Практичне заняття № 15.

Тема. Розв’язання систем звичайних диференціальних рівнянь.

Мета роботи: навчитись розвязувати системи звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) у символьному вигляді; ознайомитись з використанням вирішувачив систем звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) у графічному вигляді в середовищі **MATLAB**.

Теоретичний мінімум

Якщо у диференціальному рівнянні $F(t, y, y') = 0$ змінна y є вектором-стовпцем, ми маємо справу з системою диференціальних рівнянь [51].

Розглянемо систему двох лінійних диференційних рівнянь для функцій $x(t)$ і $y(t)$.

$$\begin{cases} x'(t) = a_{11}x(t) + a_{12}y(t) + f_1(t) \\ y'(t) = a_{21}x(t) + a_{22}y(t) + f_2(t) \end{cases}. \qquad (1)$$

У випадку, коли $f_1(t) = f_2(t) = 0$ ми маємо однорідну систему. Якщо хоча б одна з функцій $f_1(t)$ або $f_2(t)$ відмінна від нуля, то система неоднорідна.

Існують різні методи розв’язання цих систем. Загальний розв’язок неоднорідної системи можна представити у вигляді суми загального розв’язку однорідної системи і частинного розв’язку неоднорідної системи. Задачу Коші, коли маємо початкові умови: $x(t_0) = x_0, y(t_0) = y_0$ можна розв’язати на основі загального розв’язку, а для систем із сталими коефіцієнтами застосовуэться операційний метод.

Вправа 1. Розв’язання систем диференціальних рівнянь в символьному вигляді в системі **MATLAB**

Для розв’язання систем диференціальних рівнянь у системі MATLAB існує команда **dsolve(‘eqn1’,’eqn2’)**, яка знаходить аналітичний розв’язок системи диференціальних рівнянь, для якого забеспечуэться виконання початкових умов(спочатку задається інформація про вихідне рівняння, потім про початкові умови) [44].

За умовчанням незалежною змінною вважається **t**. Можна використовувати і іншу змінну, якщо включити її в кінець списку параметрів команди **dsolve**. Символ **D** позначає похідну по незалежній змінній, тобто $\frac{d}{dt}$, при цьому **D2** означає $\frac{d^2}{d^2t}$, **D3** – $\frac{d^3}{d^3t}$ і т.д.

Початкові умови задаються у вигляді рівності **y(a)=b** або **Dy(a)=b**, де **y** –шукана змінна, а і **b** – константи. Якщо число початкових умов менше, ніж число диференціальних рівнянь, то в розв'язку будуть присутні довільні сталі **C1**, **C2** і т.д. Висновок здійснюється у вигляді масиву записів.

Приклад 1. Розв'язати систему звичайних диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} x'(t) = y(t) + x(t) \\ y'(t) = y(t) - x(t) \end{cases}$$

при початкових умовах: $x(0) = 1,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 1.$

Застосуємо для цього наступний набір команд (увага – в запису рівнянь позбуваємось запису незалежної змінної t):

```
>>s = dsolve('Dx = y+x', 'Dy = y–x', 'x(0)=0', 'y(0)=1','Dy(0)=1')
s =
   x: [1x1 sym]
   y: [1x1 sym]
>> s.x
ans =
exp(t)*sin(t)
>> s.y
ans =
exp(t)*cos(t)
```

Диференціальні рівняння та їх системи, які містять похідні більш високих порядків, зазвичай зводяться до рівнянь або систем рівнянь першого порядку з великим числом невідомих. Наприклад, якщо в рівнянні

$$\frac{d^2y}{d^2t} = F\left(t,\ y,\ \frac{dy}{dt}\right)$$

позначити $y = y_1$, а $\dfrac{dy_1}{dt} = y_2$, вийде система рівнянь:

$$\begin{cases} y_1' = y_2 \\ y_2' = F(t,\ y_1,\ y_2) \end{cases}.$$

Цей засіб зручний для розв'язування нескладних систем.

Приклад 2. Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} x'(t) = y(t) + 1 \\ y'(t) = 2e^t - x(t) \end{cases}.$$

Виключаємо змінну y. З першого рівняння отримуємо: $y = x' - 1$. Якщо підставити y в другий вираз, маємо: $x'' = 2e^t - x$. Алгоритм розв′язання цього рівняння та отримання шуканого розв'язку вихідної системи являє перелік команд:

```
>> [x]=dsolve('D2x=2*exp(t)–x')
x =
```

```
 (cos(t)*exp(t)+sin(t)*exp(t))*sin(t)+(cos(t)*exp(t)-
sin(t)*exp(t))*cos(t)+C1*sin(t)+C2*cos(t)
>> Dx=diff(x)
Dx =
 (cos(t)*exp(t)+sin(t)*exp(t))*cos(t)–(cos(t)*exp(t)–
sin(t)*exp(t))*sin(t)+C1*cos(t)–C2*sin(t)
>> y=Dx–1
y =
 (cos(t)*exp(t)+sin(t)*exp(t))*cos(t)–(cos(t)*exp(t)–
sin(t)*exp(t))*sin(t)+C1*cos(t)–C2*sin(t)–1
```

Але зручніше знайти розв'язок системи за допомогою однієї команди:

```
>> [x,y]=dsolve('Dx=y+1','Dy=2*exp(t)–x')
x =
C1*cos(t)+C2*sin(t)+exp(t)
y =
–sin(t)*C1+cos(t)*C2–1+exp(t)
```

Вправа 2. Вирішувачі звичайних диференціальних рівнянь.

Як відомо, у системі **MATLAB** існує достатньо великий набір команд, які призначені для розв'язання диференціальних рівнянь та систем диференціальних рівнянь. Такі команди отримали назву вирішувачів (**ode****) [44], вони можуть розв'язувати системи рівнянь у явному вигляді $y' = F(t, y)$. Вирішувачі **ode15s**, **ode23s**, **ode23t**, **ode23tb** також можуть вирішувати рівняння у неявному вигляді $F(t, y, y') = 0$.

Структура запису, у якому використовуються вирішувачі для розв'язання систем диференціальних наступна: **[T,Y]=ode**('F', tspan, y0, options, p1, p2,),** де прийняті наступні позначення і правила:

- **F** – назва **ODE**-файлу, тобто функції від **t,** через **y** позначена змінна, яка повертає вектор-стовпець;
- **tspan** – вектор, що визначає інтервал інтегрування **[to tfinal].** Для отримання розв'язків в конкретні моменти часу **to**, **t1** , **tfinal** (які розташовані в порядку зменшення або збільшення), потрібно використовувати **tspan = [t0 t1 tfinal];**
- **y0** – вектор початкових умов;
- **options** – параметр, що створюється функцією **odeset**;
- **p1**, **p2** . – довільні параметри, що передаються у функцію **F**;
- **T**, **Y** – матриця розв'язків **Y**, де кожен рядок відповідає часі, який виводиться у векторі-стовпці **T.**

Перейдемо до опису команд для розв'язання систем диференціальних рівнянь (позначимо **solver** один з можливих чисельних методів розв'язку ЗДР: **ode45**, **ode23**, **ode113**, **ode15s**, **ode23s**, **ode23t**, **ode23tb**):

- **[T, Y] = solver('F', tspan, y0)** інтегрує систему диференціальних рівнянь вигляду $y' = F(t, y)$ на інтервалі **tspan** з початковими умовами **y0**. **F** – рядок, що містить ім'я **ODE**-файлу. Функція $F(t, y)$ повинна повертати вектор-стовпець. Кожен рядок в масиві рішень **Y** відповідає часі, який одержується у векторі-стовпці **T**.
- **[T, Y] = solver('F', tspan, y0, OPTIONS)** дає розв'язок з параметрами, які визначені значеннями параметру **OPTIONS**, що створений командою **odeset**. Зазвичай використовувані параметри включають допустиме значення відносної погрішності **RelTol** (за умовчанням **1e-3**) і вектор допустимих значень абсолютної погрішності **AbsTol** (всі компоненти за умовчанням рівні **1e-6**) (див. лабораторну роботу № 13);
- **[T, Y] = solver('F', tspan, y0, OPTIONS, p1, p2)** дає розв'язок з додатковими параметрами **p1**, **p2**, що передаються у **m**-файл **F** всякий раз, коли він викликається; **OPTIONS = [ ]** (якщо ніякі опції не задаються, треба використовувати замість них квадратні дужки «**[ ]»)**;
- **[T, Y, TE, YE, IE] = solver('F', tspan, y0, options)** дає розв'язок, що містить властивості **Events**, які встановлені в структурі **options** в положення **on**. **ODE**-файл повинен бути створений так, щоб виклик $F(t, y, \text{'}events\text{'})$ повертав відповідну інформацію. Вихідний аргумент **TE** – вектор-стовпець часів, в які відбуваються події, рядки **YE** є відповідними розв'язками, а індекси у векторі **IE** визначають, яка подія відбулася.

Вирішувач систем ЗДР дає можливість отримувати розв'язок систем з n рівнянь. Система ЗДР може бути як однорідною, так і неоднорідною. Розв'язок зводиться до створення **m**-файлу. Незалежно від виду системи команди, за допомогою яких отримуємо шуканий розв'язок у системі **MATLAB**, мають вигляд:

```
function dy=solv(t,y)
dy=zeros(n,1);
dy(1)=f1(t,y(1),y(2),   ,y(n));
dy(2)=f2(t,y(1),y(2),   ,y(n));
...
dy(n)=fn(t,y(1),y(2),   ,y(n));
```

Щоб отримати розв'язок і графік розв'язку, виписуємо команди:

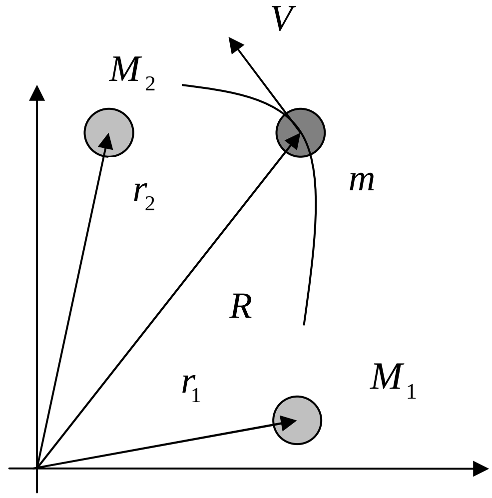
```
>> [T, Y] = solver('solverDE' [t0 tfinal] [y10 y20 . yn0];
>> plot(T,Y)
```

Приклад 2. Нехай деяка точка маси m рухається в гравітаційному полі нерухомих точок з масами M_1 і M_2 (див. мал. 15.1).

Диференціальне рівняння, яке описує дію сил в гравітаційному полі нерухомих точок M_1 і M_2 буде наступним:

$$m \cdot \ddot{\vec{R}} = -\frac{m \cdot M_1}{\left|\vec{R}-\vec{r}_1\right|^3} \cdot \left(\vec{R}-\vec{r}_1\right) - \frac{m \cdot M_2}{\left|\vec{R}-\vec{r}_2\right|^3} \cdot \left(\vec{R}-\vec{r}_2\right), \text{ де}$$

$\vec{R} = (x_1, x_2), \vec{r}_1 = (C^1{}_x, C^1{}_y)$, $\vec{r}_2 = (C^2{}_x, C^2{}_y)$ і $\vec{V} = (x_3, x_4)$.



Мал. 15.1 – Схема руху точки m у гравітаційному полі точок M_1 і M_2

Це диференціальне рівняння має другий порядок. Але його можна звести до системи диференціальних рівнянь першого порядку:

$$\begin{cases} \dot{\vec{R}} = \vec{V} \\ \dot{\vec{V}} = -\frac{M_1}{\left|\vec{R}-\vec{r}_1\right|^3} \cdot \left(\vec{R}-\vec{r}_1\right) - \frac{M_2}{\left|\vec{R}-\vec{r}_2\right|^3} \cdot \left(\vec{R}-\vec{r}_2\right) \end{cases}.$$

Відтоді систему диференціальних рівнянь руху точки в гравітаційному полі можна представити таким чином:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = -\frac{M_1(x_1 - C^1{}_x)}{\left((x_1 - C^1{}_x)^2 + (x_2 - C^1{}_y)^2\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{M_2(x_2 - C^2{}_x)}{\left((x_1 - C^2{}_x)^2 + (x_2 - C^2{}_y)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \\ \dot{x}_4 = -\frac{M_1(x_1 - C^1{}_y)}{\left((x_1 - C^1{}_x)^2 + (x_2 - C^1{}_y)^2\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{M_2(x_2 - C^2{}_y)}{\left((x_1 - C^2{}_x)^2 + (x_2 - C^2{}_y)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \end{cases}.$$

Значення гравітаційної сталої приймемо: $C^1(5,\ 0)$ і $C^2(0{,}10)$.

Тоді, для системи рівнянь можна записати **m**-файл **difsp**:

```
function f=difsp(t,x)
M1=50; M2=0; C1x=5; C1y=0; C2x=0; C2y=10;
f=[x(3);x(4);...
 –M1*(x(1)–C1x)/(sqrt((x(1)–C1x)^2+(x(2)–C1y)^2))^3–...
```

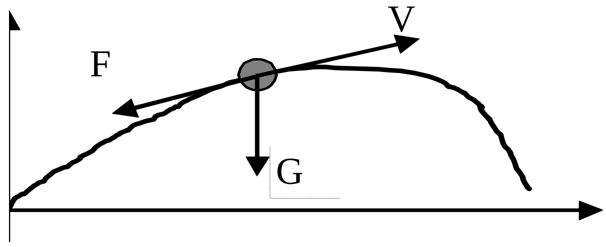
```
M2*(x(1)–C2x)/(sqrt((x(1)–C2x)^2+(x(2)–C2y)^2))^3;...
–M1*(x(2)–C1y)/(sqrt((x(1)–C1x)^2+(x(2)–C1y)^2))^3–...
M2*(x(2)–C2y)/(sqrt((x(1)–C2x)^2+(x(2)–C2y)^2))^3];
```

Знайдемо розв′язок системи диференціальних рівнянь за допомогою команди **ode45**. Для цього викликаємо відповідний **m**-файл **difspr**:

```
function difspr()
[t,h]=ode45(@difsp,[0,1000],[0,0,0,4.3]);
x=h(:,1);
y=h(:,2);
x1=5; y1=0; x2=0; y2=100;
plot(x,y,'b-',x1,y1,'r+',x2,y2,'r*');
```

При початкових параметрах, коли $M_2 = 0$, вихідна точка рухається в полі одного об'єкту. Якщо ввести значення $M_2 = 0.2$, то повинно з’явитись обурення траєкторії на графіку руху (орбіті) рухомої точки.

Приклад 2. Розглянемо траєкторію руху кулі під дією сили тяжіння. За відсутності опору повітря траєкторія має вигляд параболи.



Мал. 15.2 – Траєкторія руху кулі під дією сил тяжиння

Розглянемо випадок, коли сила опору повітря пропорційна квадрату швидкості і протилежна напрямку руху. Як відомо з шкільного курсу фізики, рівняння балансу сил буде наступним: $m\vec{a} = \vec{G} + \vec{F}$. Враховуючи на те, що прискорення – похідна швидкості за часом, розпишемо це рівняння у векторному вигляді: $m\dot{\vec{V}} = m\vec{g} - \frac{\rho\left|\vec{V}\right|^2}{2} \cdot S \cdot \frac{\vec{V}}{\left|\vec{V}\right|}$, де ρ – щільність повітря, m – маса кулі, S – площа поперечного перетину кулі. Рівняння в координатній формі:

$$\begin{cases} V_x = -\dfrac{\rho\sqrt{V_x{}^2 + V_y{}^2}}{2m} \cdot S \cdot V_x \\ V_y = -g - \dfrac{\rho\sqrt{V_x{}^2 + V_y{}^2}}{2m} \cdot S \cdot V_y \end{cases} .$$

Нехай маса кулі – 10 г, площа поперечного перетину кулі – 1 см, щільність повітря – 1 кг/м^3. Згідно цих даних складаємо **m**-файл **difsp1**:

```
function u=difsp1(t,v)
g=10; ro=1; s=0.0001; m=0.01; k=ro*s/2/m;
u=[–k*sqrt(v(1)^2+v(2)^2)*v(1);–g–k*sqrt(v(1)^2+v(2)^2)*v(2)];
```

У такій системі рівнянь аргументом є швидкість і час. Необхідно прийняти до уваги, що:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + \int\limits_{t_0}^{t} V_x(\tau)d\tau \\ y(t) = y_0 + \int\limits_{t_0}^{t} V_y(\tau)d\tau \end{cases}$$

Отримані масиви точок, $V^i{}_x$, $V^i{}_y$, t_i можна надалі обробити – провести апроксимацію, але у даному випадку інтегрування заміняємо операцією підсумовування:

$$\begin{cases} x_i = \sum\limits_{k=2}^{i} V^k{}_x(t_k - t_{k-1}) \\ y_i = \sum\limits_{k=2}^{i} V^k{}_y(t_k - t_{k-1}) \end{cases}$$

Припустимо, що початковий момент часу дорівнює нулю, і на цей момент куля знаходиться в початку координат. У початковий момент швидкість кулі по горизонталі 800 м/с, по вертикалі – 100 м/с. Створимо **m**-файл **difspr2**, в якому застосуємо команду **ode45:**

```
function difspr2()
[t,h]=ode45(@difsp1,[0,5.6],[800,100]);
vx=h(:,1); vy=h(:,2);
m=length(t);x0=0; y0=0;
x(1)=x0; y(1)=0;
for i=2:m
   x(i)=x(i–1)+vx(i–1)*(t(i) –t(i–1));
   y(i)=y(i–1)+vy(i–1)*(t(i) –t(i–1));
end;
[t1,h1]=ode113(@difsp1,[0,5.6],[800,100]);
vx1=h1(:,1); vy1=h1(:,2);
m1=length(t1);x01=0; y01=0;
x1(1)=x0; y1(1)=0;
for i=2:m1
   x1(i)=x1(i–1)+vx1(i–1)*(t1(i)–t1(i–1));
   y1(i)=y1(i–1)+vy1(i–1)*(t1(i)–t1(i–1));
end;
figure
plot(x,y,'r+',x1,y1);grid on
```

Діапазон часу [0;5.6] був підібраний так, щоб траєкторія руху відображала процес від моменту вильоту до моменту падіння. Рівень "землі" відповідає значенню ординати 0.

Зауважимо, що у **m**-файлі **difspr2** може бути викликана не тільки команда **ode45**, але і **ode113**. Таким чином є можливість можна порівняти результати.

У прикладі розвязувалась система диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \dot{V}_x = -\dfrac{\rho\sqrt{V_x^{\ 2} + V_y^{\ 2}}}{2m} \cdot S \cdot V_x \\ \dot{V}_y = -g - \dfrac{\rho\sqrt{V_x^{\ 2} + V_y^{\ 2}}}{2m} \cdot S \cdot V_y \end{cases},$$

але можна розв'язати і таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} \dot{x} = V_x \\ \dot{y} = V_y \\ \dot{V}_x = -\dfrac{\rho\sqrt{V_x^{\ 2} + V_y^{\ 2}}}{2m} \cdot S \cdot V_x \\ \dot{V}_y = -g - \dfrac{\rho\sqrt{V_x^{\ 2} + V_y^{\ 2}}}{2m} \cdot S \cdot V_y \end{cases}.$$

Для цього слід провести невеликі зміни, тобто треба припустити, що елементи x(1), x(2), x(3), x(4) будуть записані відповідно як x, y, V_x, V_y . Після чого новий **m**-файл **difsp2** буде створений наступними командами**:**

```
function u=difsp2(t,x)
g=10; ro=1; s=0.0001; m=0.01; k=ro*s/2/m;
u=[x(3);x(4);...
      –k*sqrt(x(3)^2+x(4)^2)*x(3);...
    –g–k*sqrt(x(3)^2+x(4)^2)*x(4)];
```

Для розв'язання системи чотирьох диференціальних рівнянь, яка записана **m**-файлом **difsp2,** створимо **m**-файл **difspr3:**

```
function difspr3()
[t,h]=ode45(@difsp2,[0,5.6],[0,0,800,100]);
x=h(:,1); y=h(:,2);
[t1,h1]=ode113(@difsp2,[0,5.6],[0,0,800,100]);
x1=h1(:,1); y1=h1(:,2);
figure
plot(x,y,'r-',x1,y1,'b-')
grid on
```

В цьому випадку практично немає відмінностей між розв'язками, які були отримані за допомогою команд **ode45** і **ode113**.

Практичні завдання лабораторної роботи № 15

Виконати наступні завдання :

Завдання 1. Розв’язати задачу Коші для неоднорідної системи звичайних диференціальних рівнянь **(**$h=1$**)** засобами підсистеми **Simbolic Math** (варіанти до завдання дивись у табл. 15.1).

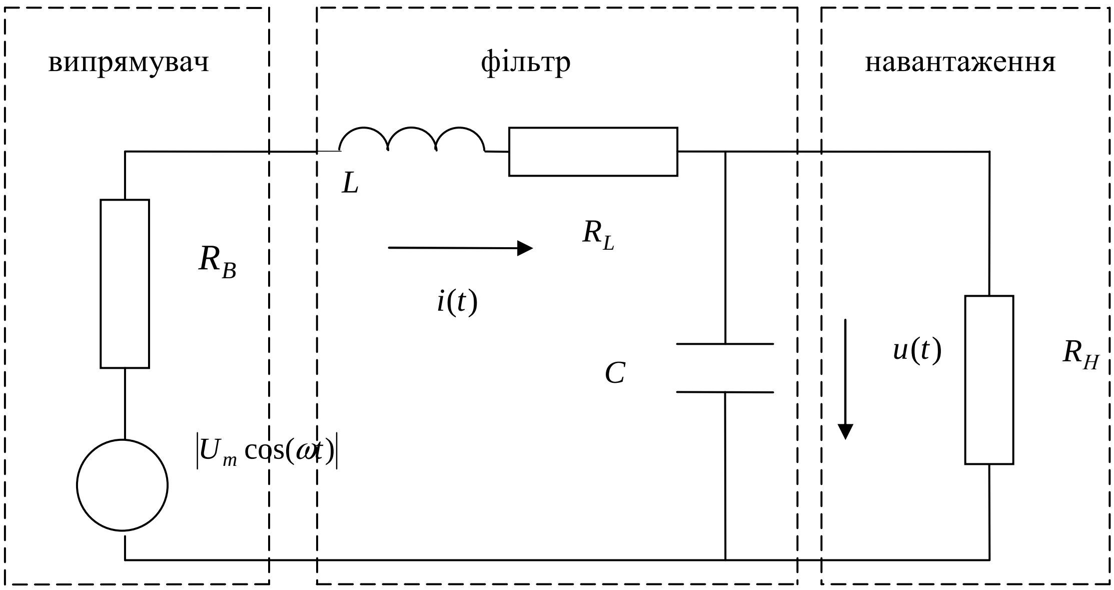
Таблиця 15.1 – Варіанти до завдання №1

№ п/п	Система звичайних диференціальних рівнянь та початкові умови	Система звичайних диференціальних рівнянь та початкові умови
1	$\begin{cases} x' = 4x - 7y + he^{4t} \\ y' = 2x - 5y \end{cases}, x(0)=0, y(0)=1$	$\begin{cases} x' = 5x - 3y \\ y' = 4x - 3y + ht \end{cases}, x(0)=1, y(0)=0$
2	$\begin{cases} x' = 2x + 7y + he^{2t} \\ y' = x - 4y \end{cases}, x(0)=0, y(0)=1$	$\begin{cases} x' = 2x + 3y \\ y' = x + 4y + he^{3t} \end{cases}, x(0)=1, y(0)=0$
3	$\begin{cases} x' = 3x + 4y + he^{-2t} \\ y' = 2x + y \end{cases}, x(0)=0, y(0)=1$	$\begin{cases} x' = -5x - 7y \\ y' = 2x + 4y + he^{-5t} \end{cases}, x(0)=1, y(0)=0$
4	$\begin{cases} x' = -3x - 3y + he^{-2t} \\ y' = 4x + 5y \end{cases}, x(0)=0, y(0)=1$	$\begin{cases} x' = -4x - 5y \\ y' = x + 2y + he^{-4t} \end{cases}, x(0)=1, y(0)=0$
5	$\begin{cases} x' = 4x + 3y + he^{-3t} \\ y' = x + 2y \end{cases}, x(0)=0, y(0)=1$	$\begin{cases} x' = x + 4y \\ y' = 2x + 3y + he^{2t} \end{cases}, x(0)=1, y(0)=0$
6	$\begin{cases} x' = 4x + 2y + he^{4t} \\ y' = -7x - 5y \end{cases}, x(0)=0, y(0)=1$	$\begin{cases} x' = 5x + 4y \\ y' = -3x - 3y + he^{5t} \end{cases}, x(0)=1, y(0)=0$
7	$\begin{cases} x' = 2x - y + he^{2t} \\ y' = -7x - 4y \end{cases}, x(0)=0, y(0)=1$	$\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = 3x + 4y + he^{-3t} \end{cases}, x(0)=1, y(0)=0$
8	$\begin{cases} x' = 3x + 2y + he^{-4t} \\ y' = 4x + y \end{cases}, x(0)=0, y(0)=1$	$\begin{cases} x' = -4x - 7y \\ y' = 2x + 5y + he^{-5t} \end{cases}, x(0)=1, y(0)=0$
9	$\begin{cases} x' = -5x - 3y + he^{-2t} \\ y' = 4x + 3y \end{cases}, x(0)=0, y(0)=1$	$\begin{cases} x' = -2x - 7y \\ y' = -x + 4y + he^{-4t} \end{cases}, x(0)=1, y(0)=0$
10	$\begin{cases} x' = -2x + 3y + he^{3t} \\ y' = x - 4y \end{cases}, x(0)=0, y(0)=1$	$\begin{cases} x' = -3x + 4y + he^{-2t} \\ y' = 2x - y \end{cases}, x(0)=1, y(0)=0$
11	$\begin{cases} x' = 4x + 7y \\ y' = -2x - 5y + he^{4t} \end{cases}, x(0)=0, y(0)=1$	$\begin{cases} x' = 5x + 3y + he^{5t} \\ y' = -4x - 3y \end{cases}, x(0)=1, y(0)=0$

Закінчення таблиці 15.1

12	$\begin{cases} x' = 2x + 7y \\ y' = x - 4y + he^{-2t} \end{cases}, x(0) = 0, y(0) = 1$	$\begin{cases} x' = 2x - 3y + he^{-3t} \\ y' = -x + 4y \end{cases}, x(0) = 1, y(0) = 0$
13	$\begin{cases} x' = 3x - 4y \\ y' = -2x + y + he^{-4t} \end{cases}, x(0) = 0, y(0) = 1$	$\begin{cases} x' = -4x + 7y + he^{-4t} \\ y' = -2x + 5y \end{cases}, x(0) = 1, y(0) = 0$
14	$\begin{cases} x' = -5x + 3y \\ y' = -4x + 3y + he^{2t} \end{cases}, x(0) = 0, y(0) = 1$	$\begin{cases} x' = -2x + 7y + he^{4t} \\ y' = x + 4y \end{cases}, x(0) = 1, y(0) = 0$
15	$\begin{cases} x' = -2x - 3y + he^{3t} \\ y' = -x - y \end{cases}, x(0) = 0, y(0) = 1$	$\begin{cases} x' = -3x - 4y \\ y' = -2x - y + he^{-2t} \end{cases}, x(0) = 1, y(0) = 0$

Завдання 2. Напруга з виходу двонапівперіодного діодного випрямляча подається на навантаження через LC-фільтр, що ослабляє небажані пульсації.



Мал. 15.3 – Електрична схема

Залежності напруги u на виході фільтру і загальний струм i в ланцюзі від часу t описуються системою звичайних диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \dfrac{du}{dt} = \dfrac{1}{C}\left(i - \dfrac{u}{R_н}\right), \\ \dfrac{di}{dt} = \dfrac{1}{L}\left[\left|U_m \cos(\omega t)\right| - iR_0 - u\right] \end{cases},$$

де L, C – індуктивність дроселя та ємкість конденсатора фільтра, $R_н$ – опір навантаження, $R_0 = R_B + R_L$, R_B – вихідний опір випрямувача, R_L – опір обмотки дроселя, U_m – амплітуда пульсуючої напруги на виході випрямувача, $\omega = 2\pi f$ – кутова частота. Вихідні дані: $U_m = 12$ В і $f = 50$ Гц. Початкові дані $u(t=0) = 0,\ i(t=0) = 0$. Параметри R_0, R_H, L, C – наведені у таблиці 16.2.

Розрахуйте та побудуйте графікі залежностей $u(t)$ і $i(t)$.

Таблиця 15.2 – Варіанти до завдання №2

№ п/п	Параметр			
	R_0, Ом	R_H, Ом	L, Гн	C, мкФ
1	20	500	0,5	100
2	75	1000	0,7	40
3	35	750	0,1	200
4	90	2000	0,2	100
5	20	1000	0,05	1000
6	120	1000	1	50
7	30	700	0,4	300
8	65	1100	0,8	60
9	110	2000	1	700
10	80	900	0,6	200
11	40	600	0,5	50
12	25	1000	0,7	100
13	70	1200	0,6	70
14	55	850	0,5	80

Контрольні питання

1. Як розв’язати систему звичайних диференціальних рівнянь за допомогою команд підсистеми **Simbolic Math**?
2. Поясніть синтаксис команди **dsolve('eqn1','eqn2','x').**
3. Які команди у системі **MATLAB** чисельно розв’язують систему диференціальних рівнянь?
4. Для чого при розв’язуванні системи звичайних диференціальних рівнянь використовується **m**-файл?
5. Перекажіть етапи розв’язку системи звичайних диференціальних рівнянь з використовуванням вирішувачів.
6. Поясніть синтаксис команди **[T, Y] = solver(‘Fun’, [t0 tfinal], y0].**