1$ .

Здійснення процесу розв'язання починається з визначення **m**-файлу, який описує праву частину заданого диференціального рівняння (зауважимо, що вихідне диференціальне рівняння повинно бути вирішено відносно старшої похідної), для визначення **m**-файлу формуємо команду:

```
function f = odu1(t,x)
f = t*exp(-t);
```

Потім застосовуємо звертання до вирішувача ЗДР **ode\*\***. Якщо використовувати команду без описання шуканих параметрів (**T**, **Y**), то команда **ode\*\*** виконується таким чином, що одразу будується графік (див. рис. 2.6), який визначається з вихідних значень:

```
>> ode45 ('odu1', [0, 0.5], 1)
```

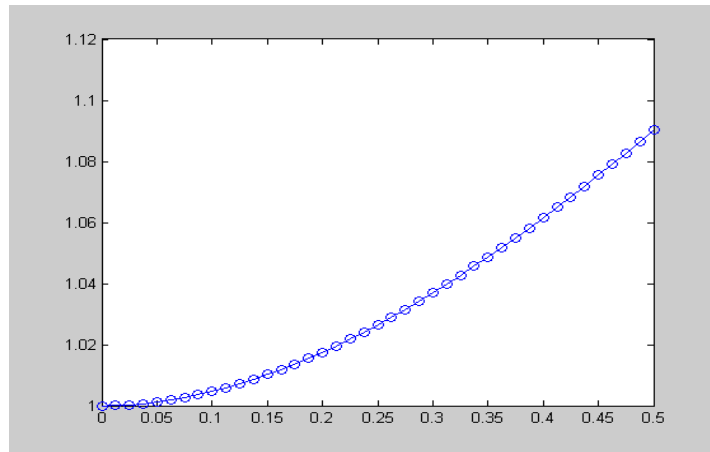


Рис. 2.6 – Графік розв’язку диференціального рівняння  $\frac{dx}{dt} = te^{-t}$

Якщо використати вирішувач ЗДР `ode**` таким чином, щоб вказати в лівій частині командного рядка масив вихідних значень `[T,Y]`, то після обчислення з’являються чисельні значення розв’язку диференціального рівняння:

```
>> [T,Y]=ode45 ('odu1', [0, 0.5], 1)
>> T
Columns 1 through 7
    0    0.0125    0.0250    0.0375    0.0500    0.0625
0.0750
...
Columns 36 through 41
    1.0719    1.0754    1.0791    1.0827    1.0864    1.0902
```

Приклад 2. Побудувати сімейство інтегральних кривих диференціального рівняння  $y' = t^2 y^3 \sin(t + y)^3$  на інтервалі  $[0, 3]$  з кроком 0.25 та різними послідовно заданими початковими умовами:

- 1)  $y(0) = 0$ ; 2)  $y(0) = 0.5$ ; 3)  $y(0) = 1$ ; 4)  $y(0) = 1.5$ ; 5)  $y(0) = 2$ ;
- 6)  $y(0) = 2.5$ ; 7)  $y(0) = 3$ .

Створюємо **m**-файл, який описує праву частину заданого диференціального рівняння:

```
function f = odu4(t,y)
f = t.^2.*y.^3.*sin(t+y).^3;
```

Задамо операції для побудови сімейства інтегральних кривих, що відповідають даним початковим умовам:

```
>> tspan=0:0.25:3;y0=0:0.5:3; ode45('odu4',tspan,y0);grid on
```

## 2.4.2. Розв'язання звичайних диференціальних рівнянь вищих порядків.

Як відомо, за допомогою диференціальних рівнянь описуються різні фізичні процеси. Розглянемо, наприклад, рух матеріальної точки.

Приклад 1. Розв'язати диференціальне рівняння  $y'' = -g$ , яке описує рух матеріальної точки у гравітаційному полі Землі (константа  $g = 9.8 \text{ м/с}^2$ ). Початкові значення: початкова координата  $y(0) = 0$ , початкова швидкість  $y'(0) = 10 \text{ м/с}$ .

Позначимо  $y = u_1$ ,  $y' = u_2$ , що дозволяє замінити вихідне диференціальне рівняння системою:

$$\begin{cases} u_1' = u_2 \\ u_2' = -9.8 \end{cases}$$

Сформуємо вектор початкових значень:

```
>> y0=[0;10];
```

і вектор значень аргументу, в яких буде визначатись розв'язок задачі:

```
>> tspan=0:.2:2;
```

Функцію обчислення правих частин системи рівнянь можна записати у вигляді **m**-файлу. Тоді **m**-файл буде складатися з допоміжної нульової матриці, елементи якої складаються з виразів правих частин вихідної системи:

```
function U=difs1(t,y)
U=zeros(2,1);
U(1)= y(2);
U(2)= -9.8;
```

Для виконання чисельного розв'язання системи рівнянь звертаємось до вирішувача ЗДР **ode45**:

```
>> [t,y]=ode45('difs1',tspan,y0)
```

Для отримання графіків розв'язків  $y(t)$  та  $y'(t)$  (див. рис. 2.7) вихідного диференціального рівняння  $y'' = -g$  слід використати вирішувач ЗДР **ode45** у наступному вигляді:

```
>> ode45('difs1',[0 2],[0 10]); grid
```

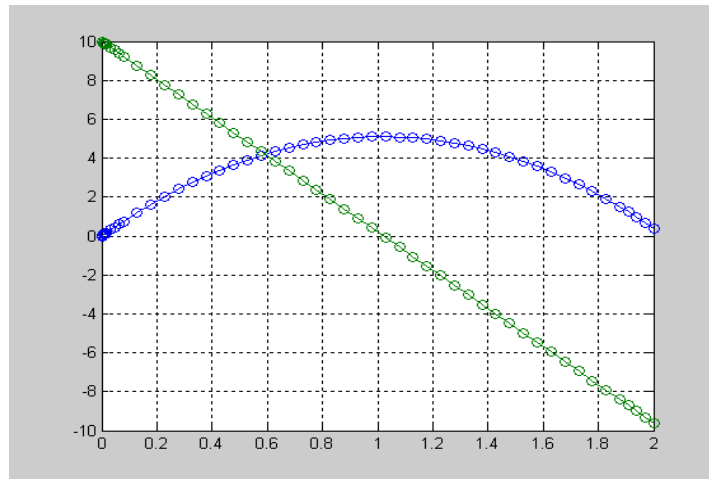


Рис.2.7 – Графік розв'язку диференціального рівняння  $y'' = -g$

Зауважимо, що зеленим маркером позначений графік  $y(t)$ , а синім маркером визначається зміна швидкості за часом  $y'(t)$ .

## 2.5. РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ МОДЕЛЮВАННЯ, ЯКІ ОПИСУЮТЬСЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИМИ РІВНЯННЯМИ ТА СИСТЕМАМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ, У СЕРЕДОВИЩІ SIMULINK

### 2.5.1. Початкові відомості про систему Simulink

Програма **Simulink** є додатком до пакета **MATLAB**. При моделюванні з використанням **Simulink** реалізується принцип візуального програмування, відповідно до якого, користувач на екрані з бібліотеки стандартних блоків створює модель пристрою й здійснює розрахунки.

**Simulink** є досить самостійним інструментом **MATLAB** і при роботі з ним зовсім не потрібно знати сам **MATLAB** і інші його додатки. З іншої сторони доступ до функцій **MATLAB** і іншим його інструментам залишається відкритим і їх можна використовувати в **Simulink**.

При роботі з **Simulink** є можливість модернізувати бібліотечні блоки, створювати свої власні, а також становити нові бібліотеки блоків.



При моделюванні можна вибирати метод розв'язання диференціальних рівнянь, а також спосіб зміни модельного часу (з фіксованим або змінним кроком). У ході моделювання є можливість стежити за процесами, що відбуваються в системі. Для цього використовуються спеціальні пристрої спостереження, що входять до складу бібліотеки **Simulink**. Результати моделювання можуть бути представлені у вигляді графіків або таблиць.

Для запуску програми необхідно попередньо запустити пакет **MATLAB**. Натискання на ярлик **Simulink** у панелі інструментів приводить до відкриття вікна оглядача розділів бібліотеки **Simulink** (рис. 1).

Вікно оглядача бібліотеки блоків містить наступні елементи:

- Заголовок, з назвою вікна – **Simulink Library Browser**.
- Меню, з командами **File, Edit, View, Help**.
- Панель інструментів, з ярликами найбільше часто використовуваних команд.
- Вікно коментарю для висновку повідомлення, що пояснює, про обраний блок.

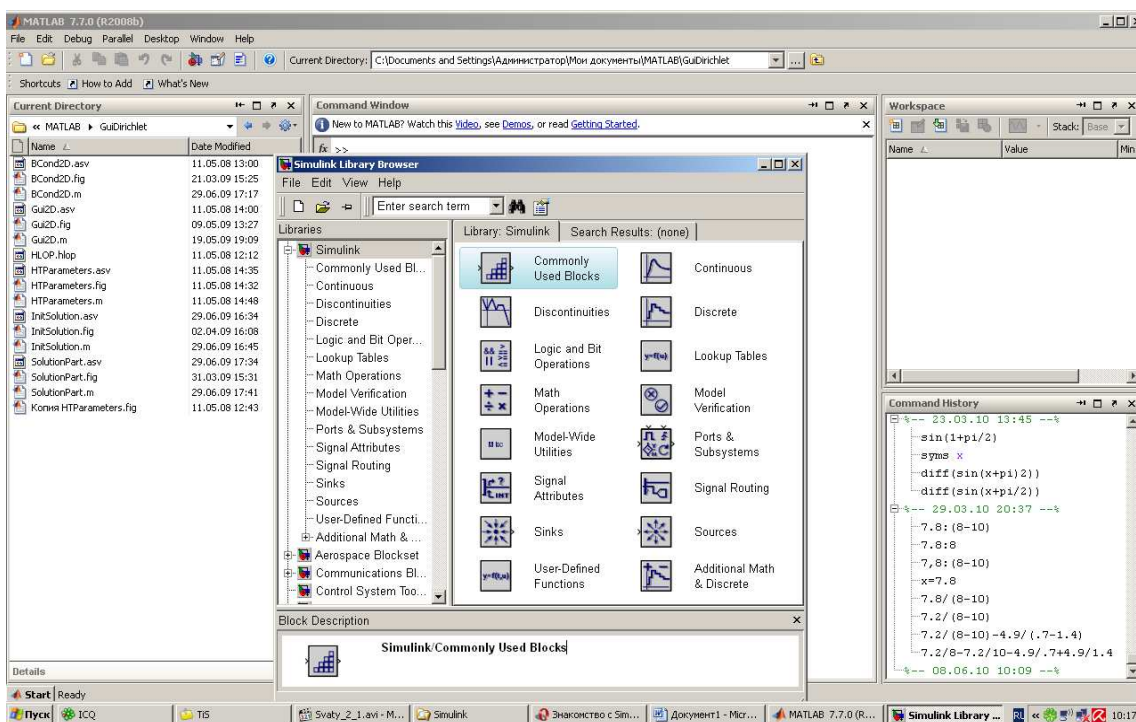


Рисунок 1 – Основне вікно **MATLAB** з оглядачем бібліотеки розділів **Simulink**

- список розділів бібліотеки, який реалізований у вигляді дерева.

- вікно вмісту підрозділів бібліотеки (список вкладених розділів бібліотеки або блоків)
- рядок стану, що містить підказку по виконуваний дії.

Список розділів бібліотеки **Simulink** представлений у вигляді дерева, і правила роботи з ним є загальними для списків такого виду. Щоб створити свою програму необхідно створити новий файл моделі, розташувати блоки у вікні моделі. Для цього необхідно відкрити відповідний розділ бібліотеки. Далі, указавши курсором на необхідний блок і нажавши на ліву клавішу “миші” – “перетягнути” блок у створене вікно.

Далі, якщо це потрібно, необхідно змінити параметри блоку, установлені програмою “за замовчуванням”. Для цього необхідно двічі клацнути лівою клавішею “миші”, указавши курсором на зображення блоку. Відкриється вікно редагування параметрів даного блоку. При завданні чисельних параметрів варто мати на увазі, що як десятковий роздільник повинна використовуватися крапка, а не кома. Після внесення змін потрібно закрити вікно кнопкою ОК.

Після установки на схемі всіх блоків з необхідних бібліотек потрібно виконати з'єднання елементів схеми. Для з'єднання блоків необхідно вказати курсором на “вихід” блоку, а потім, нажати й, не відпускаючи ліву клавішу “миші”, провести лінію до входу іншого блоку. Після чого відпустити клавішу. У випадку правильного з'єднання зображення стрілки на вході блоку змінює колір. Для створення крапки розгалуження в сполучній лінії потрібно підвести курсор до передбачуваного вузла й, нажавши праву клавішу “миші”, простягнути лінію. Для видалення лінії потрібно вибрати лінію (так само, як це виконується для блоку), а потім нажати клавішу **Delete** на клавіатурі.

Розглянемо деякі блоки.

**Графобудівник XY Graph** (розділ **Sinks**) – будує графік одного сигналу від другого (графік виду  $Y(X)$ ).

Параметри:

**x-min** – Мінімальне значення сигналу по осі X.

**x-max** – Максимальне значення сигналу по осі X

**y-min** – Мінімальне значення сигналу по осі Y.

**y-max** – Максимальне значення сигналу по осі Y

**Sample time** – крок модельного часу.

Блок має два входи. Верхній вхід призначений для подачі сигналу, що є аргументом (X), нижній – для подачі значень функції (Y).

**Constant – Commonly Used Blocks.** Щоб установити необхідні параметри блоку необхідно двічі клацнути на блоці, у параметрах задати значення константи =1.

**Derivative – Continuous.** Блок обчислює значення похідної.

Блок алгебраїчного контуру **Algebraic Constraint** – виконує пошук корінь алгебраїчних рівнянь.

**Ramp – Sources.** Формує лінійний сигнал.

**Add – Math Operations.** У параметрах вибираються необхідні нам операції.

**Gain – Math Operations.** Коефіцієнт підсилення сигналу.

**Sine Wave Function – Sources.** Формування періодичного сигналу.

**Integrator – Continuous.** Виконує інтегрування вхідного сигналу.

**Scope – Sinks.** Виводиться результат – графік сигналу у функції часу.

**Divide – Math Operations.** Ділення першої вхідної величини на другу.

**Dot Product – Math Operations.** Перемножування.

## 2.5.2. Розв’язання диференціальних рівнянь та систем диференціальних рівнянь

Наведемо декілька прикладів розв’язання найпростіших задач моделювання.

Приклад 1. Мальтусовська жорстка модель динаміки росту популяції описується звичайним диференціальним рівнянням

$$\frac{dN}{dt} = kN,$$

де  $N(t)$  - чисельність особин популяції,  $k$  – коефіцієнт приросту популяції. Побудувати криву росту популяції за умови, що  $k = 2$ ,  $N_0 = 0.1$ ,  $t_{sim} = 2c$ , де  $N_0$  - початкова чисельність особин популяції,  $t_{sim}$  – час симуляції. Створимо схему розв’язання рівняння (рис. 4)

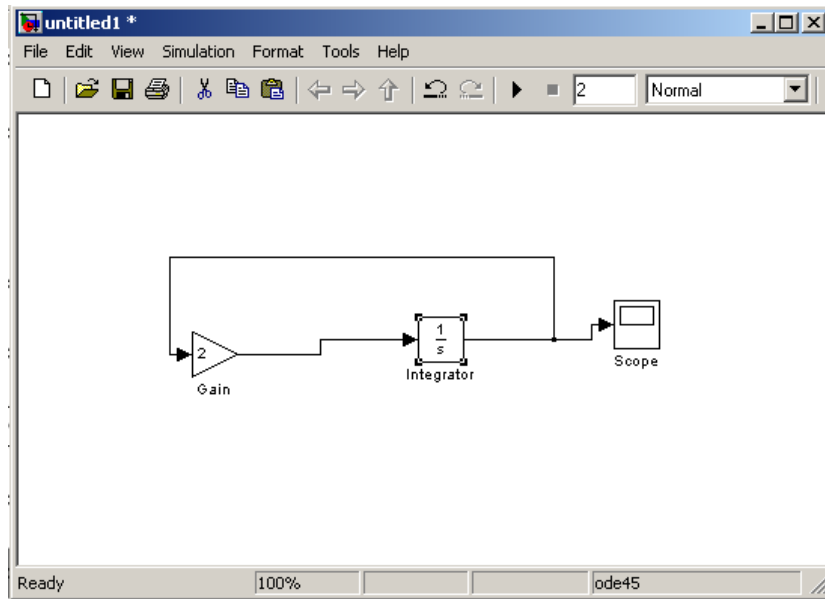


Рисунок 4. – Блок-схема розв’язання рівняння

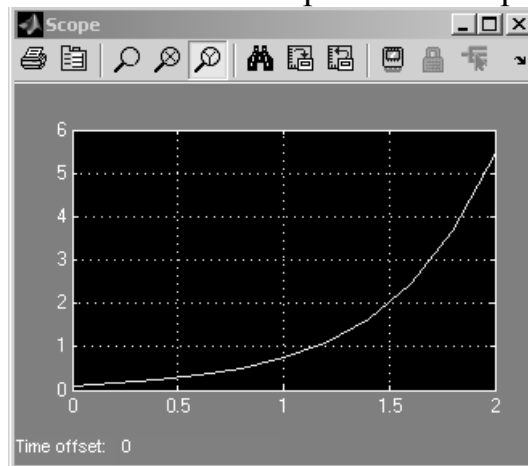


Рисунок 5. – Растровий графік динаміки росту популяції  $N(t)$

Приклад 2. Логістична модель динаміки росту популяції описується звичайним диференціальним рівнянням:

$$\frac{dN}{dt} = aN - bN^2,$$

де  $N(t)$  - чисельність особин популяції,  $a$  – коефіцієнт народжування,  $b$  – коефіцієнт смертності. Побудувати логістичну криву приросту популяції, якщо початкове значення щільності особин  $N_0 = 0.3$ , коефіцієнт народжуваності  $a = 10$ , коефіцієнт смертності  $b = 20$ , час симуляції  $t_{sim} = 1$  с. Створимо схему розв’язання рівняння (рис. 6)

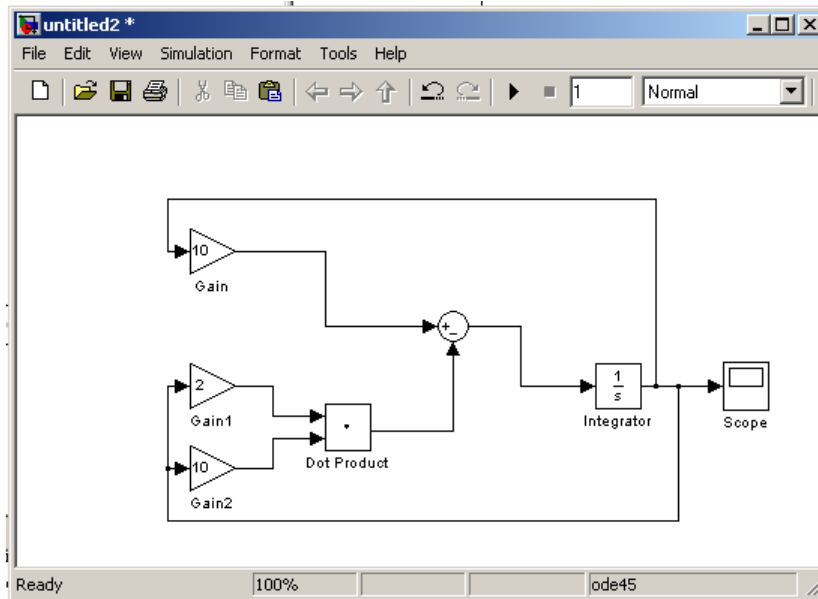


Рисунок 6. – Блок-схема розв’язання рівняння

і, розкривши блок інтегратора, задамо початкове значення:  $N_0 = 0.3$ . Після закінчення моделювання, розкриваючи блок **Scope**, можна побачити графік, що демонструє динаміку росту популяції  $N(t)$  (рис 7):

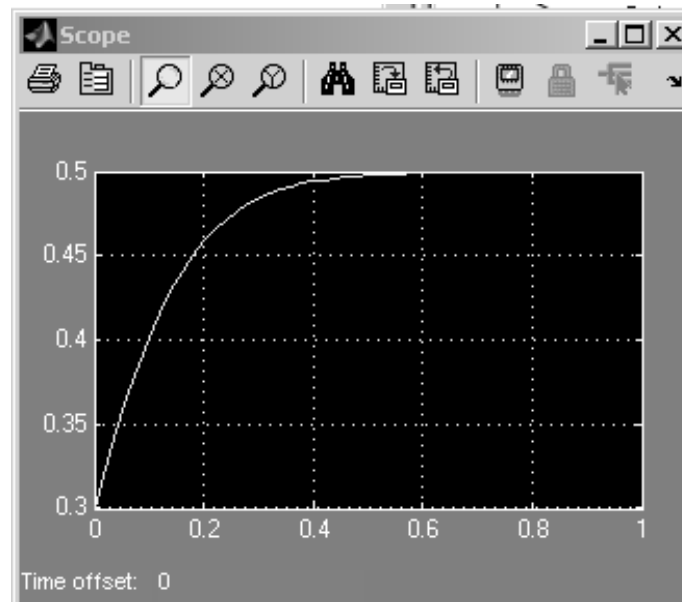


Рисунок 7. – Растровий графік динаміки росту популяції  $N(t)$

Приклад 3. У місті з 20000 жителів з'являються 50 інфекційних хворих, що викликає епідемію. Припустимо, що приріст хворих людей за день пропорційний числу контактів хворих та здорових людей, тобто добутку числа здорових (ще не перехворілих і не здобули імунітет) на число хворих.

Математична модель розвитку епідемії описується системою звичайних диференціальних рівнянь другого порядку

$$\begin{cases} \dot{x} = -kxy \\ \dot{y} = kxy - y \end{cases},$$

де  $x(0) = 50$ ,  $y(0) = 20000$ ,  $k = 0,0001$ .

Коефіцієнт пропорційності (він характеризує швидкість поширення епідемії) приймемо рівним  $10^{-4}$ . Як розвивається епідемія – як день у день міняється число хворих людей? На який день буде максимальне число захворілих?

Позначимо через  $x(t)$  число хворих, через  $y(t)$  – число здорових людей, через  $k$  – коефіцієнт пропорційності.

Будуємо блок-схему розв'язання задачі в системі Simulink:

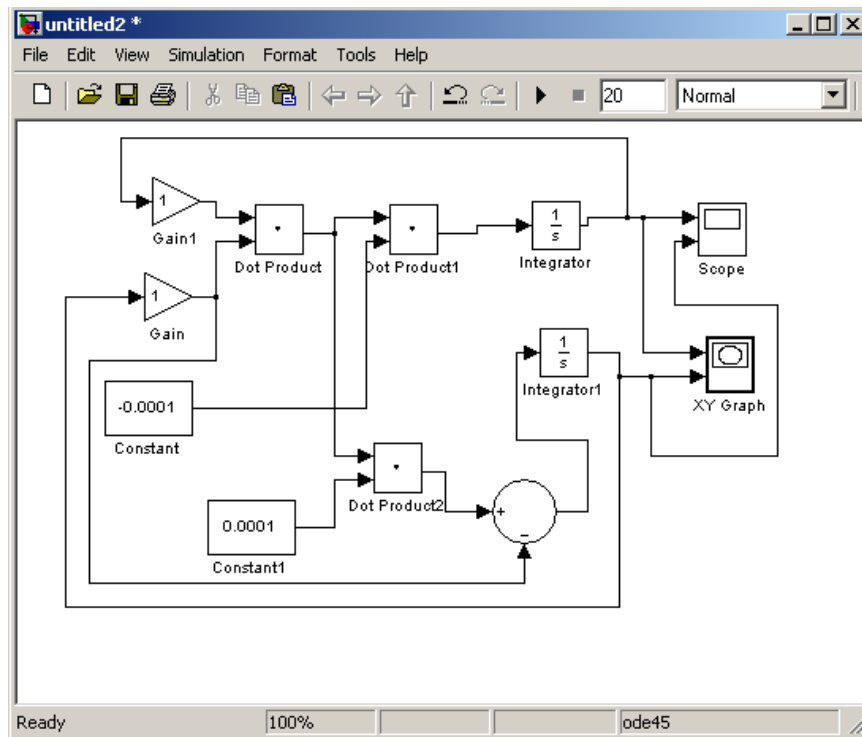


Рисунок 8. – Блок-схема розв'язання рівняння

і, розкривши блок інтегратора, задамо початкові значення:  $x(0) = 2$  (параметр  $y1$ ),  $y(0) = 0.01$  (параметр  $y2$ ). Після закінчення моделювання, розкриваючи блок **Scope**, можна побачити графіки зміни чисельності хворих  $x(t)$  і здорових  $y(t)$  людей у місті:

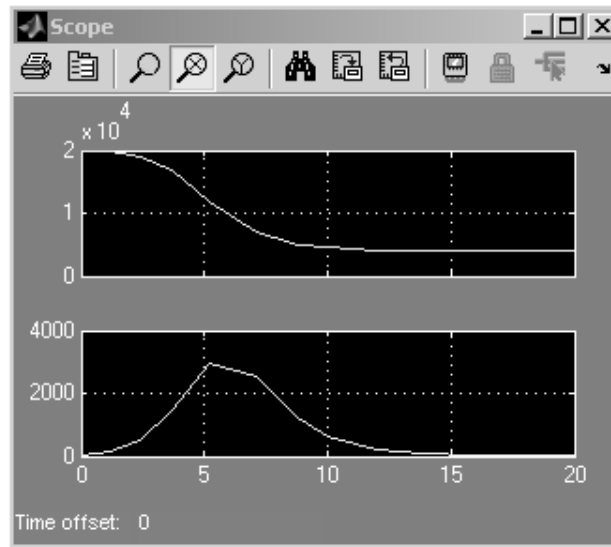


Рисунок 9. - Растрові графіки  $x(t)$ ,  $y(t)$

### 3. ПЕРЕЛІК ЗАВДАНЬ ДО КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Нижче наведено 10 завдань контрольної роботи з дисципліни «Комп'ютерна математика», які необхідно виконати студентам заочної форми навчання всіх спеціальностей, згідно наведених вище вимог.

#### Завдання 1.

Вивчити теоретичні відомості про систему комп'ютерної математики MATLAB, які знаходяться вище та можуть бути знайдені в списку літератури [1 - 5]. Відповісти письмово на три питання відповідно до свого варіанта. Номера питань для свого варіанта вибрати з табл. 3.1. Зміст питань наведений в табл. 3.2.

**Таблиця 3.1 – Номера питань для виконання завдання № 1**

Номер варіанта	Номера питань	Номер варіанта	Номера питань
1	1, 14, 27	17	4, 17, 30
2	2, 15, 28	18	5, 18, 31
3	3, 16, 29	19	6, 19, 32
4	4, 17, 30	20	5, 26, 50
5	5, 18, 31	21	6, 25, 51
6	6, 19, 32	22	7, 20, 33
7	7, 20, 33	23	8, 21, 34
8	8, 21, 34	24	9, 22, 35
9	9, 22, 35	25	10, 23, 36
10	10, 23, 36	26	11, 24, 37
11	11, 24, 37	27	12, 25, 38
12	12, 25, 38	28	13, 26, 39
13	13, 26, 39	29	1, 14, 27
14	1, 14, 27	30	2, 15, 28
15	2, 15, 28	31	3, 16, 29
16	3, 16, 29		

**Таблиця 3.2 – Теоретичні питання до завдання № 1**

№ п/п	Зміст питання
1	Приведіть формати даних, які можна використати у середовищі <b>MATLAB</b> .
2	У якому вигляді зберігаються дані у системі <b>MATLAB</b> ?
3	Яка графічна функція використовується для побудови графіка функції у лінійному масштабі? Перелічіть спеціальні графічні функції для побудови графіків функції у логарифмічному масштабі.
4	Визначити поняття прямих і ітераційних методів.
5	За допомогою яких засобів можна обробляти експериментальні дані?
6	Дати визначення звичайного диференціального рівняння першого порядку. На які групи розподіляються звичайні диференціальні рівняння?
7	Довідкова система <b>MATLAB</b> (загальні відомості).
8	Наведіть визначення звичайного диференціального рівняння $n$ -го порядку.



№ п/п	Зміст питання
9	Наведіть назви режимів роботи з числами, що застосовуються у системі <b>MATLAB</b> ? Поясніть сенс їх функціонування.
10	Перелічіть функції операторів меню системи <b>MATLAB</b> .
11	Які дії у системі <b>MATLAB</b> можна виконувати у режимі діалогу?
12	З яких частин складається основне вікно системи <b>MATLAB</b> ?
13	Наведіть можливі варіанти формування вигляду геометричного інтерфейсу.
14	Як здійснюється у <b>MATLAB</b> робота с довідковою системою? Перелічіть варіанти роботи довідкової системи.
15	З якими типами даних система <b>MATLAB</b> може виконувати завдання?
16	Наведіть приклади елементарних математичних функцій у середовищі <b>MATLAB</b> .
17	Поясніть різницю між операторами «.^» і «^».
18	Для чого у <b>MATLAB</b> використовується підсистема <b>Symbolic Math</b> ? Опишіть деякі команди з підсистеми <b>Symbolic Math</b> , які дозволяють здійснювати перетворення аналітичних виразів.
19	Наведіть послідовність операція для отримання довідки про команду <b>int</b> підсистеми <b>Symbolic Math</b> та системи <b>Maple</b> ?
20	Яка функція дозволяє розділити графічне вікно на декілька вікон та вивести у кожному з них графіки різних функцій? Як зручно візуалізувати векторні та матричні дані?
21	За допомогою якої команди відбувається завдання ліній сітки? Як побудувати графік функції двох змінних як каркасну поверхню?
22	Опишіть формати команд оформлення графіків: титульний напис, висові надписи, легенду.
23	Що означає процедура символічного розв'язання рівняння або системи рівнянь? Наведіть приклади.
24	Назвіть точні методи розв'язання систем лінійних рівнянь.
25	Який алгоритм лежить в основі методу <i>LU</i> -розкладання?
26	Які форми ітераційних процесів вам відомі?

№ п/п	Зміст питання
27	В чому суттєва різниця між методами апроксимації і інтерполяції даних?
28	Який результат може бути отриманий у разі використання команди <b>polyfit</b> ? Наведіть приклади.
29	Поясніть зміст поняття сплайн-інтерполяції? Яка команда у системі <b>MATLAB</b> дозволяє обробляти дані за допомогою кубічних сплайнів?
30	Які методи використовуються при одновимірній інтерполяції у системі <b>MATLAB</b> ? Поясніть синтаксис команди <b>yy=interp(x,y,xx,cubic)</b> .
31	За допомогою яких команд у системі <b>MATLAB</b> можна знайти загальний розв'язок звичайного диференціального рівняння? Наведіть приклади.
32	Визначте етапи знаходження розв'язку задачі Коші за допомогою команд підсистеми <b>Symbolic Math</b> .
33	Що таке інтегральна крива? Як виконати побудову інтегральної кривої засобами системи <b>MATLAB</b> ?
34	Назвіть один з найбільш поширених методів чисельного інтегрування звичайних диференціальних рівнянь. Які методи розв'язання диференціальних рівнянь частіше застосовуються у системі <b>MATLAB</b> ?
35	Розкрийте запис: <b>[tout,yout] = ode45(F,tspan,y0)</b> .
36	Як формулюється задача Коші у випадку звичайного диференціального рівняння $n$ -го порядку?
37	Як знайти загальний розв'язок диференціального рівняння $n$ -го порядку за допомогою команд підсистеми <b>Symbolic Math</b> системи <b>MATLAB</b> .
38	Поясніть послідовність етапів розв'язання задачі Коші у випадку диференціального рівняння $n$ -го порядку засобами системи <b>MATLAB</b> .
39	Поясніть запис <b>[t,y]=ode23('pr',tspan,y0)</b> .

## Завдання 2.

Виконати приклади обчислення математичних виразів при певному значенні змінної (див варіанти завдання в таблиці 3.3).

Таблиця 3.3 – Варіанти до завдання № 2.

№ п/п	Функція	Значення аргументу	№ п/п	Функція	Значення аргументу
1	$e^{-x} + (\cos^2 x - 1) / (x^3 - x^2 + 2)$	-0,4	16	$e^x (x^3 - \cos x^2) + 1 / \ln x$	0,1
2	$\sin(2x^2 - 3x) / (x^2 + x - 2)$	-0,5	17	$(\cos^2 x - 2)(\sin^2 x + 2) / \sqrt{x+3}$	-0,5
3	$e^x / (\ln x 2x^2) + \sqrt[3]{(x-1)}$	0,1	18	$\cos x / \sqrt{\lg x - \sqrt{(x^3 + 1)}}$	0,3
4	$(x^4 - x^3) / \sqrt{\sin(x-2)} + \lg x$	0,8	19	$\sin^2 x + \operatorname{tg}(x-4) - 1 / (x+3)^2$	0,2
5	$(x-1)^3 \sqrt{3 / \lg(2-x)}$	0,8	20	$(x^2 - 3)(x^3 + 2) + \arccos \frac{1}{x}$	0,7
6	$\sin^2 x - 1 / \sqrt{(e^x + (x-3)^2)}$	0,7	21	$\sqrt{x-5} / \lg(x+3) - \sin^2 x$	-0,3
7	$\sin^2 x - 1 / \ln(x-3)$	5	22	$(1 - e^x) \sqrt{x^2 - 4}$	-6
8	$(x+3)^2 \operatorname{tg} x^2 - \sqrt{x+1}$	2	23	$(2x^2 + 3) \cos 2x / \lg x$	-1,2
9	$\sin 2x / (x^4 + x^3 - x^2)$	-0,4	24	$1 / \sqrt{x^3 + 4x^2 - 6} + \cos x$	0,2
10	$(x^3 + 3x^2 - 1) \operatorname{tg}(x-0.1)$	0,5	25	$(x+3) \operatorname{tg} x^3 - \sqrt{x^3}$	2
11	$\sqrt{3x} \cos x / (2x^2 + 3)$	1,5	26	$3 / \sqrt{3x^4 - 5x^3 + 1} + \sin 2x$	-2,6
12	$(x+1) / \sqrt{(\sin x^2 - 2)}$	1,4	27	$3 + 2\sqrt{x}(\operatorname{ctg} x + 2)$	0,5
13	$\lg(x^2 + 1) / (x^3 - 1)$	-3,8	28	$(x+1) / \sqrt{(\cos x^2 + 1)}$	
14	$1 + 2\sqrt{3x}(\cos 2x - 1)$		29	$\ln(x^2 + 1) / \sqrt{\sin(x^3 - x^2)}$	
15	$(x+1)^3 / \sqrt{\ln 3x - 4}$	0,6	30	$3 / \sqrt{x^3 - 2x^2 + 1} + \cos 2x$	0,9

**Завдання 3.**

Обчислити значення функції (див. табл. 3.3) для визначених значень аргументу  $x$ :  $-1 \leq x \leq 1$ ,  $\Delta x = 0.1$ . Результат визначити в різних форматах і проаналізувати інформацію про змінні за допомогою команди **whos**.

### Завдання 4.

Побудувати графіки функцій однієї змінної на вказаних інтервалах (таб. 3.4). Вивести графіки різними способами:

- в окремі графічні вікна;
- в одне вікно на одні вісі;
- в одне вікно на окремі вісі.

Дати заголовки, розмістити підписи до вісей, легенду, рекомендується використовувати різні кольори, стилі ліній і типи маркерів, нанести сітку. Там де треба, графік розташувати у логарифмічному масштабі.

Таблиця 3.4 – Варіанти до завдання №4

№ п/п	Функція $f(x)$	№ п/п	Функція $f(x)$
1	$f(x) = \cos x; g(x) = \sin x; x \in [-\pi, \pi]$	16	$f(x) = \sin(x); g(x) = \sin^2 x; x \in [-5, 5]$
2	$f(x) = e^{x-2}; g(x) = e^x; x \in [-1, 6]$	17	$f(x) = \sin x^2; g(x) = \cos x^2; x \in [-\pi, \pi]$
3	$f(x) = e^{-x^2-1}; g(x) = e^{-x^2}; x \in [-3, 3]$	18	$f(x) = x^3 + 2x^2 + 1; g(x) = (x-1)^3; x \in [-5, 5]$
4	$f(x) = x^2 - 2x - 20;$ $g(x) = -x^2 + 2x; x \in [-4, 6]$	19	$f(x) = \ln x; g(x) = x \ln x; x \in [0.2, 10]$
5	$f(x) = \frac{\sin x}{x}; g(x) = \sin x;$ $x \in [-2\pi, 2\pi]$	20	$f(x) = x^2 -  2x ; g(x) = x^2 -  6x ;$ $x \in [-6, 6]$
6	$f(x) = x^2; g(x) = x^3 + 5; x \in [-5, 5]$	21	$f(x) = x^2; g(x) = x^3; x \in [-4, 4]$
7	$f(x) = \cos x^2, g(x) = \sin(x^2 - 1),$ $x \in [-4\pi, 4\pi]$	22	$f(x) = \cos x - 2, g(x) = \sin x^2,$ $x \in [-3\pi, 3\pi]$
8	$f(x) = x^2 + x - 2, g(x) = -x^2 + 6,$ $x \in [-4, 4]$	23	$f(x) = x^2 - 2, g(x) = -x^2 + 6,$ $x \in [-3, 3]$
9	$f(x) = x^2 \ln x, g(x) = -x \ln x^2,$ $x \in [1, 4]$	24	$f(x) = x^3 - 2, g(x) = -x^2 + 1,$ $x \in [-5, 3]$
10	$f(x) = \cos 2x, g(x) = \sin x^2,$ $x \in [-2\pi, 2\pi]$	25	$f(x) = x^3 -  x , g(x) = -x^2 +  x ,$ $x \in [-6, -3]$

11	$f(x) = x^3 - 2x^2, g(x) = x^2 - 2,$ $x \in [1, 3]$	26	$f(x) = \cos 2x^2, g(x) = \sin(x+2),$ $x \in [-\pi, \pi]$
12	$f(x) = x \ln(x+1), g(x) = \ln x^2,$ $x \in [2, 5]$	27	$f(x) = e^{(x-2)}, g(x) = e^x + 3,$ $x \in [-3, 1]$
13	$f(x) = x^3 - 8, g(x) = -x^2 + 9,$ $x \in [-2, 1]$	28	$f(x) = \cos(x-1), g(x) = \sin 4x^2,$ $x \in [-3\pi, 3\pi]$
14	$f(x) = e^{x+3}, g(x) = e^x - 5,$ $x \in [-4, -2]$	29	$f(x) = -x^2 \sin x, g(x) = \cos x,$ $x \in [-3\pi, 3\pi]$
15	$f(x) = e^x / 100; g(x) = (e^x + 5) / 200;$ $x \in [1, 5]$	30	$f(x) = \arcsin x; g(x) = \arccos x;$ $x \in [-1, 1]$

### Завдання 5.

Сформувати графічне вікно, у якому будуть виведені графік функції двох змінних  $z(x, y)$  у вигляді каркасної та освітленої поверхонь (див. табл. 3.5), графік функції однієї змінної (див. табл. 3.6), стовпчикова та кругова діаграми, які задаються масивом елементів (див. табл. 3.7).

Таблиця 3.5. – Варіанти до завдання №5

№ п/ п	Функція $z(x, y)$	№ п/п	Функція $z(x, y)$
1	$z(x, y) = x^2 \sin xy; x, y \in [-3, 3]$	16	$z(x, y) = \sin x e^{-3y}; x, y \in [-1, 1]$
2	$z(x, y) = (x^2 - 2) \cos y^2; x, y \in [-2, 2]$	17	$z(x, y) = \sin^2 x \ln y; x, y \in [1, 5].$
3	$z(x, y) = \frac{\sin xy}{xy}; x, y \in [-5, 5]$	18	$z(x, y) = \sin^2 x e^{- y }; x, y \in [-5, 5].$
4	$z(x, y) = e^{-x^2 - y^2}; x, y \in [-3, 3].$	19	$z(x, y) = \cos x \ln y; x, y \in [1, 6].$
5	$z(x, y) = e^{- x } \sin xy; x, y \in [-5, 5].$	20	$z(x, y) = \frac{\sin xy}{x}; x, y \in [-5, 5].$
6	$z(x, y) = \sin \frac{x}{ y +1}; x, y \in [-2\pi, 2\pi].$	21	$z(x, y) = \sin x + \cos y; x, y \in [-5, 5].$
7	$z(x, y) = (x^3 + y) \cos y; x, y \in [-5, 5].$	22	$z(x, y) = \cos^2 x \ln y; x, y \in [10, 20].$
8	$z(x, y) = e^{-x^2 - 3y^2}; x, y \in [-8, 8]$	23	$z(x, y) = e^{-x^2} \sin y; x, y \in [-10\pi, 10\pi]$
9	$z(x, y) = \cos y \sin x; x, y \in [-4\pi, 4\pi]$	24	$z(x, y) = e^{-2x^2 - y^2}; x, y \in [-10, 10]$

10	$z(x, y) = \frac{\sin x}{y}; x, y \in [\pi, 10\pi]$	25	$z(x, y) = \ln y \sin x; x, y \in [-8\pi, 8\pi]$
11	$z(x, y) = e^{-5x^2 - y^2}; x, y \in [-10, 10]$	26	$z(x, y) = \frac{\sin y}{x}; x, y \in [\pi, 10\pi]$
12	$z(x, y) = (y^2 - 2) \cos x; x, y \in [-2, 2]$	27	$z(x, y) = \cos y^2 \sin(x + 5); x, y \in [-4\pi, 4\pi]$
13	$z(x, y) = (x - 2) \cos^2 y; x, y \in [-2, 2]$	28	$z(x, y) = \cos^2 x \lg y; x, y \in [1, 5]$
14	$z(x, y) = (xy^2 - 2) \sin y; x, y \in [-2, 2]$	29	$z(x, y) = e^{- x+2 } \sin^2 y; x, y \in [-5\pi, 5\pi]$
15	$z(x, y) = \sin \frac{y}{ x +1}; x, y \in [-2\pi, 2\pi]$	30	$z(x, y) = (x^2 - 2)e^{-y^2}; x, y \in [-6, 6]$

Таблиця 3.6 – Варіанти до завдання №5

№ п/ п	Функція $f(x)$	№ п/п	Функція $f(x)$
1	$f(x) = \frac{\sin x}{x}, x \in [-10, 10]$	16	$f(x) = e^{-(x-2)^2}, x \in [-1, 5]$
2	$f(x) = e^{-x^2}, x \in [-3, 3]$	17	$f(x) = \frac{\sin 3x}{3x}, x \in [-10, 10]$
3	$f(x) = \frac{\sin 2x}{x}, x \in [-8, 8]$	18	$f(x) = 30e^{-x^2}, x \in [-3, 3]$
4	$f(x) = 20e^{-x^2}, x \in [-3, 3]$	19	$f(x) = \frac{\sin x}{x-1}, x \in [-20, 20]$
5	$f(x) = \frac{\sin x}{2x}, x \in [-15, 15]$	20	$f(x) = 10e^{-(x+1)^2}, x \in [-2, 1]$
6	$f(x) = e^{-(x+1)^2}, x \in [-4, 2]$	21	$f(x) = \frac{\sin(x-1)}{x-1}, x \in [-10, 10]$
7	$f(x) = \frac{\sin(x-1)}{2x}, x \in [-10, 10]$	22	$f(x) = e^{-(x-5)^2}, x \in [-3, 7]$
8	$f(x) = e^{(x+4)^2}, x \in [-6, 8]$	23	$f(x) = \frac{\sin(x^2-1)}{x^2}, x \in [-15, 15]$
9	$f(x) = \frac{\sin x}{x^2-1}, x \in [-10, 10]$	24	$f(x) = e^{-(3x-1)^2}, x \in [-5, 5]$
10	$f(x) = 2e^{-(x-1)^2}, x \in [-7, 7]$	25	$f(x) = \frac{\sin(x^2-2)}{x}, x \in [-20, 20]$

11	$f(x) = \frac{\sin x}{2(x-2)}, x \in [-15, 15]$	26	$f(x) = 10e^{-x^2}, x \in [-8, 8]$
12	$f(x) = 10e^{-(x-25)^2}, x \in [-10, 10]$	27	$f(x) = \frac{\sin x}{2(x+5)}, x \in [-15, 15]$
13	$f(x) = \frac{\sin(x^2-7)}{x-7}, x \in [-20, 20]$	28	$f(x) = 3e^{-(x-7)^2}, x \in [-7, 7]$
14	$f(x) = e^{-(x-9)^2}, x \in [-5, 5]$	29	$f(x) = \frac{\sin(3x+7)}{x-1}, x \in [-20, 20]$
15	$f(x) = \frac{\sin x^2}{1-x^2}, x \in [-10, 10]$	30	$f(x) = e^{-(x+49)^2}, x \in [-5, 5]$

Таблиця 3.7 – Варіанти до завдання №5

№ п/ п	Масив елементів	№ п/п	Масив елементів
1	[4, 2, 7, 3, 9]	16	[28, 49, 85, 57, 79]
2	[9, 3, 7, 1, 8]	17	[45, 12, 37, 32, 79]
3	[40, 20, 55, 10, 33]	18	[66, 22, 17, 33, 29]
4	[0.4, 0.2, 0.7, 0.3, 0.9]	19	[14, 25, 17, 31, 19]
5	[8, 6, 7, 2, 9]	20	[0.99, 0.52, 0.47, 0.23, 0.19]
6	[0.6, 0.4, 0.1, 0.7, 0.9]	21	[43, 52, 97, 23, 89]
7	[4, 2, 7, 3, 9]	22	[4, 2, 7, 3, 9]
8	[55, 11, 77, 66, 44]	23	[29, 53, 27, 91, 68]
9	[10, 3, 5, 7, 5]	24	[0.4, 0.2, 0.7, 0.3, 0.9]
10	[41, 24, 78, 34, 99]	25	[99, 33, 77, 11, 88]
11	[0.9, 0.3, 0.7, 1, 0.8]	26	[5, 1, 7, 6, 4]
12	[14, 32, 27, 38, 59]	27	[21, 13, 27, 61, 88]
13	[99, 32, 71, 16, 85]	28	[21, 14, 87, 63, 79]
14	[44, 22, 77, 33, 99]	29	[45, 11, 77, 36, 94]
15	[51, 16, 73, 68, 42]	30	[53, 71, 37, 96, 48]

## Завдання 6.

Апроксимувати задану залежність  $y(x)$  поліномами 1, 2 і 3 степенів та вивести в єдиному графічному вікні початкові дані і результати їх апроксимації (див. табл. 3.8).

Таблиця 3.8 – Варіанти до завдання №6

№ п/п	Таблиці значень $x, y$
1	$x=[-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5],$ $y=[10, 7, 6, 2, 7, 4, -2, -3, 1, 2, 5]$
2	$x=[5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15],$ $y=[-1, -7, -2, 0, 3, 6, 9, 10, 11, 5, 3]$
3	$x=[-2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9, -10, -11, -12],$ $y=[-10, -5, -6, 2, 3, 8, 10, 6, 5, 2, 1]$
4	$x=[-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7],$ $y=[1, 7, 5, 2, -4, -3, -2, 3, 5, 7, 10]$
5	$x=[-10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0],$ $y=[1, 2, 5, -5, -7, -4, 1, -5, -8, -11, 0]$
6	$x=[-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5],$ $y=[7, 9, 11, 12, 9, 5, -2, -3, -1, -2, -5]$
7	$x=[5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15],$ $y=[-10, -7, -6, -2, 0, 2, 5, 9, -1, 4, 7]$
8	$x=[-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5],$ $y=[-7, -10, -16, -20, -5, 0, 2, 3, -1, -2, 5]$
9	$x=[3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13],$ $y=[20, 8, 5, 12, 10, 6, -2, -3, -1, -2, -5]$
10	$x=[5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4, -5],$ $y=[1, 7, -4, -6, -8, -5, -2, -6, -10, -7, -1]$
11	$x=[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11],$ $y=[0, 8, 11, 20, 17, 4, 0, -3, -4, -10, 5]$
12	$x=[-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5],$ $y=[1, 2, 5, 8, 10, 5, 2, 6, 3, 2, 12]$
13	$x=[3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13],$ $y=[3, -2, -1, 0, -7, 0, -4, -2, -6, -1, -5, 0]$
14	$x=[2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12],$ $y=[2, -4, -1, 0, -4, 8, 4, -1, -5, -3, 2]$



15	$x=[3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13],$ $y=[2, 8, 15, 12, 10, 6, -2, -9, -11, -2, -5]$
16	$x=[-10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0],$ $y=[5, 2, 3, -3, -6, -1, 3, -4, -2, -1, 0]$
17	$x=[3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13],$ $y=[4, -1, -5, 2, -1, -4, 2, 5, -6, -2, 2]$
18	$x=[3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13],$ $y=[-2, -8, -5, -12, -10, -6, -2, -3, -1, -2, -5]$
19	$x=[-10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0],$ $y=[9, 2, 6, -1, -4, -7, -2, -9, -1, -10, -3]$
20	$x=[3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13],$ $y=[-2, -6, -1, 3, -5, -1, -4, -2, -8, 2, 0]$
21	$x=[3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13],$ $y=[2, 6, 5, 10, 1, -6, 2, -3, -2, 2, -5]$
22	$x=[-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5],$ $y=[-2, -1, -6, -2, -5, 1, 6, 3, -2, -1, 3]$
23	$x=[3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13],$ $y=[1, 5, 7, -1, -7, -6, -2, -3, 1, -2, -6]$
24	$x=[-10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0],$ $y=[1, 8, 5, 1, -7, -5, 1, -3, -7, -1, 6]$
25	$x=[-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5],$ $y=[-5, -8, -10, -16, -7, 2, 5, 1, -1, -3, 2]$
26	$x=[3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13],$ $y=[6, 7, 5, 11, 10, 4, 2, -3, 1, -2, 5]$
27	$x=[-10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0],$ $y=[1, 9, -5, -8, -7, -3, 2, -5, -1, -10, 2]$
28	$x=[-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5],$ $y=[-8, -1, -6, -2, -5, -2, 2, 7, -2, -5, 1]$
29	$x=[3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13],$ $y=[9, 8, 7, 10, 8, 6, -1, -7, -5, 0, -8]$
30	$x=[-20, -18, -16, -14, -12, -10, -8, -6, -4, -2, 0],$ $y=[10, 7, 3, 1, 2, 1, -2, -3, 0, -2, 5]$

### Завдання 7.

Інтерполювати задану залежність (див. табл. 3.8) за умов використання відповідних команд для лінійної, сплайн- та кубічної інтерполяцій, вивести в єдиному графічному вікні початкові дані і результати їх інтерполяції .

## Завдання 8.

Для заданого лінійного диференціального рівняння першого порядку

$$y' + P(t)y = Q(t)$$

виконати наступні дії:

- чисельними методами **MATLAB** розв'язати задачу Коші для рівняння  $y' + P(t)y = Q_2(t)$  на проміжку  $t = [0, 1]$  та побудувати сімейство інтегральних кривих при різних функціях  $Q(t)$  (варіанти завдань приведені у табл. 3.10);
- отримати розв'язок рівняння  $y' + P(t)y = Q_3(t)$  на проміжку  $t = [0, 1]$  за допомогою вирішувачів ЗДР **ode23**, **ode45**, **ode113**, **ode23tb** та проаналізувати отримані результати.

Таблиця 3.10 – Варіанти до завдання №8

№ П/ П	$P(t)$	Варіанти функції $Q(t)$			Початкові умови				
		$Q_1(t)$	$Q_2(t)$	$Q_3(t)$	$y_1(0)$	$y_2(0)$	$y_3(0)$	$y_4(0)$	$y_5(0)$
1	$t$	$t \cos 3t$	$4e^{2t}$	$t^3 \sin 3t$	1	2	3	4	5
2	$\sin t$	$2t^2 + 1$	$e^{2t}$	$2t^2 \cos t$	-3	-2	-1	0	1
3	$t^2$	$te^{4t}$	$2 \sin 3t$	$te^{2t} \cos t$	0	0.5	1	1.5	2
4	-2	$t \sin 2t$	$5e^{3t}$	$t^2 - 5t + 3$	1	0	-0.5	-1	-1.5
5	$4t$	$t \cos 4t$	$e^t \sin 4t$	$\frac{3t^2}{t^4 + 1}$	1	2	3	4	5
6	-5	$te^{2t}$	$e^t \cos 5t$	$t^2 \sin 5t$	-3	-2	-1	0	1
7	1	$t^2 e^t$	$e^{3t} \sin t^2$	$\frac{2t}{t^2 + 1}$	0	0.5	1	1.5	2
8	$t^3$	$t \sin 4t$	$4te^{t^2}$	$\cos 4t \sin t$	1	0	-0.5	-1	-1.5
9	$\sin t$	$te^{-2t}$	$3t \cos t^2$	$\sin t^2 e^t$	1	2	3	4	5

10	3	$t \cos 2t$	$t^2 e^{t^3}$	$\frac{t^2}{t^2 + 1}$	-3	-2	-1	0	1
11	2	$t \sin 3t$	$e^{t^2} \cos 3t$	$\cos t \sin 2t$	0	0.5	1	1.5	2
12	$\cos t$	$te^{-3t}$	$t^4 \cos 4t$	$\sin t^3 e^{t^2}$	1	0	-0.5	-1	-1.5
13	$\sin^2 t$	$t^2 + 2t$	$t \sin t^3$	$t^{-2} e^{t^2}$	1	2	3	4	5
14	-6	$t \cos 3t$	$1 - \sin t$	$te^{-2t^2}$	-3	-2	-1	0	1
15	$\cos t^2$	$te^{3t}$	$t^3 + 1$	$3 \sin 5t$	0	0.5	1	1.5	2
16	-7	$2t \sin 4t$	$\frac{e^{-t}}{t^2 - 5t + 4}$	$t^4 \cos t^3$	1	0	-0.5	-1	-1.5
17	$e^{5t}$	$3t \cos 5t$	$\ln^2 te^{5t}$	$t^2 + 25$	1	2	3	4	5
18	$t$	$t \sin 3t$	$t^{-3} e^{t^3}$	$\frac{3t}{t^4 + 1}$	-3	-2	-1	0	1
19	$t^2$	$2t \cos 5t$	$e^{\frac{5}{2}t^2} \sin^2 t$	$\sqrt{9 - t^2}$	0	0.5	1	1.5	2
20	-4	$3t \sin 4t$	$\frac{e^t}{5t + 3}$	$\cos t^2 \sin t$	1	0	-0.5	-1	-1.5
21	$\cos 5t$	$t^2 + 5t$	$e^{t^2} \cos 3t$	$t^3 - 5t^2$	1	2	3	4	5
22	$3t$	$5t \sin 3t$	$t^2 \cos 2t$	$\frac{2}{3} \cos^2 t$	-3	-2	-1	0	1
23	$e^{4t}$	$6t \cos 4t$	$\cos^2 t$	$t^2 + 3t + 2$	0	0.5	1	1.5	2
24	-5	$4t \sin 2t$	$2te^{t+t^2}$	$t^3 + 1$	1	0	-0.5	-1	-1.5
25	$5t$	$3t \cos 5t$	$\frac{1}{1+t^2}$	$t^2 \cos t$	1	2	3	4	5
26	$4e^t$	$5t \sin 4t$	$\cos^2 t$	$\frac{t}{t^2 + 5}$	-3	-2	-1	0	1
27	$-e^{3t}$	$2t \cos 3t$	$e^{2x}(x+3)$	$\cos x \sin x$	0	0.5	1	1.5	2
28	$2t$	$t \sin 3t$	$t \cos 3t$	$\cos^2 t$	1	2	3	4	5
29	$\cos 2t$	$e^{-2t}$	$t \cos 4t$	$\sin t^2$	0	0.5	1	1.5	2

30	6	$3t \sin 4t$	$2e^{-3t}$	$t \cos 4t$	0	-0.5	-1	-1.5	0
----	---	--------------	------------	-------------	---	------	----	------	---

### Завдання 9.

Використовуючи модель приклада 2 (стор.36) побудувати логістичну криву приросту популяції, якщо початкове значення щільності особин  $N_0 = 5$ , коефіцієнт народжуваності  $a = 20$ , коефіцієнт смертності  $b = 25$ , час симуляції  $t_{sim} = 3$  с.

Зверніть увагу, як істотно змінюється характер кривої, що описує динаміку зміни популяції. Чим це обумовлено? Зробіть висновки.

### Завдання 10.

Модель боротьби двох армій (модель Ланкастера) описується системою звичайних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -by, \\ \frac{dy}{dt} = -ax \end{cases},$$

де  $x(t)$ ,  $y(t)$  – чисельності конфронтуючих армій,  $a$  – коефіцієнт потужність зброї армії  $x$ ,  $b$  – коефіцієнт потужність зброї армії  $y$ . Побудувати динаміку змін чисельностей армій. Значення відповідних параметрів приведені у таблиці 3.11.

**Таблиця 3.11 – Варіанти до завдання №10**

№ п/р	$a$	$b$	№ п/р	$a$	$b$
1	500	600	16	5000	4000
2	600	900	17	6000	5000
3	700	800	18	7000	6000
4	800	700	19	8000	7000
5	900	500	20	9000	8000
6	1000	2000	21	10000	9000
7	2000	3000	22	11000	10000
8	3000	4000	23	12000	11000

9	4000	2000	24	5500	5000
10	5000	4000	25	6500	6000
11	6000	8000	26	7500	7000
12	7000	10000	27	8500	8000
13	8000	11000	28	9500	9000
14	9000	12000	29	10500	10000
15	10000	13000	30	11500	11000

### **Завдання 11.**

Вивчити теоретичні відомості з лекційного курсу, які також можуть бути знайдені в списку літератури [1 - 9].

Відповісти письмово на три питання відповідно до свого варіанта. Номера питань для свого варіанта вибрати з табл. 3.12. Зміст питань наведений в табл. 3.13.

**Таблиця 3.12– Номера питань для виконання завдання № 11**

Номер варіанта	Номера питань
1	1, 14, 27
2	2, 15, 28
3	3, 16, 29
4	4, 17, 30
5	5, 18, 31
6	6, 19, 32
7	7, 20, 33
8	8, 21, 34
9	9, 22, 35
10	10, 23, 36
11	11, 24, 37
12	12, 25, 38
13	13, 26, 40
14	1, 14, 27
15	2, 15, 28
16	3, 16, 29

Номер варіанта	Номера питань
17	4, 17, 30
18	5, 18, 31
19	6, 19, 32
20	5, 26, 33
21	6, 25, 40
22	7, 20, 33
23	8, 21, 34
24	9, 22, 35
25	10, 23, 36
26	11, 24, 37
27	12, 25, 38
28	13, 26, 39
29	1, 14, 27
30	2, 15, 28

**Таблиця 3.13 Теоретичні питання до завдання № 11**

№ п/п	Зміст питання
1	Розкрити поняття об'єкта, гіпотези, аналогії, моделі.
2	Типи моделей. Вимоги, що висуваються до моделі.
3	Математичне моделювання. Етапи математичного моделювання у разі детермінованого підходу.
4	Поняття моделювання. Класифікація моделювання. Етапи моделювання.
5	Комп'ютерне моделювання. Етапи.
6	Обчислювальний експеримент. Основні етапи обчислювального експерименту. Переваги обчислювального експерименту.
7	Сфери застосування математичного моделювання та обчислювального експеримента.
8	Розкрити поняття інформації, алфавита, слова. Навести приклади слів над алфавітом кирилиці, десятковими цифрами та знаками арифметичних операцій.
9	Поняття інформації. Види інформації. Властивості інформації.
10	Представлення чисел у комп'ютері. Двійкові числа. Перевести число 2746 у двійкову систему числення.
11	Пакети прикладних програм. CAD/CAM/CAE-системи. Класифікація.
12	Системи комп'ютерної математики. Приклади. Сфери застосування.
13	Системи технічного моделювання. Приклади. Сфери застосування
14	Системи імітаційного моделювання. Приклади. Сфери застосування.
15	Системи комп'ютерної математики. Структура. Властивості. Переваги.
16	Навести поняття алгоритму. Надати алгоритм обчислення функції $y=1/x$ .
17	Поняття алгоритму. Вимоги до алгоритму.
18	Поняття алгоритму. Види алгоритму.
19	Поняття алгоритму. Критерії алгоритмів.

№ п/п	Зміст питання
20	Який принцип реалізується при використанні пакету <b>SIMULINK</b> ?
21	Абсолютна та відносна похибки. Знайти абсолютну та відносну похибки математичної константи $e$ (нехай $e = 2,71828$ $\bar{e} = 2,7$ $2.71828$ ).
22	Джерела похибок. Похибки усікання. Приклад.
23	Джерела похибок. Похибки розповсюдження. Приклад.
24	Джерела похибок. Похибки округлення. Приклад.
25	Цілі обробки даних. Загальні задачі обробки даних.
26	Розкрити поняття апроксимації. Види апроксимації. Приклади дискретної та інтегральної апроксимацій.
27	Інтерполяція даних. Навести причини, при яких виникає необхідність застосування методів інтерполяції.
28	Постановка задачі інтерполяції. Види інтерполяції. Екстраполяція даних
29	Постановка задачі інтерполяції. Локальна інтерполяція.
30	Постановка задачі інтерполяції. Глобальна інтерполяція.
31	Постановка задачі інтерполяції . Провести Кусково-лінійну інтерполяцію для даних точок $K_1(1, 1)$ , $K_2(2, 2)$ , $K_3(3, 0)$ , $K_4(4, -1)$ .
32	Постановка задачі інтерполяції . Провести квадратичну інтерполяцію для даних точок $K_1(1, 1)$ , $K_2(2, 2)$ , $K_3(3, 0)$ .
33	Поняття сплайн-інтерполяції. Переваги.
34	Інтерполяційний поліном Лагранжа.
35	Регресійний аналіз. Постановка задачі.
36	Метод найменших квадратів. Система нормальних рівнянь.
37	Диференціальні рівняння. Види диференціальних рівнянь. Класифікація математичних моделей в залежності від виду диференціальних рівнянь.

№ п/п	Зміст питання
38	Звичайне диференціальне рівняння. Інтегральна крива . Загальний розв'язок. Задача Коши.
39	Модель «хижак-жертва». Модель Ланкастера. Опис.
40	Наведіть приклад моделі, що описується системою звичайних рівнянь.



## 4. ЗРАЗОК ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

### Варіант № 31

#### Завдання 1.

Вивчити теоретичні відомості про систему комп'ютерної математики **MATLAB**, які знаходяться вище та в літературі [1 – 6].

Відповісти письмово на три питання відповідно до свого варіанта.

Номера питань для виконання завдання № 1

Номер варіанта	Номера питань
31	40, 41, 42

Теоретичні питання до завдання № 1

Номер питання	Зміст питання
40	Записати типові використання системи <b>MATLAB</b> .
41	Як здійснюється процес розв'язання диференціального рівняння чисельним методом у <b>MATLAB</b> ?
42	Для чого призначена функція <b>meshgrid</b> ?

#### Відповідь.

Питання 40. Записати типові використання системи **MATLAB**.

Типове використання **MATLAB** – це:

- створення алгоритмів;
- математичні обчислення
- моделювання;
- аналіз даних, дослідження і візуалізація;
- наукова і інженерна графіка;
- розробка додатків, включаючи створення графічного інтерфейсу.

Питання 41. Як здійснюється процес розв'язання диференціального рівняння чисельним методом у **MATLAB**?

Здійснення процесу розв'язання починається з визначення **m**-файлу, який описує праву частину заданого диференціального рівняння (вихідне диференціальне рівняння повинно бути вирішено відносно старшої похідної). Потім застосовуємо звертання до вирішувача ЗДР **ode\*\***. Якщо використовувати команду без вказування шуканих параметрів (**T**, **Y**), то команда **ode\*\*** виконується таким чином, що одразу будується графік (див. рис. 2.3), який визначається з вихідних значень.

Якщо при використанні вирішувача ЗДР **ode\*\*** та вказати в лівій частині командного рядка масив вихідних значень [**T**,**Y**], то після обчислення з'являються чисельні значення розв'язку диференціального рівняння.

Питання 42. Для чого призначена функція **meshgrid**?

Функція **meshgrid** призначена для формування сітки при побудові графіка функції двох незалежних змінних.

### Завдання 2.

Виконати приклади обчислення математичних виразів при певному значенні змінної.

Варіант функції для виконання завдання № 2

Номер варіанта	Функція
31	$y = \frac{\sin x - x^2}{\ln(1-x)} \sqrt{e^x + 4x}, x = -0,2$

### Відповідь.

```
>> x=-0.2; y=(sin(x)-x^2)/log(1-x)*sqrt(exp(x)+4*x)
y =
-0.1792
```

### Завдання 3.

Обчислити значення функції для визначених значень аргументу  $x$ :  $-1 \leq x \leq 1$ ,  $\Delta x = 0.1$ . Результат визначити в різних форматах і проаналізувати інформацію про змінні за допомогою команди **whos**.

Варіант функції для виконання завдання № 3

Номер варіанта	Функція
31	$y = \frac{\sin x - x^2}{\ln(1-x)} \sqrt{e^x + 4x}$

### Відповідь.

```
>> x=-1:0.1:1;
>> y=(sin(x)-x.^2)./log(1-x).*sqrt(exp(x)+4*x)
y =
Columns 1 through 3
    0 - 5.0631i    0 - 4.4361i    0 - 3.8300i
Columns 4 through 6
    0 - 3.2441i    0 - 2.6767i    0 - 2.1236i
Columns 7 through 9
    0 - 1.5744i    0 - 0.9957i -0.1792
Columns 10 through 12
-0.8188         NaN         -1.0461
Columns 13 through 15
-1.0110        -0.9201         -0.7897
Columns 16 through 18
-0.6322        -0.4589         -0.2810
Columns 19 through 21
-0.1120         0.0285           0
```

### Завдання 4.

Побудувати графіки функцій однієї змінної на вказаних інтервалах. Вивести графіки різними способами:

- в окремі графічні вікна;
- в одне вікно на одні вісі;
- в одне вікно на окремі вісі.

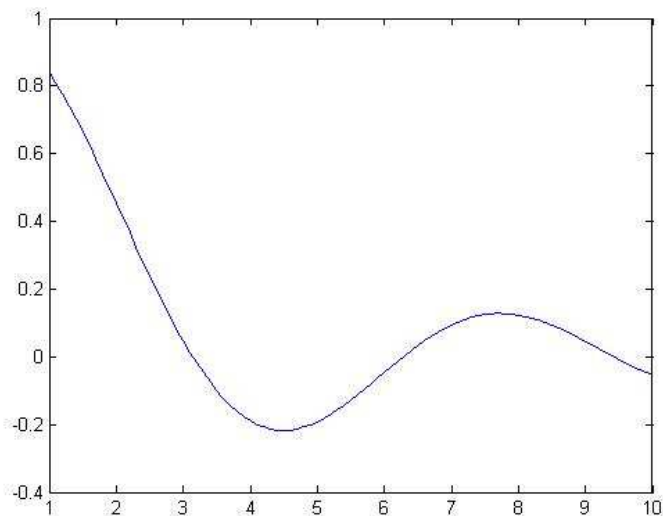
Дати заголовки, розмістити підписи до вісей, легенду, рекомендується використовувати різні кольори, стилі ліній і типи маркерів, нанести сітку.

Варіант функції для виконання завдання № 3

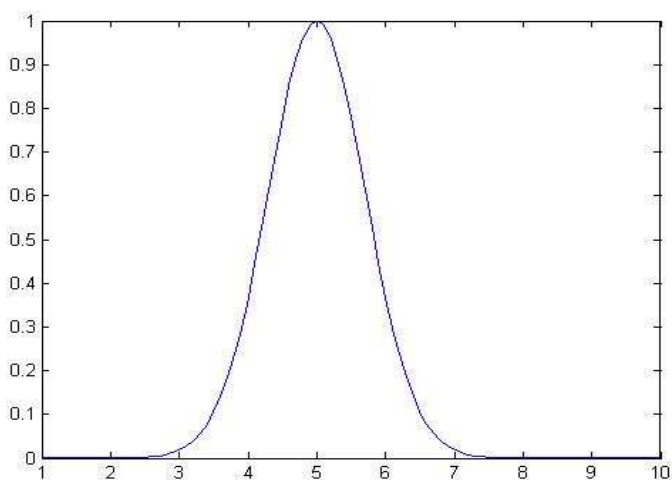
Номер варіанта	Функція
31	$f = \frac{\sin x}{x}, g = e^{-(x-5)^2}, x \in [1, 10]$

**Відповідь.**

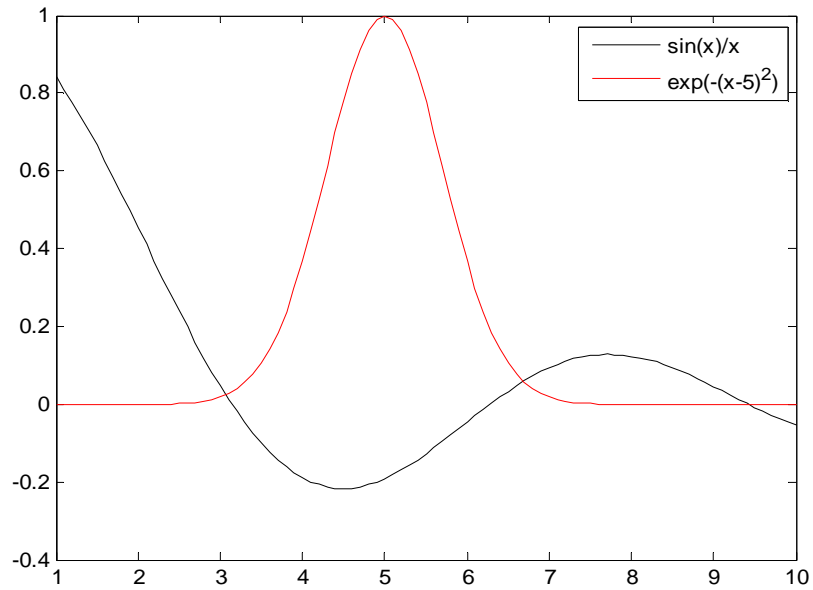
```
>> x=1:0.1:10;  
>> f=sin(x)./x; g=exp(-(x-5).^2);  
>> plot(x,f)
```



```
>> figure  
>> plot(x,g)
```



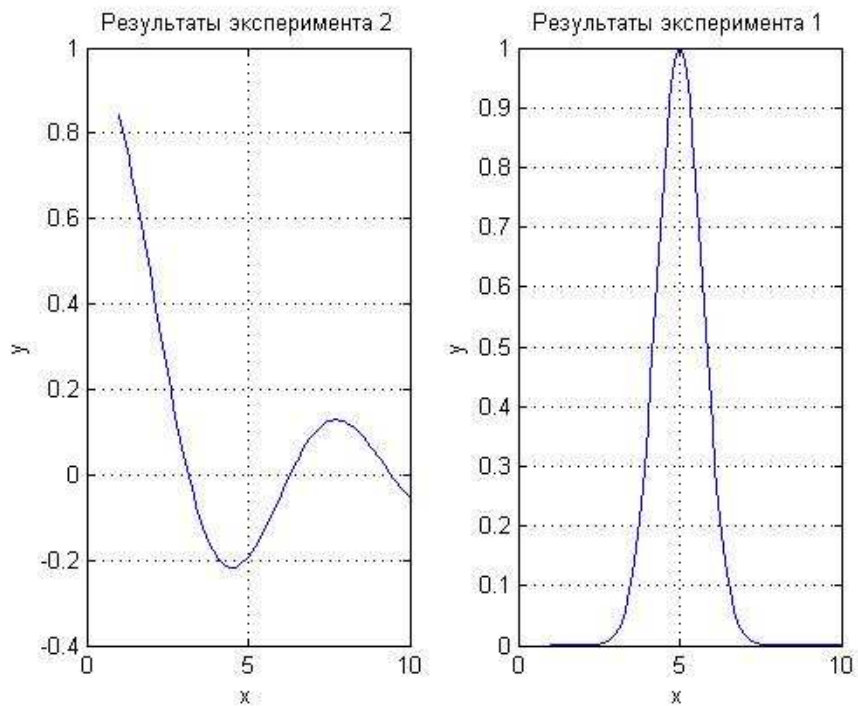
```
>> figure  
>> plot(x,f,'-k',x,g,'-r'); legend('sin(x)/x', 'exp(-(x-5)^2)')
```



```

>> figure
>> subplot(1,2,1)
>> plot(x,f)
>> xlabel('x'); ylabel('y');title('sin(x)/x');
>> grid on
>> subplot(1,2,2)
>> plot(x,g)
>> xlabel('x'); ylabel('y');title('exp(-(x-5)^2)'); grid on

```



## Завдання 5.

Сформувати графічне вікно, у якому будуть виведені графік функції двох змінних  $z(x, y)$  як каркасна та освітлена поверхні, графік функції однієї змінної, стовпчикова та кругова діаграми, що задаються масивом елементів.

Варіант функції для виконання завдання № 5

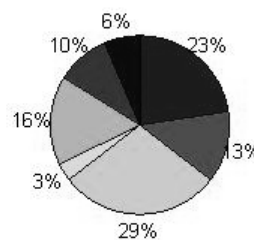
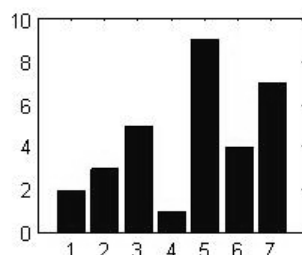
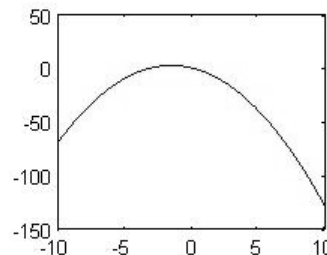
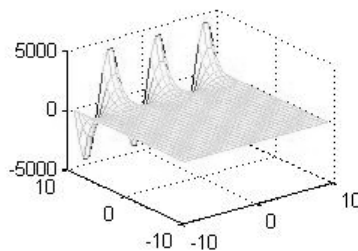
Номер варіанта	Функція
31	$z(x, y) = e^{y-1} \sin x, x, y \in [-3\pi, 3\pi]$

Номер варіанта	Функція
31	$f = -x^2 - 3x$

Номер варіанта	Вектор
31	[2 3 5 1 9 4 7]

## Відповідь.

```
>> [x,y]=meshgrid(-3*pi:pi/5:3*pi); z=exp(y-1).*sin(x); figure
>> subplot(2,2,1); mesh(x,y,z); x=-10:0.1:10;
>> f=-x.^2-3*x; subplot(2,2,2); plot(x,f); subplot(2,2,3);
>> x=[2,3,5,1,9,4,7]; bar(x); subplot(2,2,4); pie(x)
```



## Завдання 6.

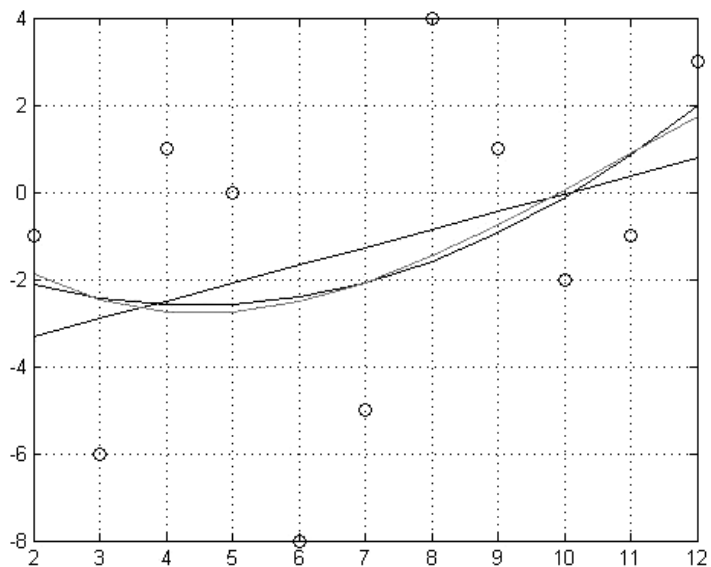
Апроксимувати задану залежність  $y(x)$  поліномами 1-ї, 2-ї і 3-ї степенів та вивести в єдиному графічному вікні початкові дані і результати їх апроксимації.

Варіант функції для виконання завдання № 6

Номер варіанта	Вектори
31	$x=[2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12],$ $y=[-1, -6, 1, 0, -8, -5, 4, 1, -2, -1, 3]$

## Відповідь.

```
>> x=[2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12]; y=[-1 -6 1 0 -8 -5 4 1 -2 -1 3];  
>> P=polyfit(x,y,1); yy=polyval(P,x);  
>> plot(x,y,'or',x,yy,'-b');grid on  
>> hold on  
>> P=polyfit(x,y,2); yy=polyval(P,x);  
>> plot(x,yy,'-m'); P=polyfit(x,y,3);  
>> yy=polyval(P,x); plot(x,yy,'-g');
```



## Завдання 7.

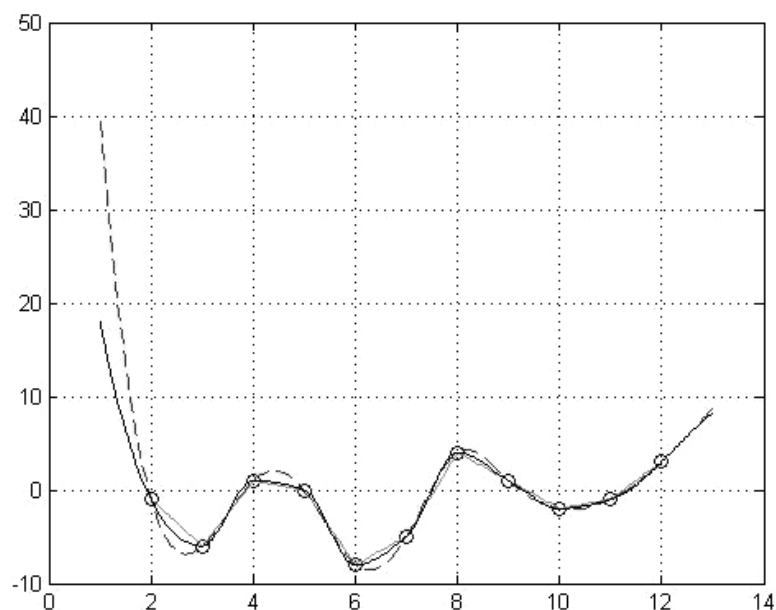
Інтерполювати задану залежність за умов використання відповідних команд для лінійної, сплайн та кубічної інтерполяцій, вивести початкові дані і результати інтерполяції в єдиному графічному вікні.

Варіант функції для виконання завдання № 7

Номер варіанта	Вектори
31	$x=[2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]$ , $y=[-1, -6, 1, 0, -8, -5, 4, 1, -2, -1, 3]$

### Відповідь.

```
>> x=[2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12];  
>> y=[-1 -6 1 0 -8 -5 4 1 -2 -1 3];  
>> xx=1:.05:13;  
>> yy1=interp1(x,y,xx,'linear');  
>> yy2=interp1(x,y,xx,'spline');  
>> yy3=interp1(x,y,xx,'cubic');  
>> plot(x,y,'or');grid on;hold on;  
>> plot(xx,yy1,'g-',xx,yy2,'m--',xx,yy3,'k-');
```





## Завдання 8.

Для заданого лінійного диференціального рівняння першого порядку

$$y' + P(t)y = Q(t)$$

виконати наступні дії:

- розв'язати задачу Коші для рівняння  $y' + P(t)y = Q_1(t)$  за допомогою команд з підпаketу **Symbolic Math** системи **MATLAB** та побудувати сімейство інтегральних кривих;
- чисельними методами **MATLAB** розв'язати задачу Коші для рівняння  $y' + P(t)y = Q_2(t)$  на проміжку  $t = [0, 5]$  та побудувати сімейство інтегральних кривих;

Варіант функції для виконання завдання № 3

Номер варіанта	Початкові умови	Рівняння
31	$y_1(0) = -0.5, y_2(0) = 0,$ $y_3(0) = 0.5, y_4(0) = 1,$ $y_5(0) = 1.5$	$y' + 2y = 3x$
		$y' + 2y = 3\sin x$

**Відповідь.**

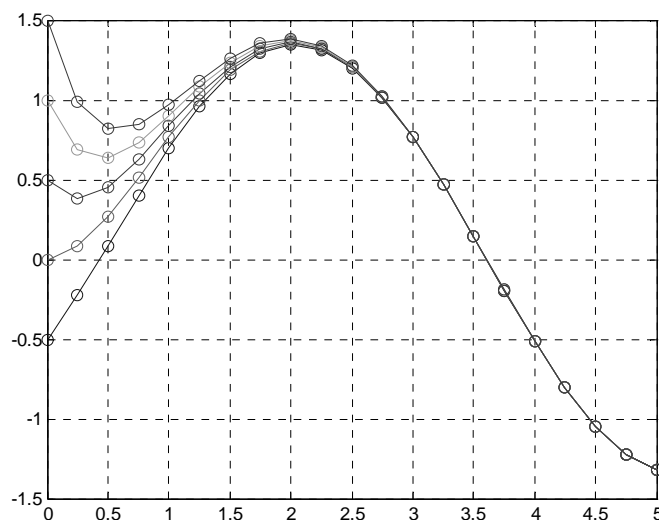
Формуємо m-файл:

```
function f=odu1(x,y)
```

```
f=3*sin(x)-2*y ;
```

У командному вікні виконуємо дії :

```
tspan=0:0.25:5;y0=-0.5:0.5:1.5; ode45('odu1',tspan,y0);grid on
```



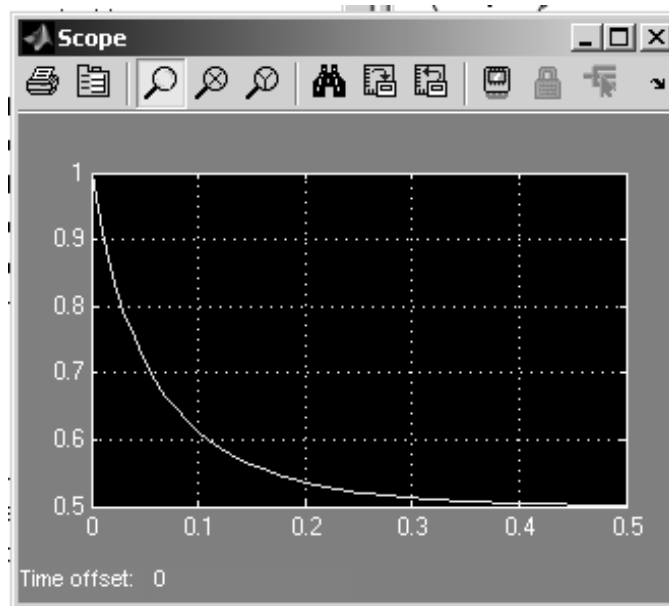
### Завдання 9.

Використовуючи модель приклада 2 (стор.36) побудувати логістичну криву приросту популяції, якщо початкове значення щільності особин  $N_0 = 1$ , коефіцієнт народжуваності  $a = 10$ , коефіцієнт смертності  $b = 20$ , час симуляції  $t_{sim} = 1$  с.

#### Відповідь

Блок-схема буде аналогічна побудованої до приклада 2. Розкривши блок інтегратора, задамо початкове значення:  $N_0 = 1$ . Після закінчення моделювання, розкриваючи блок **Scope**, можна побачити графік, що демонструє динаміку росту популяції  $N(t)$  (див. рис.).

Істотно змінюється характер кривої, що описує динаміку зміни популяції. Така відмінність обумовлена відношенням параметрів  $a$  і  $b$  до початкового значення  $N_0$ .



Якщо  $\frac{a}{b} > N_0$ , то логістична крива, що описує динаміку росту популяції, наближається до значення  $\frac{a}{b}$  знизу, якщо відношення

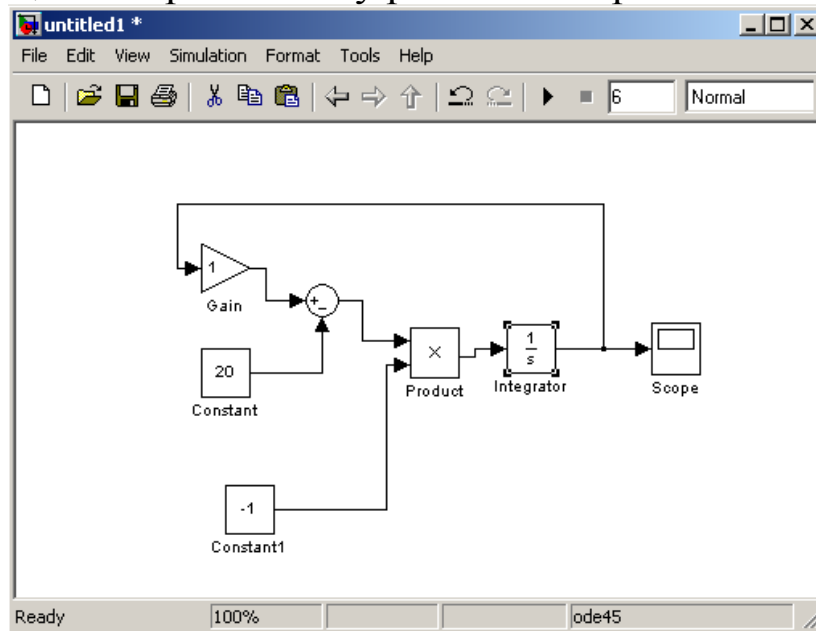
$\frac{a}{b} < N_0$ , то щільність популяції зменшується й логістична крива прагне до  $\frac{a}{b}$  зверху.

### Завдання 10.

Зобразити графік розв'язання задачі охолодження тіла при  $k = 1$ ,  $T_{okp} = 20$ ,  $T_0 = 30$ ,  $t_{sim} = 6$ .

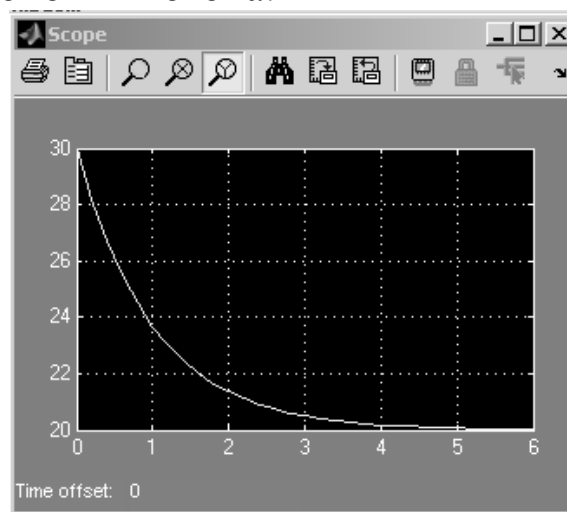
### Відповідь.

Закон Ньютона про охолодження описується диференціальним рівнянням вигляду  $\frac{dT}{dt} = -k(T - T_n)$ , де  $k$  – позитивна константа,  $T(t)$  – температура тіла в момент  $t$ ,  $T_n$  – температура навколишнього середовища. Створимо схему розв'язання рівняння



і, розкривши блок інтегратора, задамо початкове значення:  $T_0 = 30$ .

Після закінчення моделювання, розкриваючи блок **Scope**, можна побачити графік, що демонструє криву  $T(t)$ , що описує охолодження тіла за законом Ньютона.



### **Завдання 11.**

Вивчити теоретичні відомості з лекційного курсу, які також можуть бути знайдені в списку літератури [1 - 9]. Відповісти письмово на три питання відповідно до свого варіанта.

Номера питань для виконання завдання № 11

Номер варіанта	Номера питань
31	41, 42, 43

#### Теоретичні питання до завдання № 11

Номер питання	Зміст питання
41	Що таке диференціальні рівняння в частинних похідних?
42	Дати поняття математики. Її роль у процесі пізнання.
43	Привести схему обчислювального експерименту.

### **Відповідь.**

Питання 41.

Диференціальні рівняння в приватних похідних (ДУЧП) - це рівняння, що містять невідомі функції від декількох змінних і їх приватні похідні.

Розв'язком диференціальних рівнянь в приватних похідних в загальному випадку будуть функції не одного, а декількох аргументів, похідні за яким (приватні похідні) і формують вихідні рівняння.

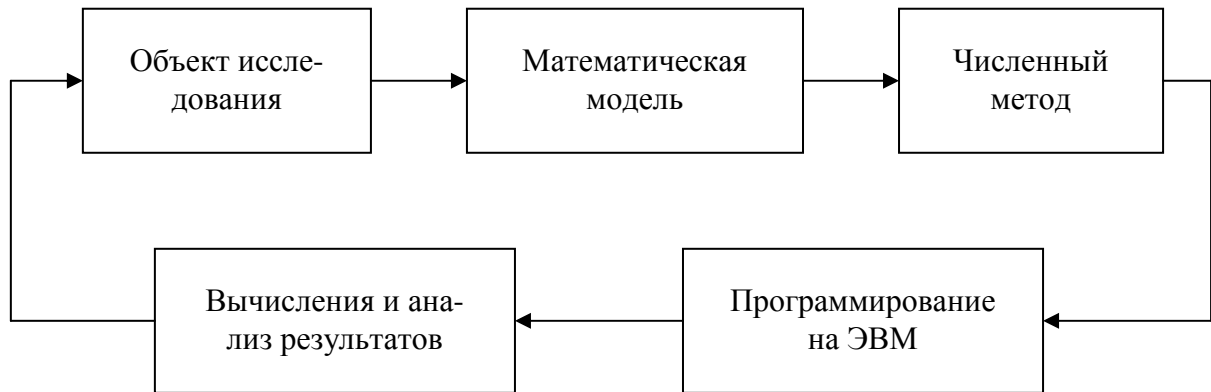
Питання 42.

Математика – наука про кількісні відношення та просторові форми оточуючого реального світу.

У людському розвитку математика надавала і надає істотний вплив. І її прояви неможливо не оцінити. Можливості застосування математики завжди залежали від двох факторів: від рівня розвитку математичної думки і математичних понять і від ступеня вивченості об'єкта, який піддається математичному дослідженню. Математичні поняття в процесі свого становлення і розвитку ґрунтуються на вивченні предметів і об'єктів дослідження з їх неповторними властивостями в усьому їх різноманітті. Виходячи з вищесказаного необ-

хідно бачити і чітко уявляти собі взаємозв'язки, що виникають між об'єктами. І ці відносини також повинні бути відображені в математичних дослідженнях.

Питання 43. Схема обчислювального експерименту:



## ЛИТЕРАТУРА

1. Ануфриев И.Е., Смирнов А.Б., Смирнова Е.Н. MATLAB 7. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 1104 с.
2. Говорухин В., Цибулин В. Компьютер в математическом исследовании. Учебный курс. – СПб.: Питер, 2001. – 624 с.
3. Курбатова Е.А. MATLAB 7. Самоучитель. – М.-СПб.-Киев: Диалектика, 2006. – 250 с.
4. Мышкис А.Д. Элементы теории математических моделей. 3-е изд., испр. – М.: КомКнига, 2007. – 192 с.
5. Потёмкин В.Г. Введение в MATLAB. М., "Диалог-МИФИ", 2000. – 350 с.
6. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. 2-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2001.
7. Смирнов В.И. Курс высшей математики, том второй, М., Наука, 1974. – 656 с.
8. Смирнов В.И. Курс высшей математики, том первый, М., Наука, 1974. – 480 с.
9. Тихонов А.Н., Костомаров Д.П. Вводные лекции по прикладной математике. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 192 с.

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
1 РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА З ДИСЦИПЛІНИ «КОМП'ЮТЕРНІ МАТЕМАТИЧНІ ТЕХНОЛОГІЇ».....	4
2 ТЕОРЕТИЧНИЙ МІНІМУМ.....	7
2.1 ПОЧАТКОВІ ВІДОМОСТІ ПРО СКМ MATLAB.....	7
2.1.1 Введення у систему MATLAB. Типи даних. MATLAB як науковий калькулятор. Найпростіші операції з числами.....	7
2.1.2 Інтерфейс MATLAB.....	8
2.1.3 Довідкова система.....	9
2.1.4 Формати виведення результатів обчислень.....	9
2.1.5 Операції з числами у MATLAB. Представлення різних типів даних на комп'ютері.....	10
2.1.6 Елементарні математичні функції.....	11
2.1.7 Знаходження значення функції при заданих значеннях ар- гументу. Особливості використання операторів.....	13
2.2. ВІЗУАЛІЗАЦІЯ ДАНИХ У MATLAB.....	15
2.2.1 Побудова простих графіків функцій. Стилi графіків.....	15
2.2.2.Оформлення графіків функцій.....	17
2.2.3 Візуалізація векторних та матричних даних. Побудова діаг- рам .....	19
2.2.4 Побудова графіків функції двох змінних.....	19
2.2.5 Візуалізація графіків декількох функцій в одному графічно- му вікні.....	21
2.3. ПОЛІНОМИ ТА АЛГОРИТМИ ЇХ ОБЧИСЛЕННЯ. АПРОК- СИМАЦІЯ ТА ІНТЕРПОЛЯЦІЯ ДАНИХ.....	22
2.3.1. Команди обчислювання поліномів.....	22
2.3.2. Обчислення значення поліному при заданій величині	23
2.3.3. Апроксимація та інтерполяція даних. Методи обробки ек- периментальних даних у системі MATLAB.	23
2.3.4 Одновимірна апроксимація даних. Засоби апроксимації.	25
2.4 РОЗВ'ЯЗАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ.....	28
2.4.1 Використання команд групи ODE системи MATLAB для розв'язання звичайних диференціальних рівнянь першого поряд- ку.....	28
2.4.2 Розв'язання звичайних диференціальних рівнянь вищих по-	31

рядків.....	
2.5. РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ МОДЕЛЮВАННЯ, ЯКІ ОПИСУ- ЮТЬСЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИМИ РІВНЯННЯМИ ТА СИСТЕ- МАМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ, У СЕРЕДОВИЩІ SIMULINK	32
2.5.1. Початкові відомості про систему SIMULINK	32
2.5.2. Розв'язання диференціальних рівнянь та систем диференці- альних рівнянь	35
3 ПЕРЕЛІК ЗАВДАНЬ ДО КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ .....	39
4 ЗРАЗОК ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ ..	56
ЛІТЕРАТУРА.....	70



Навчальне видання

## МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання контрольної роботи з курсу "Комп'ютерні математичні технології" на основі використання математичної системи MATLAB

Для студентів інженерних спеціальностей заочної форми навчання

Укладачі: Лісіна Ольга Юліївна, Наталія Миколаївна Мірошніченко

Відповідальний за випуск Колодяжний В.М.

Редактор

Комп'ютерна верстка

План 2011, поз.

Підписано до друку

Формат 60×80 1/16. Папір газетний. Гарнітура Times New Roman.

Друк. Умовн. друк. арк. . Обл.-вид. арк.

Замовлення № . Тираж прим. Ціна договірна.

Усл. печ. л. 17.25

Уч.-ізд. л.

Тираж 350 екз.

Заказ №

Ціна

---

ХНАДУ, 61200, м. Харків, вул. Петровського, 25

---

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

---