

Міністерство освіти і науки України

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних занять з дисципліни
«Введення в дослідження операцій в транспортних системах»
для студентів денної форми навчання
спеціальностей 7.100401, 7.100402, 7.100403

Затверджено методичною
радою університету,
протокол

Харків 2010

Укладачі: доц. Плехова Г.А.
ас. Козачок Л.Н.

Кафедра прикладної математики

Мета вивчення дисципліни “Введення в дослідження операцій в транспортних системах” – формування у студентів знань основних положень загальної методології дослідження операцій на транспорті, методів та моделей дослідження операцій при розв'язанні транспортних задач.

При вивченні дисципліни студенти повинні закріпити теоретичний матеріал, вирішуючи конкретні задачі на практичних заняттях,

В процесі управління, організації та планування роботи транспортних засобів дуже часто виникають задачі оптимізаційного характеру, тобто коли з безліч варіантів використання наявних ресурсів, транспортно-технологічних схем та ін. необхідно вибрати кращий варіант. Ці задачі, як правило, виражають прагнення досягти максимуму або мінімуму деякого, раніше вибраного показника якості процесу (роботи), а вони виникають з-за обмеженості наявних ресурсів. В зв'язку з цим, оптимальний план знаходиться серед планів, які задовольняють обмеження, які накладаються ресурсами на параметри управління. Все це потребує від спеціаліста знань та вмінь в області оптимального управління та планування.

Запропоновані завдання передбачають використання при розв'язанні задач методів математичного програмування (лінійного, динамічного), сітьового планування та управління, комбінаторного аналізу.

Навчальним планом передбачено читання-лекцій – 36 годин та проведення практичних занять - 36 годин. По закінченню семестру студенти складають іспит.

Аудиторні практичні заняття (згідно з розкладом) включають усне опитування студентів для виявлення ступеня їх підготовленості до виконання завдань (перелік контрольних запитань наведені у кожному завданні), розгляд методики виконання завдань, визначення початкових даних та самостійне виконання особистих завдань.

Самостійна поза аудиторна підготовка являє собою вивчення матеріалу лекцій та літературних джерел, рекомендованих до кожного завдання. В разі потреби завершуються розрахунки попереднього завдання.

Після виконання особистих завдань студенти оформляють звіт про практичні заняття в рукописному (машинописному) вигляді, бажано на аркушах листах формату А4. При цьому розрахунки супроводжуються коротким пояснювальним текстом, в якому показується параметр та розрахунки. Параметрам, які входять до формул, необхідно дати визначення та вказати розмірність, якщо вона є. В кінці звіту необхідно зробити висновки та навести перелік використаних літературних джерел, на які є посилання в тексті. Титульний лист оформляється у звичайному порядку. Остаточний оформлений звіт повинен бути підписаний студентом та представлений для перевірки та затвердження, після цього студент допускається до іспиту.

ЗАНЯТТЯ 1

Розробка математичної моделі лінійного програмування та графоаналітичний метод її розв'язання.

Мета заняття – придбати практичні навички складання математичної моделі задачі лінійного програмування та її розв'язання графоаналітичним методом.

Завдання. Скласти математичну модель задачі та розв'язати її графоаналітичним методом.

Задача. Необхідно сформулювати і спрямувати до сільськогосподарських районів A і B вантажно-транспортні загоны для вивозу врожаю. Укомплектованість кожного загону технічними засобами та їх загальна кількість наведені в табл. 1.1. Необхідно визначити кількість вантажно-транспортних загонів, направлених до кожного району, забезпечивши максимальний вивіз врожаю з урахуванням добової продуктивності; значення надані в табл. 1.2.

Вказівки до виконання

За своїм варіантом в табл. 1.1 та 1.2 знайти вихідні дані. Варіант завдання в табл. 1.1 для сільськогосподарських районів відповідає останній цифрі номера залікової книжки, а для загальної кількості технічних засобів – передостанній; в табл. 1.2 варіант завдання визначається цілою частиною результату, отриманого від ділення суми двох останніх цифр номера залікової книжки на два.

Виконання завдання здійснюється у такій послідовності:

1. Складання математичної моделі задачі.

1.1. Вибір параметрів управління.

Візьмемо за параметри управління кількість загонів, які треба відправити до сільськогосподарських районів A та B . Їх кількість невідома, тому нехай x_1 – кількість загонів, спрямованих до району A ;
 x_2 – кількість загонів, спрямованих до району B .

Вектор $X=(x_1; x_2)$ – вектор управління або план, і знайти його треба такий, щоб забезпечити максимальне виконання завдання згідно з умовою задачі.

1.2. Встановлення критерія оптимальності.

При розв'язанні даної задачі нам потрібно забезпечити максимальний вивіз врожаю із с/г районів A і B . Добова продуктивність по вивозу врожаю для кожного загону, спрямованого до району A позначається p_1 , а така ж характеристика для району B – p_2 , значення яких наведені у таблиці 1.2.

Тоді із району A за добу буде вивезено врожаю $p_1 x_1$, а із району B – $p_2 x_2$.

Згідно з умовою задачі нам необхідно знайти такі x_1 та x_2 , щоб величина, яка дорівнює $p_1 x_1 + p_2 x_2$ набувала свого максимального значення.

1.3. Складання системи обмежень та вираження цільової функції.

Крім продуктивності в задачі надаються умови, яким повинна відповідати укомплектованість кожного вантажно-транспортного загону та загальна кількість технічних засобів. Ми маємо чотири види технічних засобів, їх кількість у кожному загоні j -го району $j = \overline{1,2}$ позначимо $a_{ij}, i = \overline{1,4}$, а загальну кількість машин i -го виду, $i = \overline{1,4}$ позначимо b_i , тому

$$\sum_{j=1}^2 a_{ij} x_j \leq b_j, i = \overline{1,4}$$

Ці нерівності, які задаються умовою задачі і складають систему обмежень для невідомих x_1, x_2 , а нерівностей у системі буде стільки, скільки видів машин :

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 \leq b_3, \\ a_{41}x_1 + a_{42}x_2 \leq b_4. \end{cases}$$

Цільовою функцією виберемо ту функцію, екстремальне значення якої ми бажаємо знайти. У нашій задачі необхідно знайти максимальний вивіз врожаю, тобто максимальне значення функції

$$Z = p_1 x_1 + p_2 x_2.$$

Детальніше, потрібно отримати такий план $X = (x_1, x_2)$, який визначає кількість загонів, спрямованих до району A та B таку, що значення функції $Z = z(X)$ буде максимальним.

1.4. Запис математичної моделі задачі.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 \leq b_3, \\ a_{41}x_1 + a_{42}x_2 \leq b_4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$$

$$Z = p_1x_1 + p_2x_2 \rightarrow \max.$$

2. Розв'язання задачі лінійного програмування графоаналітичним методом.

2.1. Побудова багатокутника системи обмежень та лінії рівня цільової функції.

Побудуємо область припустимих значень для невідомих x_1 та x_2 , яка об'єднує всі умови, яким вони задовольняють. Ця множина Ω для x_1, x_2 графічно буде мати вигляд багатокутника (у загальному вигляді).

2.2. Визначення напрямку переміщення лінії рівня цільової функції.

Напрямок максимального зростання функції Z визначається вектором

градієнтного напрямку $gradZ = \frac{\partial z}{\partial x_1} \bar{i} + \frac{\partial z}{\partial x_2} \bar{j}$, тобто

$$\bar{P} = gradZ = (p_1, p_2).$$

Градiєнтний вектор завжди перпендикулярний лінії рівня цільової функції Z .

2.3. Знаходження оптимальних значень параметрів управління.

а) побудувати вектор $\bar{P} = (p_1, p_2)$;

б) побудувати пряму, яка проходить через початок координат та перпендикулярна вектору \bar{P} – лінію рівня цільової функції;

в) переміщати лінію рівня цільової функції у напрямку вектора \bar{P} ;

г) функція Z набуває свого максимального значення в останній точці зустрічі лінії рівня з багатокутником рішень. Це буде вершина багатокутника рішень, або його сторона, координати якої і будуть рішенням задачі.

2.4. Перевірка аналітичне здобутих значень параметрів управління розв'язанням відповідної системи рівнянь.

3. Написати висновок виконання практичного заняття, в якому вказати знайдені значення невідомих та максимального значення функції Z .

Таблиця 1.1 – Кількість технічних засобів вантажно-транспортного загону та загальна їх кількість

Варіант	Технічні засоби			
	Автомобіль	Техдопомога	Навантажений механізм	Меддопомога
Сільськогосподарський район <i>A</i>				
0	100	2	1	1
1	50	1	1	1
2	75	1	1	1
3	150	3	2	2
4	60	1	1	1
5	80	2	1	1
6	90	2	1	1
7	70	1	1	1
8	120	3	2	2
9	110	2	2	1
Сільськогосподарський район <i>B</i>				
0	150	3	2	2
1	75	1	1	1
2	100	2	1	1
3	100	2	1	1
4	90	2	1	1
5	120	3	2	2
6	60	1	1	1
7	120	3	2	2
8	80	2	1	1
9	70	1	1	1
Загальна кількість технічних засобів				
0	1200	18	16	8
1	1000	16	17	7
2	900	14	15	9
3	1500	19	12	10
4	1100	17	10	8
5	1400	18	11	7
6	800	14	9	8
7	950	15	10	9
8	1050	16	12	10
9	1150	17	14	12

Таблиця 1.2 – Продуктивність добова вантажно-транспортних загонів

Сільськогосподарський район	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<i>A</i>	5,0	6,0	4,5	5,5	3,5	2,5	6,5	4,0	5,5	3,0
<i>B</i>	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0	4,5	3,0	5,5	2,5	4,5

Контрольні запитання

1. Мета застосування економіко-математичних методів в управлінні та організації транспортного виробництва.
2. Перелік задач транспортного виробництва, що розв'язуються з використанням математичних методів.
3. Оптимальне рішення.
4. Значення понять лінійне, нелінійне та динамічне програмування.
5. Структура математичної моделі загальної задачі лінійного програмування.
6. Основні етапи побудови математичної моделі.
7. Геометричні образи структурних елементів математичної моделі.
8. Порядок розв'язання загальної задачі лінійного програмування.
9. Альтернативні оптимальні рішення.

ЛІТЕРАТУРА [1, 3, 4, 5]

ЗАНЯТТЯ 2

Рішення задачі лінійного програмування симплекс-методом.

Мета заняття – придбати практичні навички рішення задач лінійного програмування симплекс-методом, використовуючи симплекс-таблицю.

Завдання. Вирішити симплекс-методом задачу лінійного програмування, використовуючи симплекс-таблиці. Знайти додаткові значення змінних x_1, x_2, x_3 , які спрямовують в максимум лінійну форму (2.2) при умовах (2.1).

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \leq b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 \leq b_3 \end{cases} \quad (2.1)$$

$$F = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 \rightarrow \max. \quad (2.2)$$

Вказівки до виконання

За своїм варіантом в табл. 2.1 знайти значення постійних величин виражень (2.1) та (2.2), де i – остання, j – предостання цифра номеру залікової книжки.

Таблиця 2.1 - Значення постійних величин

$a_{11} = 2 + i$	$a_{12} = 7 + j$	$a_{13} = 1 + i$	$b_1 = 12 + i + j$
$a_{21} = 3 + j$	$a_{22} = 3 + i$	$a_{23} = 2 + j$	$b_2 = 18 + i + j$
$a_{31} = 2 + i + j$	$a_{32} = 2 + i + j$	$a_{33} = 2 + j$	$b_3 = 17 + i + j$
$c_0 = 0$	$c_1 = 2 + i + j$	$c_2 = 5 + j$	$c_3 = 3 + i$

Виконання завдання здійснюється у такій послідовності:

1. Записати систему обмежень для невідомих у канонічному вигляді.

Введемо додаткові змінні x_4, x_5, x_6 до кожної нерівності системи для того, щоб записати їх у вигляді рівнянь.

Якщо кожне обмеження має змінну, яка входить до лівої частини рівняння з коефіцієнтом 1, а до всіх інших обмежень – з коефіцієнтом 0, то ця система обмежень представлена у переважному виді. Для нашої задачі система обмежень має переважний вигляд відносно змінних x_4, x_5, x_6 .

2. Скласти опорний план.

Якщо усі змінні, крім переважних прирівняти до 0, то переважні змінні будуть дорівнювати правим частинам рівнянь системи обмежень b_1, b_2, b_3 . Згідно з теоремою о структурі координат базисного рішення отримане рішення (план) буде опорним.

$$X_0 = (0, 0, 0, b_1, b_2, b_3) - \text{базисне рішення,}$$

x_4, x_5, x_6 – базисні змінні,

x_1, x_2, x_3 – вільні змінні.

3. Симплекс – таблиця.

Записати усі дані до симплекс – таблиці, основна частина якої складається з коефіцієнтів при основних змінних усіх рівнянь і одиничної матриці.

Симплекс-метод складається з математичних кроків, при яких від початкового опорного плану ми рухаємось до знаходження такого рішення, при якому функція цілі отримає своє максимальне значення, – знаходимо оптимальний план.

4. Кроки метода:

а) Оцінки змінних.

До симплекс-таблиці нижче додають рядок (індексний рядок), в яку записують оцінки змінних, обчислені за формулами:

$\Delta_0 = c_B A_0$, де c_B – коефіцієнти при базисних змінних у функції цілі;

$A_0 = (b_1, b_2, b_3)$ – вектор вільних членів у системі обмежень.

Δ_0 дає значення функції цілі для наданого плану X_0 .

$$\Delta_0 = z(X_0)$$

$\Delta_0 = c_B A_j - c_j$; – оцінки вільних змінних, де

A_j – вектор коефіцієнтів при цій змінній у системі обмежень;

c_j – коефіцієнт при цій змінній у запису функції цілі.

Оцінки базисних змінних завжди дорівнюють 0.

Отриманий план дає функції цілі максимальне значення $z(X_0) = \Delta_0 = \max Z$, якщо усі оцінки вільних змінних невід'ємні.

Тобто вести обчислення у симплекс-методі потрібно до тих пір, доки усі оцінки вільних змінних не стануть ≥ 0 .

б) Розв'язуючий стовпчик та рядок.

Після того, як знайдені Δ_j із значень $\Delta_j < 0$ обираємо найменше, відповідний стовпчик називають розв'язуючим.

Щоб отримати розв'язуючий рядок треба елементи стовпчика правих частин поділити на додатні елементи розв'язуючого стовпчика та серед отриманих часток обираємо найменшу:

$$\min_{a_{ij_0} > 0} \left\{ \frac{b_i}{a_{ij_0}} \right\} = \frac{b_{i_0}}{a_{i_0 j_0}} .$$

Це число буде відповідати деякому рядку i_0 , цей рядок називають розв'язуючим.

При рішенні задачі на $\max Z$, якщо у розв'язуючому стовпчику нема жодного додатного елемента, то функція цілі Z необмежена зверху та немає \max значення.

Змінну x_{j_0} , яка відповідає розв'язуючому стовпчику треба ввести до складу базисних змінних, а змінну x_{i_0} виводять із базису. Таким чином, не змінив нульові значення інших вільних змінних, потрібно збільшити функцію Z за рахунок зменшення значення x_{j_0} .

в) Друга симплекс-таблиця.

Для нових базисних змінних будують нову симплекс-таблицю, аналогічну першій. Щоб її заповнити, елементи розв'язуючого рядка ділять на розв'язуючий елемент, та результат записують у відповідний рядок, у тій клітинці, де стояв розв'язуючий елемент, тепер буде 1. Інші елементи розв'язуючого стовпчика будуть дорівнювати 0, так як x_{j_0} – базисна.

Щоб знайти інші елементи нової симплекс-таблиці застосовують правило прямокутника:

в початковій таблиці виділяють прямокутник, вершинами якого є потрібні для обчислення елементи;

діагональ, яка містить розв'язуючий та шуканий елементи називають головною, а іншу – побічною;

від добутку елементів головної діагоналі віднімають добуток кутових елементів побічної діагоналі та отримане число ділять на розв'язуючий елемент.

г) Отримавши нову симплекс-таблицю з нею поступають відповідно описаному методу.

Обчислення роблять до тих пір, доки усі Δ_j не стануть ≥ 0 .

За даними останньої симплекс-таблиці визначити значення змінних, які забезпечують оптимальне розв'язання.

Контрольні запитання

1. Як будується симплекс-таблиця?.
2. Як визначаються ключовий стовпець, рядок і число?.
3. Як визначаються числа головного рядку?.
4. Правила визначення похідних чисел.
6. Ознака оптимального рішення.
7. Що визначають в результаті рішення числа в стовпці вільних членів і число в клітинці індексного рядку стовпця вільних членів?.

ЛІТЕРАТУРА [1, 3, 5]

ЗАНЯТТЯ 3

Укладання вихідного припустимого плану перевезень вантажів за допомогою методу північно-західного кута, мінімального елемента рядка або стовпця та методу апроксимації Фогеля.

Мета заняття – придбати практичні навички побудування вихідного припустимого плану перевезень вантажів декількома способами.

Завдання. Скласти вихідний припустимий план перевезень вантажів, користуючись способом північно-західного кута, мінімального елемента строки та апроксимації Фогеля.

Задача. Визначена транспортна задача.

Мається чотири постачальники (A_i) і п'ять споживачів (B_j) вантажу. Наявність вантажу у відправників (a_j), потреба його у споживачів (b_j) та відстані між ними наведені в табл. 3.1. Потрібно знайти вихідний план перевезень вантажів за допомогою декількох методів побудови початкових планів.

Таблиця 3.1 – Наявність та потреба вантажу. Відстані поміж постачальниками та споживачами

Сільськогосподарський район	Споживач								Наявність вантажу, a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	
A_1	$7+i$	$2+j$	$4+i$	$11-j$	$6+j$	$3+i$	$9+j$	$14-i$	$75+10j$
A_2	$2+j$	$6+i$	$3+j$	$12-i$	$7+i$	$10-j$	$5+j$	$4+j$	$220-5j$
A_3	$8+j$	$12-i$	$9+j$	$4+i$	$13-j$	$8+i$	$7+i$	$10+j$	$150-5j$
A_4	$18-i$	$6+j$	$12+i$	$17-j$	$15-i$	$13-j$	$4+i$	$2+i$	$80+15i$
A_5	$16-j$	$18-i$	$15-i$	$4+i$	$5+j$	$7+j$	$3+i$	$21-j$	$175-10i$
A_6	$19-j$	$6+i$	$21-j$	$2+j$	$23-i$	$17-i$	$14-j$	$12-i$	$150-5i$
Потреб вантажу, b_j	$60+15i$	$80+5i$	$120-5i$	$140-5i$	$70+5j$	$130-5j$	$90+10j$	$160-10j$	850

Вказівки до виконання

Завдання виконується у такій послідовності:

1. За даними табл. 3.1 скласти транспортну матрицю.
2. Скласти вихідний припустимий план транспортної задачі методом північно-західного кута. Починаючи з клітинки (1;1) порівнюємо наявність та потреби вантажу, заповнюємо її, відповідно переходимо до клітинки (2;1) або (1;2). З тією клітинкою робимо так само, як і з клітинкою (1;1).
3. Скласти вихідний припустимий план транспортної задачі методом мінімального елемента строки. Розглядаючи по черзі кожен елемент строки транспортної матриці, знаходимо у ній мінімальний елемент; порівнюємо наявність та потреби вантажу відповідно до цього елемента, заповнюємо

клітину і переходимо до іншого мінімального елементу у цій строчці або до іншої строки.

4. За даними табл. 3.1 скласти транспортну матрицю, яка відрізняється від попередньої тим, що має додатковий рядок та стовпець різниць.

5. Скласти вихідний припустимий план способом апроксимації Фогеля.

а) Знайти різниці для кожного рядка і стовпця між двома найменшими значеннями цільових елементів (відстаней) та записати їх у відповідні клітин стовпця та рядка різниць.

б) Серед усіх різниць вибрати найбільшу. В стовпці або рядку з найбільшою різницею знайти клітину з найменшими значеннями цільового елементу та заповнити її максимально можливою кількістю вантажу. За наявності двох та більш однакових значень найбільшої різниці знайти та завантажити “сідлову” клітину. Якщо “сідлова” клітинка відсутня, то необхідно визначити додаткові різниці.

в) Заповнити клітинку максимально можливою кількістю вантажу з найменшим значенням цільового елементу рядка або стовпця, що має найбільшу додаткову різницю. В результаті хоча б один стовпець або один рядок будуть виключені з подальшого розгляду.

г) Скорегувати наявність вантажу або його потреби.

д) Повторювати наведені вище операції, доки весь вантаж не буде розподілений.

6. Отриманий припустимий вихідний план з використанням-способу апроксимації Фогеля перевірити на оптимальність.

7. Зробити висновок на рахунок того, який із побудованих планів ближче до оптимального, тобто, при якому плані значення функції цілі найменше.

Контрольні запитання

1. Яким чином заповнюють клітини рядку та стовпця різниць?
2. Що таке “сідлова” клітина?
3. Як визначається додаткова різниця?

ЛІТЕРАТУРА [1]

ЗАНЯТТЯ 4

Рішення транспортної задачі лінійного програмування розподільчим методом.

Мета заняття – закріплення практичних навиків рішення транспортної задачі розподільчим методом.

Завдання. Скласти оптимальний план перевезень вантажів розподільчим методом.

Задача. Постановка задачі та вихідні дані такі ж, як в попередньому занятті. Необхідно скласти вихідний припустимий план перевезень вантажів способом апроксимації Фогеля. Відштовхуючись від вихідного плану перевезень, знайти оптимальний план розподільчим методом.

Вказівки до виконання

Завдання виконується у такій послідовності:

1. За даними табл. 3.1 скласти транспортну матрицю, вважаючи “*i*” – дорівнюється останній, а “*j*” – передостанній цифрі номеру залікової книжки.
2. Знайти оптимальний план транспортної задачі.

Побудувати вихідний припустимий план за допомогою одного із засобів (за вказівкою викладача): північно-західного куту, мінімального значення цільового елемента рядка або стовпця, методу апроксимації Фогеля.

3. Перевірити кількість завантажених клітин, яких повинно бути у кількості $m+n-1=6+8-1=13$. Якщо завантажених клітин менше, то треба додати нульові завантаження клітин.

4. Розрахувати допоміжні числа (потенціали) рядків і стовпчиків (U_i та V_j), використовуючи формулу

$$\begin{cases} U_1 = 0, \\ U_i + V_j = c_{ij}; \end{cases} \text{ для завантажених клітин.}$$

5. Знайти потенціали не завантажених клітин

$$p_{ij} = U_i + V_j - c_{ij}.$$

Згідно з теоремою об умові оптимальності, для не завантажених клітин повинна виконуватися нерівність $U_i + V_j \leq c_{ij}$, тобто $p_{ij} \leq 0$.

Якщо є клітини для яких $p_{ij} > 0$, то отриманий план не оптимальний, і від нього треба перейти до нового опорного плану.

5. Перерозподілити завантаження кліток.

Вибрати клітину, для якої виконується умова $\max_{p_{ij} > 0} p_{ij}$. Цю клітину треба додати до плану перевезень, а іншу вивести із плану. Для цього будують цикл та роблять перенос по циклу, перерозподіляють завантаження кліток і знов виконують перевірку нового плану на оптимальність. Процес буде тривати доки не буде знайдений оптимальний план. Після кожної ітерації визначити значення транспортної роботи.

Контрольні запитання

1. Склад математичної моделі транспортної задачі лінійного програмування.
2. Методи розв'язання задач лінійного програмування.
3. Сутність і алгоритм розв'язання транспортної задачі лінійного програмування розподільчим методом.
4. Способи побудови початкового припустимого плану при розв'язуванні транспортної задачі розподільчим методом.
5. Перевірка припустимого плану на оптимальність.
6. Поліпшення неоптимального плану.
7. Основні типи транспортних задач, що вирішуються розподільчим методом.
8. Транспортна задача відкритого типу.
9. Визначення допоміжних чисел (потенціалів) рядків і стовпчиків матриці.
10. Перерозподіл завантаження кліток матриці. Побудова контуру.
11. Знаходження потенціальних не завантажених кліток.

ЛІТЕРАТУРА [1,2, 3, 5]

ЗАНЯТТЯ 5

Рішення транспортної задачі лінійного програмування методом розв'язуючих доданків.

Мета заняття – набути практичних навичок розв'язання транспортних задач лінійного програмування методом розв'язуючих доданків.

Завдання. Скласти оптимальний план перевезень вантажів методом розв'язуючих доданків.

Задача. Постанова задачі та вихідні дані використовують з завдання 3. Потрібно знайти оптимальний план закріплення споживачів за постачальниками методом розв'язуючих доданків.

Вказівки до виконання

Завдання виконується у такій послідовності:

1. За даними табл. 3.1 скласти транспортну матрицю, яка відрізняється від матриці розподільчого методу тим, що має додатково стовпець “розв'язуючий доданок”, стовпець “достаток (+) - недостача (-)”, а також рядок різниць. Постачальників необхідно розташовувати за рядками.

2. Побудувати початковий план (умовно-оптимальний) за мінімальними значеннями цільових елементів (відстаней) без урахування наявності об'ємів вантажу у кожного постачальника. Визначити достаток (недостачу) за кожним постачальником за отриманим планом задовільнення усіх закріплених за ними споживачів. Визначити різниці за кожним стовпчиком, у недостатніх рядках яких є заповнена клітка; вибрати розв'язуючий доданок; визначити нові значення цільових елементів клітин недостатніх рядків; побудувати новий припустимий план. Ці операції повторюються, доки в матриці не буде отримано оптимальний варіант розподілу завантаження, у якому відсутні недостатні рядки.

Контрольні запитання

1. Чому метод розв'язуючих доданків відноситься до групи методів умовно-оптимальних планів?
2. Коли доцільно використовувати цей метод рішення транспортної задачі лінійного програмування?
3. Що таке недостатній, достатній та нейтральний рядки?
4. Ознака оптимального рішення задачі.

5. Як оцінюють нейтральні рядки?
6. Як знаходять розв'язуючий доданок?
7. Для яких стовпчиків і як знаходять різниці?
8. Визначення загальної недостачі.

ЛІТЕРАТУРА [1,5]

ЗАНЯТТЯ 6

Розробка раціональних маршрутів при перевезеннях однорідних масових вантажів.

Мета заняття – набути практичних навичок складання кільцевих маршрутів перевезень вантажів.

Завдання. Скласти раціональні маршрути перевезень різноманітних однорідних вантажів за допомогою “таблиць зв'язків” та “сумісної матриці”.

Задача. Не змінюючи планів перевезень вантажів, розробити раціональні маршрути доставки вантажів, які б забезпечували найбільше значення коефіцієнта використання пробігу. Вихідні дані наведені в табл. 6.1 за варіантами.

Таблиця 6.1 - Вихідні дані

Постачальники	Споживачі	Постачальники						Кількість вантажу, т
		A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	
A_1	B_1	$17-j$	$21-i$	$7+j$	$9+j$	$6+i$	$19-j$	$85+10j$
	B_2	$21-j$	$20-i$	$8+i$	$2+j$	$9+j$	$3+i$	$220-10j$
A_2	B_3	$3+j$	$7+i$	$19-j$	$16-i$	$8+j$	$6+i$	$105+5j$
	B_4	$6+i$	$10-j$	$8+j$	$20-i$	$19+j$	$13-j$	$200-5j$
A_3	B_5	$19-j$	$18-i$	$13+j$	$3+i$	$4+i$	$10-i$	$130+10j$
	B_6	$2+j$	$7+j$	$12-j$	$11-i$	$13-j$	$6+j$	$150-10j$
A_4	B_7	$1+j$	$13-i$	$4+i$	$16-j$	$5+j$	$11-j$	$70+10i$
	B_8	$11-j$	$1+j$	$2+i$	$17-i$	$10-i$	$1+j$	$80+5i$
A_5	B_9	$12-j$	$6+j$	$5+j$	$4+i$	$22-j$	$2+j$	$60-5i$
	B_{10}	$17-i$	$13+i$	$5+j$	$1+j$	$19-i$	$16-i$	$190-10i$

$A_6 5$	B_{11}	$1+i$	$13+j$	$2+j$	$13-i$	$18-j$	$19-j$	$210-10i$
	B_{12}	$10-j$	$20-i$	$8+j$	$10-j$	$6+j$	$23-j$	$160+10i$
Кількість вантажу, т								

Вказівки до виконання

Для свого варіанту забраними табл. 6.1 розрахувати вихідні дані (де i – остання цифра залікової книжки, а j – предостання цифра).

Розв'язання задачі здійснюється у такій послідовності.

На першому етапі вирішується транспортна задача лінійного програмування і знаходиться оптимальний план повернення порожніх автомобілів будь-яким способом (по узгодженню з викладачем). На другому етапі, маючі плани перевезень і оптимальний план повернення порожніх автомобілів, формуються маршрути.

Засіб “таблиць зв'язків”

Плани перевезень записати до таблиці зв'язків ТЗ-1, а оптимальний план повернення порожніх автомобілів - до ТЗ-2. Використовуючи дані ТЗ-1 та ТЗ-2, скласти спочатку маятникові, а потім кільцеві маршрути, які повинні задовольняти вимогам: коефіцієнт використання пробігу $\beta > 0,53$, а час оберту автомобіля на маршруті $t_{об} \leq T_n$ (де T_n – час у наряді).

Засіб “сумісної матриці”

У відповідні клітини матриці з оптимальним планом повернення порожніх автомобілів занести плани перевезень вантажів. Клітини, які мають по два значення (одне – об'єм перевезень вантажу, друге – об'єм повернення порожняку в зворотному напрямку). Менше значення визначає потужність вантажопотоку по отриманому маятниковому маршруту. Після визначення усіх маятникових маршрутів для складання кільцевих будують замкнуті

контури, в кутах якого розташовують почергово клітини з об'ємами перевезень та поверненням порожняку.

Після складання кільцевих маршрутів їх необхідно перевірити на коефіцієнт використання пробігу і час оберту.

Контрольні запитання

1. Основні етапи розробки раціональних маршрутів перевезень масових однорідних вантажів.
2. Сутність складання раціональних маршрутів засобом “таблиць зв'язків”.
3. Порядок формування кільцевих маршрутів за допомогою “сумісної матриці”.
4. Правило побудови контуру.
5. Формулювання задачі маршрутизації масових однорідних вантажів.

ЛІТЕРАТУРА [1, 5]

ЗАНЯТТЯ 7

Розробка розвізних маршрутів.

Мета заняття – набути практичних навичок проектування раціональних розвізних маршрутів.

Завдання. Виконати розрахунок найкоротшої мережі зв'язку, набрати пункти до маршрутів та визначити порядок об'їзду пунктів заводу методом “сум”.

Задача. З пункту *A* здійснюється доставка вантажу до пунктів 1, 2..., 10. Відстані між усіма пунктами наведені в табл. 7.1. Розміри партій вантажів, що завозяться, та модель автомобіля, що використовується при перевезеннях,

надані за варіантами в табл. 7.2. Необхідно скласти розвізні маршрути, використовуючи найкоротшу мережу зв'язку, та встановити порядок об'їзду пунктів заводу на маршрутах методом “сум”.

Таблиця 7.1 – Матриця найкоротших відстаней

Пункти	Відстані між пунктами, км										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
1		$2+i$	$5+j$	$4+i$	$16-j$	$19-i$	$3.3+i$	$3.5+j$	$11-i$	$12-j$	$1.5+j$
2	$2+i$		$3+j$	$18-j$	$12-i$	$2.6+i$	$3.5+j$	$2.8+i$	$3+j$	$14-i$	$10-j$
3	$5+j$	$3+j$		$1+i$	$3.5+j$	$15.5-j$	$15.7-i$	$13.8-j$	$12.2-i$	$15-j$	$22.5-i$
4	$4+i$	$18-j$	$1+i$		$2.6+i$	$4.8+j$	$4+i$	$2.8+j$	$1.6+i$	$2+j$	$3.5+i$
5	$16-j$	$12-i$	$3.5+j$	$2.6+i$		$11.5-j$	$12-i$	$11.8-i$	$2.3+j$	$14.2-i$	$12-j$
6	$19-i$	$2.6+i$	$15.5-j$	$4.8+j$	$11.5-j$		$13.7-j$	$2.5+j$	$4+i$	$16-j$	$2.2+j$
7	$3.3+i$	$3.5+j$	$15.7-i$	$4+i$	$12-i$	$1.37-j$		$11.2-j$	$13.2-j$	$1.5+i$	$13.5-i$
8	$3.5+j$	$2.8+i$	$13.8-j$	$2.8+j$	$11.8-i$	$2.5+j$	$11.2-j$		$1.5+j$	$13.5-i$	$14.6-j$
9	$11-i$	$3+j$	$12.2-i$	$1.6+i$	$2.3+j$	$4+i$	$13.2-j$	$1.5+j$		$2+j$	$15.5-i$
10	$12-j$	$14-i$	$15-j$	$2+i$	$14.2-i$	$16-j$	$1.5+i$	$13.5-i$	$2+j$		$14-j$
A	$1.5+j$	$10-j$	$22.5-i$	$3.5+i$	$12-j$	$2.2+j$	$13.5-i$	$14.6-j$	$15.5-i$	$14-j$	

Таблиця 7.2 – Модель автомобіля і об'єм партії заводу до пунктів

Варіант	Модель автомобіля	Вантажопідіймальність	Об'єм партії заводу до пунктів, т									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	ГАЗ-53А	4,0	0,5	1,5	0,4	1,3	1,5	1,0	1,2	0,1	0,2	0,25
1	УАЗ-452М	1,0	0,3	0,2	0,1	0,4	0,4	0,5	0,1	0,1	0,25	0,3
2	ГЗСА-891	2,0	0,6	0,3	0,8	0,5	0,7	0,8	0,8	0,7	0,25	0,25
3	ГАЗ-53А	4,0	0,8	1,0	1,0	0,2	0,9	0,7	0,4	0,8	0,8	1,2
4	ГЗСА-891	2,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,15	0,25	0,3	0,4	0,15	1,1
5	УАЗ-451М	1,0	0,05	0,2	0,1	0,2	0,15	0,35	0,15	0,2	0,25	0,35
6	ГЗСА-891	2,0	0,6	0,5	0,3	0,4	0,6	0,4	0,3	0,1	0,4	0,35
7	ГАЗ-53А	4,0	1,0	0,5	1,0	0,5	0,9	0,25	0,65	0,8	0,95	0,25
8	УАЗ-451М	1,0	0,3	0,4	0,2	0,1	0,15	0,25	0,35	0,45	0,95	0,35
9	ГЗСА-891	2,0	0,25	0,15	0,1	1,3	0,5	0,7	0,9	1,1	0,3	0,5

Вказівки до виконання

1. За своїм варіантом за даними табл. 7.1 розрахувати і заповнити матрицю найкоротших відстаней (в табл. 7.1, i – відповідає останній цифрі залікової книжки, а j – передостанній цифрі). Об'єми заводу і модель автомобіля приймаються згідно з табл. 7.2 за своїм варіантом, номер якого відповідає останній цифрі номера залікової книжки.

2. Використовуючи матрицю найкоротших відстаней, визначити ланки та побудувати схему найкоротшої мережі зв'язку. Враховуючи вантажопід'ємність заданої моделі автомобіля і об'єми заводу, набрати пункти до маршрутів. Методом “сум” встановити порядок об'їзду пунктів для кожного з складених розвізних маршрутів.

Контрольні запитання

1. Як побудувати найкоротшу мережу зв'язків?
2. Критерії розробки раціональних розвізних маршрутів?
3. Сутність метода “сум” з визначення порядку об'їзду пунктів заводу.
4. Які показники характеризують якість розвізного маршруту?

ЛІТЕРАТУРА [1, 6]

ЗАНЯТТЯ 8

Розробка годинних графіків роботи рухомого складу

Мета, заняття - набути практичних навичок складання годинних графіків роботи рухомого складу.

Завдання. Визначити час оборту і кількість їздок за кожним маршрутом; заповнити матрицю прибуття автомобілів під навантаженням,

здійснити розподіл автомобілів за маршрутами для виконання першої, другої і подальших їздок та скласти розклад руху автомобілів.

Задача. Мається вантажостворюючий пункт A . Вантаж з пункту A вивозиться до пунктів B_i ; добова потреба вантажу – B_i тонн; відстань між відправником та кожним споживачем – l_i , вантажопід'ємність рухомого складу – q , коефіцієнт використання вантажопід'ємності – γ_c , середньотехнічна швидкість – V_i , час простою транспортного засобу під навантаженням – t_n та розвантаженням – t_p наведені в табл. 8.1. Коефіцієнт використання пробігу на всіх маршрутах $\beta = 0,5$. Необхідно розробити годинний графік роботи рухомого складу і навантажного пункту A , початок роботи якого 7.00. Час роботи автомобілів в наряді $T_n = 8$ год.

Вказівки до виконання

В табл. 10.1 за варіантом, який визначається по останній цифрі номера залікової книги, знайти вихідні дані. При цьому добова потреба в вантажі і відстані перевезень за своїм варіантом розраховуються з використанням i (остання цифра номера залікової книги) і j (предостання цифра залікової книги).

Рішення задачі здійснюється в наступній послідовності.

Розрахувати час оберту по кожному маршруту та округлити його таким чином, щоб він був кратний часу навантаження. Визначити кількість їздок, яке необхідне для обслуговування кожного споживача B_i .

Таблиця 8.1 – Вихідні дані для складання годинних графіків роботи автомобілів

Показник	Варіант										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Добова потреба в вантажі B_1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
B_1	$100+10i$	$80+15i$	$60+10j$	$80+5i$	$80+20j$	$90+10i$	$70+10i$	$50+10j$	$85+5j$	$10+10i$	
B_2	$40+10j$	$100+5j$	$120+5j$	$40+10j$	$35+20j$	$50+5j$	$120+5j$	$120+5j$	$70+5i$	$60+10j$	
B_3	$70+5i$	$90+10i$	$90+5i$	$60+10i$	$80+5j$	$30+10j$	$80+5i$	$80+5i$	$60+5i$	$40+5i$	
B_4	$20+20j$	$40+20j$	$140+5i$	$90+5j$	$90+5i$	$45+5j$	$70+5j$	$70+5j$	$30+5j$	$80+5j$	
Відстань перевезень, l_i , км											
L_1	$12+i$	$25-i$	$20-i$	$30-i$	$12+j$	$12+j$	$25-i$	$26-i$	$12-j$	$8+j$	
L_2	$15+j$	$20-j$	$14-j$	$25-j$	$18-i$	$8+i$	$16-j$	$8+i$	$26-i$	$25-j$	
L_3	$20-j$	$30-i$	$34-i$	$35-i$	$16-j$	$20-i$	$8+j$	$10+j$	$6+i$	$26-i$	
L_4	$15-i$	$25-j$	$28-j$	$20-j$	$25-i$	$25-j$	$10-i$	$24-j$	$30-j$	$3+i$	
Вантажо-підємність автомобіля, q , т	5	6	8	10	12	4	10	5	6	8	
Середнє технічна швидкість, V_t , км/год	0,3	0,25	0,4	0,5	0,35	0,2	0,45	0,15	0,2	0,3	
В пункті розвантаження, t_p , год	0,3	0,4	0,4	0,5	0,2	0,4	0,35	0,25	0,3	0,3	

Заповнити матрицю прибуття автомобілів під навантаженням. Момент навантаження “0” відповідає початку навантаження першого автомобіля. Час повернення за маршрутами розраховується з моменту початку навантаження першого автомобіля. Розподілити автомобілі за маршрутами для виконання першої, другої і подальших їздок та на основі цього розподілу скласти розклад руху автомобілів.

Контрольні запитання

1. Умови безперервної роботи навантажувального механізму.
2. Мета розробки годинних графіків роботи автомобілів.

3. Яким чином визначаються числа матриці прибуття автомобілів?
4. Як здійснюється розподіл автомобілів по маршрутах?
5. Яким чином складається розклад руху автомобілів?

ЛІТЕРАТУРА [6]

ЗАНЯТТЯ 9

Визначення найкоротших відстаней

Мета заняття - набути практичних навичок щодо визначення найкоротших відстаней між вершинами транспортної мережі. ,

Завдання. Скласти матрицю найкоротших відстаней між вершинами транспортної мережі.

Задача. Надана транспортна мережа. Відстані між вершинами наведені на рис. 9.1 за варіантами (i — остання, а j – предостання цифра номеру залікової книжки). Визначити найкоротші відстані між усіма вершинами транспортної мережі методом потенціалів.

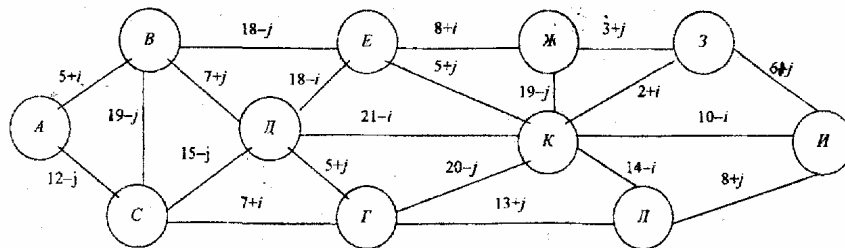


Рис.2.1. Транспортна мережа

Вказівки до виконання

Завдання виконується у такій послідовності:

1. Розрахувати довжину ланок транспортної мережі за своїм варіантом.
2. Розв'язати задачу методом потенціалів.

Початковій вершині, від якої знаходять найкоротші відстані, надають потенціал, який дорівнюється нулю ($P_i = 0$). Визначають ланки, де обрана вершина (i -я) є початковою, і розраховують потенціали кінцевих вершин цих ланків за формулою:

$$P_j = P_i + l_{ij}, \quad (9.1)$$

де l_{ij} – довжина ланки ($i - j$), тобто відстань між вершинами i та j .

Знаходять найменший з усіх потенціалів і надають йому значення відповідної кінцевої вершини. Визначають стрілкою ланку, яка веде в цю кінцеву вершину, а її приймають за початкову. Таким чином, розглядаються усі ланки, в яких один із потенціалів не визначений.

Приймають за початок мережі послідовно кожну вершину і за описаною послідовністю знаходять найкоротші відстані між усіма вершинами мережі. Результати заносять до таблиці, яка і буде матрицею найкоротших відстаней.

Контрольні запитання

1. Що означає задати транспортну мережу?
2. Як скласти граф-модель транспортної мережі?
3. Методи рішення задачі оптимізації транспортної мережі.
4. Сутність метода потенціалів
5. Алгоритм метода “Метли”.
6. Оптимізація транспортної мережі методом динамічного програмування.

ЛІТЕРАТУРА [1, 3]

ЗАНЯТТЯ 10

Мережне планування і управління

Мета заняття - придбати практичні навички розрахунку мережного графіку.

Завдання. Розрахувати мережний графік аналітичним та табличним способами

Задача. Надан мережний графік (рис. 10.1). Тривалість робіт вказана на його ланках за варіантами. Знайти часові характеристики подій і робіт.

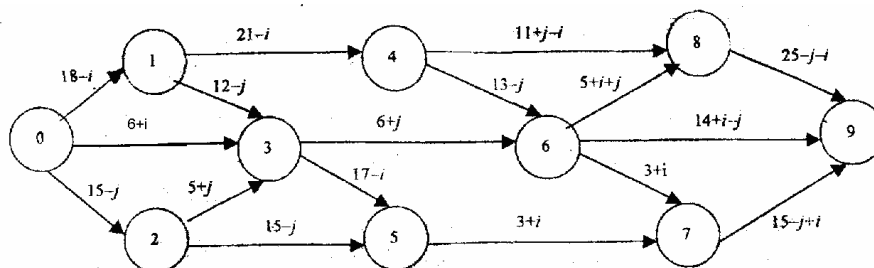


Рис. 10.1. Мережний графік

Вказівки до виконання

Розрахувати тривалість робіт за своїм варіантом, використовуючи рис. 10.1, де i – остання цифра залікової книжки, а j – предостання.

Розв'язання задачі виконати у такій послідовності.

Визначити ранні досягнуті строки настання подій; пізні припустимі строки звершення подій; резерви часу настання подій; ранні досягнуті строки початку та закінчення робіт; повний незалежний, приватний за ранніми строками і приватний за пізніми строками настання подій аналітично.

Аналогічні розрахунки звести до таблиці.

Встановити критичний та підкритичні шляхи в мережному графіку

Контрольні запитання

1. Що таке мережний графік і його елементи?
2. Що таке критичний і підкритичний шляхи?
3. Як визначаються часові характеристики подій і робіт?
4. Як визначаються резерви настання подій?
5. Які бувають резерви виконання робіт? Як їх знаходять?

ЛІТЕРАТУРА [1, 3, 4]

ЗАНЯТТЯ 11

Рішення транспортної задачі лінійного програмування в мережній постановці

Мета заняття - придбати практичні навички рішення транспортних задач лінійного програмування в мережній постановці.

Завдання. Скласти оптимальний план перевезень вантажів.

Задача. Надана мережа автомобільних шляхів (рис. 11.1). Довжина ланків мережі надана на рис. 11.1 по варіантам (i – остання, а j – предостання цифра номеру залікової книжки). У вершинах мережі розташовані пункти відправлення вантажу $A_i (i = 1 \dots m)$, пункти призначення $B_j (j = 1 \dots n)$ і вільні (транзитні) пункти $D_k (k = 1 \dots p)$. Наявність вантажу у відправників і потреба у вантажі споживачів надані за варіантами в табл. 11.1, 11.2. Значення визначаються за останньою цифрою номеру залікової книжки.

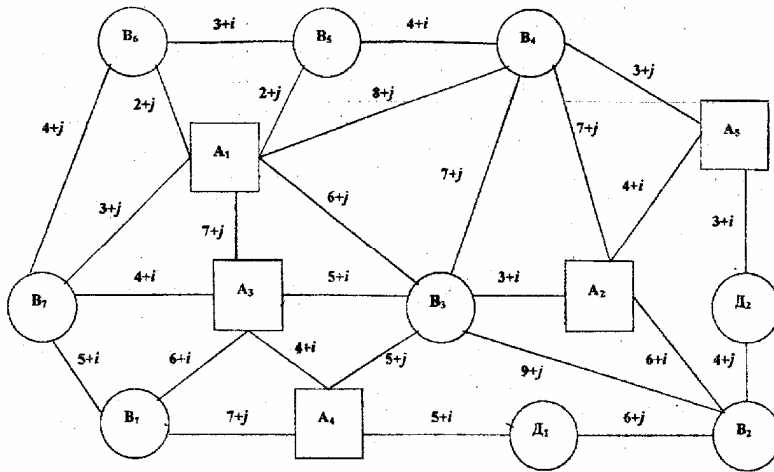


Рис.6.1. Мережа автомобільних шляхів

Таблиця 11.1 – Потреба у вантажі

Варіант	Споживачі							Всього
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	
0	55	40	35	95	65	45	55	390
1	185	95	95	125	125	115	110	850
2	85	95	135	65	45	65	60	550
3	140	135	125	130	90	105	75	800
4	120	95	180	150	105	150	120	920
5	130	150	110	90	55	95	120	750
6	120	110	135	165	190	130	100	950
7	120	110	35	165	90	80	150	750
8	80	75	90	70	125	120	80	640
9	65	50	40	75	45	55	50	380

Таблиця 11.2 – Наявність вантажів у постачальників

Варіант	Постачальники					Всього
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	
0	110	70	100	50	60	390
1	190	200	160	60	240	850
2	130	150	100	80	90	550
3	50	300	200	150	100	800
4	120	100	400	200	100	920
5	100	200	150	100	200	750
6	250	110	90	300	200	950
7	180	120	150	150	150	750
8	160	130	150	110	90	640
9	90	90	80	70	50	380

Вказівки до виконання

Виконання завдання здійснюється у такій послідовності:

1. Скласти припустимий вихідний план на мережі шляхів.

2. Перевірити оптимальність плану за допомогою допоміжних чисел (потенціалів). При наявності потенціальних незавантажених ділянок, що свідчать про неоптимальність плану, необхідно його покращити способом перерозподілу завантаженості по замкнутому контуру.

Новий план перевірити на оптимальність. Повторювати процес, доки не буде отримано оптимальний план. Після кожної ітеграції визначити значення транспортної роботи.

Контрольні запитання

1. Алгоритм розв'язання транспортної задачі лінійного програмування на мережі.

2. Коли доцільно вирішувати транспортну задачу в мережній постановці?

3. Як визначаються допоміжні числа вершин мережі?

4. Ознака оптимальності плану перевезень при розв'язанні транспортної задачі в мережній постановці.

5. Правила знаходження контуру і перерозподіл завантажених ділянок мережі по контуру.

6. Переваги і недоліки розв'язання транспортної задачі в мережній постановці в порівнянні з матричною формою.

ЛІТЕРАТУРА [2]

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Кожин А. Н. Математические методы в планировании и управлении грузовыми автомобильными перевозками. – М: Высшая школа, 1979.
2. Бобарыкин В.А., Тимошин Е.Ф. Математические методы на автотранспорте. – Л., 1969.
3. Громовой Э.П. Математические методы и модели в планировании и управлении на морском транспорте. – М.: Транспорт, 1979.
4. Пьяных С.М. Экономико-математические методы оптимального планирования работы речного транспорта. – М.: Транспорт, 1988.
5. Геронимус Б.Л. Экономико-математические методы в планировании на автомобильном транспорте. – М.: Транспорт, 1982
6. Воркут А.И. Грузовые автомобильные перевозки. – К.: Вища школа, 1986.