

**Міністерство освіти і науки України
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-
ДОРОЖНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**Т. В. Гаврилова, О. Ф. Єрьоміна,
С. О. Шиндерук, Є. О. Чаплигін**

**ФІЗИКА
Електростатика. Постійний струм. Електромагнетизм**

Навчальний посібник

*Під загальною редакцією д-ра техн. наук,
професора Батигіна Ю.В.*

**Харків
ХНАДУ
2024**

Рецензенти:

Артьомов Микола Прокопович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри оптимізації технологічних систем Державного біотехнологічного університету;

Бондаренко Станіслав Іванович – доктор технічних наук, професор, провідний науковий співробітник ФТІНТ НАН України;

Крот Олександр Юлійович – доктор технічних наук, професор кафедри галузевого машинобудування та мехатроніки Національного університету "Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка";

Воропай Олексій Валерійович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри ТМ та ТММ Харківського національного автомобільно-дорожнього університету.

Гаврилова Т. В., Єршоміна О. Ф., Шиндерук С. О., Чаплигін Є. О.
Фізика: Навчальний посібник. – Харків: ХНАДУ, 2024. – 196 с. – Укр. мовою.

Навчально-методичний посібник є профільним підручником, який відповідає програмі підготовки бакалаврів у вищих технічних навчальних закладах всіх спеціальностей. Містить у собі розділи курсу фізики «Електростатика», «Постійний струм», «Електромагнетизм», які викладені із сучасних позицій; питання і задачі для самостійного рішення, а також весь необхідний довідковий матеріал. Призначений для здобувачів вищої освіти, аспірантів та викладачів технічних університетів.

Рис. 105. Табл. 14. Бібліогр. 10 найм.

Дозволено до друку та в світ у видавництві ХНАДУ
Вченою Радою ХНАДУ
Д О З В І Л № 58/23/6.7 від «07» листопада 2023 р.

ХНАДУ, 2024

ЗМІСТ

ВСТУП.....	6
РОЗДІЛ 1. ЕЛЕКТРОСТАТИКА.....	7
1.1. Електричний заряд. Закон Кулона.....	7
1.2. Електричне поле. Напруженість електричного поля.....	12
1.3. Теорема Гауса для електричного поля у вакуумі.....	16
1.4. Скалярні характеристики електричного поля.....	21
1.4.1. Робота, циркуляція вектора напруженості електричного поля.....	21
1.4.2. Потенціальна енергія, потенціал, різниця потенціалів.....	24
1.4.3. Взаємозв'язок між потенціалом і напруженістю.....	27
1.5. Електричний диполь.....	29
1.6. Електричне поле в діелектриках.....	31
1.6.1. Властивості і типи діелектриків.....	31
1.6.2. Поляризація діелектрика.....	32
1.6.3. Вектор поляризації і вектор електричного зміщення.....	34
1.6.4. Сегнетоелектрики, електрики, п'єзоелектрики.....	38
1.6.5. Граничні умови на межі розподілу однорідних діелектриків.....	40
1.7. Провідники в електричному полі. Енергія електричного поля	41
1.7.1. Властивості провідників.....	41
1.7.2. Електрична ємність відокремленого провідника.....	44
1.7.3. Конденсатори. Електрична ємність конденсаторів.....	45
1.7.4. З'єднання конденсаторів.....	48
1.7.5. Енергія зарядженого провідника. Енергія електричного поля.....	50
РОЗДІЛ 2. ПОСТІЙНИЙ СТРУМ	
2.1 Основні закони постійного струму.....	55
2.1.1. Електричний струм, його види та характеристики.....	55
2.1.2. Умови існування електричного струму, електрорушійна сила.....	57
2.1.3. Закони Ома.....	59
2.1.4. З'єднання провідників.....	61

2.1.5. Правила Кірхгофа.....	63
2.1.6. Енергетичні характеристики електричних кіл.....	65
2.2. Електричний струм у металах.....	68
2.2.1. Класична електронна теорія провідності.....	68
2.2.2. Закони Ома і Джоуля-Ленца в диференціальній формі.....	70
2.2.3. Залежність опору провідника від температури. Надпровідність.....	72
2.2.4. Контактні та термоелектричні явища в металах.....	75
2.3. Електричний струм в електролітах. Закони Фарадея.....	78
2.4. Електричний струм у газах.....	81
2.5. Електричний струм у напівпровідниках.....	84
2.5.1. Властивості напівпровідників, власна провідність напівпровідників.....	84
2.5.2. Домішкова провідність напівпровідників.....	86
2.5.3. Електронно-дірковий перехід (p-n перехід).....	87
2.5.4. Властивості p-n переходу в зовнішньому електричному полі.....	88

РОЗДІЛ 3. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

3.1. Магнітне поле.....	94
3.1.1. Опит Ерстеда. Характеристики магнітного поля.....	94
3.1.2. Закон Біо-Савара-Лапласа та його застосування.....	98
3.1.3. Закон Ампера. Взаємодія паралельних струмів.....	105
3.1.4. Теорема Гауса для магнітного поля.....	107
3.1.5. Робота в магнітному полі.....	110
3.1.5. Теорема про циркуляцію вектора індукції магнітного поля. Закон повного струму.....	111
3.1.7. Сила Лоренца. Рух заряджених частинок в магнітному полі.....	115
3.2. Магнітні властивості речовини.....	124
3.2.1. Гіпотеза Ампера про природу магнетизму макротіл, вектор намагніченості.....	124
3.2.2. Зв'язок між вектором намагніченості, індукцією та напруженістю.....	125
3.2.3. Граничні умови для магнітного поля.....	127
3.2.4. Класифікація магнетиків.....	129

3.4.5. Елементи теорії феромагнетизму.....	133
3.3. Електромагнітна індукція.....	137
3.3.1. Явище електромагнітної індукції. Закон Фарадея-Максвелла. Правило Ленца.....	137
3.3.2. Явище самоіндукції.....	141
3.3.3. Індуктивність провідників.....	144
3.3.4. Взаємна індукція. Принцип дії трансформаторів.....	146
3.3.5. Енергія магнітного поля, густина енергії.....	149
3.4. Електромагнітні коливання. змінний струм.....	152
3.4.1. Електричний коливальний контур. Вільні коливання.....	152
3.4.2. Вимушені електромагнітні коливання, резонанс напруги.....	158
3.4.3. Коло змінного струму. Метод векторних діаграм.....	159
3.5. Основи теорії Максвелла Для електромагнітного поля. Електромагнітні хвилі.....	169
3.5.1. Рівняння Максвелла, їх фізичний зміст.....	169
3.5.2. Основні слідства із системи рівнянь Максвелла.....	178
3.5.3. Властивості електромагнітних хвиль. Шкала електромагнітних хвиль.....	181
ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ.....	190
Додаток	191

ВСТУП

Багато фізичних явищ, що спостерігаються в природі і навколишньому житті, не можуть бути пояснені тільки на основі законів механіки, молекулярно-кінетичної теорії та термодинаміки. У цих явищах проявляються сили, що діють між тілами на відстані, причому ці сили не залежать від мас взаємодіючих тіл і, отже, не є гравітаційними. Ці сили називають електромагнітними силами. Електромагнітна взаємодія притаманна електричним зарядам у вигляді елементарних частинок і заряджених тіл.

У розділі курсу фізики «Електродинаміка» розглядається теорія електромагнітної взаємодії, яка дає відповідь на такі питання: природа і властивості електромагнітного поля, характер взаємодії поля з речовиною, електричні і магнітні властивості самої речовини, можливості використання електромагнітних явищ.

Історично електродинаміку поділяють на класичну, засновниками якої вважають Г. Х. Ерстеда, А. Ампера, М. Фарадея, Д. К. Максвелла та інших, і квантову, засновану М. Планком, Е. Фермі, Р. Фейнманом.

В даному курсі розглядається класична електродинаміка, створена на підставі багатьох дослідних законів Д. К. Максвеллом. В теорії Максвелла, на відміну від квантової теорії електродинаміки, не враховується атомно-молекулярна структура речовини і дискретна структура заряду, тому класичну теорію ми вважаємо макроскопічною. Крім того, ми вважаємо стаціонарне або змінне електромагнітне поле незалежним від руху середовища, тобто розглядаємо нерелятивістську електродинаміку.

РОЗДІЛ 1

ЕЛЕКТРОСТАТИКА

1.1. Електричний заряд. Закон Кулона

Розділ фізики, в якому вивчаються електромагнітні взаємодії, отримав назву електродинаміки.

Електростатика – розділ електродинаміки, в якому розглядаються властивості і взаємодії нерухомих в інерціальній системі відліку електрично заряджених тіл або частинок, що мають електричний заряд.

Подібно поняттю гравітаційної маси тіла у механіці Ньютона, основним поняттям електродинаміки є поняття електричного заряду.

Понад двадцять п'ять сторіч тому давньогрецький філософ, математик, дослідник природи Фалес (625 – 547 роки до н. е.) із міста Мілета натирав хутром шматок бурштину і спостерігав, як після цього бурштин починав притягувати до себе пір'я птахів, пух, соломинки, сухе листя. Саме від грецької назви бурштину – електрон – процес, у результаті якого тіла набувають властивості притягувати до себе інші тіла, назвали електризацією тіл, а тіла, що мають цю властивість, – наелектризованими.

Електричний заряд – це фізична величина, що характеризує властивість частинок або тіл вступати в електромагнітні силові взаємодії. Одиниця вимірювання заряду – Кл (кулон).

Сукупність усіх відомих експериментальних фактів дозволяє зробити наступні висновки.

1) Існує два роду електричних зарядів, умовно названих позитивними і негативними. Однойменні заряди відштовхуються, різнойменні – притягаються. У цьому проявляється принципова відмінність електромагнітних сил від гравітаційних. Гравітаційні сили завжди є силами тяжіння.

2) Заряди можуть передаватися (наприклад, при безпосередньому контакті) від одного тіла до іншого. На відміну від маси тіла, електричний заряд не є невід'ємною характеристикою даного тіла. Одне і те ж тіло в різних умовах може мати різний заряд.

3) Електричний заряд $є$ адитивною величиною:

$$q = \sum_{i=1}^n q_i.$$

4) Електричний заряд – дискретний. Заряд може передаватися від одного тіла до іншого тільки порціями, що містять ціле число елементарних зарядів

$$q = \pm ne, \text{ де } n=1, 2, 3, \dots$$

Фізичні величини, які можуть приймати тільки дискретний ряд значень, називаються квантовими. Елементарний заряд e є квантом (найменшою порцією) електричного заряду і дорівнює

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Експеримент, який мав вирішальне значення для утвердження думки про квантування електричного заряду та існування частинки його носія – електрона, здійснили у 1909 році Р. Е. Міллікен та Г. Флетчер. Експеримент встановив дискретність електричного заряду та визначив значення заряду електрона з точністю до 1%.

Електричні заряди притаманні багатьом елементарним частинкам, зокрема, електронам і протонам, що входять до складу різних атомів, з яких побудовано всі тіла у природі. Слід відзначити, що, згідно з сучасними уявленнями, сильно взаємодіючі частки – адрони (мезони та баріони) – побудовані з так званих кварків – особливих частинок, що несуть дробовий заряд:

$\pm \frac{1}{3}e, \pm \frac{2}{3}e$. Однак, на даний час у вільному стані кварків спостерігати не вдається.

5) Величина електричного заряду *не залежить від вибору системи відліку*, тобто $q = \text{invar}$ для інерціальних і неінерціальних систем відліку.

Для проведення дослідів із електричними зарядами використовують різні способи їх отримання. Найпростіший і найстародавніший спосіб – натирання одних тіл іншими. При цьому саме собою тертя тут не відіграє принципової ролі. Електричні заряди завжди виникають при щільному контакті

поверхонь тіл, що стикаються. Тертя (притирання) допомагає лише усунути нерівності на поверхні дотичних тіл, що заважають їх щільному прилягання один до одного, при якому створюються сприятливі умови для переходу зарядів від одного тіла до іншого. Цей спосіб отримання електричних зарядів лежить в основі дії деяких електричних машин, наприклад електростатичного генератора Ван де Графа (Van de Graaff R., 1901-1967), що застосовується у фізиці високих енергій.

Інший спосіб отримання електричних зарядів ґрунтується на використанні явища електростатичної індукції. Суть його ілюструється рисунком 1.1.1. Піднесемо до розділеного на дві половини незарядженого металевого тіла (не торкаючись його) інше тіло, заряджене, скажімо, позитивно. Завдяки зміщенню деякої частки наявних у металі вільних негативно заряджених електронів, ліва половина вихідного тіла придбає надлишковий негативний заряд, а права – такий самий за величиною, але протилежний за знаком позитивний заряд. Якщо тепер у присутності зовнішнього зарядженого тіла розвести обидві половини в різні боки та видалити заряджене тіло, то кожна з них виявиться зарядженою. В результаті ми отримаємо два нових тіла, заряджених рівними за величиною та протилежними за знаком зарядами.

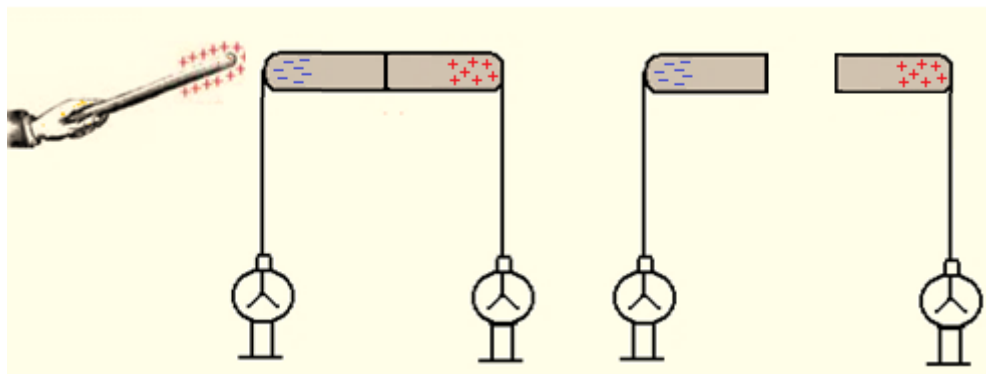


Рис. 1.1.1. Дослід, що ілюструє явище електростатичної індукції.

Одним з фундаментальних законів природи є експериментально встановлений закон збереження електричного заряду.

В ізольованій системі тіл алгебраїчна сума зарядів всіх тіл залишається постійною

$$q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n = \text{const}, \quad \text{або} \quad \sum_{i=1}^n q_i = \text{const}, \quad (1.1.1)$$

де $\sum_{i=1}^n q_i$ – алгебраїчна сума зарядів, що входять в ізольовану систему, n – число зарядів.

Закон збереження електричного заряду стверджує, що в замкнутій системі тіл не можуть спостерігатися процеси виникнення або зникнення зарядів тільки одного знаку.

Прикладом існування даного закону є нейтральний атом, в якому кількість протонів в ядрі дорівнює числу електронів в оболонці. Це число називається атомним номером. Атом даної речовини може втратити один або кілька електронів або набути зайві електрони. У цих випадках нейтральний атом перетворюється в позитивно чи негативно заряджений іон.

Військовий інженер Шарль Кулон почав проводити свої дослідження в галузі, вельми далекій від електростатики. Він виявляв закономірності пружного крутіння ниток і встановив залежність сили пружності від кута закручування. Отримані дані дозволили Кулону сконструювати надзвичайно чутливий прилад, який він назвав крутильними терезами (рис. 1.1.2).

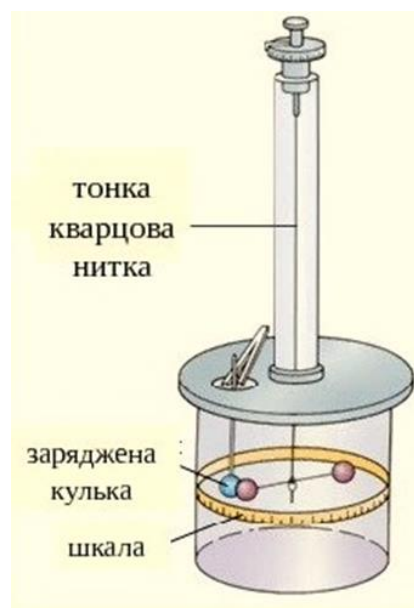


Рис. 1.1.2. Прилад Кулона

По суті ця конструкція не відрізняється від того приладу, яким у свій час англійський вчений Г. Кавендіш виміряв величину гравітаційної сталої. Ізолюючий стрижень, підвішений на тонкій нитці, закінчується однаковими металевими кульками, одній з яких повідомлений певний електричний заряд. До кульки наближають іншу металеву кульку, а потім, у міру зближення, вимірюють силу взаємодії за ступенем закручування нитки. На підставі численних дослідів *Шарль Кулон* у 1785 році встановив закон взаємодії електричних зарядів, який для вакууму сформулюється наступним чином.

Сили взаємодії нерухомих зарядів прямо пропорційні добутку модулів зарядів і обернено пропорційні квадрату відстані між ними

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \quad (1.1.2)$$

або

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r},$$

де \vec{F} – сила взаємодії двох зарядів q_1 і q_2 ; r – відстань між зарядами; ϵ_0 – електрична стала:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}; \quad k = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2.$$

Згадаємо, що аналогічну форму має закон всесвітнього тяжіння

$$\vec{F} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r},$$

де $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н м}^2 / \text{кг}^2$ – гравітаційна стала, m_1 і m_2 – маси взаємодіючих тіл.

Закон Кулона у наведеному вигляді виконується для точкових зарядів та для тіл сферичної форми. *Точковим зарядом* називають заряджене тіло, розмірами якого в умовах даної задачі можна знехтувати.

Сили Кулона – центральні, тобто напрямлені вздовж умовної прямої, яка з’єднує точкові заряди, що взаємодіють (рис. 1.1.3).

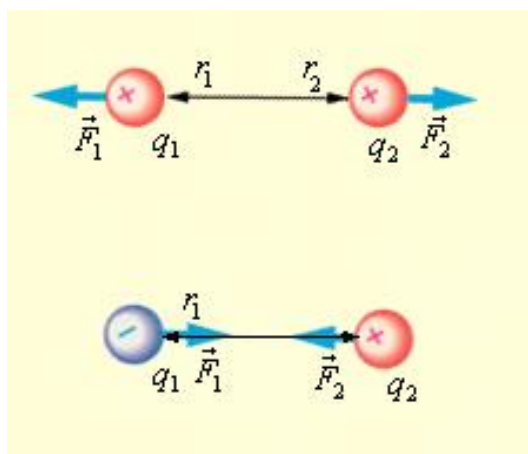


Рис. 1.1.3. Сили взаємодії електричних зарядів
а) різнойменні заряди; б) однойменні заряди

Для сил Кулона можна застосувати III закон Кулона

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2.$$

Відзначимо також, що для визначення сил взаємодії між тілами складної форми та у випадках неоднорідного розподілу заряду на тілах застосовується принцип суперпозиції

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i,$$

де \vec{F}_i – сила, що діє на вибраний заряд з боку будь-якого іншого заряду системи.

1.2. Електричне поле. Напруженість електричного поля

За сучасними уявленнями, електричні заряди не діють один на одного безпосередньо. Кожне заряджене тіло створює в навколишньому просторі *електричне поле*. Головна властивість електричного поля – дія на електричні заряди з деякою силою. Таким чином, взаємодія заряджених тіл здійснюється не

безпосереднім їх впливом один на одного, а через електричні поля, що оточують заряджені тіла.

Електричне поле, що оточує заряджене тіло, можна досліджувати за допомогою так званого *пробного заряду* – невеликого за величиною точкового заряду, який не робить помітного перерозподілу полів досліджуваних зарядів.

Для кількісного визначення електричного поля вводиться силова характеристика – напруженість електричного поля. *Напруженістю електричного поля* називають фізичну величину, що дорівнює відношенню сили, з якою поле діє на позитивний пробний заряд, поміщений у дану точку простору, до величини цього заряду

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \quad (1.2.1)$$

де \vec{F} – сила, що діє на точковий позитивний заряд q , поміщений у дану точку поля.

Одиниця напруженості – Н/Кл.

По напруженості можна визначити силу, що діє на точковий заряд q , поміщений в електричне поле

$$\vec{F} = q\vec{E}. \quad (1.2.2)$$

Напруженість електричного поля \vec{E} – векторна фізична величина. Напрямок вектору в кожній точці простору збігається з напрямком сили, що діє на позитивний пробний заряд (рис. 1.2.1).

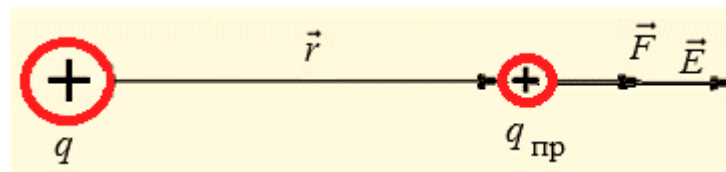


Рис. 1.2.1. Визначення вектору напруженості

Електричне поле нерухомих і не змінних з часом зарядів називається *електростатичним*. У багатьох випадках для скорочення це поле позначають загальним терміном – електричне поле.

Напруженість електричного поля, створюваного точковим зарядом q на відстані r від заряду, визначимо з урахуванням формул (1.2.1) та (1.1.2)

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}. \quad (1.2.3)$$

Якщо за допомогою пробного заряду досліджується електричне поле, створюване декількома зарядженими тілами, то результуюча сила виявляється рівною геометричній сумі сил, що діють на пробний заряд з боку кожного зарядженого тіла окремо. Отже, напруженість електричного поля, створюваного системою зарядів у даній точці простору, дорівнює векторній сумі напруженостей електричних полів, створюваних у тій же точці зарядами окремо.

Принцип суперпозиції (накладення) електричних полів: напруженість \vec{E} результуючого поля, створеного двома (і більше) точковими зарядами, дорівнює векторній (геометричній) сумі напруженостей полів, що складаються

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i. \quad (1.2.4)$$

У випадку двох електричних полів з напруженостями \vec{E}_1 та \vec{E}_2 модуль вектору напруженості

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha}, \quad (1.2.5)$$

де α – кут між векторами \vec{E}_1 і \vec{E}_2 .

Якщо електричний заряд безперервно розподілений у просторі, то напруженість електричного поля визначається у вигляді

$$E = \int dE, \quad (1.2.6)$$

причому інтегрування ведеться або по довжині, або по поверхні, або по об'єму в залежності від виду розподілу заряду.

Для наочного зображення електричного поля використовують *силові лінії*, які проводять так, щоб напрямком вектору \vec{E} в кожній точці збігався з напрямком дотичної до силової лінії (рис. 1.2.2).

Властивості силових ліній:

- їх густина (число ліній через одиницю поверхні) повинна бути пропорційною модулю вектору напруженості поля;
- силові лінії електричного поля є розривними: вони починаються на позитивних зарядах і закінчуються на негативних;
- силові лінії не перетинаються.

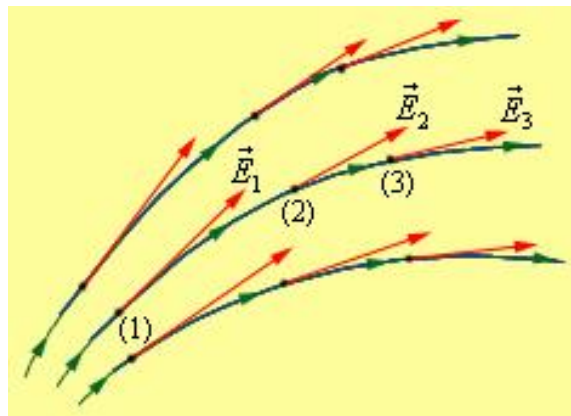


Рис. 1.2.2. Силові лінії електричного поля

Силові лінії так званих кулонівських полів позитивних і негативних точкових зарядів зображені на рис. 1.2.3.

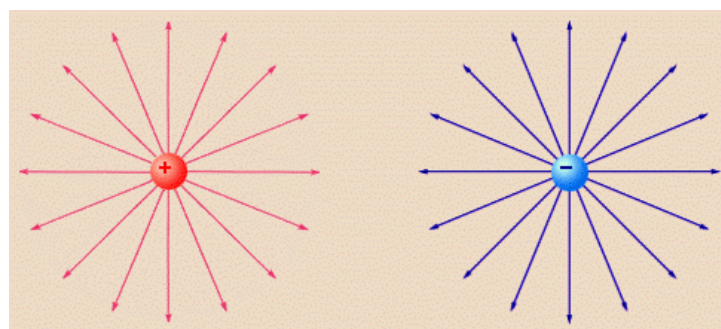


Рис. 1.2.3. Силові лінії кулонівських полів точкових зарядів

Так як електростатичне поле, створюване будь-якою системою зарядів, може бути представлено у вигляді суперпозиції кулонівських полів точкових зарядів, зображені на рис. 1.2.3 поля

можна розглядати як елементарні структурні одиниці («цеглинки») будь-якого електростатичного поля.

1.3. Теорема Гауса для електричного поля у вакуумі

Експериментально встановлені закон Кулона і принцип суперпозиції дозволяють повністю описати електростатичне поле заданої системи зарядів у вакуумі. Однак, властивості електростатичного поля можна виразити в іншій, більш загальній формі, не вдаючись до уявлення про кулонівське поле точкового заряду.

Введемо нову фізичну величину, що характеризує електричне поле – *потік вектору напруженості електричного поля* Φ . Нехай у просторі, де створено електричне поле, розташована деяка досить мала площадка ΔS . Добуток модуля вектору на площадку ΔS і на косинус кута α між вектором і нормаллю до площадки (рис. 1.3.1) називається *елементарним потоком вектору напруженості* через площадку ΔS

$$\Delta\Phi_E = E \Delta S \cos\alpha = E_n \Delta S, \quad (1.3.1)$$

де E_n – модуль нормальної складової напруженості поля.

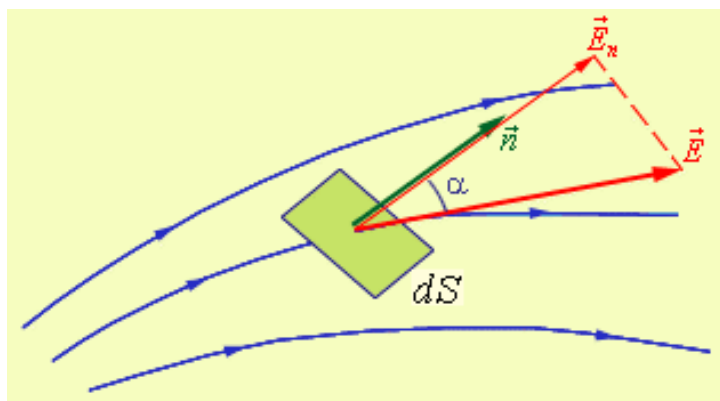


Рис. 1.3.1. До визначення елементарного потоку $\Delta\Phi$

Розглянемо тепер деяку довільну замкнуту поверхню S . Якщо розбити цю поверхню на малі площадки ΔS_i , визначити елементарні потоки $\Delta\Phi_i$ поля через ці малі площадки, а потім їх

підсумувати, то в результаті ми отримаємо потік Φ_E напруженості \vec{E} електричного поля через довільну поверхню S

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} d\vec{S} = \int_S E \cos \alpha dS \quad \text{або} \quad \Phi_E = \int_S E_n dS, \quad (1.3.2)$$

де α – кут між вектором напруженості \vec{E} та нормаллю \vec{n} до елемента поверхні; dS – площа елемента поверхні; $d\vec{S} = dS \vec{n}$.

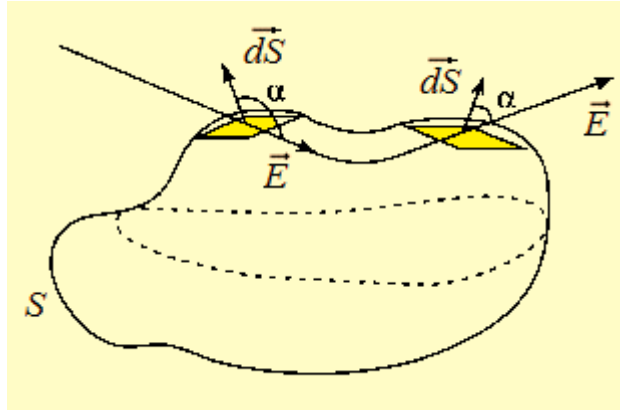


Рис. 1.3.2. До визначення теореми Гауса

Потік вектора напруженості \vec{E} через замкнену поверхню

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS, \quad (1.3.3)$$

де інтегрування ведеться по всій поверхні. У разі замкнутої поверхні завжди вибирається зовнішня нормаль.

Теорема Гауса.

Потік вектора напруженості електростатичного поля \vec{E} в вакуумі через довільну замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, що розташовані усередині цієї поверхні, поділений на електричну сталу ϵ_0

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i, \quad (1.3.4)$$

де $\sum_{i=1}^n q_i$ – алгебраїчна сума зарядів, що знаходяться усередині замкнутої поверхні; n – число зарядів.

Використовуючи теорему Гауса, можна в ряді випадків легко обчислити напруженість електричного поля навколо зарядженого тіла, якщо заданий розподіл зарядів має яку-небудь симетрію і загальну структуру поля можна заздалегідь вгадати.

Наведемо деякі приклади обчислення напруженостей полів за допомогою теореми Гауса.

Напруженість поля, створеного нескінченною рівномірно зарядженою площиною.

Введемо $\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta S}$ – поверхневу густину заряду – величину, що дорівнює відношенню заряду, розподіленого по поверхні, до площі цієї поверхні; одиниця – Кл/м².

Для рівномірно розподіленого заряду $\sigma = \text{const}$, і вектор напруженості електричного поля \vec{E} в силу симетрії буде спрямований перпендикулярно площині по обидва її боки.

При $\sigma > 0$ вектор \vec{E} спрямований від площини (рис. 1.3.3), а при $\sigma < 0$ – спрямований до площини.

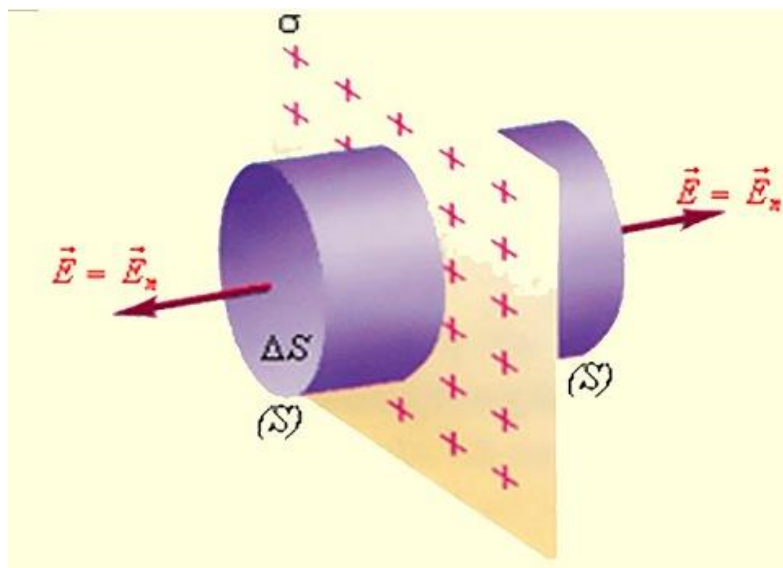


Рис. 1.3.3. Поле нескінченної рівномірно зарядженої площини

Виберемо замкнену поверхню у вигляді прямого циліндру, основи якого паралельні зарядженій площині, а вісь її є перпендикулярною. Потік вектору \vec{E} через бічну поверхню дорівнює 0 ($\alpha = \pi/2$, $\cos \alpha = 0$).

Повний потік крізь основи площею S_0 дорівнює $\Phi_E = 2 E S_0 \cos 0 = 2 E S_0$, а заряд всередині циліндру – $q = \sigma S_0$.

Згідно з теоремою Гауса маємо $2ES_0 = \frac{\sigma S_0}{\epsilon_0}$, звідки отримаємо

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \quad (1.3.5)$$

Бачимо, що напруженість електричного поля, створеного нескінченною площиною, не залежить від відстані.

Напруженість поля, створюваного двома паралельними нескінченними рівномірно різнойменно зарядженими площинками, з однаковою по модулю поверхневою густиною σ заряду (поле плоского конденсатора)

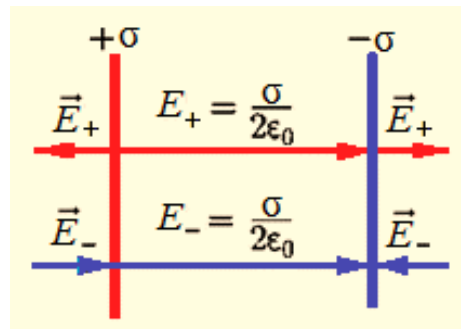


Рис. 1.3.4. Поле двох паралельних нескінченних рівномірно й різнойменно заряджених площин

Відповідно до принципу суперпозиції можемо знайти поле між пластинами (рис. 1.3.4)

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (1.3.6)$$

Із рисунку бачимо, що поле в областях за площинами дорівнює нулю. Наведена формула справедлива для обчислювання напруженості поля між пластинами плоского конденсатора (у його середній частині) тільки в тому випадку, якщо відстань між пластинами багато менше лінійних розмірів пластин конденсатора.

Напруженість електричного поля, створеного металевою сферою радіусом R , що несе заряд q , на відстані r від центра сфери (рис. 1.3.5.).

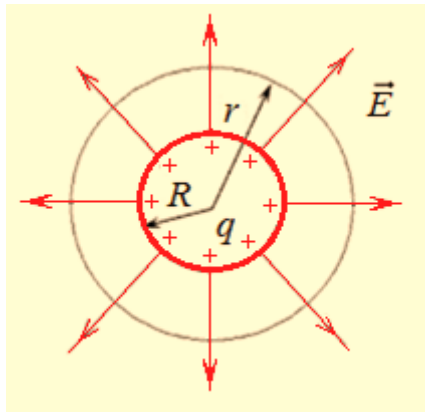


Рис. 1.3.5. Поле зарядженої сфери

Вибираючи замкнену сферу довільного радіусу r і знаходячи потік вектора \vec{E} через неї, за теоремою Гауса знаходимо поле

а) у середині сфери ($r < R$): $E = 0$; (1.3.7)

б) на поверхні сфери ($r = R$): $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2}$; (1.3.8)

в) поза сферою ($r > R$): $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$. (1.3.9)

Напруженість поля, створеного нескінченно довгою рівномірно зарядженою ниткою (або циліндром) на відстані r від її осі (рис. 1.3.6)

Введемо $\tau = \frac{\Delta q}{\Delta l}$ – лінійну густину заряду – величину, яка

дорівнює відношенню заряду, розподіленого по нитці, до довжини нитки (циліндра).

Одиниця вимірювання лінійної густини заряду – Кл/м.

Для застосування теореми Гауса скористаємось замкненою поверхнею у вигляді циліндру довжиною l і радіусом основи r .

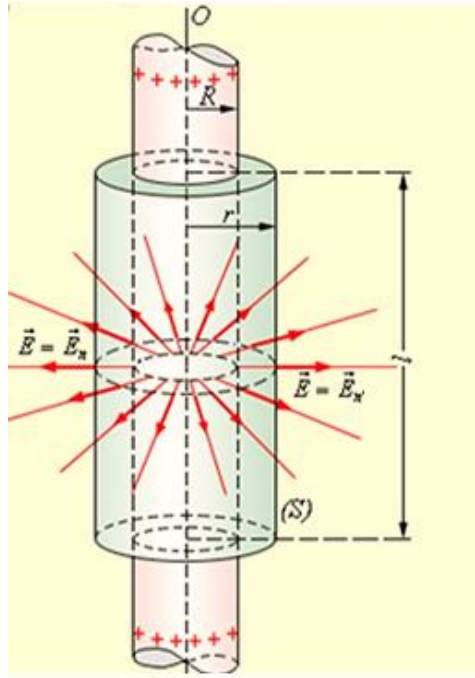


Рис. 1.3.6. Поле нескінченного довгого циліндру

Потік вектору \vec{E} крізь торці цього циліндру дорівнює нулю, а крізь бічну поверхню

$$\Phi_E = E2\pi rl. \quad (1.3.10)$$

За теоремою Гауса для $r \geq R$ маємо $E2\pi rl = \frac{q}{\epsilon_0}$, отже

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r}. \quad (1.3.11)$$

У випадку $r < R$ замкнена поверхня не охоплює зарядів, тобто поле всередині зарядженого циліндру дорівнює нулю.

1.4. Скалярні характеристики електростатичного поля

1.4.1. Робота, циркуляція вектора напруженості \vec{E}

При переміщенні пробного заряду q в електричному полі електричні сили здійснюють *роботу*. Ця робота при малому переміщенні (рис. 1.4.1) визначається скалярним добутком сили \vec{F}

і переміщення $d\vec{l}$ і, враховуючи визначення напруженості, дорівнює

$$dA = \vec{F}d\vec{l} = q\vec{E}d\vec{l}. \quad (1.4.1)$$

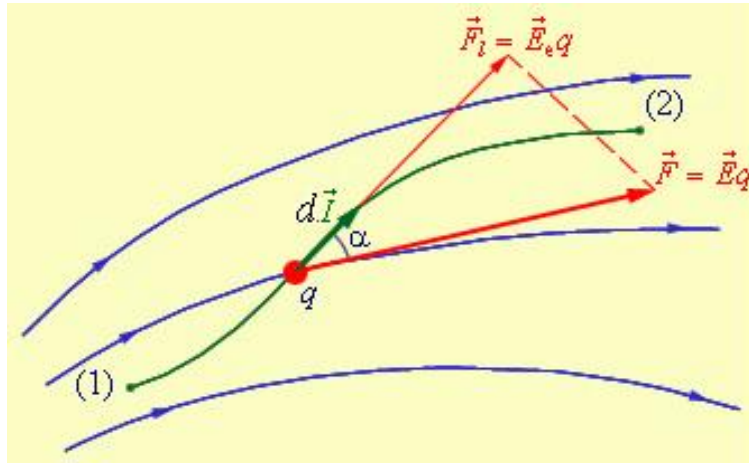


Рис. 1.4.1. Робота електричних сил при малому переміщенні заряду q

Розглянемо роботу сил електростатичного поля, створеного зарядом q_0 , по переміщенню точкового заряду q , користуючись формулою (1.4.1) для елементарного переміщення і формулою для напруженості електричного поля точкового заряду (1.2.3). Одержимо

$$dA = q\vec{E}d\vec{l} = qEdl\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} dr. \quad (1.4.2)$$

Роботу по переміщенню заряду із будь-якої точки 1 в точку 2 по довільній траєкторії можна знайти при інтегруванні виразу (1.4.2):

$$A_{12} = \int_1^2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2} \right). \quad (1.4.3)$$

Бачимо, що електростатичне поле має важливу властивість, а саме: робота сил електростатичного поля при переміщенні заряду з однієї точки поля в іншу не залежить від форми траєкторії, а визначається тільки положенням початкової та кінцевої точок і величиною заряду.

Наслідком незалежності роботи від форми траєкторії є наступне твердження:

робота сил електростатичного поля при переміщенні заряду по будь-якій замкнутій траєкторії дорівнює нулю.

Силіві поля, що мають таку властивість, називають *потенційними*, а сили, що діють в них – *консервативними*.

Важливою скалярною величиною, що характеризує електростатичне поле є *циркуляція вектора напруженості електричного поля*, яка дорівнює роботі переміщення одиничного точкового позитивного заряду уздовж замкненого контуру. Циркуляція виражається інтегралом по замкненому контуру

$$\oint_L E_l dl,$$

де E_l – проекція вектору напруженості \vec{E} в даній точці контуру на напрямок дотичної до контуру в тій же точці (рис. 1.4.2).

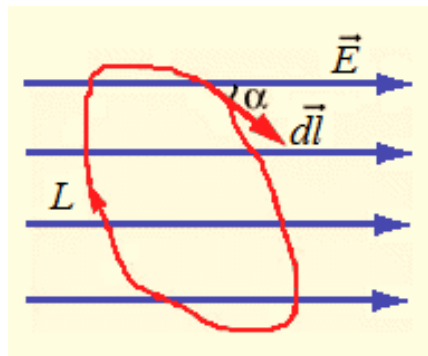


Рис. 1.4.2. Циркуляція вектору напруженості електричного поля

У випадку електростатичного поля *умовою потенційності поля є рівняння*

$$\oint_L E_l dl = 0. \quad (1.4.4)$$

Вираз (1.4.4) є математичним записом *теорему про циркуляцію вектора \vec{E}* .

Циркуляція вектора \vec{E} у будь-якому електростатичному полі дорівнює нулю.

1.4.2. Потенціальна енергія, потенціал, різниця потенціалів

Властивість потенційності електростатичного поля дозволяє ввести поняття потенційної енергії заряду в електричному полі. Для цього в просторі вибирається деяка точка (0), і потенційна енергія заряду q , поміщеного в цю точку, приймається рівною нулю.

Потенційна енергія заряду q , поміщеного в будь-яку точку (1) простору, щодо фіксованої точки (0) дорівнює роботі A_{10} , яку здійснить електростатичне поле при переміщенні заряду q з точки (1) в точку (0)

$$W_{\text{П1}} = A_{10}. \quad (1.4.5)$$

Так само, як і у механіці, потенційна енергія визначена з точністю до постійної величини, залежної від вибору опорної точки (0). Така неоднозначність у визначенні потенційної енергії не призводить до яких-небудь непорозумінь, оскільки фізичний зміст має не сама потенційна енергія, а різниця її значень у двох точках простору.

Робота, що здійснюється електростатичним полем при переміщенні точкового заряду q з точки (1) в точку (2), дорівнює різниці значень потенційної енергії в цих точках і не залежить від шляху переміщення заряду і від вибору точки (0)

$$A_{12} = A_{10} + A_{02} = A_{10} - A_{20} = W_{\text{П1}} - W_{\text{П2}}. \quad (1.4.6)$$

Порівнюючи вирази (1.4.3) і (1.4.6) для роботи, одержимо вираз для потенційної енергії заряду q , поміщеного в електростатичне поле заряду q_0

$$W_{\text{П}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r}. \quad (1.4.7)$$

Як і будь-яка потенційна енергія, потенційна енергія взаємодіючих електричних зарядів залежить від їх характеристик і відстані між ними.

Потенціал електричного поля є величина, що дорівнює відношенню потенційної енергії точкового позитивного заряду, поміщеного в дану точку поля, до цього заряду,

$$\varphi = \frac{W_{\text{П}}}{q}. \quad (1.4.8)$$

У багатьох задачах електростатики при обчисленні потенціалів за опорну точку (0) зручно прийняти нескінченно віддалену точку. У цьому випадку поняття потенціалу може бути визначене в такий спосіб:

потенціал поля в даній точці простору дорівнює роботі, яку здійснюють електричні сили при видаленні одиничного позитивного заряду з даної точки в нескінченність.

$$\varphi = \frac{A_{\infty}}{q}. \quad (1.4.9)$$

Потенціал φ є енергетичною характеристикою електростатичного поля.

У Міжнародній системі одиниць (СІ) одиницею потенціалу є вольт (В). $1 \text{ В} = 1 \text{ Дж} / 1 \text{ Кл} = 1 \text{ Нм} / 1 \text{ Ас} = 1 \text{ кг м} / \text{с}^2 \text{ Ас} = 1 \text{ кгм} / \text{Ас}^3$.

Відзначимо, що при переміщенні заряду в електричному полі робота $A_{\text{зс}}$ зовнішніх сил дорівнює по модулю роботі $A_{\text{сп}}$ сил поля й протилежна їй за знаком

$$A_{\text{зс}} = -A_{\text{сп}}. \quad (1.4.10)$$

Потенціал електричного поля, створений точковим зарядом q на відстані r від заряду, можна знайти за допомогою формул (1.4.8) і (1.4.7)

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (1.4.11)$$

Потенціал електричного поля, створеного металевією сферою радіусом R , що несе заряд q , на відстані r від центра сфери визначається формулами:

$$\text{а) у середині сфери } (r < R): \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}; \quad (1.4.12)$$

$$\text{б) на поверхні сфери } (r = R): \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}; \quad (1.4.13)$$

$$\text{в) поза сферою } (r > R): \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (1.4.14)$$

Відповідно до *принципу суперпозиції* потенціал електричного поля, створеного системою n точкових зарядів у даній точці, дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$, створених окремими точковими зарядами q_1, q_2, \dots, q_n

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i. \quad (1.4.15)$$

Енергія W взаємодії системи точкових зарядів q_1, q_2, \dots, q_n визначається роботою, яку ця система зарядів може зробити при видаленні їх відносно один одного в нескінченність, і виражається формулою

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i, \quad (1.4.16)$$

де φ_i – потенціал поля, створеного всіма $n-1$ зарядами (за винятком i -го) у точці, де розташований заряд q_i .

1.4.3. Взаємозв'язок між потенціалом і напруженістю. Еквіпотенціальні поверхні

Для багатьох задач електростатики досить важко знайти векторну характеристику електричного поля – напруженість, тоді як скалярну характеристику – потенціал визначити доволі просто.

Взаємозв'язок між потенціалом і напруженістю можна визначити за допомогою формул для роботи по переміщенню

заряду в електричному полі на елементарну відстань dx вздовж силової лінії, а саме:

$$dA = qEdx \quad \text{і} \quad dA = -dW_{\text{П}} = -qd\varphi.$$

Порівнюючи праві частини наведених формул, одержимо зв'язок у вигляді

$$E = -\frac{d\varphi}{dx} \quad (1.4.17)$$

або в загальному випадку

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi, \quad (1.4.18)$$

де $\text{grad}\varphi = \vec{i} \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial\varphi}{\partial z}$ – градієнт потенціалу.

Якщо електричне поле має сферичну симетрію, маємо

$$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dr} \vec{r}. \quad (1.4.19)$$

У випадку однорідного поля, тобто поля, напруженість якого в кожній точці його однакова як по модулю, так і по напрямку, маємо

$$E = -\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{d} = -\frac{\Delta\varphi}{d}, \quad \text{або} \quad E = \frac{U}{d}, \quad (1.4.20)$$

де d – відстань між точками з потенціалами φ_1 і φ_2

У формулі (1.4.20) вводиться *різниця потенціалів* або *напруга*, яка є важливою фізичною величиною не тільки для електростатики, а й для розглядання постійного і змінного струму

$$U = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (1.4.21)$$

Очевидно, що одиницею напруги є вольт (В), і тоді можна ввести ще одну одиницю для напруженості $[E] = \text{В/м}$ згідно формули (1.4.20).

Різницю потенціалів визначають через напруженість електричного поля у загальному випадку згідно з формулою

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{r}. \quad (1.4.22)$$

Для графічного зображення розподілу потенціалу використовуються *еквіпотенціальні поверхні* – поверхні, у всіх точках яких потенціал має одне і теж значення (рис. 1.4.3).

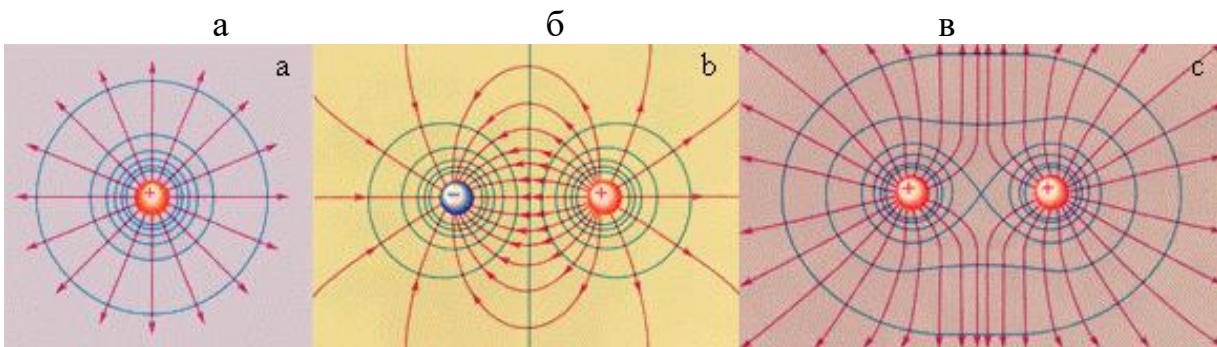


Рис. 1.4.3. Еквіпотенціальні поверхні для: позитивного точкового заряду (а), диполя (б), двох однойменних зарядів (в)

Еквіпотенціальні поверхні зазвичай проводять так, щоб різниці потенціалів між двома сусідніми еквіпотенціальними поверхнями були однакові. Тоді густина еквіпотенціальних поверхонь наочно характеризує напруженість поля в різних точках. Там, де ці поверхні розташовані густіше, напруженість поля більше. На рис. 1.4.3 пунктиром зображені силові лінії, суцільними лініями – перетини еквіпотенціальних поверхонь.

Робота переміщення заряду вздовж еквіпотенціальної поверхні дорівнює нулю. Це можна довести, згадуючи формулу для роботи, що виконується електричним полем при переміщенні точкового заряду q з однієї точки поля, що має потенціал φ_1 , в іншу, що має потенціал φ_2 ,

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (1.4.23)$$

Порівнюючи з іншою формули для роботи

$$A = q E dl \cos\alpha, \quad (1.4.24)$$

робимо висновок, що при $A = 0$ маємо $\cos\alpha = 0$, $\alpha = 90^\circ$, тобто силові лінії і екіпотенціальні поверхні перетинаються під прямим кутом.

1.5. Електричний диполь

Електричний диполь є система двох точкових електричних зарядів, рівних за розміром та протилежних за знаком, відстань l між якими значно менше відстані r від центра диполя до точок спостереження (рис. 1.5.1).

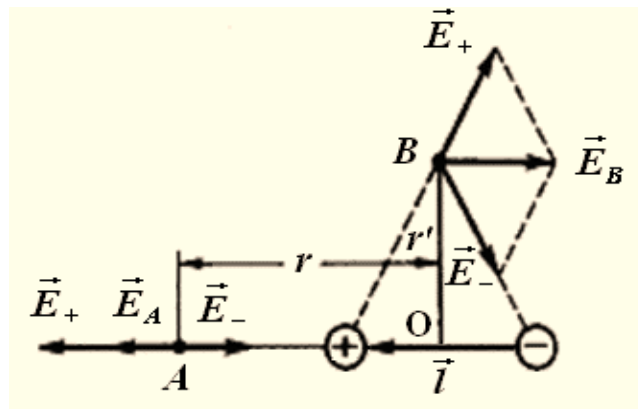


Рис. 1.5.1. Електричне поле диполя

Вектор \vec{l} , проведений від негативного заряду диполя до його позитивного заряду, називається плечем диполя.

Добуток заряду $|q|$ диполя на його плече \vec{l} називається електричним моментом диполя

$$\vec{p} = |q|\vec{l}. \quad (1.5.1)$$

Одиниця електричного моменту диполя – Кл м.

Напруженість поля диполя знаходиться згідно принципу суперпозиції і в загальному випадку у вакуумі має вигляд

$$E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \alpha}, \quad (1.5.2)$$

де p – електричний момент диполя; r – модуль радіуса-вектора, проведеного від центра диполя до точки, напруженість поля в якій нас цікавить; α – кут між радіус-вектором \vec{r} і плечем \vec{l} диполя.

Розглянемо окремі випадки.

Напруженість поля диполя в точці, що лежить на осі диполя, ($\alpha = 0$, точка A на рис.1.5.1)

$$E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (1.5.3)$$

і в точці, що лежить на перпендикулярі до плеча диполя, який встановлений з його середини ($\alpha = \frac{\pi}{2}$, точка B на рис. 1.5.1),

$$E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3}. \quad (1.5.4)$$

Потенціал поля диполя в будь-якій точці простору на відстані r від його центру можна знайти, користуючись принципом суперпозиції

$$\varphi = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \alpha. \quad (1.5.5)$$

Потенціал поля диполя в точці, що лежить на осі диполя ($\alpha = 0$),

$$\varphi = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2}. \quad (1.5.6)$$

В точці, що лежить на перпендикулярі до плеча диполя, встановленому з його середини ($\alpha = \pi/2$), потенціал $\varphi = 0$.

На диполь із електричним моментом \vec{p} , поміщений в однорідне електричне поле з напруженістю \vec{E} , діє механічний момент (рис. 1.5.2а)

$$\vec{M} = [\vec{p}\vec{E}] \quad \text{або} \quad M = pE \sin \alpha, \quad (1.5.7)$$

де α – кут між напрямками векторів \vec{p} і \vec{E} .

У неоднорідному електричному полі крім механічного моменту (пари сил) на диполь діє ще деяка сила. У випадку поля,

що має симетрію щодо горизонтальної осі x (рис. 1.5.2б), сила визначається у вигляді

$$F_x = p \frac{\partial E}{\partial x} \cos \alpha, \quad (1.5.9)$$

де $\frac{\partial E}{\partial x}$ – частинна похідна напруженості поля, що характеризує ступінь неоднорідності поля в напрямку осі x .

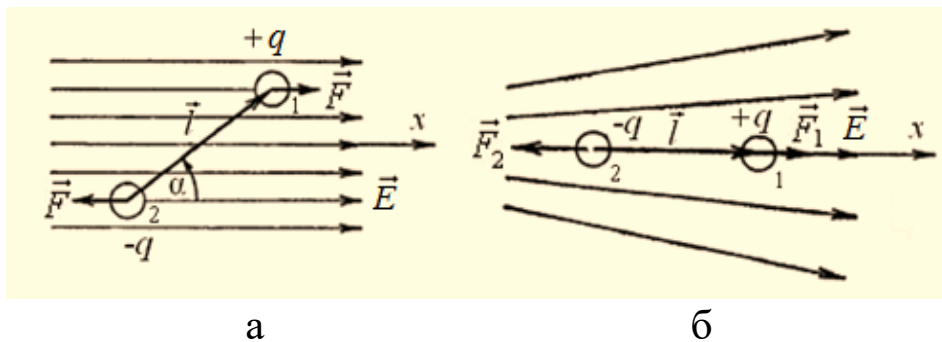


Рис. 1.5.2. Електричний диполь в однорідному (а) і неоднорідному (б) електричному полі

При $\alpha > \pi/2$ сила F_x позитивна, це значить, що під її дією диполь втягується в область сильного поля.

1.6. Електричне поле в діелектриках

1.6.1. Властивості і типи діелектриків

Діелектриками називаються речовини, які при звичайних умовах практично не проводять електричний струм. На відміну від провідників, в діелектриках (ізоляторах) немає вільних електричних зарядів. Вони складаються з нейтральних атомів або молекул. Заряджені частинки в нейтральному атомі пов'язані один з одним і не можуть переміщатися під дією електричного поля по всьому об'єму діелектрика.

Якщо замінити позитивні заряди ядер молекул сумарним зарядом $+q$, який знаходиться в, так би мовити, "центрі ваги" позитивних зарядів, а заряд всіх електронів – сумарним негативним зарядом $-q$, що знаходиться в "центрі ваги"

негативних зарядів, то молекули можна розглядати як електричні диполі з електричним моментом.

Розрізняють три типи діелектриків.

1) *Діелектрики з неполярними молекулами*, симетричні молекули яких при відсутності зовнішнього поля мають нульовий дипольний момент (наприклад, H_2 , N_2 , O_2 , CCl_4 та ін.)

2) *Діелектрики з полярними молекулами*, молекули яких внаслідок асиметрії мають ненульовий дипольний момент (наприклад H_2O , HCl , NH_3 та ін.). При відсутності зовнішнього електричного поля осі молекулярних диполів за теплового руху орієнтовані хаотично, так що на поверхні діелектрика і в будь-якому елементі об'єму електричний заряд в середньому дорівнює нулю.

3) *Іонні діелектрики* (наприклад, $NaCl$). Іонні кристали являють собою просторові решітки з правильним чергуванням іонів різних знаків.

1.6.2. Поляризація діелектрика

При внесенні діелектрика в зовнішнє електричне поле в ньому виникає певний перерозподіл зарядів, що входять до складу атомів або молекул. У результаті такого перерозподілу на поверхні діелектричного зразка з'являються надлишкові некомпенсовані так звані *зв'язані заряди*. Всі заряджені частинки, що утворюють макроскопічні пов'язані заряди, як і раніше, входять до складу своїх атомів.

Зв'язані заряди створюють електричне поле, яке всередині діелектрика направлено протилежно вектору напруженості зовнішнього поля \vec{E}_0 . Цей процес називається *поляризацією діелектрика*. У результаті повне електричне поле всередині діелектрика виявляється по модулю менше зовнішнього поля.

Внесення діелектриків в зовнішнє електричне поле призводить до виникнення відмінного від нуля результуючого електричного моменту діелектрика.

Відповідно трьом видам діелектриків розрізняють три види поляризації.

1) *Електронна (або деформаційна)* поляризація діелектрика з неполярними молекулами – це поява під впливом електричного поля орієнтованих по полю диполів за рахунок деформації електронних орбіт, внаслідок чого виникає індукований дипольний момент у атомів або молекул діелектрика (рис. 1.6.1, а) .

2) *Орієнтаційна (або дипольна)* поляризація діелектрика з полярними молекулами – орієнтація наявних дипольних моментів молекул по полю (рис. 1.6.1, б) (ця орієнтація тим сильніше, чим більше напруженість електричного поля і чим нижче температура).

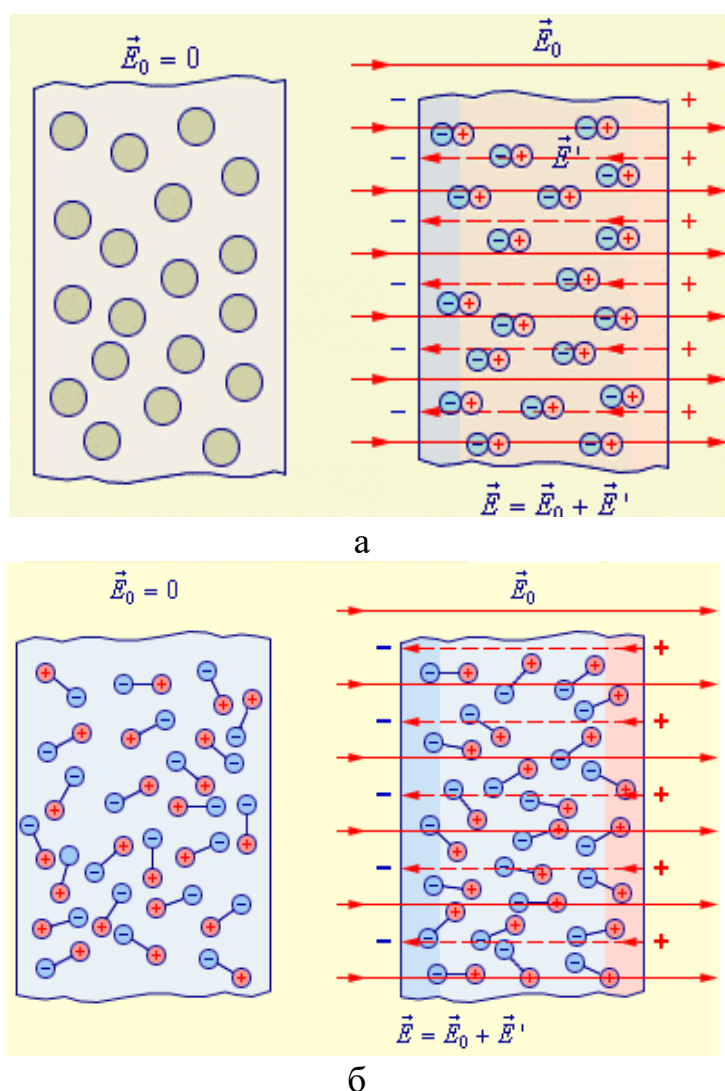


Рис. 1.6.1. Поляризація діелектрика: а – електронна, б - орієнтаційна

3) *Іонна* поляризація діелектрика з іонними кристалічними ґратками – зміщення ґратки позитивних іонів уздовж поля, а

негативних іонів – проти поля призводить до виникнення дипольних моментів.

1.6.3. Вектор поляризації і вектор електричного зміщення

Для кількісного опису поляризації діелектрика використовується векторна величина – *поляризованість* – яка визначається як дипольний момент одиниці об'єму діелектрика.

Поляризованість (при однорідній поляризації) визначається наступним чином

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i, \quad (1.6.1)$$

де \vec{p}_i – електричний момент окремої (i -тої) молекули (або атома); N – число молекул, що містяться в об'ємі ΔV .

Одиниця поляризованості – Кл/м².

Розглянемо плоско-паралельну пластину діелектрику, вміщеного в однорідне електричне поле з напруженістю \vec{E}_0 (рис. 1.6.2).

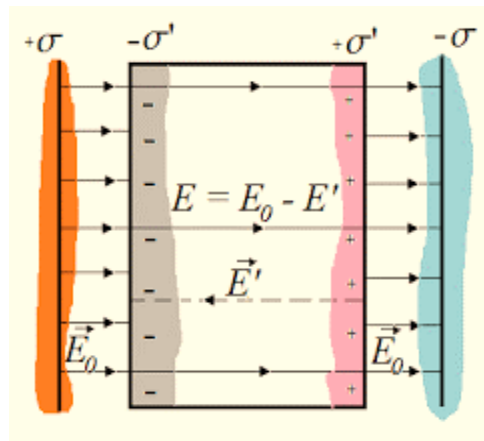


Рис. 1.6.2. Зв'язані заряди на поверхні діелектрика

Поле \vec{E}' всередині діелектрика, створене зв'язаними зарядами, спрямоване проти зовнішнього поля \vec{E}_0 , створюваного вільними зарядами з поверхневою густиною σ .

Результуюче поле всередині діелектрика

$$E = E_0 - E' . \quad (1.6.2)$$

У нашому прикладі поле E' створене двома нескінченно зарядженими площинами з поверхневою густиною зв'язаних зарядів σ' , тобто

$$E' = \sigma' / \varepsilon_0 , \quad (1.6.3)$$

звідки

$$E = E_0 - \sigma' / \varepsilon_0 . \quad (1.6.4)$$

Повний дипольний момент діелектричної пластинки з товщиною d і площею грані S дорівнює $p_V = PV = PSd$, з іншого боку $p_V = qd = \sigma'Sd$. Зрівнюючи праві частини цих рівнянь, одержимо

$$\sigma' = P ,$$

отже,

$$E = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0} . \quad (1.6.5)$$

Із досвіду відомо, що для слабких полів зв'язок поляризованості з напруженістю E середнього макроскопічного поля в діелектрику має вигляд

$$P = \varepsilon \varepsilon_0 E , \quad (1.6.6)$$

де ε – безрозмірна величина, так звана діелектрична сприйнятливість; ε_0 – електрична стала.

Сприйнятливість визначається типом діелектрика та його густиною. Це позитивна величина ($\varepsilon > 0$), чисельне значення якої змінюється від декількох одиниць (для неполярних діелектриків) до десятків одиниць (для полярних діелектриків, наприклад, для води $\varepsilon = 80$).

Враховуючи залежність (1.6.6), із формули (1.6.5) маємо

$$E = E_0 - \frac{\varkappa \varepsilon_0 E}{\varepsilon_0} = E_0 - \varkappa E. \quad (1.6.7)$$

Формула (1.6.7) дозволяє одержати зв'язок між напруженістю зовнішнього і внутрішнього поля в діелектрику

$$E = \frac{E_0}{1 + \varkappa} = \frac{E_0}{\varepsilon}, \quad (1.6.8)$$

а також зв'язок діелектричної проникності ε з діелектричною сприйнятливістю \varkappa

$$\varepsilon = 1 + \varkappa. \quad (1.6.9)$$

Таким чином, бачимо, що напруженість електростатичного поля залежить від властивостей середовища (від ε), а враховуючи значення діелектричної сприйнятливості, маємо $\varepsilon > 1$.

Для вакууму $\varkappa = 0$ і $\varepsilon = 1$.

Це означає, що в присутності діелектрика такі характеристики електричного поля, як напруженість, потенційна енергія і потенціал зменшуються в ε разів. Так, для поля, створеного точковим зарядом, будемо мати відповідно

$$\vec{E} = k \frac{q}{\varepsilon r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \quad (1.6.10)$$

$$W = k \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r}, \quad (1.6.11)$$

$$\varphi = k \frac{q}{\varepsilon r}. \quad (1.6.12)$$

Що стосується сили взаємодії між зарядженими тілами, то закон Кулона має наступний вигляд тільки для безмежних однорідних ізотропних діелектриків зі сталим значенням ε (для рідин і газів)

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2} \frac{\vec{r}}{r}. \quad (1.6.13)$$

Відзначимо також, що вектор напруженості \vec{E} , переходячи через границю діелектриків, зазнає стрибкоподібну зміну, тому для опису безперервного електричного поля системи зарядів з урахуванням поляризаційних властивостей діелектриків вводиться *вектор електричного зміщення (електричної індукції)*. Електричне зміщення \vec{D} пов'язане з напруженістю \vec{E} електричного поля співвідношенням

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}. \quad (1.6.14)$$

Це співвідношення справедливо тільки для ізотропних діелектриків.

Одиниця електричного зміщення – Кл/м².

Вектор \vec{D} описує електростатичне поле, створюване вільними зарядами (тобто у вакуумі), але при такому їх розподілі в просторі, яке є при наявності діелектрика.

Аналогічно лініям напруженості, можна ввести лінії електричного зміщення. Через області поля, де знаходяться пов'язані заряди, лінії вектора проходять не перериваючись.

Потік вектора електричного зміщення виражається аналогічно потоку вектора напруженості електричного поля:

а) у випадку однорідного поля потік крізь плоску поверхню

$$\Phi_D = D \Delta S \cos \alpha, \quad (1.6.15)$$

б) у випадку неоднорідного поля й довільної поверхні

$$\Phi_D = \int D_n dS, \quad (1.6.16)$$

де D_n – проекція вектора \vec{D} на напрямок нормалі до елемента поверхні, площа якої дорівнює dS .

Теорема Гауса для електростатичного поля в діелектрику: потік вектору зміщення електростатичного поля в діелектрику крізь довільну замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі n вільних електричних зарядів, що знаходяться усередині цієї поверхні

$$\Phi_D = \oint_s D_n dS = \sum_{i=1}^n q_i. \quad (1.6.17)$$

1.6.4. Сегнетоелектрики, піроелектрики, п'єзоелектрики

Для більшості діелектриків ϵ та ϵ зменшуються при підвищенні їх температури, але не залежать від величини напруженості E , тому залежність поляризованості P від вектору напруженості E носить лінійний характер.

Проте існує особливий клас діелектриків (*сегнетоелектрики*), відмітними властивостями яких є:

1) діелектрична проникність ϵ цих речовин може досягати декількох тисяч (для порівняння, у такого сильного полярного діелектрика, як вода $\epsilon = 81$);

2) залежність P від E не є лінійною;

3) при переполяризації сегнетоелектрика виявляється явище *гістерезису* (рис. 1.6.3), тобто запізнювання слідування P за зміною поля E ;

4) спостерігається складна залежність ϵ від температури, причому для кожного сегнетоелектрика існує така температура (звана *точкою Кюрі*), вище якої сегнетоелектрик втрачає свої властивості і стає звичайним діелектриком.

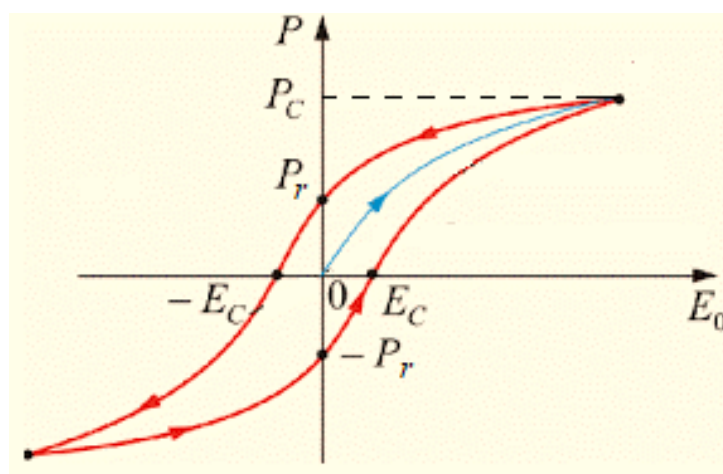


Рис. 1.6.3. Петля гістерезису в сегнетоелектриках (P_r – залишкова поляризація, E_c – коерцитивна сила)

Всі перераховані властивості сегнетоелектриків пояснюються наявністю в них особливих областей спонтанної (мимовільної) поляризації, які зветься *доменами*, на які розпадається об'єм

сегнетоелектрика. Кожен з доменів, навіть за відсутності зовнішнього електричного поля, поляризований до насичення (максимально). Під дією зовнішнього поля електричні моменти окремих доменів повертаються як ціле, встановлюючи вздовж напрямку поля. При поляризації до насичення весь сегнетоелектрик стає ніби одним великим доменом.

Величина вектора поляризації сегнетоелектрика при $E = 0$ зветься *залишковою поляризацією*, а значення вектору E , при якому вектор поляризації дорівнює нулю – *коерцитивною силою* (рис. 1.6.3).

Сегнетоелектричні матеріали широко застосовуються на практиці в різних радіоелектронних пристроях, наприклад, при виготовленні малогабаритних низькочастотних конденсаторів з великою питомою ємністю. Для цієї мети використовується низькочастотна конденсаторна кераміка на основі іонних сегнетоелектриків, головним чином BaTiO_3 з добавками, що знижують різку залежність діелектричної проникності ϵ цього матеріалу від температури (а отже, і ємності конденсатора, виготовленого на його основі).

На відміну від сегнетоелектриків, у яких макроскопічний електричний момент у вихідному стані дорівнює нулю, існує клас схожих речовин, званих *піроелектриками*, які в початковому стані мають відмінну від нуля макроскопічну спонтанну поляризацію. Її поява пов'язана з тим, що в цих речовинах «центри ваги» позитивних і негативних зарядів зміщені відносно один одного. У відомому сенсі можна сказати, що піроелектрик – це монодомений сегнетоелектрик.

Як перетворювачі механічних коливань в електричні і електричних – в механічні в техніці використовуються *п'єзоелектрики* – діелектрики, в яких спостерігається п'єзо ефект, тобто ті, які можуть або під дією деформації індукувати електричний заряд на своїй поверхні (прямий п'єзо ефект), або під впливом зовнішнього електричного поля деформуватися (зворотний п'єзо ефект). Обидва ефекти відкриті братами Жаком і П'єром Кюрі в 1880-1881 роках. П'єзоелектрики є основними матеріалами акустоелектроніки.

1.6.5. Граничні умови на межі розподілу однорідних діелектриків

При розгляданні деяких практичних задач, зокрема при розрахунках складних конденсаторів, встає питання про електричне поле в неоднорідних діелектриках, які утворені просторовою комбінацією однорідних ізотропних діелектриків.

В таких задачах необхідно враховувати так звані граничні умови, які задовольняються при переході через границю розподілу однорідних діелектриків з різними діелектричними проникностями для полів \vec{D} і \vec{E} .

Роздивимось границю поділу двох однорідних ізотропних діелектриків з діелектричними проникностями ϵ_1 і ϵ_2 . Застосовуючи теорему Гауса для циліндра надзвичайно малої висоти, розташованому в обох діелектриках, і враховуючи електронейтральність діелектриків, приходимо до висновку

$$D_{n1} = D_{n2}. \quad (1.6.18)$$

Таким чином, *нормальна складова вектора зміщення \vec{D} однакова за величиною в обох діелектриках, тобто неперервна на поверхні розподілу (рис. 1.6.4б).*

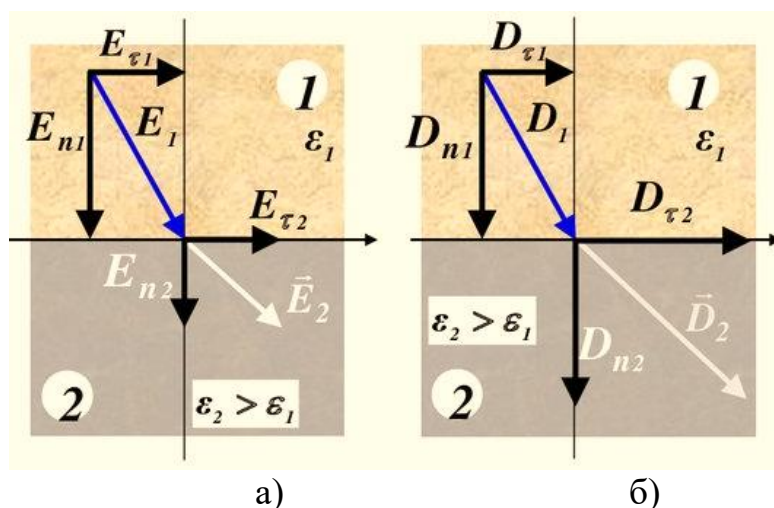


Рис. 1.6.4. Заломлення ліній поля при переході через границю розподілу двох діелектриків

Враховуючи зв'язок $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$, приходимо до висновку, що нормальна складова E_n вектора напруженості електричного поля на поверхні розподілу діелектриків має розрив (рис. 1.6.4а)

$$\varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{n1} = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{n2} \quad \text{або} \quad E_{n1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} E_{n2}. \quad (1.6.19)$$

Користуючись теоремою про циркуляцію вектора \vec{E} (див.1.4.4), можна довести, що дотична складова E_τ вектора напруженості при переході через межу залишається незмінною (рис. 1.6.4а)

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}. \quad (1.6.20)$$

При цьому дотична складова D_τ вектору зміщення на межі розподілу двох діелектриків має розрив (рис. 1.6.4б).

З урахуванням зв'язку $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$ маємо

$$\frac{D_{\tau 1}}{D_{\tau 2}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \quad (1.6.21)$$

Із аналізу виразів (1.6.18) – (1.6.21) одержимо також висновок, що густина ліній напруженості електричного поля змінюється при переході в інший діелектрик, а густина ліній вектору зміщення зостається незмінною.

1.7. Провідники в електричному полі. Конденсатори

1.7.1. Властивості провідників

Основна особливість провідників – наявність вільних зарядів (електронів), які беруть участь в тепловому русі і можуть переміщатися по всьому об'єму провідника. Типові провідники – метали.

У відсутність зовнішнього поля в будь-якому елементі об'єму провідника негативний вільний заряд компенсується позитивним зарядом іонної ґратки. У провіднику, внесеному в електричне поле,

відбувається перерозподіл вільних зарядів, в результаті чого на поверхні провідника виникають не скомпенсовані позитивні і негативні заряди (рис. 1.7.1). Цей процес називають *електростатичною індукцією*, а заряди, що з'явилися на поверхні провідника – *індукційними* зарядами.

Надлишковий заряд зосереджується поблизу поверхні провідника у дуже тонкому прошарку товщиною $\approx 10^{-10}$ м, що відповідає діаметру атома.

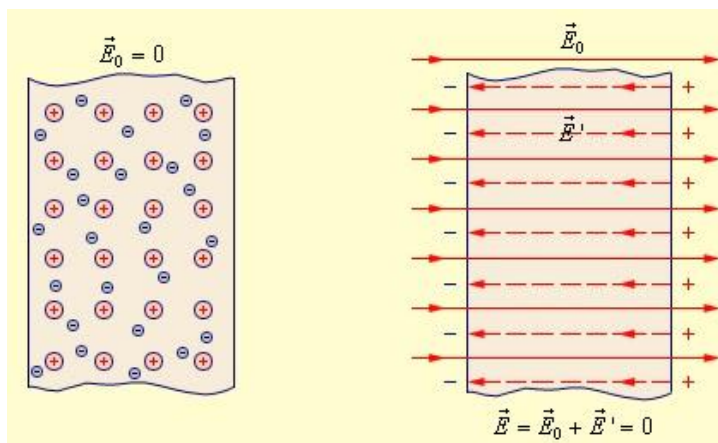


Рис.1.7.1. Електростатична індукція

Індукційні заряди створюють своє власне поле \vec{E}' , яке компенсує зовнішнє поле у всьому об'ємі провідника

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = 0. \quad (1.7.1)$$

Повне електростатичне поле \vec{E} всередині провідника дорівнює нулю.

Потенціали у всіх точках усередині провідника однакові і дорівнюють потенціалу на поверхні провідника

$$\varphi(x, y, z) = \varphi(\vec{r}) = \text{const}. \quad (1.7.2)$$

Оскільки *поверхня провідника є екіпотенційною*, силові лінії біля поверхні повинні бути перпендикулярні до неї. Таким чином маємо $\vec{E} = \vec{E}_\tau + \vec{E}_n = \vec{E}_n$, де $\vec{E}_\tau = 0$ – тангенціальна складова, а \vec{E}_n – нормальна складова вектору напруженості відносно поверхні провідника.

На підставі теореми Гауса можна визначити

$$E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad (1.7.3)$$

де σ – поверхнева густина індукційних зарядів.

Заряди на поверхні провідника розподіляються в залежності від форми поверхні.

Поверхнева густина зарядів при заданому потенціалі провідника пропорційна радіусу кривизни поверхні. Отже, напруженість поля значно зростає поблизу гострих виступів, з яких може спостерігатись спонтанне стікання зарядів, що призводить до іонізації повітря. Цей факт потрібно враховувати у промислових пристроях, уникаючи загострених провідників. Натомість в якості блискавковідводів треба застосовувати провідники у вигляді вістрі.

Якщо всередині провідника утворити порожнину, то електричне поле усередині порожнини дорівнюватиме нулю. На цьому заснований *електростатичний захист* – чутливі до електричного поля прилади для виключення впливу поля поміщають в металеві ящики, суцільні або зроблені із металевої сітки (рис.1.7.2).

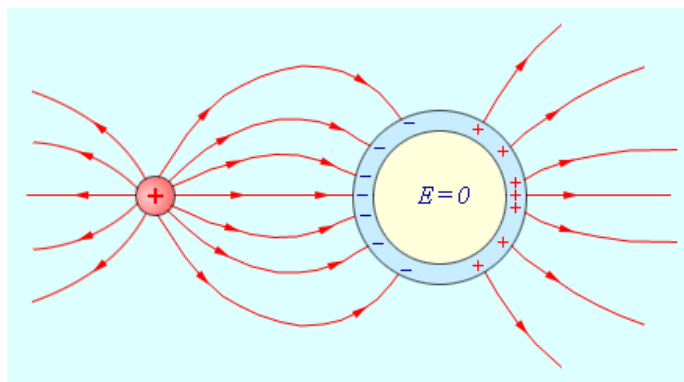


Рис. 1.7.2. Електростатичний захист. Поле в металевій порожнині дорівнює нулю

Рисунок 1.7.2. ілюструє також зміну конфігурації силових ліній електростатичного поля, створеного точковим позитивним зарядом, при внесенні металевого провідника сферичної форми із порожниною.

1.7.2. Електрична ємність відокремленого провідника

Розглянемо *відокремлений провідник* – провідник, віддалений від інших тіл і зарядів. З досвіду відомо, що різні провідники, будучи однаково зарядженими, мають різні потенціали.

Фізична величина C , що дорівнює відношенню заряду провідника до його потенціалу, називається *електричною ємністю цього провідника*.

Електроємність відокремленого провідника дорівнює заряду, який потрібно повідомити цьому провіднику для того, щоб змінити його потенціал φ на одиницю

$$C = \frac{q}{\varphi}, \quad (1.7.4)$$

де q – заряд, наданий провіднику.

Електроємність залежить від форми і розмірів провідника і від діелектричних властивостей навколишнього середовища. Ємності геометрично подібних провідників пропорційні їх лінійним розмірам.

Неважко знайти для прикладу *електричну ємність відокремленої провідної сфери* радіусом R , що перебуває в нескінченному середовищі з діелектричною проникністю ε . Дійсно, потенціал на поверхні сфери визначається за формулою

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R},$$

тоді

$$C = \frac{q}{\varphi} = \frac{q}{q / 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R},$$

тобто електрична ємність відокремленої провідної сфери обчислюється за формулою

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R. \quad (1.7.5)$$

Одиниця електроємності – фарад (Ф): 1 Ф – ємність такого відокремленого провідника, потенціал якого змінюється на 1 В при надані йому заряду 1 Кл, $1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл} / 1 \text{ В}$.

1.7.3. Конденсатори. Електрична ємність конденсаторів

Якщо до провідника із зарядом q наблизити інші тіла, то на їх поверхні виникнуть індуковані заряди. Ці заряди послаблюють поле, створюване зарядом q , тим самим знижуючи потенціал провідника і підвищуючи його електроємність.

Конденсатор – це система з двох провідників (обкладинок) з однаковими за модулем, але протилежними за знаком зарядами, форма і розташування яких такі, що поле зосереджено у вузькому зазорі між обкладинками.

Ємність конденсатора – фізична величина, що дорівнює відношенню заряду q , накопиченого в конденсаторі, до різниці потенціалів $U = \phi_1 - \phi_2$ між його обкладинками

$$C = \frac{q}{U}. \quad (1.7.6)$$

Ємність конденсатора залежить від форми і розмірів провідника, від діелектричних властивостей навколишнього середовища, а також від взаємного розташування провідників.

Найпростіший конденсатор – система з двох плоских пластин, розташованих паралельно одна одній на малій в порівнянні з розмірами пластин відстані і розділених шаром діелектрика. Такий конденсатор називається *плоским*. (рис. 1.7.3а);

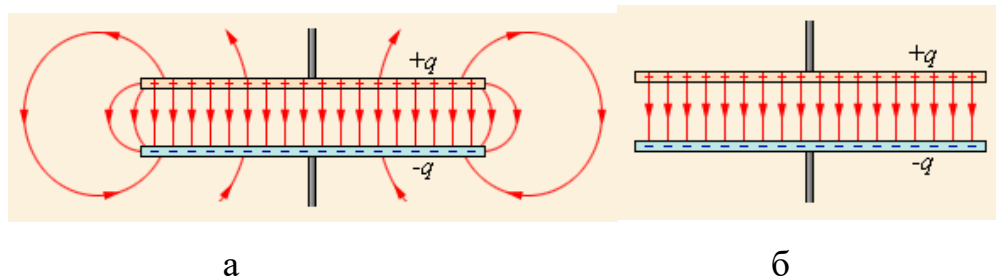


Рис. 1.7.3. Поле плоского конденсатора

Електричне поле плоского конденсатора в основному локалізовано між пластинами (рис. 1.7.3а); однак, поблизу країв пластин і в навколишньому просторі також виникає порівняно слабе електричне поле, яке називають полем розсіювання. В цілому ряді задач наближено можна нехтувати полем розсіювання і думати, що електричне поле плоского конденсатора цілком зосереджено між його обкладинками (рис. 1.7.3б).

Електричну ємність плоского конденсатора, що має площу кожної пластини S і відстань між ними – d , можна розрахувати, якщо скористуватися формулою для напруженості однорідного поля між пластинами з поверхневою густиною – σ

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0},$$

де ϵ – діелектрична проникність діелектрика, що заповнює простір між пластинами.

Для однорідного поля маємо зв'язок між напруженістю і різницею потенціалів

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed = \frac{\sigma d}{\epsilon_0\epsilon}.$$

Враховуючи, що $q = \sigma S$, одержимо

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{\sigma S\epsilon\epsilon_0}{\sigma d}.$$

Таким чином, маємо формулу для ємності плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}, \quad (1.7.7)$$

тобто ємність плоского конденсатора залежить від його геометричних розмірів і властивості середовища в просторі між пластинами.

Наведемо також розрахунок *електричної ємності сферичного конденсатора* (дві концентричні сфери радіусами R_1 і R_2 , шаровий простір між якими заповнено діелектриком з діелектричною проникністю ϵ , рис. 1.7.4).

Поле вважаємо радіально-симетричним, нехтуємо крайовими ефектами.

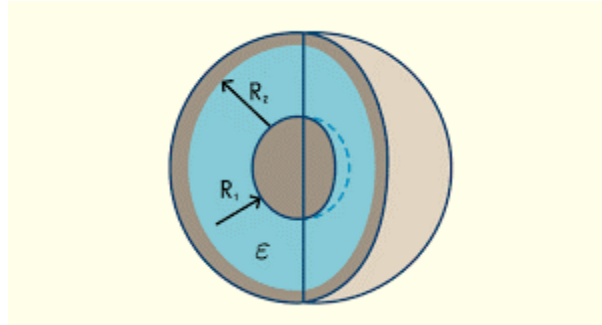


Рис. 1.7.4. Форма сферичного конденсатора

Для розрахунку знайдемо різницю потенціалів на обкладинках

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{R_1}^{R_2} E_r dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{kq dr}{\epsilon r^2} = kq \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

По визначенню ємності конденсатора

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{\epsilon q}{kq \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)}.$$

Після алгебраїчних перетворень одержимо формулу для ємності сферичного конденсатора у вигляді

$$C = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}. \quad (1.7.8)$$

Якщо $R_2 - R_1 = d$ і $R_2 - R_1 \ll R_1$, тоді $R_1 \approx R_2 \approx R$, тобто із (1.7.8)

$$C = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^2}{d}.$$

Врахуємо, що площа сферичної оболонки дорівнює $S = 4\pi R^2$, тоді одержуємо формулу для плоского конденсатора.

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}.$$

Таким чином, при малій величині зазору в порівнянні з радіусом сфери, вирази для ємності сферичного та плоского конденсаторів збігаються. Цей висновок справедливий і для циліндричного конденсатора при малому проміжку між циліндрами в порівнянні з їх радіусами.

Аналогічні розрахунки дозволяють одержати електричну ємність циліндричного конденсатора (два коаксіальних циліндри довжиною l і радіусами R_1 і R_2 , простір між якими заповнено діелектриком з діелектричною проникністю ε) у вигляді

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}. \quad (1.7.9)$$

1.7.4. З'єднання конденсаторів

Конденсатори можуть з'єднуватися між собою, утворюючи батареї конденсаторів. Найбільш простими з'єднаннями є паралельне і послідовне.

При *паралельному з'єднанні* конденсаторів (рис. 1.7.5) напруги на конденсаторах однакові: $U_1 = U_2 = U$, а заряди дорівнюють $q_1 = C_1U$ і $q_2 = C_2U$.

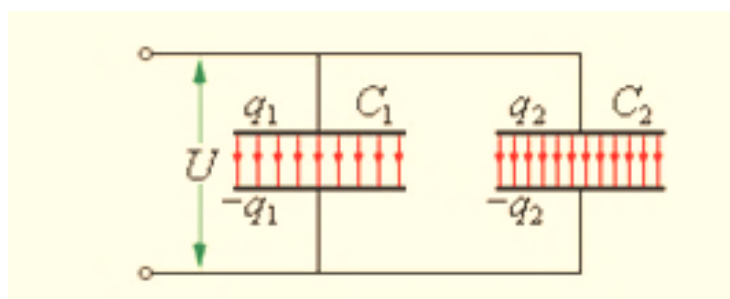


Рис. 1.7.5. Паралельне з'єднання конденсаторів

Таку систему можна розглядати як єдиний конденсатор електроємністю C , заряджений зарядом $q = q_1 + q_2$ при напрузі між обкладинками рівній U . Звідси випливає

$$q = CU = C_1U_1 + C_2U_2 = C_1U + C_2U. \quad (1.7.10)$$

Таким чином, *при паралельному з'єднанні електроємності додаються*

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n, \quad (1.7.11)$$

у випадку n однакових конденсаторів з електроємністю C_1 кожний маємо

$$C = nC_1. \quad (1.7.12)$$

При *послідовному з'єднанні* (рис. 1.7.6) однаковими виявляються заряди обох конденсаторів: $q_1 = q_2 = q$, а напруги на них рівні $U_1 = U_2$.

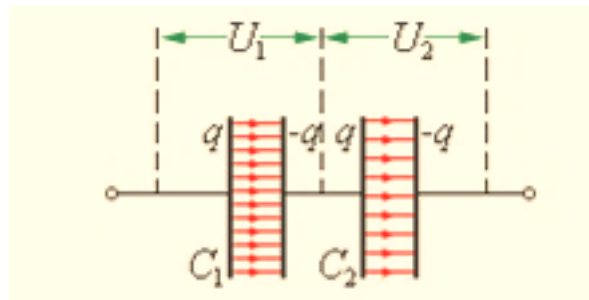


Рис. 1.7.6. Послідовне з'єднання конденсаторів

Таку систему можна розглядати як єдиний конденсатор, заряджений зарядом q при напрузі між обкладинками $U = U_1 + U_2$, отже,

$$U = \frac{q}{C} = U_1 + U_2 = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2}. \quad (1.7.13)$$

Таким чином, *при послідовному з'єднанні n конденсаторів складаються зворотні величини ємностей*

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}. \quad (1.7.14)$$

У випадку n однакових конденсаторів з електроємністю C_1 кожний одержимо

$$C = \frac{C_1}{n}. \quad (1.7.15)$$

Формули для паралельного та послідовного з'єднання залишаються справедливими при будь-якому числі конденсаторів, з'єднаних в батарею.

Важливість застосування конденсаторів у техніці важко переоцінити. Наведемо деякі напрямки їх застосування:

- у ланцюгах змінного струму;
- у коливальних контурах;
- в електричних фільтрах;
- у пристроях автоматичного управління тощо.

1.7.5. Енергія зарядженого провідника. Енергія електричного поля

Розглянемо *відокремлений провідник* з електроємністю C і електричним зарядом q . Перенесемо з нескінченності, де потенціал дорівнює нулю, елементарний заряд dq на поверхню провідника з потенціалом ϕ . При цьому електричним полем буде виконана елементарна робота

$$dA = -\phi dq. \quad (1.7.16)$$

Знак мінус відображає той факт, що між однойменними електричними зарядами q і dq діють сили відштовхування, а вектор переміщення зарядів спрямований у протилежний бік.

Виконана полем робота пов'язана із зміною потенціальної енергії, а саме:

$$dW_{\text{п}} = -dA = \phi dq. \quad (1.7.17)$$

Врахуємо формулу для електроємності відокремленого провідника (1.7.4) та інтегрувавши формулу (1.7.17), дістанемо формулу енергії зарядженого провідника.

Маємо

$$W = \int \frac{q dq}{C} = \frac{1}{C} \int q dq = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \text{const}, \quad (1.7.18)$$

де const – стала інтегрування.

Будемо вважати, що енергія незарядженого провідника дорівнює нулю ($q = 0, W = 0$), тоді із (1.7.18) одержимо: const = 0.

Враховуючи формулу $C = \frac{q}{\varphi}$, знайдемо потенціальну енергію відокремленого провідника у різних випадках

$$W = \frac{1}{2} C \varphi^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} q \varphi. \quad (1.7.19)$$

Розглянемо *конденсатор* з електроємністю C , якому наданий електричний заряд q .

Напруга між обкладинками конденсатора дорівнює

$$U = \frac{q}{C}. \quad (1.7.20)$$

Перенесемо з однієї обкладинки на іншу елементарний заряд dq . При цьому електричним полем буде виконана від'ємна робота, оскільки переміщення заряду dq здійснюється проти сили електричного поля

$$dA = - U dq. \quad (1.7.21)$$

Зміна потенціальної енергії конденсатора дорівнює виконаній роботі з протилежним знаком, тому маємо

$$dW_{\Pi} = - dA = U dq. \quad (1.7.22)$$

Інтегруємо (1.7.22), використовуючи формулу (1.7.20), і отримаємо формули енергії зарядженого конденсатора

$$W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} q U = \frac{1}{2} C U^2. \quad (1.7.23)$$

На підставі отриманої формули, знайдемо енергію електричного поля через його характеристики: напруженість \vec{E} і вектор зміщення \vec{D} .

Підставимо вираз для електроємності плоского конденсатора (1.7.7) у формулу (1.7.23)

$$W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{q^2 d}{2 \epsilon \epsilon_0 S} = \frac{\epsilon \epsilon_0}{2} \left(\frac{q}{\epsilon \epsilon_0 S} \right)^2 \cdot d \cdot S. \quad (1.7.24)$$

Врахуємо, що $V = d \cdot S$ – об'єм простору між обкладинками плоского конденсатора. Згадаємо вираз для напруженості електричного поля всередині плоского конденсатора

$$E = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0 S}. \quad (1.7.25)$$

З урахуванням (1.7.25) формула (1.7.24) приймає вигляд

$$W = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} V. \quad (1.7.26)$$

Зв'язок між напруженістю та індукцією електричного поля дозволяє записати формулу (1.7.26) таким чином

$$W = \frac{ED}{2} V, \quad (1.7.27)$$

де V – об'єм простору, в якому локалізоване електричне поле.

Одержані формули мають місце для однорідних електричних полів ($\vec{E} = \text{const}$, конденсатори). У випадку неоднорідних полів необхідно користуватись більш загальною формулою

$$W = \int_V \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} dV = \int_V \frac{ED}{2} dV. \quad (1.7.28)$$

Розподіл енергії електричного поля по об'єму характеризується *густиною електричного поля* – фізичною величиною, яка дорівнює енергії електричного поля в одиниці об'єму простору, де міститься електричне поле.

За означенням

$$\omega = \frac{dW}{dV} \quad (1.7.29)$$

або для однорідного поля

$$\omega = \frac{W}{V}. \quad (1.7.30)$$

Одиниця густини електричного поля – Дж / м³

З урахуванням формули (1.7.26) і (1.7.27) одержимо формулу для густини електричного поля

$$\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2}. \quad (1.7.31)$$

Цю формулу можна застосовувати для однорідних і неоднорідних полів.

Завдання для самоконтролю

1. Дайте визначення закону Кулона в загальному випадку.
2. Наведіть приклади застосування теореми Гауса для розрахунку напруженості електростатичного поля.
3. Як змінюється вектор напруженості і вектор електричного зміщення безкінечної пластини при зміні поверхневої густини заряду або при зміні відстані від пластини?
4. Як пов'язані вектор напруженості електричного поля і потенціал?
5. Вкажіть умову потенційності електричного поля.
6. Доведіть, що еквіпотенціальні поверхні ($\varphi = \text{const}$) завжди є перпендикулярними по відношенню до силових ліній електричного поля.
7. Які властивості характерні для полярних і неполярних діелектриків?
8. Наведіть розмірності вектора напруженості електричного поля, вектора електричного зміщення, потенціалу, поляризованості, електроємності.

9. Тонкий довгий стрижень рівномірно заряджений з лінійною густиною $\tau = 10$ мкКл / м. Яка сила F діє на точковий заряд $q = 10$ нКл, що перебуває на відстані $a = 20$ см від стрижня, поблизу його середини?

Відповідь: 9 мН.

10. Дві нескінченні паралельні площини перебувають на відстані $d = 0,5$ см одна від одної. На площинах рівномірно розподілені заряди з поверхневими густинами $\sigma_1 = 0,2$ мкКл / м² і $\sigma_2 = -0,3$ мкКл / м². Визначити напруженість E поля і різницю потенціалів U між площинами.

Відповідь: $2,82 \cdot 10^4$ В / м; 141 В.

11. Металева куля радіусом $R = 5$ см несе заряд $q = 1$ нКл. Куля оточена шаром ебоніту товщиною $d = 2$ см. Обчислити потенціал ϕ електричного поля на відстані: 1) $r_1 = 3$ см; 2) $r_2 = 6$ см; 3) $r_3 = 9$ см від центра кулі.

Відповідь: 157 В; 140 В; 100 В.

12. Між пластинами плоского конденсатора, зарядженого до різниці потенціалів $U = 600$ В, містяться два шари діелектриків: скла товщиною $d_1 = 7$ мм і ебоніту товщиною $d_2 = 3$ мм. Площа S кожної пластини конденсатора дорівнює 200 см². Знайти: 1) електроємність C конденсатора; 2) зсув D , напруженість E поля й падіння потенціалу $\Delta\phi$ у кожному шарі.

Відповідь: 88,5 пФ; 2,66 мкКл / м²; 42,8 кВ / м; 100 кВ / м; 300 В.

13. Конденсатор електроємністю $C_1 = 0,6$ мкФ був заряджений до різниці потенціалів $U_1 = 300$ В і з'єднаний із іншим конденсатором електроємністю $C_2 = 0,4$ мкФ, зарядженим до різниці потенціалів $U_2 = 150$ В. Знайти заряд Δq , що перетік із пластин першого конденсатора на другий.

Відповідь: 36 мкКл.

14. Порошина масою $m = 1$ пг, що несе на собі п'ять електронів, пройшла у вакуумі прискорювальну різницю потенціалів $U = 3$ МВ. Яка кінетична енергія W_k порошини? Яку швидкість придбала порошина?

Відповідь: 15 МеВ, 2,19 м / с.

РОЗДІЛ 2. ПОСТІЙНИЙ СТРУМ

2.1. Основні закони постійного струму

2.1.1. Електричний струм, його види та характеристики

Якщо ізольований провідник помістити в електричне поле напруженістю \vec{E} , то на вільні заряди q в провіднику діятиме сила $\vec{F} = q\vec{E}$. В результаті в провіднику виникає короткочасне переміщення вільних зарядів. Цей процес закінчиться тоді, коли власне електричне поле зарядів, що виникли на поверхні провідника, компенсує повністю зовнішнє поле. Результуюче електростатичне поле всередині провідника дорівнюватиме нулю.

Однак, в провідниках за певних умов може виникнути безперервний впорядкований рух вільних носіїв електричного заряду. Такий рух називається *електричним струмом*.

Електричний струм спостерігається у різних середовищах:

- твердих тілах (метали, напівпровідники);
- рідинах (електроліти);
- газах.

Носіями електричного струму можуть бути електрони (в металах, газах, напівпровідниках), іони (в рідинах, газах), а також заряджені мікрочастинки.

З'ясовано, що електричний струм здійснює наступні дії:

теплову, яка призводить до нагрівання провідників;
хімічну, що дозволяє виділяти в деяких провідниках їх складові хімічні частини;

магнітну дію, яка проявляється у виникненні сил, що діють на намагнічене тіло з боку електричного струму.

Для існування електричного струму в провіднику необхідно створити в ньому електричне поле. Якщо сила струму і його напрямок не змінюються з часом, то такий струм називається *постійним*. *Змінний струм* – це струм, що змінює свій напрямок і напругу з часом.

Характеристиками електричного струму служать *величина струму I і його густина \vec{j}* .

Величина струму – скалярна фізична величина, що дорівнює відношенню заряду Δq , який переноситься скрізь поперечний переріз провідника за інтервал часу Δt , до цього інтервалу часу

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad \text{або} \quad I = \frac{dq}{dt}, \quad (2.1.1)$$

де Δq – кількість електрики, що пройшла через перетин провідника за час Δt .

За напрямком електричного струму прийнятий напрямок руху позитивних вільних зарядів (рис. 2.1.1).

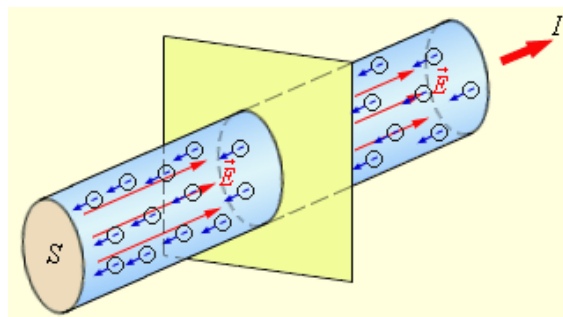


Рис. 2.1.1. Впорядкований рух електронів в металевому провіднику
 I – струм, S – площа поперечного перерізу провідника, \vec{E} – напруженість електричного поля

У Міжнародній системі одиниць СІ сила струму вимірюється в амперах (А). Одиниця струму 1 А встановлюється по магнітній взаємодії двох паралельних провідників із струмом.

Густина електричного струму є векторна величина, що чисельно дорівнює відношенню сили струму I до площі S поперечного перерізу провідника

$$\vec{j} = \frac{I}{S} \vec{k}, \quad (2.1.2)$$

де \vec{k} – одиничний вектор, за напрямком співпадаючий з напрямком руху позитивних носіїв заряду.

Одиниця густини струму є А/м².

В разі наявності носіїв різних знаків густину електричного струму можна обчислити через концентрацію носіїв струму (n^+ і n^-), елементарні заряди носіїв (e^+ і e^-) і середні швидкості їх упорядкованого руху (\vec{u}^+ і \vec{u}^-) у вигляді

$$\vec{j} = e^+ n^+ \vec{u}^+ + e^- n^- \vec{u}^- . \quad (2.1.3)$$

Зазначимо, що величина середньої швидкості упорядкованого руху носіїв струму u значно менше середньої швидкості теплового руху зарядженої частинки v ($v \gg u$).

2.1.2. Умови існування електричного струму. електрорушійна сила

Постійний електричний струм може бути створений тільки в замкнутому ланцюзі, в якому вільні носії заряду циркулюють по замкнених траєкторіях. Електричне поле в різних точках такого ланцюга незмінно в часі. Отже, електричне поле в колі постійного струму має характер замороженого електростатичного поля. Але при переміщенні електричного заряду в електростатичному полі по замкнутій траєкторії, робота електричних сил дорівнює нулю. Тому для існування постійного струму необхідно наявність в електричному колі пристрою, здатного створювати і підтримувати різниці потенціалів на ділянках кола за рахунок роботи сил неелектростатичного походження. Такі пристрої називаються *джерелами постійного струму*. Сили неелектростатичного походження, що діють на вільні носії заряду з боку джерел струму, називаються *сторонніми силами*.

Природа сторонніх сил може бути різною. У гальванічних елементах або акумуляторах, вони виникають в результаті електрохімічних процесів; в генераторах постійного струму сторонні сили виникають при русі провідників у магнітному полі. Джерело струму в електричному колі відіграє ту ж роль, що і насос, який необхідний для перекачування рідини в замкнутій гідравлічній системі. Під дією сторонніх сил електричні заряди рухаються всередині джерела струму проти сил електростатичного

поля, завдяки чому в замкнутому ланцюзі може підтримуватися постійний електричний струм.

При переміщенні електричних зарядів по колу постійного струму сторонні сили, діючі всередині джерел струму, здійснюють роботу. Фізична величина, що дорівнює відношенню роботи $A_{ст}$ сторонніх сил при переміщенні заряду q від негативного полюса джерела струму до позитивного до величини цього заряду, називається *електрорушійною силою джерела* ε (ЕРС)

$$\varepsilon = \frac{A_{ст}}{q}. \quad (2.1.4)$$

Таким чином, *ЕРС визначається роботою, яку здійснюють сторонні сили при переміщенні одиничного позитивного заряду*. Електрорушійна сила, як і різниця потенціалів, вимірюється у вольтах (В).

При переміщенні одиничного позитивного заряду по замкнутому колу постійного струму робота сторонніх сил дорівнює сумі ЕРС, що діють в цьому ланцюзі, а робота електростатичного поля дорівнює нулю.

Ланцюг постійного струму можна розбити на окремі ділянки. Ті ділянки, на яких не діють сторонні сили (тобто ділянки, що не містять джерел струму), називаються *однорідними*. Ділянки, що включають джерела струму, називаються *неоднорідними*.

При переміщенні позитивного заряду q по деякій ділянці кола між початковою (φ_1) і кінцевою (φ_2) точками роботу виконують як електростатичні (кулонівські), так і сторонні сили:

$$A_{12} = A_{кул} + A_{ст}, \quad (2.1.5)$$

де $A_{кул} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$, $A_{ст} = q\varepsilon_{12}$.

Повна робота переміщенні одиничного позитивного заряду між точками 1 і 2 дорівнює

$$\frac{A_{12}}{q} = U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}. \quad (2.1.6)$$

Величина U_{12} називається *напругою на ділянці кола 1 – 2*. У разі *однорідної ділянки* напруга дорівнює різниці потенціалів

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (2.1.7)$$

Одиниця напруги є вольт (В).

2.1.3. Закони Ома

Німецький фізик Г. Ом в 1826 році експериментально встановив, що сила струму I , який проходить по однорідному металевому провіднику (провіднику, в якому не діють сторонні сили) пропорційна напрузі U на кінцях провідника

$$I = \frac{U}{R}, \quad (2.1.8)$$

де $R = \text{const}$.

Величину R прийнято називати *електричним опором*. Дане співвідношення виражає закон Ома для однорідної ділянки кола: *сила струму в провіднику прямо пропорційна прикладеній напрузі і обернено пропорційна опору провідника*.

В СІ одиницею електричного опору провідників є Ом (ом). Опор в 1 Ом має така ділянка кола, у якій при напрузі 1 В виникає струм силою 1 А. Опір однорідного металевого провідника залежить від матеріалу провідника, його геометричної форми і розмірів, а також від температури. Для довгого однорідного циліндричного провідника маємо

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (2.1.9)$$

де ρ – питомий опір речовини провідника, одиниця – Ом·м;

l – його довжина, S – площа перерізу.

Величина обернена опору провідника називається провідністю G

$$G = \frac{1}{R}, \quad (2.1.10)$$

Одиниця провідності – См (сіменс).

Величина обернена питомому опору провідника називається питомою провідністю γ

$$\gamma = \frac{1}{\rho}. \quad (2.1.11)$$

Одиниця питомої провідності – См·м⁻¹.

Розглянемо замкнене коло постійного струму (рис. 2.1.2). Ділянка ланцюга (cd) є однорідною, а ділянка (ab), в якій існує джерело електричного струму – неоднорідною.

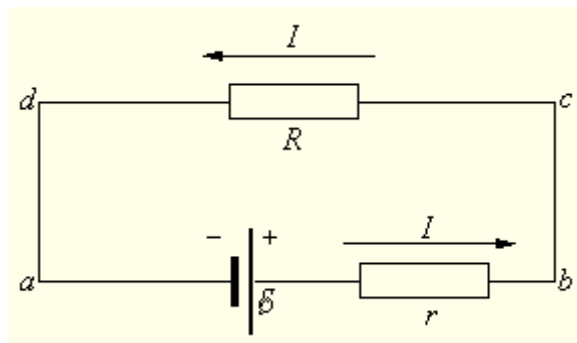


Рис. 2.1.2. Коло постійного струму

Для ділянки кола, що містить ЕРС, закон Ома записується в такій формі

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon_{12}}{R} = \frac{U}{R}. \quad (2.1.12)$$

Це співвідношення прийнято називати *узагальненим законом Ома* або *законом Ома для неоднорідної ділянки кола*.

Знак «+» у формулі (2.1.12) відповідає випадку, коли ЕРС сприяє руху позитивних зарядів у вибраному напрямку, тоді як знак «-», коли перешкоджає такому руху.

За законом Ома для замкнутого кола $(\varphi_1 - \varphi_2) = 0$ маємо

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \quad (2.1.13)$$

тобто сила струму в замкнутому колі дорівнює електрорушійній силі джерела, поділеній на суму опорів однорідної і неоднорідної

ділянок ланцюга. Опір r неоднорідної ділянки (ab) на рис. 2.1.2 можна розглядати як внутрішній опір джерела струму.

Якщо точки a і b замкнуті провідником, опір якого малий в порівнянні з внутрішнім опором джерела ($R \ll r$), тоді в ланцюзі потече максимальний струм – *струм короткого замикання*

$$I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}. \quad (2.1.14)$$

Бачимо, що якість джерела струму визначається не тільки його ЕРС, а і внутрішнім опором.

2.1.4. З'єднання провідників

Провідники в електричних колах можуть з'єднуватися послідовно, паралельно або більш складним засобом.

При послідовному з'єднанні провідників (рис. 2.1.3) сила струму в усіх провідниках однакова: $I_1 = I_2 = I$.

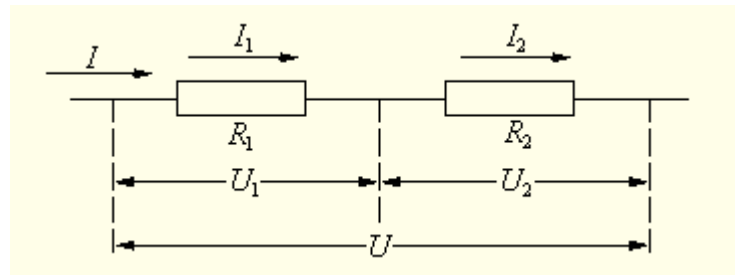


Рис. 2.1.3. Послідовне з'єднання провідників

За законом Ома, напруги U_1 і U_2 на провідниках рівні $U_1 = I R_1$, $U_2 = I R_2$.

Загальне напруження U на обох провідниках дорівнює сумі напруги U_1 і U_2

$$U = U_1 + U_2 = I (R_1 + R_2) = I R, \quad (2.1.15)$$

де R – електричний опір всього ланцюга. Звідси випливає

$$R = R_1 + R_2. \quad (2.1.16)$$

При послідовному з'єднанні повний опір кола дорівнює сумі опорів окремих провідників.

Цей результат справедливий для будь-якого числа послідовно з'єднаних провідників

$$R = \sum_{i=1}^n R_i. \quad (2.1.17)$$

При паралельному з'єднанні (рис. 2.1.4) напруги U_1 і U_2 на обох провідниках однакові $U_1 = U_2 = U$.

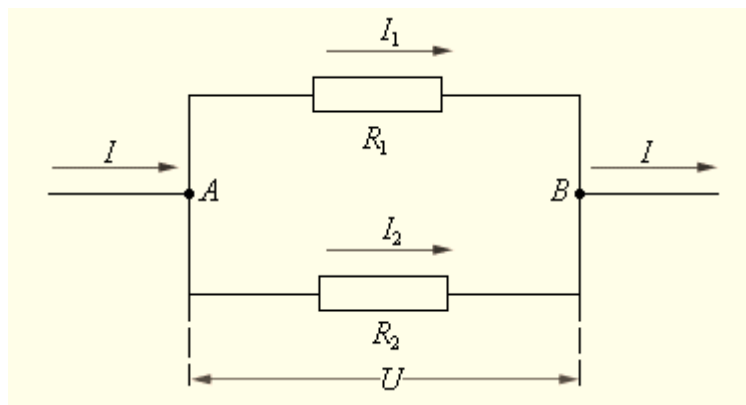


Рис. 2.1.4. Паралельне з'єднання провідників

Сума струмів $I_1 + I_2$, що протікають по обом провідникам, дорівнює струму в нерозгалуженій ділянці

$$I = I_1 + I_2. \quad (2.1.18)$$

Цей результат впливає з того, що в точках розгалуження струмів (вузли A і B) не можуть накопичуватися заряди.

Записуючи на підставі закону Ома

$$I_1 = \frac{U}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2}, \quad I = \frac{U}{R}, \quad (2.1.19)$$

де R – електричний опір всього ланцюга, отримуємо

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}. \quad (2.1.20)$$

При паралельному з'єднанні провідників величина, зворотна загальному опорі ланцюга, дорівнює сумі величин, зворотних опорам паралельно включених провідників.

Цей результат справедливий для будь-якого числа паралельно включених провідників

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}. \quad (2.1.21)$$

Слід зазначити, що далеко не всі кола, що складаються з провідників з різними опорами, можуть бути розраховані за допомогою формул для послідовного і паралельного з'єднання.

2.1.5. Правила Кірхгофа

Кола з розгалуженнями, що містять кілька джерел, розраховуються за допомогою правил Кірхгофа.

У розгалужених колах можна виділити вузлові точки – *вузли* (рис. 2.1.5), в яких сходяться не менше трьох провідників. Струми, що втікають у вузол, прийнято вважати позитивними; а ті, що витікають з вузла, – негативними.

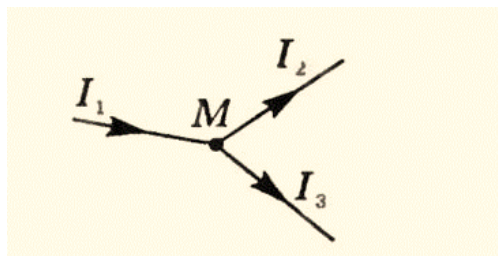


Рис. 2.1.5. Приклад вузла у розгалужених колах

Перше правило: алгебраїчна сума сил струмів, що сходяться у вузлу, дорівнює нулю

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0, \quad (2.1.22)$$

де n – число струмів, що сходяться у вузлу.

Перше правило Кірхгофа є наслідком закону збереження електричного заряду.

У розгалуженому колі завжди можна виділити деяку кількість замкнутих шляхів, що складаються з однорідних і неоднорідних ділянок. Такі замкнуті шляхи називаються контурами (рис. 2.1.6).

Друге правило: у замкненому контурі алгебраїчна сума напруги на всіх ділянках контуру дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^k \varepsilon_i, \quad (2.1.23)$$

де I_i – сила струму на i -й ділянці; R_i – активний опір на i -й ділянці; ε_i – ЕРС джерел струму на i -й ділянці; n – число ділянок, що містять активний опір; k – число ділянок, що містять джерела струму.

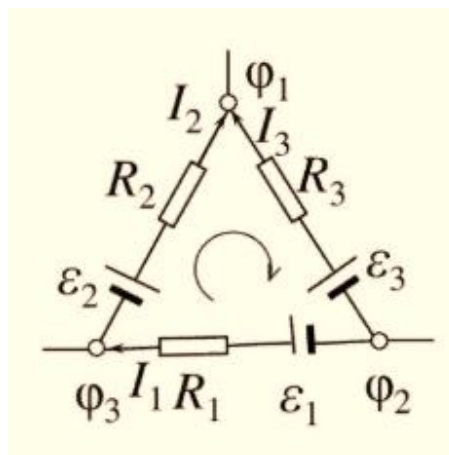


Рис. 2.1.6. Приклад виділеного контуру у розгалуженому колі

При застосуванні другого правила перш за все обирається довільний напрям обходу кожного з обраних контурів і задаються напрямки струмів в окремих ділянках. Якщо напрямки струмів та обходу співпадають, спад напруги вважають додатним і навпаки.

ЕРС беруть із знаком «+», якщо лінія обходу всередині певного джерела струму спрямована від від'ємного полюса джерела до додатного. У протилежному випадку беруть ЕРС із знаком «-».

Друге правило витікає з того, що робота електричного поля, а тому і напруга по замкненому контуру дорівнює нулю. Тобто ми маємо наслідок основної властивості електростатичного поля – його потенціальності.

Застосовуючи правила Кірхгофа до вузлів і різних замкнених контурів розгалуженого кола, можна одержати рівняння для визначення усіх невідомих струмів. При цьому число одержаних незалежних рівнянь завжди дорівнює числу невідомих струмів, тому обидва правила Кірхгофа дають загальний метод рішення задач на розгалужені кола.

Прикладом застосування правил Кірхгофа є розв'язання задач на паралельне і послідовне з'єднання джерел струму або для їх комбінованого або змішаного з'єднання.

2.1.6. Енергетичні характеристики електричних кіл

При протіканні струму по однорідній ділянці кола електричне поле здійснює роботу. *Робота* ΔA , виконана електростатичним полем і сторонніми силами в ділянці кола постійного струму за час Δt , визначається за формулою

$$\Delta A = I U \Delta t. \quad (2.1.24)$$

Робота A електричного струму I , що протікає по нерухомому провіднику з опором R , перетворюється в тепло ΔQ , що виділяється в провідникові за час Δt

$$\Delta Q = I^2 R \Delta t. \quad (2.1.25)$$

Формулу (2.1.25) застосовують для випадку постійного струму, у більш загальному випадку при наявності залежності струму від часу маємо

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I(t)^2 R dt. \quad (2.1.26)$$

Закон перетворення роботи струму в тепло був експериментально встановлений незалежно один від одного Дж. Джоулем і Е. Ленцем і носить назву *закону Джоуля-Ленца*. Закон Джоуля-Ленца справедливий за умови, що ділянка кола нерухлива й у неї не відбуваються хімічні перетворення.

Потужність електричного струму дорівнює відношенню роботи струму ΔA до інтервалу часу Δt , за який ця робота була здійснена

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t}. \quad (2.1.27)$$

Тому потужність струму на однорідній ділянці з опором R з урахуванням (2.1.24) і (2.1.8)

$$P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (2.1.28)$$

Одиниця роботи електричного струму в СІ – джоуль (Дж), потужності – ват (Вт).

Зовнішнє коло може являти собою не тільки провідник з опором R , а й будь-який пристрій, що споживає потужність, наприклад, електродвигун постійного струму. У цьому випадку під R потрібно розуміти еквівалентний опір навантаження. Енергія, що виділяється в зовнішньому колі, може частково або повністю перетворюватися не тільки в тепло, але і в інші види енергії, наприклад, в механічну роботу, що здійснюється електродвигуном. Тому питання про використання енергії джерела струму має велике практичне значення.

Розглянемо практичне питання про умови одержання максимальної потужності на навантаженні з опором R від заданого джерела струму с ЕРС – ε і внутрішнім опором – r .

Враховуючи формулу (2.1.28) і закон Ома для замкненого кола (2.1.13), знайдемо потужність, яка буде виділятися у зовнішньому ланцюзі

$$P = I^2 R = \varepsilon^2 \frac{R}{(R + r)^2}. \quad (2.1.29)$$

Визначимо максимальну потужність для даного джерела при зміні опору навантаження R . Для цього спочатку знайдемо значення $R = R_m$, яке відповідає максимальній потужності, диференціюючи вираз (2.1.29) і прирівнюючи результат нулю:

$$\frac{dP}{dR} = \varepsilon^2 \frac{2(R_m + r)R_m - (R_m + r)^2}{(R_m + r)^4} = \varepsilon^2 \frac{R_m^2 - r^2}{(R_m + r)^4} = 0,$$

відкіля маємо

$$R_m = r \quad (2.1.30)$$

і максимальна потужність

$$P_m = \varepsilon^2 \frac{1}{4R}. \quad (2.1.31)$$

Таким чином, ми одержали, що потужність, яка виділяється у зовнішньому колі досягає максимального значення у разі, коли опір зовнішнього кола дорівнює внутрішньому опору джерела.

Важливою характеристикою джерела також є його коефіцієнт корисної дії (ККД)

$$\eta = \frac{P}{P_{дж}}, \quad (2.1.32)$$

де $P_{дж}$ – повна потужність джерела, тобто робота, що здійснюються сторонніми силами за одиницю часу;

P – потужність, що виділяється у зовнішньому колі.

З урахуванням (2.1.29) і (2.1.13) маємо

$$\eta = \frac{I^2 R}{I^2 (R + r)} = \frac{R}{R + r}, \quad (2.1.33)$$

де R – опір зовнішнього кола, r – внутрішній опір джерела струму.

Зауважимо, що при максимальній потужності, яка виділяється у зовнішньому колі (2.1.31), ККД дорівнює $\eta = 0,5$. Для підвищення ККД необхідно зменшувати внутрішній опір джерела порівняно з опором навантаження.

У випадку короткого замикання ($R = 0$) потужність на навантаженні дорівнює 0, тобто вся потужність виділяється всередині джерела струму, що може привести до перегріву внутрішніх частин джерела і його руйнуванню.

2.2. Електричний струм у металах

2.2.1. Класична електронна теорія провідності

Електричний струм у металах – це впорядкований рух електронів під дією електричного поля. Досліди показують, що при протіканні струму по металевому провіднику перенесення речовини не відбувається, отже, іони металу не беруть участі в перенесенні електричного заряду.

В 1900 році німецький вчений П. Друде на підставі гіпотези про існування вільних електронів в металах створив електронну теорію провідності металів. Ця теорія отримала розвиток в роботах голландського фізика Х. Лоренца і носить назву *класичної електронної теорії провідності*. Вона виходить з таких основних положень:

1) метал складається із сукупності нерухомих іонів, розташованих в вузлах кристалічної решітки і рухливих вільних електронів;

2) електрони мають властивості ідеального одноатомного газу і підкоряються класичній статистиці Максвелла-Больцмана;

3) електрони стикаються не між собою, а переважно з вузлами кристалічної решітки, забезпечуючи тим самим встановлення теплової рівноваги (рис. 2.2.1);

4) при розміщенні металевого провідника в зовнішньому електричному полі крім теплового хаотичного руху виникає впорядкований рух електронів, тобто електричний струм.

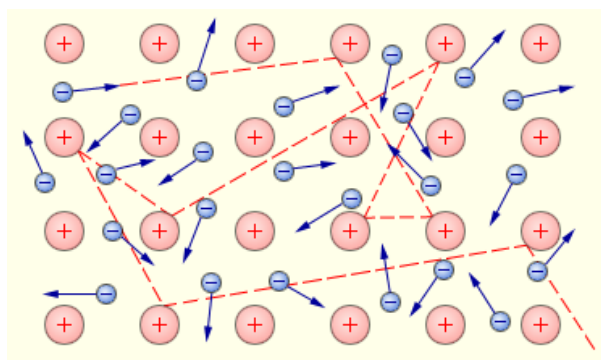


Рис. 2.2.1. Газ вільних електронів в кристалічній решітці металу, пунктирна лінія – траєкторія одного з електронів

Через взаємодії з іонами електрони можуть покинути метал, лише подолавши так званий потенційний бар'єр. Висота цього бар'єру називається *роботою виходу* A_v . При звичайних (кімнатних) температурах у електронів не вистачає енергії для подолання потенційного бар'єру.

Як іони, що створюють ґрати, так і електрони беруть участь в тепловому русі. Іони здійснюють теплові коливання поблизу положень рівноваги – вузлів кристалічної решітки. Вільні електрони рухаються хаотично і при своєму русі стикаються з іонами решітки. У результаті таких зіткнень встановлюється термодинамічна рівновага між електронним газом і ґратами.

При накладенні зовнішнього електричного поля в металевому провіднику крім теплового руху електронів виникає їх впорядкований рух (дрейф), тобто електричний струм.

Густина струму \vec{j} , середня швидкість \vec{u}^- впорядкованого руху носіїв заряду і їхня концентрація n^- зв'язані співвідношенням

$$\vec{j} = e^- n^- \vec{u}^-, \quad (2.2.1)$$

де e^- – заряд електрона.

Оцінка за цією формулою для металевого провідника середньої швидкості впорядкованого руху електронів $u_{\text{сер}}^-$ дає значення в межах 0,6-6 мм/с. Таким чином, середня швидкість упорядкованого руху електронів у металевих провідниках на багато порядків менше середньої швидкості їх теплового руху, яка за нормальних умов становить $v_{\text{сер}} \approx 10^5$ м/с ($v_{\text{сер}} \gg u_{\text{сер}}^-$).

Класична електронна теорія якісно пояснює закони протікання електричного струму в металевих провідниках, існування електричного опору металів, дозволяє сформулювати теоретично закони Ома і Джоуля-Ленца.

Зауважимо, що у ряді питань класична електронна теорія приводить до висновків, які знаходяться в суперечності з досвідом.

Ця теорія не може, наприклад, пояснити температурну залежність опору металів, а також чому наявність вільних електронів не позначається на величині теплоємності металів.

2.2.2. Закони Ома і Джоуля-Ленца в диференціальній формі

Роздивимось закон Ома в так званій диференціальній формі для однорідної ділянки кола, а саме, для малих частинок ланцюга довжиною dl і площею перерізу dS

$$I = \frac{U}{R} = \frac{E \cdot dl \cdot dS}{\rho \cdot dl} = \frac{1}{\rho} E \cdot dS, \quad (2.2.2)$$

відкіля
$$j = \frac{I}{dS} = \frac{1}{\rho} E. \quad (2.2.3)$$

Узагальнюючи, маємо закон Ома в диференціальній формі

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}, \quad (2.2.4)$$

де \vec{j} – густина струму, $\gamma = 1/\rho$ – питома провідність провідника;
 \vec{E} – напруженість електричного поля.

Цей закон виводиться в класичній електронній теорії електропровідності металів при наступних двох припущеннях:

а) концентрація електронів провідності не залежить від напруженості електричного поля в провіднику;

б) середня швидкість упорядкованого руху електронів провідності в багато разів менше середньої арифметичної швидкості їх теплового руху.

За час між двома зіткненнями τ , електрон долає шлях, що дорівнює довжині вільного пробігу $l_{\text{сеп}}$.

На кожен електрон в полі напруженістю \vec{E} діє сила, яка дорівнює $e\vec{E}$, і електрон має прискорення $\frac{e\vec{E}}{m}$. Тому швидкість зносу наприкінці прольоту дорівнює:

$$u_{\text{max}} = \frac{eE}{m} \cdot \tau. \quad (2.2.5)$$

Зазнавши зіткнення, електрон передає решітці накопичену енергію повністю і знову починає розганятися полем з нульовою початковою швидкістю, тобто набувати певну швидкість дрейфу

(крім теплової). При рівноприскореному русі електрона між зіткненнями середнє значення швидкості дрейфу дорівнює половині її максимального значення, тобто

$$u_{\text{сер}} = \frac{eE}{2m} \cdot \tau. \quad (2.2.6)$$

Підставляючи знайдене значення у вираз (2.2.1) для густини струму, одержимо

$$j = \frac{ne^2\tau}{2m} \cdot E. \quad (2.2.7)$$

Порівнюючи отриманий вираз із законом Ома в диференціальній формі $\vec{j} = \gamma \vec{E}$, маємо формулу для питомої електричної провідності

$$\gamma = \frac{ne^2\tau}{2m}. \quad (2.2.8)$$

Електрони в металах у кінці вільного пробігу набувають під дією електричного поля кінетичну енергію, яку можна записати для одного електрона з урахуванням формули (2.2.5) у вигляді

$$W_{\text{max}} = \frac{1}{2} m u_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} \frac{e^2 \tau^2}{m} \cdot E^2. \quad (2.2.9)$$

Відповідно зробленим припущенням вся ця енергія передається решітці і переходить у тепло ($W_{\text{max}} = \Delta Q$).

За час Δt кожен електрон відчуває $\Delta t / \tau$ зіткнень, тоді і тепла буде виділятися у стільки разів більше. Знайдемо кількість теплоти, яка виділяється в одиниці об'єму за одиницю часу

$$\frac{\Delta Q}{\Delta V \cdot \Delta t} = \frac{\Delta t}{\tau} \cdot N \frac{1}{2} \frac{e^2 \tau^2}{m} \cdot E^2 \frac{1}{\Delta V \cdot \Delta t} = \frac{1}{2} \frac{ne^2 \tau}{m} E^2. \quad (2.2.10)$$

Використовуючи формулу (2.2.8), одержимо закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі

$$\omega = \gamma E^2, \quad (2.2.11)$$

де ω – об’ємна густина теплової потужності

$$\omega = \frac{\Delta Q}{\Delta t \cdot \Delta V} = \frac{P}{\Delta V}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}. \quad (2.2.12)$$

Аналізуючи закон Ома і закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі, приходимо до висновку, що питома електрична провідність згідно класичній електронній теорії встановлюється через параметри носіїв струму у вигляді

$$\gamma = \frac{1}{2} \frac{e^2 m l_{\text{сер}}}{n v_{\text{сер}}}, \quad (2.2.13)$$

де e и m – відповідно заряд і маса електрона; n – концентрація електронів; $l_{\text{сер}}$ – середня довжина їхнього вільного пробігу;

$v_{\text{сер}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$ – середня арифметична швидкість хаотичного руху електронів.

2.2.3. Залежність опору провідника від температури. Надпровідність

Розглянемо експериментальну залежність питомого опору від температури (рис. 2.2.2)

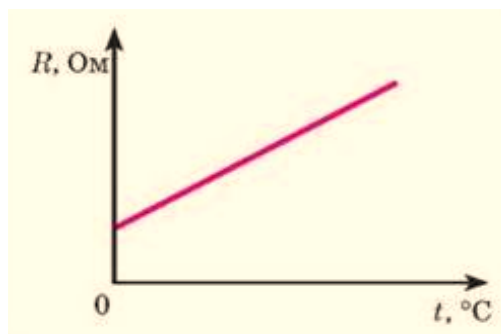


Рис. 2.2.2. Експериментальна залежність питомого опору від температури

Бачимо, що при так званих кімнатних температурах ця залежність має лінійний характер і виражається співвідношенням

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha \cdot t), \quad (2.2.14)$$

де ρ і ρ_0 – питомі опори відповідно при температурах t і 0°C ;

t – температура (по шкалі Цельсія); α – температурний коефіцієнт опору.

Таким чином, з експерименту виходить залежність $\rho \sim T$, в той час як теорія дає співвідношення $\rho \sim \sqrt{T}$.

Дійсно, із (2.2.13) маємо

$$\rho = \gamma \sim \frac{1}{v_{\text{сеп}}} \propto \sqrt{T}.$$

Залежність опору матеріалів від температури використовують для виготовлення термометрів опору. У найпростішому випадку – це намотаний на пластинку тонкий дріт, опір якого за різних температур відомий наперед. Термометр опору вміщують у середину тіла, температуру якого потрібно виміряти (наприклад, піч), а кінці обмотки вмикають у коло. Такі термометри використовують для вимірювання дуже високих температур, за яких ртутні та інші рідинні термометри застосовувати не можна.

Класична електронна теорія не здатна також пояснити явище надпровідності. Пояснення механізму цього явища було дано тільки через 60 років після його відкриття на основі квантово-механічних уявлень.

Явище надпровідності було відкрито в 1911 році голландським науковцем Камерлінг-Оннесом. Експериментуючи зі ртуттю, вчений довів її до замерзання і продовжив знижувати температуру. При досягненні $T = 4,2 \text{ K}$ прилад перестав фіксувати опір.

Явище, при якому опір матеріалу раптово, стрибком, падає до нуля (рис. 2.2.3), отримало назву *надпровідності*.

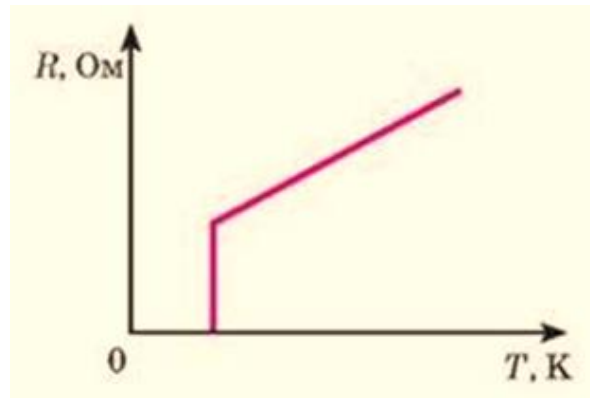


Рис. 2.2.3. Залежність опору від температури при низьких температурах

Після відкриття Камерлінг-Оннеса надпровідність було встановлено в інших матеріалах та сплавах. Критична температура, при якій настає надпровідність, різна для різних матеріалів, проте у всіх вона близька до абсолютного нуля. Наприклад, для свинцю вона дорівнює $t_{кр} = -266^{\circ}\text{C}$, для алюмінію маємо $t_{кр} = -271^{\circ}\text{C}$ і найбільш низька для вольфраму $t_{кр} = -273,1^{\circ}\text{C}$.

Що ж означає, що опір матеріалів у надпровідному стані практично рівний нулю?

Ми знаємо, що для підтримання електричного струму в металах, тобто за наявності опору, необхідно весь час діяти на електрони електричною чи іншою сторонньою силою, що забезпечуватиме їх неперервний рух, не дивлячись на сили, що протидіятимуть цьому руху і викликані зіткненнями електронів між собою та силами притягання електронів до ядер атомів. Тобто, як відомо, необхідною умовою існування струму в електричному колі є наявність в ньому джерела струму. Однак, оскільки ми маємо справу із надпровідником, то у ньому немає сил, які протидіють рухові. Тому для підтримання струму у напівпровіднику немає необхідності в електричному полі, а відповідно, не потрібно підтримувати на кінцях кожної ділянки кола різницю потенціалів, і джерело струму стає зайвим. Струм, який виникає у надпровіднику, може зберігатись як завгодно довго і після припинення дії джерела струму. Дійсно, таке явище вдалося експериментально відтворити. Нідерландський фізик Хейке Камерлінг-Оннес спостерігав існування електричного струму після вимкнення джерела струму у свинцевому кільці протягом чотирьох

діб. Звичайно, весь цей час свинцеве кільце підтримувалось при температурі $t_{кр} = -266^{\circ}\text{C}$.

Найбільше поширення з надпровідних матеріалів в сучасності отримали сплав ніобій-титан і інтерметаліди ніобій-олово.

Унікальні властивості надпровідників широко використовуються, наприклад, для побудови потужних магнітів – прискорювачів елементарних частинок і магнітів медичних систем магніт резонансної томографії.

Розвиток надпровідникової техніки пов'язаний також зі створенням оживителя і рефрижераторів з усе більшою холодопродуктивністю на рівні температур рідкого гелію.

І нарешті, комбінація напівпровідникових і надпровідних приладів відкриває нові можливості в конструюванні електронних обчислювальних пристроїв.

Таким чином, через майже сто років з часу відкриття надпровідності вона з розряду явищ унікальних і лабораторно-курйозних перетворилася на загально визнаний факт і джерело різноманітних практичних застосувань.

2.2.4. Контактні та термоелектричні явища в металах

Роботою виходу $A_{вих}$ електрона з металу називається робота, яку потрібно зробити при видаленні електрона з металу у вакуум

$$A_{вих} = e\phi. \quad (2.2.15)$$

Робота виходу залежить від роду металу, стану його поверхні і приймає значення від 1 еВ до 6 еВ.

В результаті вильоту з металу електронів, які найбільш швидко рухаються, над поверхнею металу утворюється «електронна хмара», а в поверхневому шарі металу виникає надлишковий позитивний заряд. Таким чином, створюється подвійний електричний шар товщиною близько 10^{-9} – 10^{-10} м.

Контактна різниця потенціалів виникає, якщо два різнорідних метала привести в зіткнення.

А. Вольта експериментально встановив, що якщо метали Al, Zn, Sn, Pb, Sb, Bi, Hg, Fe, Cu, Ag, Au, Pt, Pd привести в контакт у

зазначеній послідовності, то кожен попередній при дотику з одним з наступних зарядиться позитивно.

Закони А. Вольта.

1) Контактна різниця потенціалів залежить тільки від хімічного складу і температури дотичних металів.

2) Контактна різниця потенціалів декількох послідовно з'єднаних провідників, які мають однакову температуру, дорівнює контактної різниці потенціалів, що виникає при безпосередньому з'єднанні крайніх провідників.

Пояснення цих законів можна дати, виходячи з класичної електронної теорії електропровідності металів.

1. Якщо дотичні метали мають різну роботу виходу, то електрони легше переходять з металу з меншою роботою виходу A_1 в метал, який має велику роботу виходу A_2 .

2. Якщо концентрація вільних електронів в металах різна ($n_1 > n_2$), то перехід електронів з металу з більшою концентрацією електронів буде відбуватися з більшою інтенсивністю, в результаті чого перший метал зарядиться позитивно, а другий – негативно.

Контактна різниця потенціалів, яка обумовлена обома причинами, дорівнює

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}, \quad (2.2.16)$$

де k – постійна Больцмана, T – температура, e – елементарний заряд.

Якщо ланцюжок із двох або кількох різнорідних металів замкнути, то загальна контактна різниця потенціалів дорівнює нулю, тобто електричний струм буде відсутній, електрорушійна сила в замкненому колі дорівнює нулю.

Ефект Зеєбека (відкритий німецьким вченим у 1821 році) полягає в тому, що в замкнутому колі, яке складається з різнорідних провідників, контакти між якими мають різну температуру, виникає електричний струм.

При *контакті двох різнорідних металів А і В* з різними роботами виходу в місці контакту виникає різниця потенціалів, що залежить від температури.

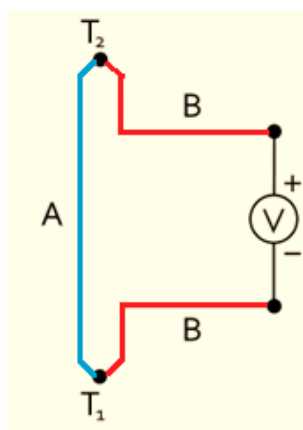


Рис. 2.2.4. Схема дослідження ефекту Зеебека

На рис. 2.2.4 наведена схема дослідження ефекту Зеебека, в якій показано, при наявності різниці температур $T_1 > T_2$ у колі виникає напруга.

Це явище використовується для вимірювання температур за допомогою термопар, тобто з'єднаних між собою різнорідних металевих провідників. Термоелектрорушійна сила, що виникає в термопарі, складається із термоелектрорушійних сил обох її спаїв. Вважаючи, що роботи виходу і концентрації електронів в обох провідниках не змінюються, на підставі формули (2.2.16) одержимо

$$\varepsilon = \alpha (T_1 - T_2), \quad (2.2.17)$$

де $\alpha = \frac{k}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}$ – питома термо-ЕРС, яка є сталою для певної пари провідників; $(T_1 - T_2)$ – різниця температур спаїв термопари.

Ефект Пельтьє – це виділення або поглинання додаткової (крім джоулевої) теплоти при проходженні електричного струму через контакт двох різнорідних провідників.

Ефект був відкритий Дж. Пельтьє в 1834 році, суть явища була досліджена через кілька років – в 1838 році Ленцом. Він провів експеримент, в якому помістив краплю води в поглиблення на стику двох стрижнів: вісмуту і сурми. При пропусканні електричного струму в одному напрямку крапля перетворювалася на лід, при зміні напрямку струму лід танув. Це дозволило встановити, що в залежності від напрямку проходження струму в досліді крім тепла Джоуля, виділяється або поглинається

додаткове тепло, яке було названо теплом Пельтьє. Ефект Пельтьє є «зворотним» ефектом Зеебека (рис. 2.2.5).

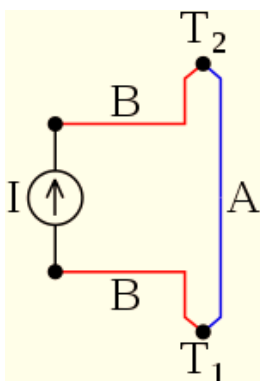


Рис. 2.2.5. Схема дослідження ефекту Пельтьє

Причина виникнення феномена Пельтьє полягає в наступному. При контакті двох речовин виникає контактна різниця потенціалів, яка створює внутрішнє контактне поле. Якщо через контакт протікає електричний струм, то це поле або сприятиме, або перешкоджатиме проходженню струму. Якщо струм тече проти поля контакту, то зовнішнє джерело має витратити додаткову енергію, яка виділяється в контакті, що призведе до його нагрівання. У випадку, коли струм тече в напрямку контактного поля, то він може підтримуватися цим полем, яке виконує роботу з переміщення зарядів. Необхідна для цього енергія вбирається в речовину, що призводить до її охолодження в місці контакту.

Кількість теплоти, що виділяється, і її знак залежать від виду контактуючих речовин, напрямку і сили електричного струму, що проходить:

Ефект Пельтьє більш помітний у напівпровідниках, ця властивість використовується в елементах Пельтьє.

2.3. Електричний струм в електролітах. Закони Фарадея

Електроліти відносяться до так званих *провідників другого роду*. На відміну від металів і напівпровідників (провідників першого роду), в електролітах протікання струму завжди супроводжується хімічними перетвореннями. Електролітами є

розчини солей, кислот і лугів у воді та деяких інших рідинах, а також розплави солей, які є в твердому стані іонними кристалами.

Носіями струму в електролітах є *позитивні і негативні іони*, на які дисоціюють (розщеплюються) молекули розчиненої речовини. Ступінь дисоціації характеризується *коефіцієнтом дисоціації α* , що показує, яка частка молекул розчиненої речовини знаходиться в дисоційованому стані. Коефіцієнт дисоціації залежить від хімічної природи і концентрації розчинника. Зокрема, чим нижче концентрація речовини, тим вище коефіцієнт дисоціації.

Якщо в електроліт ввести тверді провідні електроди і подати на них напругу, то іони прийдуть у рух – виникне електричний струм (рис. 2.3.1). Позитивні іони (*катіони*) рухаються до негативного електроду (катода); негативні іони (*аніони*) – до позитивного електроду (анода).

Досягнувши відповідних електродів, аніони і катіони віддають надлишкові або отримують відсутні електрони і перетворюються в нейтральні молекули. Таким чином, проходження електричного струму через електроліт супроводжується виділенням на електродах складових частин електроліту. Це явище називається *електролізом*. Основні закони електролізу були встановлені в 1836 році Майклом Фарадеєм.

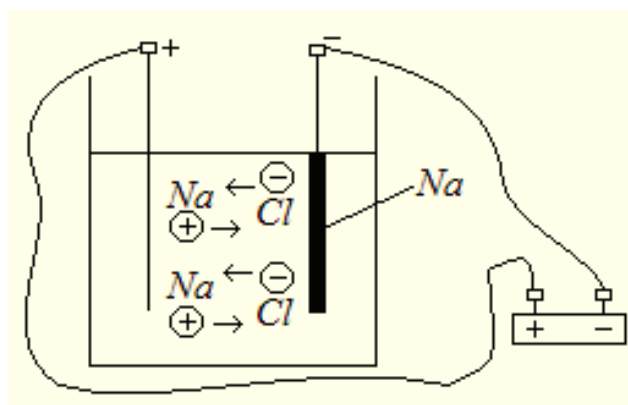


Рис. 2.3.1. Електричний струм в електроліті

Перший закон Фарадея.

Кількість речовини, яка виділяється на кожному з електродів при електролізі, пропорційна заряду, що пройшов через електроліт

$$m = kq = kIt, \quad (2.3.1)$$

де k – електрохімічний еквівалент, який залежить від природи речовини.

Другий закон Фарадея.

Електрохімічний еквівалент усіх речовин пропорційний їх хімічному еквіваленту

$$k = \frac{1}{F} \frac{A}{z}, \quad (2.3.2)$$

де A – атомна маса; z – валентність хімічного елемента;

$F = 96,49710^6$ Кл/моль – число Фарадея.

Виділення речовини на електродах починається лише з деякої напруги, яка зветься пороговою напругою розкладання електроліту U_p . Починаючи з цієї напруги, в електроліті з'являється струм, густина якого підкоряється *закону Ома* у вигляді

$$\vec{j} = (e^+ n^+ b^+ + e^- n^- b^-) \vec{E} = \gamma \vec{E}, \quad (2.3.3)$$

де n^+ і n^- – концентрація позитивних і негативних іонів, відповідно;

q^+ і q^- – заряди іонів;

$b^+ = u^+/E$ і $b^- = u^-/E$ – рухливості іонів;

γ – електропровідність електроліту.

Рухливість іонів залежить від їх природи і властивостей розчинника. З підвищенням температури рухливість іонів зростає. В електролітах рухливість іонів дуже мала. Так, для водних розчинів при кімнатній температурі вона становить 10^{-8} – $10^{-7} \frac{\text{м/с}}{\text{В/м}}$

(для порівняння, рухливість електронів в металах $\sim 10^{-4} \frac{\text{м/с}}{\text{В/м}}$).

Електроліз знаходить найрізноманітніші технічні застосування.

Електроліз в гідрометалургії є однією з стадій переробки металомісткої сировини, що забезпечує отримання товарних металів. У кольоровій металургії електроліз використовується для добування металів з руд та їх очищення. Електролізом з розплавлених середовищ отримують алюміній, магній, титан, цирконій, уран, берилій та інші. Для рафінування (очищення)

металу електролізом з нього відливають пластини і поміщають їх як анодів в електролізер. При пропущенні струму метал, що підлягає очищенню, піддається анодному розчиненню, тобто переходить у розчин у вигляді катіонів. Потім ці катіони металу розряджаються на катоді, завдяки чому утворюється компактний осад вже чистого металу. Домішки, що знаходяться в аноді, або залишаються нерозчинними, або переходять в електроліт і видаляються.

Гальванотехніка – область прикладної електрохімії, що займається процесами нанесення металевих покриттів на поверхню як металевих, так і неметалевих виробів при проходженні постійного електричного струму через розчини їх солей. Гальванотехніка ділиться на гальваностегію і гальванопластику.

Гальваностегія – це електроосадження на поверхню металу іншого металу, який міцно зв'язується (зчіплюється) з покриваючим металом (предметом), що служить катодом електролізера.

Перед покриттям виробу необхідно ретельно очистити, в іншому випадку метал буде осідати нерівномірно, і зв'язок металу з поверхнею виробу буде нестійким. Способом гальваностегії можна покрити деталь тонким шаром золота або срібла, хрому або нікелю. За допомогою електролізу можна наносити найтонші металеві покриття на різні металеві поверхні. При такому способі нанесення покриттів, деталь використовують як катод, який міститься у розчині солі того металу, покриття з якого необхідно отримати. В якості анода використовується пластинка з того ж металу.

Гальванопластика – одержання шляхом електролізу точних, легко відокремлюваних металевих копій щодо значної товщини з різних як неметалічних, так і металевих предметів, які називаються матрицями. За допомогою гальванопластики виготовляють бюсти, статуї і т. і. Гальванопластика використовується для нанесення порівняно товстих металевих покриттів на інші метали (наприклад, нанесення "накладного" шару нікелю, срібла, золота і т. і.).

Крім зазначених вище, електроліз знайшов застосування і в інших галузях:

отримання оксидних захисних плівок на металах (анодування);

електрохімічна обробка поверхні металевого виробу (поліровка);

електрохімічне фарбування металів (наприклад, міді, латуні, цинку, хрому та інші);

очищення води – видалення з неї розчинних домішок. В результаті виходить так звана м'яка вода (за своїми властивостями наближається до дистильованої);

електрохімічна заточка ріжучих інструментів (наприклад, хірургічних ножів (скальпелів), бритв і т. і.).

2.4. Електричний струм у газах

Проходження електричного струму через іонізований газ називається *газовим розрядом*.

Під дією іонізатора (сильний нагрів, жорстке випромінювання, потоки частинок) нейтральні молекули газу розщеплюються на іони і вільні електрони – відбувається *іонізація газу*. *Енергія іонізації* – енергія, яку треба затратити, щоб з молекули (атома) вибити один електрон. У результаті дії іонізатора газ набуває деяку електропровідність, і в колі потече струм.

Розряд, існуючий тільки під дією зовнішніх іонізаторів, називається *несамостійним* газовим розрядом (рис. 2.4.1).

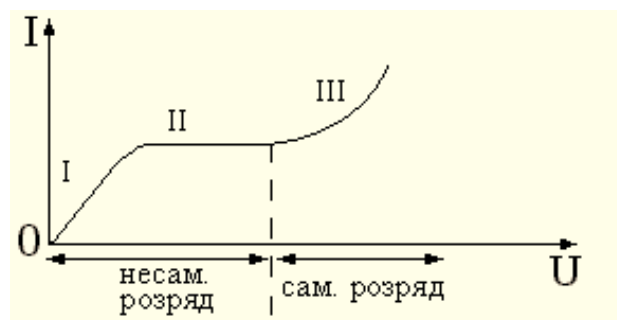


Рис. 2.4.1. Вольт-амперна характеристика газового розряду:

I – область, далека від насичення; II – область насичення;

III – самостійний розряд

Закон Ома в диференціальній формі для газів при несамостійному розряді в області, далекої від насичення

$$\vec{j} = qn(b^+ + b^-)\vec{E}, \quad (2.4.1)$$

де q – заряд іона; n – концентрація іонів; b^+ і b^- – рухливості відповідно позитивних і негативних іонів.

Рухливість іонів

$$b = \frac{\langle u \rangle}{E}, \quad (2.4.2)$$

де $\langle u \rangle$ – середня швидкість упорядкованого руху іонів;
 E – напруженість електричного поля.

Густина струму насичення визначається у вигляді

$$j_{\text{нас}} = qn_0d, \quad (2.4.3)$$

де $n_0 = \frac{N}{\Delta V \cdot \Delta t}$ – число пар іонів, створюваних іонізатором в одиниці об'єму в одиницю часу; d – відстань між електродами

Розряд в газі, який зберігається після припинення дії зовнішнього іонізатора, називається *самостійним* газовим розрядом. Для виникнення самостійного газового розряду необхідно, щоб концентрація і енергія вторинних іонів і електронів, що утворилися під дією іонізатора, були достатні для лавинного розмноження носіїв (число вторинних носіїв повинно перевищувати число носіїв, які покидають газовий розряд внаслідок рекомбінації або нейтралізації на поверхнях, оточуючих газовий розряд).

Залежно від тиску газу, конфігурації електродів, параметрів зовнішнього кола можна говорити про деякі *типи самостійного розряду*.

1. *Тліючий розряд* виникає при досить низьких значеннях тиску ($p \ll 1$ мм рт. ст.) та напругах поміж електродами у кілька сотень вольт. Застосовується в джерелах світла – газо світових лампах; як катодні розпилювачі металів при виготовленні металевих дзеркал та відбивачів світла тощо.

2. *Іскровий розряд* являє собою електричний пробій, що виникає при великій напруженості електричного поля в газі, який знаходиться під тиском порядку атмосферного; напруга між

хмарами і Землею при блискавці досягає 10^8 В, а сила струму – 10^5 А.

3. *Дуговий розряд* виникає:

а) якщо після запалювання іскрового розряду від потужного джерела з густиною струму до тисячі ампер на мм^2 поступово зменшувати відстань між електродами;

б) якщо електроди (наприклад, вугільні) зблизити до зіткнення, а потім розвести, минаючи стадію іскри.

Завдяки високій температурі електродів (2000°C – 6000°C) знаходить практичне застосування в джерелах світла, а також для сварки металевих деталей;

4. *Коронний розряд* виникає при високому тиску в різко неоднорідному полі поблизу електродів з великою кривизною поверхні. Застосовується для електричного очищення газів, в лічильниках елементарних частинок тощо.

2.5. Електричний струм у напівпровідниках

2.5.1. Властивості напівпровідників, власна провідність напівпровідників

До числа напівпровідників відносяться багато хімічних елементів (германій, кремній, селен, телур, миш'як та ін.), величезна кількість сплавів і хімічних сполук. Майже всі неорганічні речовини навколишнього нас світу – напівпровідники. Найпоширенішим в природі напівпровідником є кремній, що становить близько 30% земної кори.

Питомий опір напівпровідників має проміжне значення між питомим опором металів і діелектриків і при кімнатних температурах лежить в межах $1-10^{11}$ Ом·м. Він залежить від стану речовини: температури (див. рис. 2.5.1), освітленості, наявності домішок

Якісна відмінність напівпровідників від металів проявляється насамперед у залежності питомого опору від температури. Зі зниженням температури опір металів падає. У напівпровідників, навпаки, з пониженням температури опір зростає і поблизу абсолютного нуля вони практично стають ізоляторами.

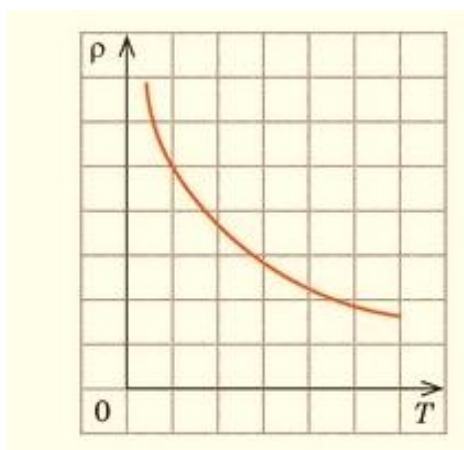


Рис. 2.5.1. Залежність питомого опору напівпровідника від температури

Атоми германію на зовнішній оболонці мають чотири слабо пов'язаних електрона. У кристалічній решітці кожен атом оточений чотирма найближчими сусідами. Зв'язок між атомами в кристалі германію є ковалентним, тобто здійснюється парами валентних електронів. Кожен валентний електрон належить двом атомам. При підвищенні температури деяка частина валентних електронів може отримати енергію, достатню для розриву ковалентних зв'язків. Тоді в кристалі виникнуть вільні електрони (електрони провідності). Одночасно в місцях розриву зв'язків утворюються вакансії, які не зайняті електронами. Ці вакансії отримали назву дірок. Вакантне місце може бути зайнято валентним електроном з сусідньої пари, тоді дірка переміститься на нове місце в кристалі. Якщо напівпровідник помістити в електричне поле, то у впорядкований рух втягуються не тільки вільні електрони, а й дірки, які ведуть себе як позитивно заряджені частинки (рис. 2.5.2).

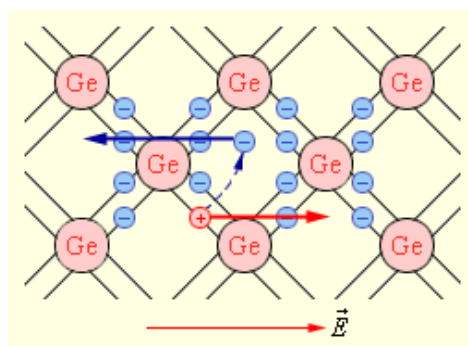


Рис. 2.5.2. Парно-електронні зв'язки в кристалі германію та виникнення електронно-діркової пари

Концентрація електронів провідності в напівпровіднику дорівнює концентрації дірок: $n_n = n_p$. Електронно-дірковий механізм провідності проявляється тільки у чистих (тобто без домішок) напівпровідників. Він називається *власною електричною провідністю* напівпровідників.

2.5.2. Домішкова провідність напівпровідників

Провідність напівпровідників при наявності домішок називається **домішковою провідністю**. Розрізняють два типи домішкової провідності – електронну та діркову.

Електронна провідність виникає, коли в кристал германію з чотирьох валентними атомами введені п'ятивалентні атоми (наприклад, атоми миш'яку, As, рис. 2.5.3).

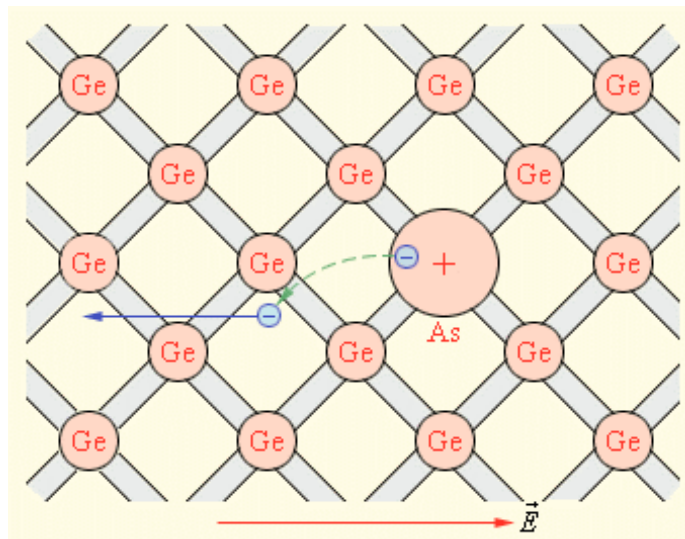


Рис. 2.5.3. Атом миш'яку в решітці германію. Напівпровідник *n*-типу

У кристалі германію з домішкою миш'яку є електрони і дірки, відповідальні за власну провідність кристала. Але основним типом носіїв вільного заряду є електрони, що відірвалися від атомів миш'яку. В такому кристалі $n_n \gg n_p$. Така провідність називається електронною, а напівпровідник, що має електронну провідність, називається **напівпровідником *n*-типу**.

Діркова провідність виникає, коли в кристал германію введені тривалентні атоми (наприклад, атоми індію, In, рис. 2.5.4). На рисунку показаний атом індію, який за допомогою своїх

валентних електронів створив ковалентні зв'язки лише з трьома сусідніми атомами германію.

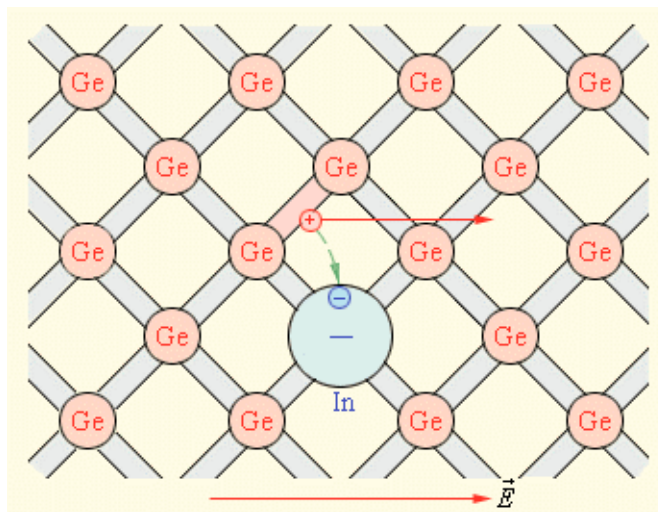


Рис. 2.5.4. Атом індію в решітці германію. Напівпровідник p -типу

У цьому випадку атом індію перетворюється в негативний іон, розташований у вузлу кристалічної решітки, а в ковалентному зв'язку сусідніх атомів утворюється вакансія. Домішка атомів, здатних захоплювати електрони, називається **акцепторною** домішкою.

Концентрація дірок в напівпровідниках з акцепторним примісом значно перевищує концентрацію електронів, які виникли через механізм власної електропровідності напівпровідника: $n_p \gg n_n$. Провідність такого типу називається дірочкою провідністю. Домішковий напівпровідник з дірочкою провідністю називається **напівпровідником p -типу**. Основними носіями вільного заряду в напівпровідниках p -типу є дірки

2.5.3. Електронно-дірковий перехід (p - n перехід)

У будь-якому напівпровідниковому приладі є один або кілька електронно-діркових переходів. Електронно-дірковий перехід (або p - n -перехід) – це область контакту двох напівпровідників з різними типами провідності.

При контакті двох напівпровідників p - і n -типів починається процес дифузії: дірки з p -області переходять в n -область, а

електрони, навпаки, з n -області в p -область. В результаті в n -області поблизу зони контакту зменшується концентрація електронів і виникає позитивно заряджений шар. В p -області зменшується концентрація дірок і виникає негативно заряджений шар. Таким чином, на кордоні напівпровідників утворюється подвійний електричний шар, поле якого перешкоджає процесу дифузії електронів і дірок назустріч один одному (рис. 2.5.5).

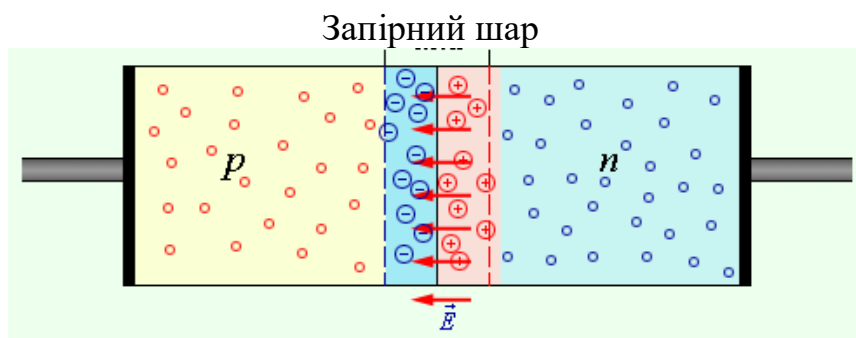


Рис. 2.5.5. Виникнення запiрного електричного шару при контакті між напівпровiдниками p -типу і n -типу

Прикордонна область розділу напівпровiдників з рiзними типами провiдності (так званий запiрний шар) зазвичай досягає товщини порядку десятків і сотень міжатомних вiдстаней. Об'ємні заряди цього шару створюють між p - і n -областями напругу U_z , яка приблизно рiвне 0,35 В для германiєвих n - p -переходiв і 0,6 В для кремнiєвих.

2.5.4. Властивості p - n переходу в зовнiшньому електричному полі

Якщо n - p -перехiд з'єднати з джерелом так, щоб позитивний полюс джерела був з'єднаний з p -областю, а негативний з n -областю (рис. 2.5.6), то напруженiсть електричного поля в замикаючому шарі буде зменшуватися, що полегшує перехiд основних носiїв через контактний шар. Дiрки з p -області і електрони з n -області, рухаючись назустріч один одному, будуть перетинати n - p -перехiд, створюючи струм в прямому напрямі. Сила струму через n - p -перехiд в цьому випадку буде зростати при збiльшенні напруги джерела.

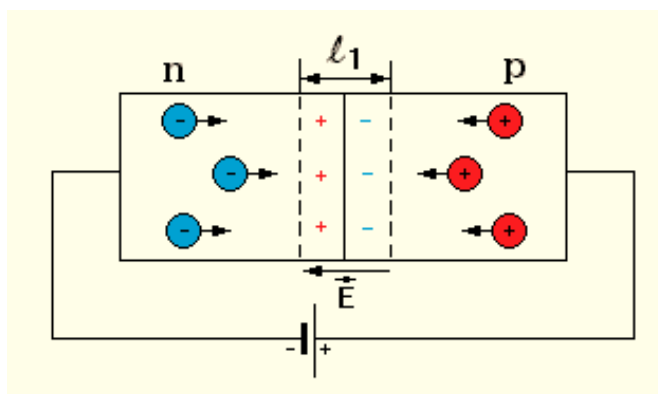


Рис. 2.5.6. Прямий (пропускний) напрямок зовнішнього поля

Якщо напівпровідник з n - p -переходом підключений до джерела струму так, що позитивний полюс джерела з'єднаний з n -областю, а негативний – з p -областю (рис. 2.5.7), то напруженість поля в замикаючому шарі зростає, і струм через n - p -перехід практично не йде. Напругу, що подана на n - p -перехід, в цьому випадку називають *зворотною*.

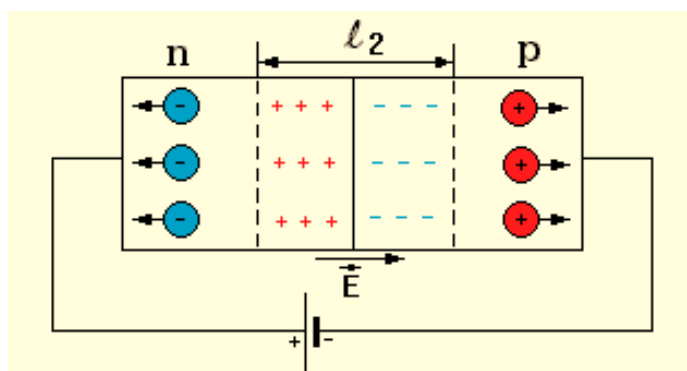


Рис. 2.5.7. Зворотній (замикаючий) напрямок зовнішнього поля

Здатність n - p -переходу пропускати струм практично тільки в одному напрямку використовується в приладах, які називаються *напівпровідниковими діодами*. Роздивимось залежність струму від напруги, що подається на напівпровідниковий діод (рис. 2.5.8).

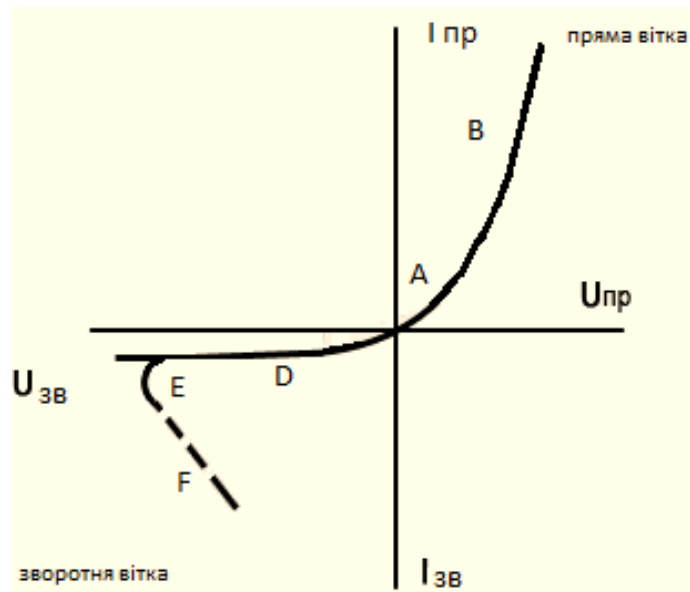


Рис. 2.5.8. Вольт-амперна характеристика напівпровідникового діода

Пряма вітка (пряме підключення)

А – Пряме електричне поле менше ніж запираюче, то струм, що проходить через $p-n$ – перехід є незначним.

В – З ростом прямої напруги $p-n$ – перехід відкривається.

Зворотня вітка (зворотне підключення)

Д – При зворотному підключенні потенційний бар'єр для носіїв заряду зростає. Результуючий струм збільшиться, але далі буде незмінним, тому що кількість неосновних зарядів обмежена, всі приймають участь в механізмі переносу струму – настає “насичення”.

Е – Подальше збільшення зворотної напруги призводить до зростання швидкості руху носіїв заряду, їх кінетична енергія досягає до величини ударної іонізації атомів $p-n$ переходу, при цьому лавино подібно збільшується кількість електронів і дірок у $p-n$ переході, це обумовлює зростання струму при незмінній напрузі – лавиноподібний пробій $p-n$ переходу. Має зворотній характер.

Подальше зростання струму веде до розігрівання кристалу, що викликає генерацію додаткових зарядів і настає тепловий пробій $p-n$ переходу.

Ф – в наслідок пробою $p-n$ перехід руйнується.

Здатність $p-n$ переходу пропускати струм практично тільки в одному напрямку використовується в приладах, які називаються напівпровідниковими діодами. Напівпровідникові діоди

виготовляють з кристалів кремнію або германію. Кремній найчастіше використовується в діодах, світлодіодах, транзисторах, випрямлячах і інтегральних схемах (чипах), сонячних елементах. Окрім кремнію широко використовуються арсенід галію, арсенід алюмінію, германій та багато інших. В останні роки дедалі популярніші органічні напівпровідники, які застосовуються, наприклад, у копіювальній техніці.

При виготовленні напівпровідників в кристал з будь-яким типом провідності вводять домішку, що забезпечує інший тип провідності. Методами виготовлення являються:

процес витягування монокристала, наприклад, з розплаву германію;

процес вплавлення, який полягає, наприклад, в тому, що на пластинку *n*-напівпровідника накладають зернятко індію. Якщо нагрівати заготовку у вакуумі до 500 °С, то індій розплавиться і за рахунок розчинення германію у пластинці з'явиться заглибина, заповнена розплавом. У процесі охолодження починається кристалізація германію, в решітку якого потрапляють атоми індію – акцептори; утворюється шар *p*-германію, у якому концентрація індію зростає по мірі наближення до поверхні. Між *n*-германієм і шаром *p*-германію виникає *p-n*-перехід;

дифузія – метод, який зводиться до насичення поверхневого шару напівпровідника за досить високої температури донорною або акцепторною домішкою з газової фази, або з попередньо напиленого шару.

В даний час напівпровідникові прилади знаходять виключно широке застосування в радіоелектроніці. Сучасна технологія дозволяє виробляти напівпровідникові прилади: діоди, транзистори, напівпровідникові фотоприймачі і таке інше – розміром в кілька мікрометрів. Якісно новим етапом електронної техніки стало розвиток мікроелектроніки, яка займається розробкою інтегральних мікросхем і принципів їх застосування. Інтегральною мікросхемою називають сукупність великого числа взаємопов'язаних елементів – їх проводів, виготовлених в єдиному технологічному процесі на одному кристалі. Мікросхема розміром в 1 мм² може містити кілька сотень тисяч мікроелементів.

Застосування мікросхем призвело до революційних змін у багатьох областях сучасної електронної техніки.

Завдання для самоконтролю

1. Назвіть основні характеристики електричного струму та умови його виникнення.

2. Як одержати закон Ома для однорідної ділянки кола і замкнутого кола із закону Ома для неоднорідної ділянки?

3. Який вид має закон Ома і закон Джоуля-Ленця в диференціальній формі?

4. Що називається опором, провідністю? В яких одиницях вони вимірюються?

5. Сформулюйте правила Кірхгофа.

6. Які частинки являються носіями електричного струму у різних середовищах?

7. Як відрізняється залежність питомого опору металів, отримана із теорії Друде-Лоренца та із опитних даних?

8. До джерела струму з ЕРС $\varepsilon = 1,5$ В приєднали резистор з опором $R = 0,1$ Ом. Амперметр показав силу струму рівну $I_1 = 0,5$ А. Коли до джерела струму приєднали послідовно ще одне джерело струму з такою же ЕРС, то сила струму I у тому же резисторі виявилася рівною $0,4$ А. Визначити внутрішні опори r_1 і r_2 першого й другого джерел струму.

Відповідь: 2,9 Ом; 4,5 Ом.

9. До затисків батареї акумуляторів приєднаний нагрівач. ЕРС ε батареї дорівнює 24 В. Внутрішній опір $r = 1$ Ом. Нагрівач, включений у коло, споживає потужність $P = 80$ Вт. Обчислити силу струму I у колі й ККД η нагрівача.

Відповідь: 1) 20 А, 0,17; 2) 4 А, 0,83.

10. Визначити об'ємну густину теплової потужності ω у металевому провіднику, якщо густина струму $j = 10$ А/мм². Напруженість E електричного поля в провіднику дорівнює 1 мВ/м.

Відповідь: 10 кВт/м³.

11. Яка потужність струму, за допомогою якого можна отримати 150 кг алюмінію за добу? Яка для цього необхідна поверхня електродів? Електролітичне отримання алюмінію

ведеться при напрузі 5 В і густині струму 0,4 А/дм². ККД пристрою дорівнює 95%.

Відповідь: 3 кВт, 15 м².

12. В іонізаційній камері, відстань d між плоскими електродами якої дорівнює 5 см, проходить струм насичення густиною $j=16$ мкА/м². Визначити число n пар іонів, що утворюється у кожному кубічному сантиметрі простору камери в 1 с.

Відповідь: $2 \cdot 10^9$ см⁻³·с⁻¹.

РОЗДІЛ 3. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

3.1. Магнітне поле

3.1.1. Опит Ерстеда. Характеристики магнітного поля

Магнітне поле – матеріальний об'єкт (вид матерії), силове поле, за допомогою якого здійснюється взаємодія провідників із струмами, рухомих зарядів і постійних магнітів.

Магнітні явища були відомі ще у стародавньому світі. Компас був винайдений понад 4500 років тому. У Європі він з'явився приблизно у XII столітті нової ери. Однак лише в XIX столітті було виявлено зв'язок між електрикою та магнетизмом і виникло уявлення про магнітне поле.

Першим, хто відкрив дію провідника зі струмом на постійний магніт (на магнітну стрілку компаса), був Г. Х. Ерстед (1820 р.). У його досліді використовувався металевий дріт, натягнутий між двох стійок. Під дротом розташовувалась магнітна стрілка таким чином, що вона вирівнювалась по магнітному полю Землі. До дроту через ключ було підключено джерело струму. Спочатку струм в колі відсутній, а дріт розташовувався паралельно стрілці (рис. 3. 1.1).

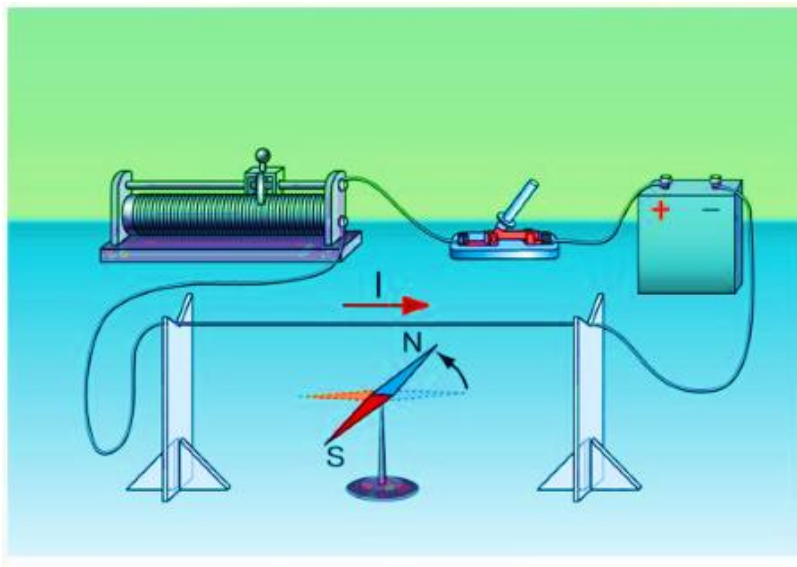


Рис. 3. 1.1. Дослід Ерстеда. Дія провідника зі струмом на магнітну стрілку компаса

При включенні струму в колі магнітна стрілка поверталася на кут 90 градусів, тобто перпендикулярно дроту. При цьому вона здійснювала кілька коливань і заспокоювалась в такому положенні.

При відключенні струму магнітна стрілка знову поверталася в початкове положення, вирівнюючись уздовж магнітного поля Землі. Характер взаємодії визначався формою провідника, розташуванням провідника, напрямком струму.

Природньо поставити запитання: а чи не може один провідник із струмом надавати безпосередню дію на другий провідник зі струмом? Позитивну відповідь на це питання дав у 1820 році А. Ампер що встановив силовий закон взаємодії провідників зі струмом.

Так, два прямолінійних паралельних провідника (рис. 3.1.2) притягуються, якщо струми в них течуть в одному напрямку і відштовхуються, якщо струми мають протилежний напрямок.

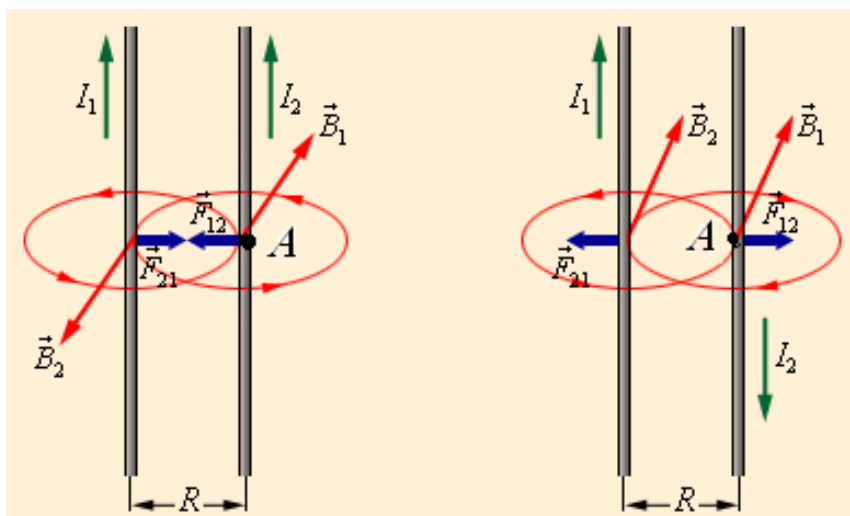


Рис. 3.1.2. Взаємодія двох прямолінійних провідників зі струмом

Введемо *силову характеристику магнітного поля* – *вектор індукції магнітного поля* \vec{B} , що грає роль аналога напруженості електричного поля \vec{E} і характеризує силову дію електричного поля на заряди і струми.

Пробним елементом для визначення дії магнітного поля являється замкнутий контур (рамка) малих розмірів, тобто малий елемент струму (у порівнянні з відстанню, на якій магнітне поле

суттєво зменшується). Такий елемент є аналогом точкового пробного заряду у електростатиці (рис 3.1.3).

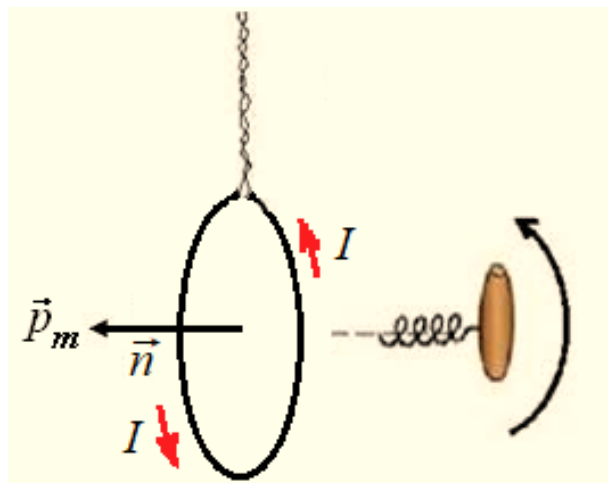


Рис. 3.1.3. Круговий виток зі струмом

З досвіду виявлено, що магнітне поле чинить на контур орієнтовану дію. За напрямком вектору магнітної індукції \vec{B} приймається напрямок, вздовж якого розташовується позитивна нормаль до контуру. В свою чергу, позитивною вважається нормаль, яка пов'язана із напрямком струму у рамці правилом правого гвинта (рис. 3.1.3). Магнітною характеристикою рамки із струмом є *магнітний момент*, що визначається за формулою

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \quad (3.1.2)$$

де I – струм, що тече по витку, S – площа, обтічна струмом рамки, \vec{n} – позитивна нормаль до рамки. Напрямок струму I пов'язаний із напрямком вектору \vec{n} правилом правого гвинта.

В однорідному магнітному полі ($\vec{B} = \text{const}$) на рамку діє механічний момент

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}] \quad (3.1.3)$$

або в скалярному вигляді

$$M = p_m B \sin \alpha, \quad (3.1.4)$$

де α – кут між векторами \vec{p}_m і \vec{B} (рис. 1.3.4).

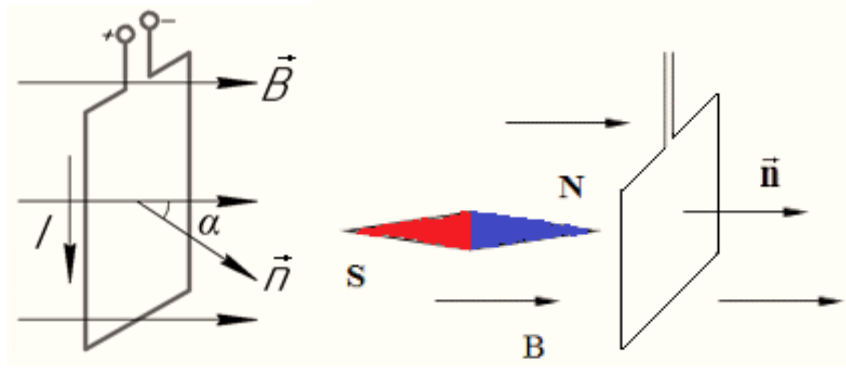


Рис. 3.1.4. Рамка із струмом в магнітному полі

Чисельне значення вектору \vec{B} визначається із формули (3.1.4), при значенні $\alpha = 90^\circ$, тобто при максимальному значенні механічного моменту

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m} = \frac{M_{\max}}{IS}. \quad (1.3.5)$$

Одиницею вимірювання вектору магнітної індукції є тесла (Тл):

$$1\text{Тл} = \frac{1\text{Н} \cdot \text{м}}{1\text{А} \cdot 1\text{м}^2} = 1 \frac{\text{кг}}{\text{А} \cdot \text{с}^2}.$$

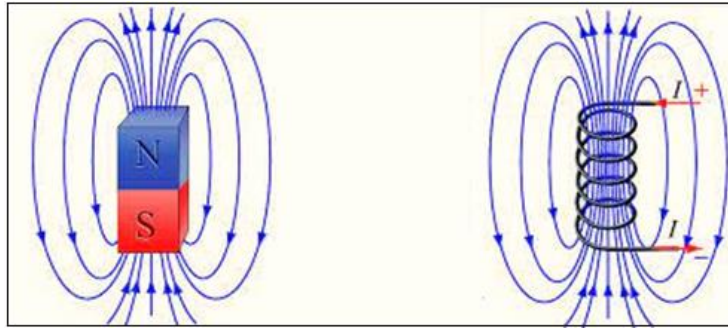
Напрямок вектору індукції магнітного поля \vec{B} визначається також напрямом від південного полюса S до північного N магнітної стрілки, що вільно встановилась у магнітному полі (рис. 1.3.4).

Поряд з індукцією, для характеристики магнітного поля вводять також поняття напруженості магнітного поля \vec{H} – величини, яка визначається для вакууму ($\mu = 1$) у вигляді

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}. \quad (3.1.6)$$

В СІ напруженість магнітного поля \vec{H} вимірюється в А/м.

Наочне зображення магнітного поля одержують за допомогою магнітних силових ліній – уявних ліній, дотичні до яких у кожній точці співпадають з напрямком векторам індукції. Густина силових ліній пропорційна величині цього вектору.



а

б

Рис. 3.1.5. Приклади силових ліній магнітного поля
а) полюсового магніту, б) соленоїда

На відміну від силових ліній електричного поля, які починаються на позитивних зарядах і закінчуються на негативних, *силові лінії магнітного поля завжди замкнені* (рис. 3.1.5).

3.1.2. Закон Біо-Савара-Лапласа та його застосування

Як встановили на дослідах Б. Біо і С. Савар, індукція магнітного поля, створюваного провідниками із струмом різної конфігурації, у всіх випадках пропорційна силі струму в провіднику I і залежить від відстані r до точки, в якій визначається поле. Аналізуючи результати дослідів Біо і Савара, Л. Лаплас прийшов до висновку, що магнітне поле будь-якого струму може бути обчислено як результат векторного додавання (суперпозиції) магнітних полів, створюваних окремими елементами струму.

Це правило отримало назву *принципу суперпозиції магнітних полів*

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i. \quad (3.1.7)$$

Для магнітної індукції поля, створюваного елементом струму $I d\vec{l}$, Лаплас отримав формулу, названу згодом *законом Біо-Савара-Лапласа*

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}\vec{r}]}{r^3}, \quad (3.1.8)$$

де $d\vec{B}$ – магнітна індукція поля, створюваного елементом $d\vec{l}$ провідника зі струмом; μ – магнітна проникність; μ_0 – магнітна стала ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м); I – сила струму; \vec{r} – радіус-вектор, проведений від середини елемента провідника до точки, магнітна індукція в якій визначається (рис. 3.1.6).

Модуль вектору $d\vec{B}$ виражається формулою

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I \sin \alpha}{r^2} dl, \quad (3.1.9)$$

де α — кут між векторами $d\vec{l}$ й \vec{r} .

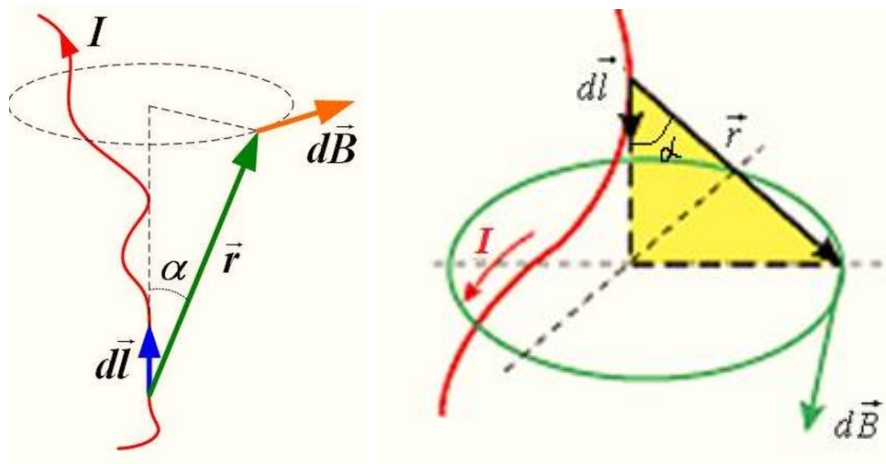


Рис. 3.1.6. Взаємна орієнтація векторів $d\vec{B}$, \vec{r} і $d\vec{l}$ в законі Біо-Савара-Лапласа

За допомогою закону Біо-Савара-Лапласа напруженість магнітного поля, створюваного елементом струму $I d\vec{l}$ в точці \vec{r} , розраховується за формулою

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi \cdot r^3} [d\vec{l} \vec{r}], \quad (3.1.10)$$

або в скалярному вигляді

$$dH = \frac{I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}.$$

Наведемо приклади обчислення магнітних полів за допомогою закону Біо-Савара-Лапласа.

1) Індукція магнітного поля колового витка зі струмом.

Визначимо індукцію магнітного поля у точці A на відстані x від центру контуру у формі кола радіусу R (рис. 3.1.7).

За законом Біо-Савара-Лапласа елемент $I d\vec{l}$ створює у точці A індукцію

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I d\vec{l}}{r^2} \sin \alpha = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I d\vec{l}}{r^2}, \quad (3.1.11)$$

де $\alpha=90^\circ$ – кут між $I d\vec{l}$ і \vec{r} ; $r = \sqrt{R^2 + x^2}$ – відстань між елементом $I d\vec{l}$ і точкою A .

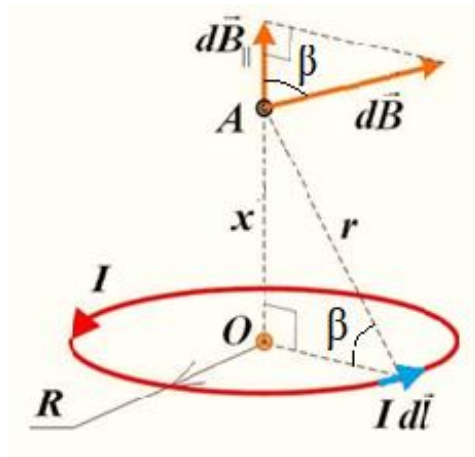


Рис. 3.1.7. Магнітне поле колового витка зі струмом

Вектор $d\vec{B}$ створює з віссю кола кут β . Проекція вектору $d\vec{B}$ на цю вісь дорівнює $dB_{||} = dB \cos \beta$. Сума всіх поперечних проєкцій дорівнює нулю, тому результуючий вектор \vec{B} у точці A за напрямком співпадає з віссю контуру. Модуль цього вектору

$$B = \int dB_{||} = \int dB \cos \beta.$$

Підставивши вираз для dB і враховуючи, що $\cos \beta = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}$, отримуємо

$$B = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Idl}{R^2 + x^2} \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}} = \frac{\mu_0 \mu IR^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (3.1.12)$$

В центрі вітка зі струмом ($x=0$) маємо

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R}. \quad (3.1.13)$$

2) *Відрізок провідника зі струмом кінцевої довжини і нескінченно довгий провідник зі струмом.*

Всі елементарні значення індукції магнітного поля, що створюються елементами $Id\vec{l}$ в точці на відстані r_0 від провідника, спрямовані в один бік, перпендикулярно до площини рисунку (рис. 3.1.8).

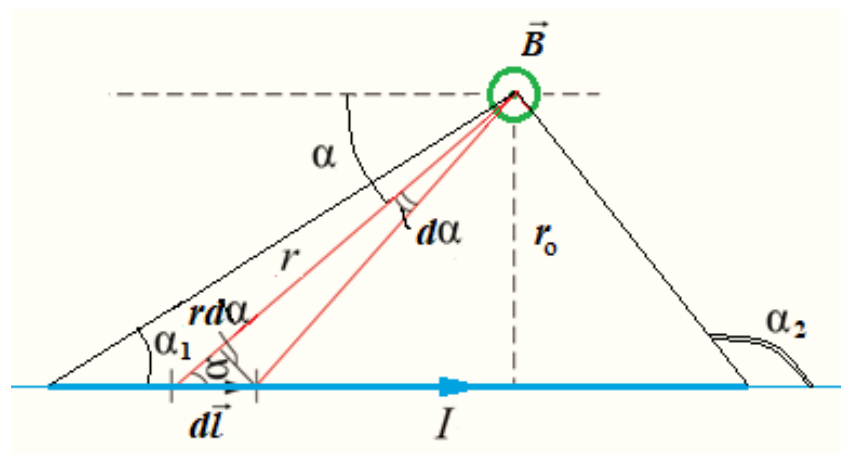


Рис. 3.1.8. Магнітне поле прямолінійного провідника із струмом

У цьому випадку маємо

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}. \quad (3.1.14)$$

З рисунку 3.1.8 бачимо, що $r = \frac{r_0}{\sin \alpha}$, $dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha}$, тоді

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{r_0} \sin \alpha d\alpha.$$

Інтегруючи цей вираз у межах від α_1 до α_2 , знаходимо

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

Таким чином, індукція магнітного поля відрізка прямолінійного провідника зі струмом

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (3.1.15)$$

Переходячи в цій формулі до значень кутів $\alpha_1 \rightarrow 0$ і $\alpha_2 \rightarrow \pi$, одержимо формулу для розрахунку індукції магнітного поля прямолінійного провідника із струмом нескінченної довжини

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r_0}. \quad (3.1.16)$$

При симетричному розташуванні кінців провідника щодо точки, у якій визначається магнітна індукція ($\alpha_2 = 180^\circ - \alpha_1$) отримуємо

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi r_0} I \cos \alpha. \quad (3.1.17)$$

Для визначення напрямку вектору \vec{B} індукції магнітного поля прямолінійного провідника можна користуватися правилом правого гвинта (рис. 3.1.9)

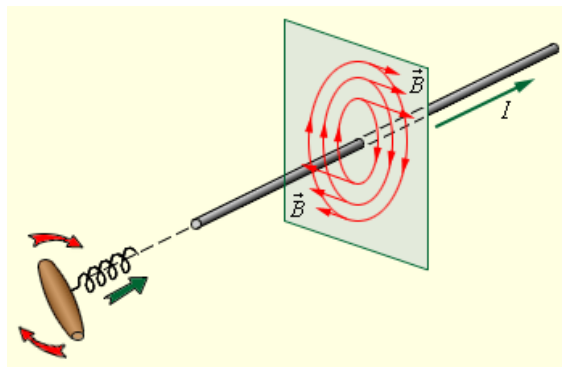


Рис. 3.1.9. Напрямок магнітного поля прямолінійного провідника зі струмом

3) Магнітне поле рухомого заряду.

Будь-який провідник із струмом створює в навколишньому просторі магнітне поле. Але струм в провіднику – це спрямований рух зарядів. Отже, можна припустити, що джерелом магнітного поля є рухомі заряди. Тоді магнітне поле, створене провідником зі струмом в деякій точці простору, буде являти собою суперпозицію магнітних полів, створених в цій же точці простору кожним з рухомих зарядів окремо.

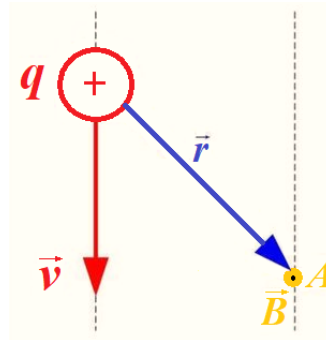


Рис. 3.1.10. Магнітне поле рухомого заряду

Нехай v – швидкість упорядкованого руху зарядів у провіднику; q – заряд носія струму (у металах $q = -e$) (рис. 3.1.10). Для елемента струму можемо написати

$$Idl = nqvSdl = dNqv,$$

де $n = dN/dV$ – концентрація зарядів, dN – число зарядів в елементі об'єму $dV = Sdl$.

На підставі закону Біо-Савара-Лапласа (3.1.9), індукція магнітного поля, створеного одним рухомих зарядом,

$$B = \frac{dB}{dN} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{dN \cdot v \cdot q \sin \alpha}{dN \cdot r^2} = \frac{\mu_0 \mu qv \sin \alpha}{4\pi r^2}$$

і маємо у загальному векторному вигляді

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q[\vec{v} \vec{r}]}{r^3}. \quad (3.1.18)$$

Ця формула відображає релятивістську (відносну) сутність магнітного поля. Вона показує, що *магнітне поле виявляється як*

результат відносного руху заряду. Відзначимо, що наведена формула справедлива при швидкостях руху заряду $v \ll c$ ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла у вакуумі).

Розрахунок індукції магнітного поля у окремих випадках.

1. Індукція магнітного поля колового витка радіусу R зі струмом на відстані x від його центру

$$B = \frac{\mu_0 \mu I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

В центрі витка зі струмом ($x=0$) маємо

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R}.$$

2. Індукція магнітного поля відрізка прямолінійного провідника зі струмом

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

При симетричному розташуванні кінців провідника щодо точки, у якій визначається магнітна індукція

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r_0} \cos \alpha.$$

3. Індукція магнітного поля прямолінійного провідника із струмом нескінченної довжини

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r_0}.$$

4. Магнітне поле рухомого заряду

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu q [\vec{v} \vec{r}]}{4\pi r^3}$$

3.1.3. Закон Ампера. Взаємодія паралельних струмів

Докладно вивчаючи дію магнітного поля на провідники із струмом різної форми, А. Ампер дійшов висновку, що сила, яка діє на малий провідник довжиною $d\vec{l}$ зі струмом I , що знаходиться в магнітному полі з індукцією \vec{B} , визначається за такою формулою

$$d\vec{F} = I \left[d\vec{l} \vec{B} \right]. \quad (3.1.19)$$

Формулу (3.1.19) називають *законом Ампера (силою Ампера)*. Ця формула є аналогом відповідної формули (1.1.4) в електростатиці

$$\vec{F} = q\vec{E},$$

яка визначає силу, що діє на точковий заряд q , поміщений в електричне поле напруженістю \vec{E} .

Силу, що діє на провідник скінченної довжини, знаходимо за допомогою (3.1.19) шляхом інтегрування за усією довжиною провідника L

$$\vec{F} = \int_L I \left[d\vec{l} \vec{B} \right]. \quad (3.1.20)$$

З закону Ампера (3.1.19) випливає, що сила $d\vec{F}$ перпендикулярна як до напрямку проходження електричного струму $I d\vec{l}$, так і до вектору \vec{B} , а її напрям визначається звичайними правилами векторного добутку або правилом лівої руки. Величина сили Ампера дорівнює

$$dF = IdlB \sin \alpha, \quad (3.1.21)$$

де α – кут між векторами $d\vec{l}$ і \vec{B} . Коли вектори $I d\vec{l}$ й \vec{B} паралельні, сила $d\vec{F}$ дорівнює нулю.

Закон Ампера дозволяє визначити числове значення магнітної індукції \vec{B} . У випадку, коли елемент провідника $d\vec{l}$ зі струмом I є перпендикулярним до напрямку магнітного поля ($\sin \alpha = 1$), сила, що діє на елемент провідника зі струмом, буде мати

максимальне значення $d\vec{F}_{\max}$. Експериментально визначивши значення цієї сили, можемо знайти модуль вектору індукції магнітного поля

$$B = \frac{dF_{\max}}{Idl}. \quad (3.1.22)$$

Таким чином, магнітна індукція B чисельно дорівнює силі, що діє з боку поля на одиницю довжини провідника, по якому проходить електричний струм одиничної сили і який розміщений перпендикулярно до напрямку магнітного поля.

Для з'ясування причин, по яким паралельні струми притягуються, а антипаралельні відштовхуються, знайдемо силу взаємодії двох паралельних нескінченних струмів. Розглянемо два нескінченно довгі паралельні провідники із струмами 1 і 2 (рис. 3.1.11). Індукція магнітного поля, що створюється нескінченно довгим провідником зі струмом I_1 в точці A на відстані R від провідника 1, визначається співвідношенням

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R}. \quad (3.1.23)$$

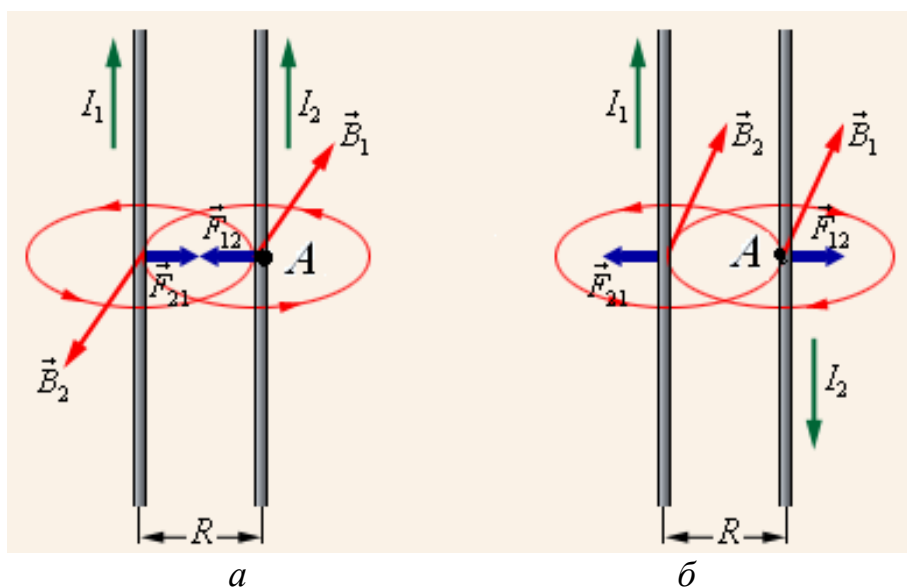


Рис. 3.1.11. Взаємодія паралельних струмів

У точці A відповідно до правила правого гвинта, вектор індукції магнітного поля \vec{B}_1 спрямований «від нас» і перпендикулярний до провідника 2, тому кут α між провідником 2 і індукцією магнітного поля \vec{B}_1 в точці A буде дорівнювати 90° . Тоді модуль сили Ампера, яка діє на відрізок довжиною l провідника 2 із струмом I_2 , зможемо знайти із закону Ампера з урахуванням (3.1.23)

$$F_{12} = B_1 I_2 dl \sin \alpha = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R} dl. \quad (3.1.24)$$

Зрозуміло, якщо струми I_1 і I_2 спрямовані в одну сторону (рис. 1.3.11, *a*), то сила F_{12} за правилом лівої руки спрямована до провідника 1. Аналогічно можна показати, що на провідник 1 із струмом I_1 діє сила

$$F_{21} = B_2 I_1 dl \sin \alpha = \frac{\mu_0 I_2 I_1}{2\pi R} dl, \quad (3.1.25)$$

але ця сила спрямована до провідника 2, тобто провідники притягуються. Якщо змінити напрям одного із струмів, то зміняться напрями сил F_{12} і F_{21} (рис. 3.1.11, *б*).

Вивчення взаємодії двох прямих сталих паралельних струмів дає змогу встановити одиницю струму – *ампер як одну з основних* у *СІ*. Ампер (А) – сила сталого струму, який, проходячи по двох паралельних прямолінійних провідниках нескінченної довжини малого кругового перерізу, розміщених на відстані 1 м один від одного у вакуумі, утворює силу взаємодії між ними, яка дорівнює $2 \cdot 10^{-7}$ ньютонів на кожний метр довжини.

3.1.4. Теорема Гауса для магнітного поля

Для формулювання теореми Гауса в магнітному полі введемо поняття потоку вектору магнітної індукції аналогічно поняттю потоку вектору напруженості електричного поля.

Потоком вектору \vec{B} через деяку поверхню S називається інтеграл

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS, \quad (3.1.26)$$

де $B_n = B \cos \alpha$ – проекція вектору \vec{B} на нормаль до поверхні S в даній точці (рис.1.3.10).

Одиницею вимірювання магнітного потоку є вебер (Вб):

$$1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot 1 \text{ м}^2 = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{с}^2}.$$

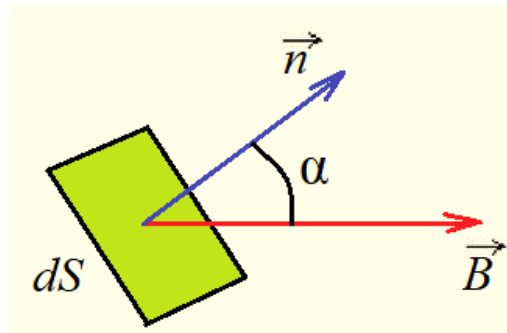


Рис. 3.1.12. До визначення потоку вектору магнітної індукції \vec{B}

Перш ніж сформулювати теорему Гауса в магнітостатиці, згадаємо, що в електростатиці аналогічна теорема (див. 1.1.58) була сформульована як

$$\Phi_D = \oint_S D_n dS = q_S, \quad (3.1.27)$$

де інтеграл береться по замкнутій поверхні S навколо електричних зарядів (q_S – алгебраїчна сума зарядів, що знаходяться під цією поверхнею); \vec{D} – вектор електричної індукції (у вакуумі $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$).

Здавалося б, що в повній аналогії з електростатикою ми могли б написати

$$\Phi_B = \oint_S B_n dS = q_S^{(m)}, \quad (3.1.28)$$

маючи на увазі під $q_S^{(m)}$ алгебраїчну суму якихось «магнітних зарядів», охоплених замкнутою поверхнею довільної форми S , які

є джерелами магнітних полів з результируючою індукцією $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ (у вакуумі).

Але, як виявилось, в природі немає магнітних зарядів, подібних електричним, а джерелами магнітних полів є рухомі заряди, тобто електричні струми. Слід, однак, зауважити, що закони класичної електродинаміки допускають існування частинок з одним магнітним полюсом – магнітних монополів. У квантовій механіці магнітний монополь – це стабільна частинка, що несе позитивний або негативний магнітний заряд, величина якого значно перевершує величину елементарного електричного заряду. Вперше гіпотезу про існування магнітного монополя висловив в 1931 році один із засновників квантової механіки Поль Дірак, тому цю частинку називають також монополем Дірака. Ретельні пошуки монополя Дірака не увінчалися успіхом, тому питання про їх існування залишається поки відкритим.

Приймаючи, таким чином, що з досвіду, $q_S^{(m)} = 0$, приходимо до наступного формулювання теореми Гауса в магнітостатиці

$$\Phi_B = \oint_S B_n dS = 0. \quad (3.1.29)$$

Рівність нулю потоку магнітної індукції через довільну замкнуту поверхню означає, що силові лінії магнітного поля ніде не обриваються і, отже, є замкнутими (рис. 3.1.13).

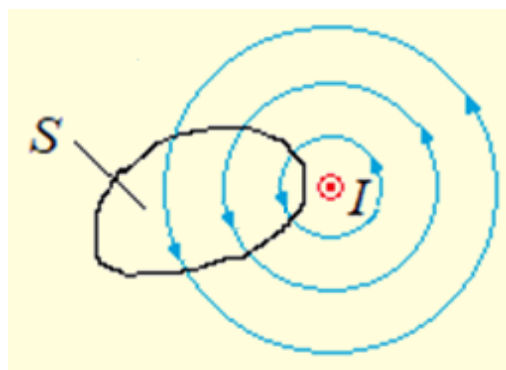


Рис. 3.1.13. До формулювання теореми Гауса в магнітостатиці

Поля, силові лінії яких замкнуті, називаються *вихровими* або *соленоїдальними*.

3.1.5. Робота в магнітному полі

Розглянемо відрізок провідника зі струмом, здатний вільно переміщатися у двох напрямках в зовнішньому магнітному полі (рис. 3.1.12). Магнітне поле будемо вважати однорідним і спрямованим під кутом α стосовно нормалі до площини переміщення провідника.

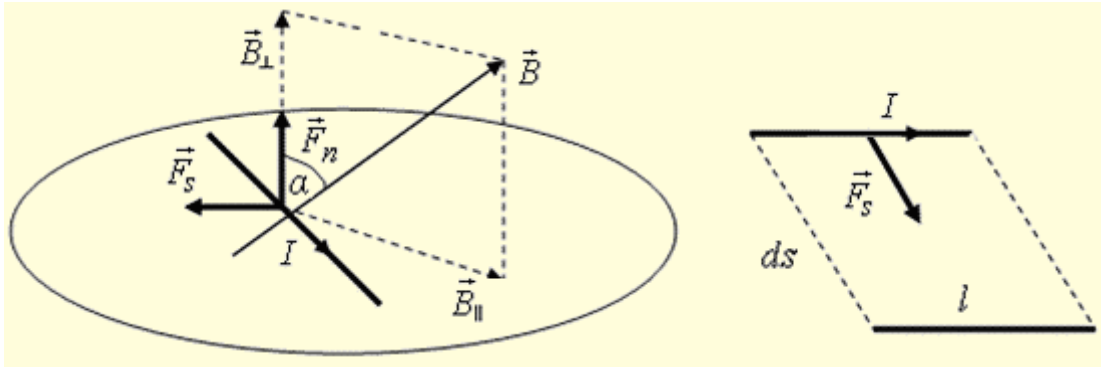


Рис. 3.1.12. Відрізок провідника зі струмом в однорідному магнітному полі

Як видно з рис. 1.3.12, вектор \vec{B} має дві складові \vec{B}_{\parallel} і \vec{B}_{\perp} , з яких тільки складова \vec{B}_{\perp} створює силу, що діє в площині переміщення провідника. За абсолютною величиною ця сила дорівнює силі Ампера

$$F_S = IlB_{\perp} = IlB \cos \alpha, \quad (3.1.30)$$

де I – сила струму в провіднику; l – довжина провідника; B – індукція магнітного поля. Робота цієї сили на елементарному шляху переміщення ds є

$$dA = F_S ds = IlB \cos \alpha \cdot ds. \quad (3.1.31)$$

Добуток lds дорівнює площі dS , що замітає провідник при русі, а величина $BdS \cos \alpha$ дорівнює потоку магнітної індукції $d\Phi_B$ через цю площу. Отже, можемо написати

$$dA = Id\Phi_B. \quad (3.1.32)$$

Розглядаючи відрізок провідника зі струмом як частину замкненого контуру і інтегруючи це співвідношення, знайдемо роботу при переміщенні контуру зі струмом у магнітному полі

$$A = I(\Phi_{B2} - \Phi_{B1}), \quad (3.1.33)$$

де Φ_{B1} і Φ_{B2} позначають потік індукції магнітного поля через площу контуру відповідно в початковому і кінцевому положеннях.

3.1.6. Теорема про циркуляцію вектору індукції магнітного поля. Закон повного струму

Циркуляцією вектору індукції магнітного поля \vec{B} уздовж замкненого контуру l називається інтеграл

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint_l B_l dl, \quad (3.1.34)$$

де B_l – проекція вектору \vec{B} на напрямок дотичної до лінії контуру в даній точці.

Відповідний інтеграл для електричного поля в електростатиці дорівнює нулю, що відображає властивість потенційності електростатичного поля

$$\oint_l E_l dl = 0. \quad (3.1.35)$$

Магнітне поле не є потенційним, воно, як було показано вище, є соленоїдальним. Тому слід очікувати, що циркуляція магнітного поля уздовж замкненого контуру в загальному випадку відмінна від нуля.

Обчислимо циркуляцію вектору \vec{B} по довільному замкненому контуру L , взятому навколо провідника, по якому проходить струм силою I . Розглянемо найбільш простий випадок магнітного поля нескінченного лінійного провідника зі струмом, а за контур інтегрування L візьмемо концентричне коло радіуса r_0 (рис. 3.1.13, а).

У загальному випадку, якщо контур охоплює кілька провідників із струмом (рис. 1.3.13, б), то циркуляція магнітного поля уздовж замкнутого контуру буде обчислюватися згідно

вираження, яке становить зміст теореми про циркуляцію вектору індукції магнітного поля

$$\oint_l \vec{B}_l dl = \mu_0 \sum_i I_i. \quad (3.1.36)$$

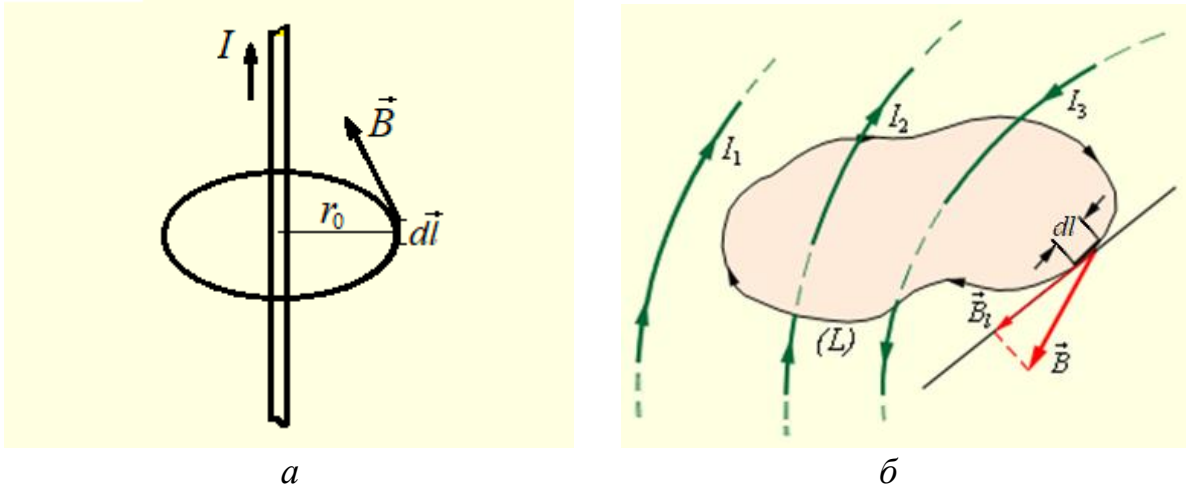


Рис. 3.1.13. До формулюванні теореми про циркуляцію магнітного поля

В правій частині виразу (3.1.36), який також має назву *закону повного струму*, стоїть алгебраїчна сума всіх струмів, охоплених даним контуром, причому струм вважається позитивним, якщо його напрямок пов'язаний з напрямком обходу контуру правилом правого гвинта і негативним, якщо струм має протилежний напрямок.

Закон повного струму дозволяє ефективно обчислювати магнітні поля складних контурів, тим самим відіграючи ту ж роль, яку виконує теорема Гауса в електростатиці.

На практиці в розрахунках магнітних кіл часто використовується циркуляція вектору напруженості магнітного поля \vec{H} . Оскільки для вакууму $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, маємо

$$\oint_l \vec{H} dl = \sum_i I_i. \quad (3.1.37)$$

Закон повного струму справедливий для довільних струмів і формулюється так: *циркуляція вектору напруженості магнітного поля постійних струмів по довільному контуру дорівнює алгебраїчній сумі сил струмів, які охоплюються цим контуром.*

Застосуємо отримані результати для знаходження напруженості магнітного поля на осі прямого довгого соленоїда і тороїда.

1) *Магнітне поле на осі прямого довгого соленоїда.*

Соленоїд являє собою котушку, намотану на циліндричний каркас. Якщо довжина соленоїда багато більше його діаметра, то такий соленоїд називають довгим (на відміну від короткої котушки з протилежним співвідношенням розмірів). Магнітне поле максимально всередині соленоїда і направлено вздовж його осі. Поблизу осі соленоїда магнітне поле можна вважати однорідним.

Для знаходження напруженості магнітного поля на осі прямого довгого соленоїда за допомогою теореми про циркуляцію магнітного поля, виберемо контур інтегрування 1–2–3–4–1, як показано на рис.1.3.14.

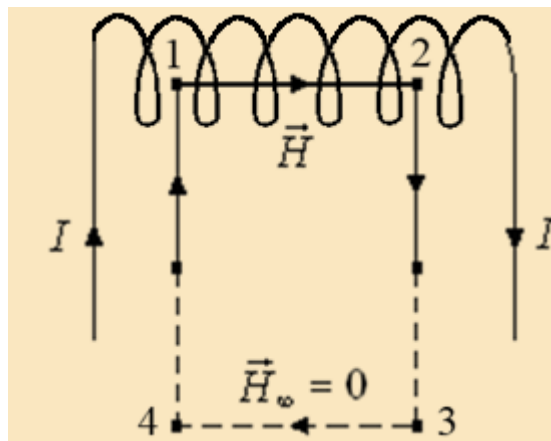


Рис. 1.3.14. До розрахунку напруженості магнітного поля на осі соленоїда

На ділянці 1–2 напрямком магнітного поля збігається з напрямком обходу контуру, а його напруженість постійна в силу однорідності поля. На ділянках 2–3 і 4–1 поза соленоїда проекція магнітного поля на напрям обходу дорівнює нулю. Нарешті, на ділянці 3–4, віддаленому досить далеко від соленоїда, можна вважати, що магнітне поле відсутнє. З урахуванням сказаного маємо

$$\oint_l H_l dl = \int_1^2 H_l dl + \int_2^3 H_l dl + \int_3^4 H_l dl + \int_4^1 H_l dl = H \cdot l,$$

$$\text{де } \int_1^2 H_l dl = H \cdot l, \quad \int_2^3 H_l dl = 0, \quad \int_3^4 H_l dl = 0, \quad \int_4^1 H_l dl = 0.$$

Але згідно теореми про циркуляцію магнітного поля інтеграл (1.3.37) дорівнює $\sum_{i=1}^N I_i$, де N – число витків соленоїда, зчеплених з контуром інтегрування. Отже,

$$H \cdot l = I \cdot N,$$

звідки знаходимо

$$H = \frac{I \cdot N}{l} = In, \quad (3.1.38)$$

де через $n = \frac{N}{l}$ позначено число витків на одиницю довжини соленоїда.

2) Магнітне поле на осі тороїда.

Тороїд являє собою котушку, намотану на каркас, що має форму тора. Магнітне поле тороїда цілком зосереджено всередині нього і є неоднорідним. Максимальне значення напруженість магнітного поля має на осі тороїда.

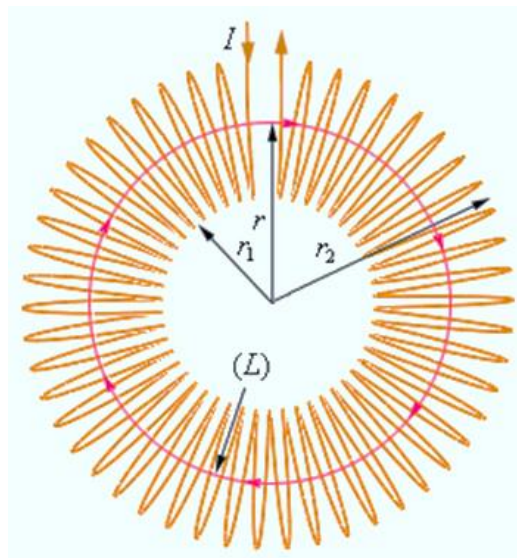


Рис. 3.1.15. До розрахунку напруженості магнітного поля на осі тороїда

Для знаходження напруженості магнітного поля поблизу осі тороїда застосуємо теорему про циркуляцію магнітного поля, вибравши контур інтегрування, як показано на рис. 3.1.15. Маємо

$$\oint_L H_l dl = \int_0^{2\pi r} H dl \approx H 2\pi r, \quad (3.1.39)$$

де $r = \frac{r_1 + r_2}{2}$ – середня лінія тороїда, r_1 і r_2 – відповідно внутрішній і зовнішній радіуси тороїда. З іншого боку, інтеграл (3.1.39) дорівнює NI , звідки випливає, що напруженість магнітного поля на осі тороїда дорівнює

$$v = \frac{E}{B}. \quad (3.1.40)$$

Надані приклади свідчать, що застосування теореми про циркуляцію магнітного поля значно полегшує розрахунок напруженості магнітного поля, створеного складними системами.

3.1.7. Сила Лоренца. Рух заряджених частинок в магнітному полі

Ми вже знаємо, що на провідник із струмом, поміщений в магнітне поле, діє сила Ампера. Але струм в провіднику – це спрямований рух зарядів. Звідси напрашується висновок, що сила, що діє на провідник зі струмом у магнітному полі, обумовлена дією сил на окремі рухомі заряди, від яких ця дія передається вже самому провіднику. Цей висновок підтверджується, зокрема, ще й тим, що пучок заряджених частинок, які вільно летять, відхиляється магнітним полем.

Нехай v – швидкість упорядкованого руху зарядів у провіднику; q – заряд носія струму (у металах $q = -e$). Для елемента струму можемо написати

$$Idl = nqvSdl = dNqv, \quad (3.1.41)$$

де $n = dN/dV$ – концентрація зарядів, dN – число зарядів в елементі об'єму $dV = Sdl$.

Тоді, сила, що діє в магнітному полі на один заряд з урахуванням сили Ампера у вигляді (3.1.14), буде дорівнювати

$$F_M = \frac{dF}{dN} = qvB \sin \alpha \quad (3.1.42)$$

або у векторному вигляді

$$\vec{F}_M = q[\vec{v}\vec{B}]. \quad (3.1.43)$$

Цю силу називають *силою Лоренца*. Властивості сили Лоренца:

- 1) сила Лоренца діє тільки на рухому заряджену частинку;
- 2) $\vec{F}_L \perp \vec{B}$ і одночасно $\vec{F}_L \perp \vec{v}$;
- 3) оскільки $\vec{F}_L \perp \vec{v}$, то сила Лоренца не здійснює роботи, а отже, не може змінити енергію частинки.

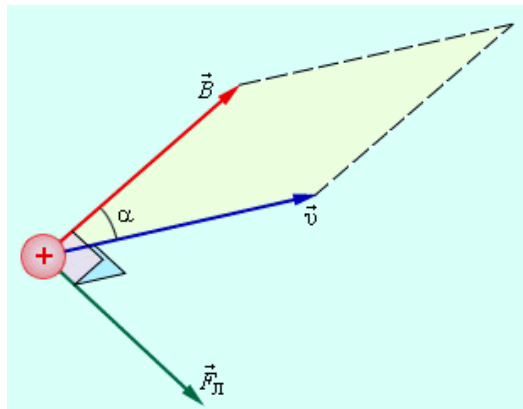


Рис. 3.1.16. Взаємне розташування векторів \vec{v} , \vec{B} і \vec{F}_L .

Повна сила, що діє на заряджену частку в електричному і магнітному полі (яку також називають силою Лоренца), є

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q[\vec{v}\vec{B}]. \quad (3.1.44)$$

Розглянемо *рух зарядженої частинки в однорідному постійному магнітному полі*.

В даному випадку $\vec{E} = 0$ і сила Лоренца має тільки магнітну складову $\vec{F}_L = q[\vec{v}\vec{B}]$. Рівнянням руху частинки в цьому випадку є

$$m\vec{a} = q[\vec{v}\vec{B}]$$

або

$$ma = qvB \sin \alpha. \quad (3.1.45)$$

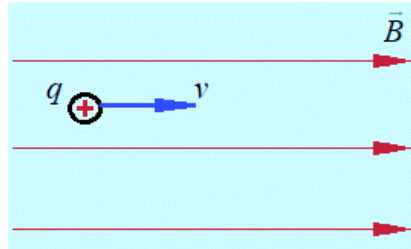


Рис. 3.1.17. Рух зарядженої частинки в магнітному полі ($\vec{v} \parallel \vec{B}$)

Розглянемо спочатку випадок, коли частинка влітає паралельно напрямку індукції магнітного поля (рис. 3.1.17). Маємо $\sin \alpha = 0$, і сила, що діє на частинку, дорівнює 0. Частинка продовжує рухатися рівномірно і прямолінійно.

Тепер розглянемо випадок, коли частинка влітає під прямим кутом до силових ліній магнітного поля, тобто $\sin \alpha = 1$ (рис. 3.1.18).

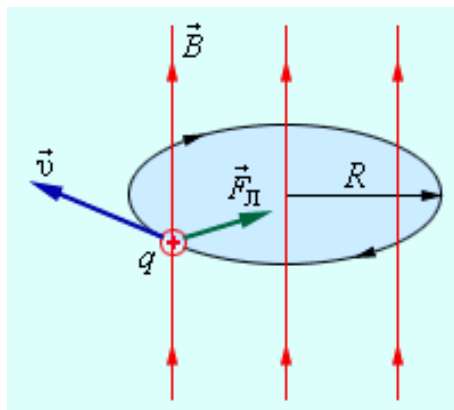


Рис. 3.1.18. Рух зарядженої частинки в магнітному полі ($\vec{v} \perp \vec{B}$)

Вектор повного прискорення частинки лежить у площині, перпендикулярній вектору \vec{B} .

Легко переконатися також у тому, що вектор прискорення \vec{a} перпендикулярний вектору швидкості \vec{v} частинки і складає разом з вектором \vec{B} праву трійку векторів (як і повинно бути за властивостями сили Лоренца).

Таким чином, прискорення частинки в кожний момент часу t направлено до центру кривизни траєкторії і грає роль нормального (доцентрового) прискорення. Модуль прискорення дорівнює

$$a = \frac{qBv}{m}. \quad (3.1.46)$$

Траєкторією руху є коло, радіус R якого знаходимо з умови $a = a_n$, тобто $\frac{qvB}{m} = \frac{v^2}{R}$, звідки

$$R = \frac{mv}{qB}. \quad (3.1.47)$$

Період обертання частинки

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi mv}{vqB} = \frac{2\pi m}{qB}. \quad (3.1.48)$$

Відзначимо, що період обертання і відповідно кутова швидкість руху $\omega = \frac{2\pi}{T}$ частинки не залежать від лінійної швидкості v .

Розглянемо тепер випадок, коли частинка влітає під довільним кутом α до силових ліній магнітного поля (рис. 3.1.19).

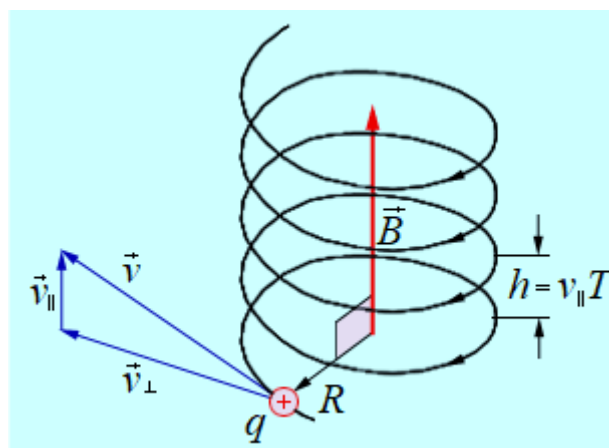


Рис. 3.1.19. Загальний випадок руху зарядженої частинки в однорідному магнітному полі

Розкладемо вектор швидкості \vec{v} на дві складові: – паралельну \vec{v}_{\parallel} вектору \vec{B} і перпендикулярну \vec{v}_{\perp} . Оскільки складова сили Лоренца в напрямку \vec{B} дорівнює нулю, вона не може вплинути на величину \vec{v}_{\parallel} . Що стосується складової \vec{v}_{\perp} , то цей випадок був розглянутий вище. Таким чином, рух частинки можна представити як накладення двох рухів: одного – рівномірного переміщення вздовж напрямку силових ліній поля зі швидкістю \vec{v}_{\parallel} , другий – рівномірного обертання в площині, перпендикулярній \vec{B} . У підсумку траєкторією руху буде гвинтова лінія (рис. 3.1.19).

Крок гвинтової лінії визначається за формулою

$$h = v_{\parallel} \cdot T = v \cos \alpha \cdot T. \quad (3.1.49)$$

Радіус витка знаходимо із формули (3.1.44)

$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv \sin \alpha}{qB}. \quad (3.1.50)$$

Напрямок, в якому закручується гвинтова лінія, залежить від знаку заряду частинки. Якщо заряд частинки позитивний, то гвинтова лінія закручується проти годинникової стрілки, якщо дивитися вздовж напрямку \vec{B} , і навпаки – за годинниковою стрілкою, якщо заряд частинки негативний.

До числа одного з відомих проявів сили Лоренца відноситься **ефект, виявлений Е. Холлом** в 1880 році, який широко застосовують для визначення концентрації носіїв заряду в напівпровідниках, а також для визначення типу напівпровідника.

Нехай по провіднику або напівпровіднику, що має форму прямокутного паралелепіпеда, протікає струм I (рис. 3.1.20).

Тоді за відсутності магнітного поля екіпотенціальними поверхнями будуть поверхні, перпендикулярні напрямку протікання струму. Різниця потенціалів між двома точками 1 і 2, які лежать на одній екіпотенційній поверхні, буде рівна нулю. Якщо ж досліджуваний зразок помістити в магнітне поле, вектор індукції якого перпендикулярний напрямку струму і до бічних граней зразка, то між точками 1 і 2 виникає поперечна різниця потенціалів U , яка дорівнює холівській ЕРС. Причиною цього

явища, що отримало назву ефекту Хола, є сила Лоренца, що діє на електричний заряд, який рухається в магнітному полі.

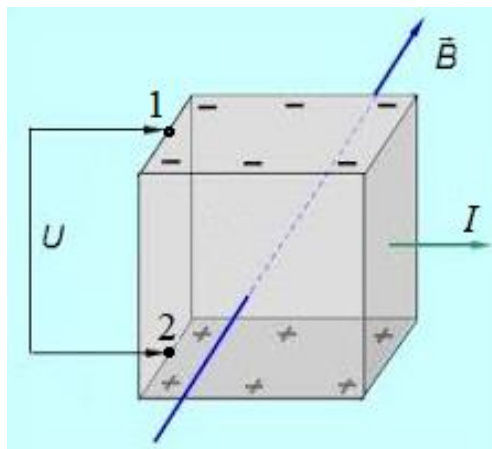


Рис. 1.3.20. Ефект Хола

Тоді за відсутності магнітного поля екіпотенціальними поверхнями будуть поверхні, перпендикулярні напрямку протікання струму. Різниця потенціалів між двома точками 1 і 2, які лежать на одній екіпотенційній поверхні, буде рівна нулю. Якщо ж досліджуваний зразок помістити в магнітне поле, вектор індукції якого перпендикулярний напрямку струму і до бічних граней зразка, то між точками 1 і 2 виникає поперечна різниця потенціалів U , яка дорівнює холівській ЕРС. Причиною цього явища, що отримало назву ефекту Хола, є сила Лоренца, що діє на електричний заряд, який рухається в магнітному полі.

Датчики Хола стали частиною багатьох приладів. В основному, звичайно ж, вони використовуються за прямим призначенням і вимірюють напруженість магнітного поля. Застосовуються в електродвигунах і навіть у таких інноваціях, як іонні двигуни ракет. Найчастіше з датчиком Хола доводиться стикатися при використанні системи запалювання автомобіля.

З основних практичних застосувань сили Лоренца відзначимо використання її в різних електронних пристроях (кінескоп, магнетрон), мас-спектрографах, прискорювачах заряджених частинок, камері Вільсона та інших пристроях і приладах.

Циклотрон є резонансним циклічним прискорювач нерелятивістських важких заряджених частинок (протонів, іонів),

в якому частинки рухаються в постійному і однорідному магнітному полі, а для їх прискорення використовується високочастотне електричне поле незмінної частоти.

У циклотроні важкі частинки, що прискорюються (протони, іони) впускаються у вакуумну камеру поблизу її центру. Після цього вони рухаються всередині порожнини двох трохи розсунутих напівциліндрів (дуантів), поміщених між полюсами сильного електромагніту (рис. 3.1.21). Однорідне магнітне поле цього електромагніту викривляє траєкторію частинок. Прискорення частинок, що рухаються, відбувається в той момент, коли вони опиняються в зазорі між дуантами – в цьому місці на них діє електричне поле, створюване генератором високої частоти, яка збігається з частотою обігу частинок всередині циклотрону (циклотронної частотою. При невеликих (нерелятивістських) швидкостях ця частота, відповідно до (3.1.48), не залежить від енергії частинок, так що в зазор між дуантами частинки потрапляють на кожному наступному обороті через той самий проміжок часу, залишаючись в фазі електричного поля, що прискорює. Отримуючи щоразу при цьому деяке збільшення швидкості, вони продовжують свій рух далі по колу все більшого радіусу, так що їх траєкторія виглядає як плоска спіраль, що розкручується. На останньому витку цієї спіралі включається додаткове поле, що відхиляє, і пучок прискорених частинок виводиться назовні.

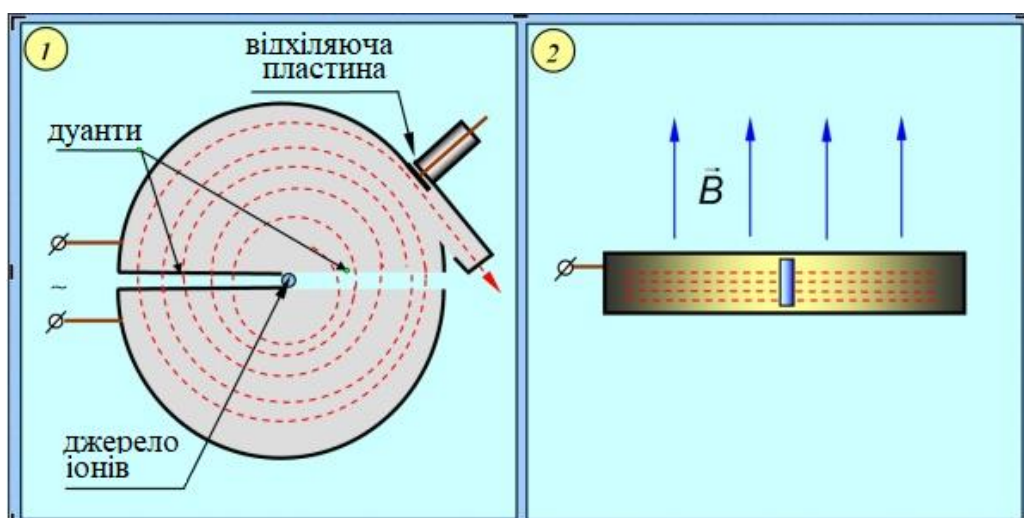


Рис. 3.1.21. Схема циклотрону

Недоліком циклотрону є те, що заряджені частинки в ньому не можуть бути прискорені до великих енергій, оскільки для релятивістської частки частота обігу починає залежати від енергії. З порушенням умови синхронізму частки приходять у зазор, що прискорює, не в правильній фазі і перестають прискорюватися. Таким чином, циклотрон суттєво обмежений нерелятивістськими енергіями частинок, у звичайних циклотронах протони можна прискорювати до 20-25 МеВ. Для прискорення важких частинок до істотно великих значень енергії (до 1000 МеВ) використовують модифіковану установку – ізохронний циклотрон. У ізохронних циклотронах для збереження незмінної частоти обігу створюється неоднорідне, наростаюче по радіусу магнітне поле. Інша модифікація циклотрону – синхроциклотрон (фазотрон), в якому частота прискорюючого електричного поля не залишається постійною, а зменшується синхронно з частотою оберту частинок.

Мас-спектрометр – прилад визначення мас атомів (молекул) за характером руху їх іонів в електричному і магнітному полях.

Нейтральний атом не піддається дії електричного та магнітного поля. Однак, якщо відібрати в нього або додати йому один і більше електронів, то він перетвориться на іон, характер руху якого в цих полях визначатиметься його масою та зарядом. У мас-спектрометрах визначається не маса, а відношення маси до заряду. Якщо заряд відомий, однозначно визначається маса іона, отже маса нейтрального атома та її ядра.

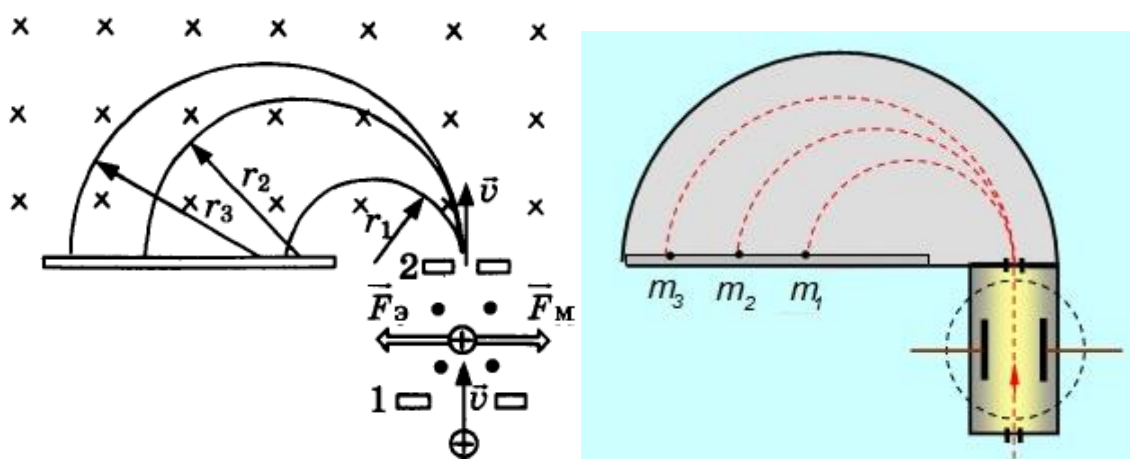


Рис. 3.1.21. Схема простішого мас-спектрометра

З іонного джерела 1 прискорені іони потрапляють в область 2, де електричне E і магнітне поля B відхиляють іони в протилежні сторони. При швидкості іона $v = \frac{E}{B}$ він рухається не відхиляючись, потрапляючи в область однорідного і постійного магнітного поля. У цьому полі іон рухається по колу, радіус R якого визначається із співвідношення (3.1.44). Таким чином, за відомого заряду іона q його маса m визначається радіусом R кругової орбіти.

Завдання для самоконтролю

1. Що таке магнітне поле? Назвіть умови його існування.
2. Які характеристики магнітного поля являються силовими?
3. Що є спільним, а що відмінним у властивостях силових ліній електричного і магнітного поля?
4. Сформулюйте закон Біо-Савара-Лапласа.
5. Яке практичне застосування має теорема о циркуляції вектору \vec{H} ?
6. Який фізичний зміст має теорема Гауса в магнітостатиці?
7. В яких випадках електрон, що влітає в однорідне магнітне поле, буде рухатися: а) по прямій; б) по колу; в) по гвинтовій лінії?
8. Розрахуйте силу, яка діє на одиницю довжини провідників зі струмом 1 А в кожному, які знаходяться на відстані 1 м один від одного у вакуумі.

Відповідь: $2 \cdot 10^{-7}$ Н/м.

9. В одній площині з довгим прямим проводом, по якому тече струм $I = 50$ А, розміщена прямокутна рамка таким чином, що дві більші сторони її довжиною $l = 65$ см паралельні проводу, а відстань від проводу до ближньої із цих сторін дорівнює її ширині. Знайти магнітний потік Φ , що пронизує рамку.

Відповідь: $\Phi = 4,5 \cdot 10^{-4}$ Вб.

10. Визначте період і частоту обертання протона в магнітному полі с індукцією 1 Тл (маса протона $m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}$ кг, заряд протона $q_p = 1,610^{-19}$ Кл).

Відповідь: $T = 6,57 \cdot 10^{-8}$ с, $\omega = 0,96 \cdot 10^8$ с⁻¹.

3.2. Магнітні властивості речовини

3.2.1. Гіпотеза Ампера про природу магнетизму макротіл, вектор намагніченості

Як показують опити, зокрема опити М. Фарадея у 1845 – 1854 роках, усі речовини в тій чи іншій мірі здатні до намагнічування: тобто під дією магнітного поля, в яке їх поміщають, здобувати магнітний момент. Одні речовини намагнічуються сильніше, інші слабше. Будемо називати всі ці речовини *магнетиками*.

Для пояснення здатності тіл до намагнічування, Ампер припустив, що в молекулах речовини циркулюють кругові струми, які отримали згодом назву *молекулярних струмів Ампера*. Кожен такий струм володіє власним магнітним моментом і створює в навколишньому просторі магнітне поле. У відсутність зовнішнього магнітного поля струми Ампера орієнтовані довільним чином, внаслідок чого зумовлене ними магнітне поле дорівнює нулю. Сумарний магнітний момент тіла також дорівнює нулю (рис.3.2.1а).

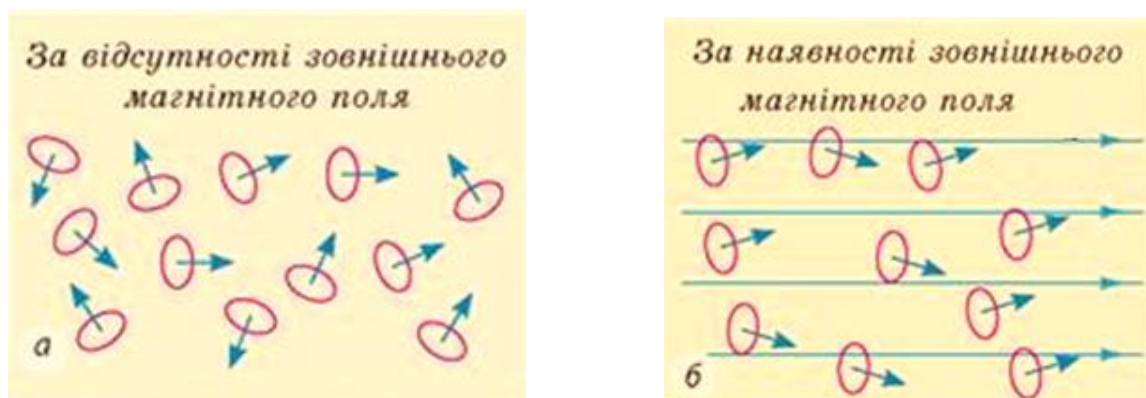


Рис. 3.2.1. Молекулярні струми Ампера

Під дією зовнішнього магнітного поля магнітні моменти молекул здобувають переважну орієнтацію в одному напрямку, внаслідок чого магнетик намагнічується, а його сумарний магнітний момент стає відмінним від нуля (див. рис.1.4.1б).

Для характеристики ступені намагніченості речовини використовують величину \vec{J} , звану *вектором намагнічування* (або намагніченості). За визначенням

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i \in \Delta V} \vec{p}_{m_i}, \quad (3.2.1)$$

де підсумовування проводиться по всім молекулам, що належать даному об'єму ΔV , \vec{p}_{m_i} – магнітний момент окремого атому або молекули.

Одиниця вимірювання вектору намагніченості в СІ – А/м.

3.2.2. Зв'язок між вектором намагніченості, індукцією та напруженістю

Намагнічена речовина створює магнітне поле \vec{B}' , яке накладається на зовнішнє поле \vec{B}_0 (поле у вакуумі). Обидва поля в сумі згідно принципу суперпозиції дають результуюче магнітне поле з індукцією

$$\vec{B} = \vec{B}' + \vec{B}_0, \quad (3.2.2)$$

причому під \vec{B} тут і далі мається на увазі макроскопічне (усереднене по фізично нескінченно малому об'єму речовини) поле.

В силу замкнутості силових ліній полів \vec{B}' і \vec{B}_0 , потік результуючого поля \vec{B} через довільну замкнуту поверхню S дорівнює нулю

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (3.2.3)$$

Таким чином, *теорема Гауса в застосуванні до магнетиків має такий же вигляд, як і у вакуумі.*

Звернемося тепер до циркуляції вектору \vec{B} по замкненому контуру. Згідно з теоремою про циркуляцію магнітного поля:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum_{i=1}^N I'_i, \quad \text{або} \quad \oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^N I'_i, \quad (3.2.4)$$

де під I' слід розуміти тепер суму як макроскопічних, так і молекулярних струмів, тобто

$$I' = I + I_{\text{мол}}. \quad (3.2.5)$$

Сума всіх молекулярних струмів, охоплених контуром інтегрування, є

$$\sum_i I_{\text{мол}i} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \oint \vec{p}_{m_i} d\vec{l} = \oint \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{p}_{m_i} d\vec{l} = \oint \vec{J}_{\text{мол}} d\vec{l}. \quad (3.2.6)$$

Отже, із (3.2.4) з урахуванням (3.2.6) маємо

$$\oint \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) \cdot d\vec{l} = \sum_i I_i. \quad (3.2.7)$$

Величину, що стоїть в круглих дужках під знаком інтегралу, позначають буквою \vec{H} і називають *напруженістю магнітного поля*

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}. \quad (3.2.8)$$

Тепер ми можемо записати *теорему про циркуляцію магнітного поля* як

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum_i I_i, \quad (3.2.9)$$

де під \vec{H} розуміється введена по формулі (3.2.8) величина, що характеризує напруженість магнітного поля в речовині.

Згідно написаному рівнянню (3.2.9), *циркуляція вектору напруженості магнітного поля по деякому замкнутому контуру дорівнює алгебраїчній сумі макроскопічних струмів, охоплених цим контуром.*

Зі сказаного випливає, що вектор \vec{H} є аналогом вектору електричної індукції \vec{D} . Спочатку передбачалося, що в природі є

подібні електричним зарядам «магнітні заряди», і вчення про магнетизм розвивалося за аналогією з навчанням про електрику. Тоді ж були введені назви «електрична індукція» для \vec{D} і «магнітна індукція» для \vec{B} . Пізніше, однак, з'ясувалося, що в природі «магнітних зарядів» немає і насправді магнітна індукція \vec{B} є аналогом ні \vec{D} , а напруженості електричного поля \vec{E} ; відповідно напруженість магнітного поля \vec{H} – аналогом індукції електричного поля (електричного зміщення) \vec{D} . Отже, індукція магнітного поля зв'язана з напруженістю і намагніченістю співвідношенням

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J}). \quad (3.2.10)$$

Вектор намагнічування \vec{J} прийнято пов'язувати ні з магнітною індукцією \vec{B} , а з напруженістю магнітного поля \vec{H} , і як показує досвід, для досить слабких полів вектор \vec{J} пов'язаний з вектором \vec{H} лінійною залежністю

$$\vec{J} = \chi\vec{H}, \quad (3.2.11)$$

де χ – характерна для даного магнетика величина, названа *магнітною сприйнятливістю*.

Оскільки \vec{J} має ту ж розмірність, що і \vec{H} [А/м], то χ – безрозмірна величина. На підставі двох останніх формул маємо

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi)\vec{H} = \mu_0\mu\vec{H}, \quad (3.2.12)$$

де через
$$\mu = 1 + \chi \quad (3.2.13)$$

позначена безрозмірна величина, звана *магнітною проникністю*.

3.2.3. Граничні умови для магнітного поля

При переході через межу розділу двох магнетиків з різними магнітними проникностями μ_1 і μ_2 спостерігається заломлення силових ліній магнітного поля (рис. 3.2.2). Для того, щоб з'ясувати, як відбувається заломлення ліній поля необхідно встановити для

його нормальних і тангенціальних складових граничні умови. Виведення граничних умов для магнітного поля в точності аналогічний виведенню граничних умов для електричного поля і ґрунтується на застосуванні основних теорем магнітостатики: теореми Гауса і теореми про циркуляцію магнітного поля.

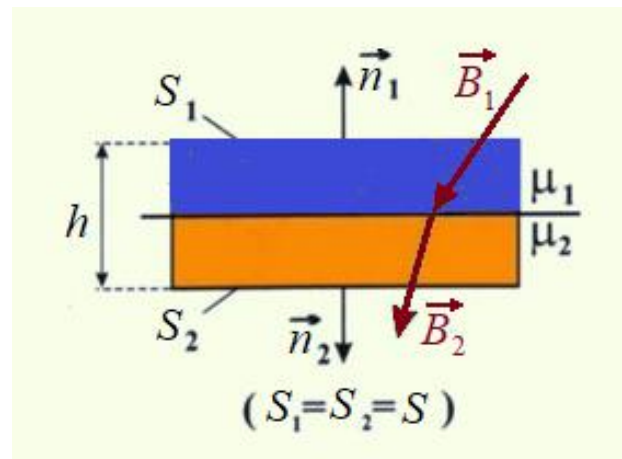


Рис. 3.2.2. До виводу граничних умов для індукції магнітного поля

Для нормальних складових вектору індукції теорема Гауса дає (див. рис. 3.2.2)

$$B_{n2}S_2 - B_{n1}S_1 = 0, \quad (3.2.14)$$

де $S_1 = S_2$.

Потік індукції поля через бічну поверхню циліндра при $h \rightarrow 0$ (перехід до прикордонного шару) стає зникаюче малим і їм можна знехтувати. Отже, при переході через межу розділу двох однорідних магнетиків *нормальні складові індукції магнітного поля неперервні*

$$B_{n1} = B_{n2}. \quad (3.2.15)$$

Вважаючи, що по межі розділу магнетиків не течуть поверхневі струми ($I = 0$), будемо мати для тангенціальних складових напруженості магнітного поля згідно теореми про циркуляцію магнітного поля

$$H_{\tau 1}a_1 - H_{\tau 2}a_2 = 0, \quad (3.2.16)$$

де $a_1 = a_2 = a$.

Таким чином, приходимо до висновку, що при переході через межу розділу двох однорідних магнетиків *тангенціальні складові напруженості магнітного поля неперервні*

$$H_{\tau 1} = H_{\tau 2}. \quad (3.2.17)$$

Для побудови картини заломлення силових ліній поля на межі розділу двох магнетиків до отриманих граничних умов необхідно приєднати ще умови, що впливають з матеріального рівняння, яке зв'язує вектори \vec{B} і \vec{H}

$$\begin{aligned} \mu_2 B_{t1} = \mu_1 B_{t2} \quad \text{і} \quad \mu_1 H_{n1} = \mu_2 H_{n2} \\ \text{або} \quad \frac{B_{t1}}{B_{t2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad \text{і} \quad \frac{H_{n1}}{H_{n2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \end{aligned} \quad (3.2.18)$$

тобто робимо висновок, що тангенціальні складові вектору індукції і нормальні складові вектору напруженості магнітного поля мають розрив.

3.2.4. Класифікація магнетиків

У той час як діелектрична проникність ϵ у всіх речовин завжди більше одиниці (діелектрична сприйнятливості $\epsilon > 0$), магнітна проникність μ може бути як більше одиниці, так і менше одиниці (відповідно магнітна сприйнятливості $\chi > 0$ і $\chi < 0$). Тому магнітні властивості речовин відрізняються набагато більшою розмаїтістю, ніж електричні властивості.

Речовини дуже різноманітні за своїми магнітними властивостями. У більшості речовин ці властивості виражені слабо. **Слабо-магнітні** речовини поділяються на дві основні великі групи – *парамагнетики* та *діамагнетики*. Вони відрізняються тим, що при внесенні в зовнішнє магнітне поле парамагнітні зразки намагнічуються так, що їхнє власне магнітне поле виявляється спрямованим по зовнішньому полю, а діамагнітні зразки намагнічуються проти зовнішнього поля. Відмінність μ від одиниці у пара-і діамагнетиків надзвичайно мала.

Зразки з пара- і діамагнетика, поміщені в неоднорідне магнітне поле між полюсами електромагніту, поведуться по-різному – парамагнетики втягуються в область сильного поля, діамагнетики виштовхуються (рис. 3.2.3).

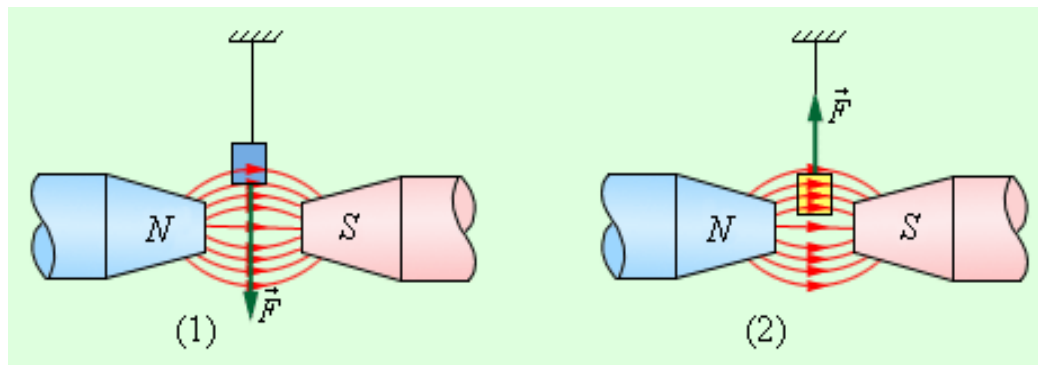


Рис. 3.2.3. Парамагнетик (1) та діамагнетик (2) у неоднорідному магнітному полі

Дамо стисло характеристику кожного типу магнетика.

Діамагнетики – речовини, що характеризуються негативним значенням магнітної сприйнятливості χ . Внаслідок цього вектор намагнічування в цих речовинах спрямований протилежно зовнішньому магнітному полю. Діамагнетиками є, наприклад, вода ($\chi = -9 \cdot 10^{-6}$), срібло ($\chi = -2,6 \cdot 10^{-5}$), мідь ($\chi = -3 \cdot 10^{-6}$), вісмут ($\chi = -1,7 \cdot 10^{-4}$), інертні гази, органічні сполуки та інші речовини.

Парамагнетики – характеризуються позитивним значенням χ , ведуть вони себе подібно діелектрикам з діелектричної проникністю $\epsilon > 1$, тобто вектор намагнічування в цих речовинах паралельний полю, що намагнічує. До парамагнетиків відносяться алюміній ($\chi = 2,1 \cdot 10^{-6}$), платина ($\chi = 3 \cdot 10^{-4}$), хлористе залізо ($\chi = 2,5 \cdot 10^{-3}$), кисень, повітря тощо.

Пара- і діамагнетизм пояснюється поведінкою електронних орбіт у зовнішньому магнітному полі. У атомів діамагнітних речовин без зовнішнього поля власні магнітні поля електронів і поля, створювані їх орбітальним рухом, повністю скомпенсовані, тобто власний магнітний момент кожного атому дорівнює нулю. Виникнення діамагнетизму пов'язане з дією магнітного поля на електронні орбіти. У результаті цієї дії виникає прецесія орбіти електрона навколо напрямку вектору магнітної індукції поля

(ларморова прецесія) і порушується компенсація магнітних полів. Виникає при цьому власне магнітне поле атома виявляється спрямованим проти напрямку індукції зовнішнього поля.

Слід зазначити, що діамагнітні властивості мають атоми будь-яких речовин. Однак у багатьох випадках діамагнетизм атомів маскується сильнішим парамагнітним ефектом. Явище діамагнетизму було відкрито М. Фарадеєм у 1845 році.

Атоми парамагнітних речовин без зовнішнього магнітного поля мають відмінний від нуля магнітний момент p_m . Коли зовнішнє магнітне поле відсутнє, магнітні моменти окремих атомів орієнтовані довільно, так що сумарна намагніченість дорівнює нулю. Зовнішнє магнітне поле надає орієнтовну дію – магнітні моменти атомів прагнуть зорієнтуватися за напрямом індукції зовнішнього поля. Через тепловий рух атомів ця орієнтація ніколи не буває повною. При посиленні зовнішнього поля орієнтаційний ефект зростає, так що індукція власного магнітного поля парамагнітного зразка росте прямо пропорційно індукції зовнішнього магнітного поля. Повна індукція магнітного поля у зразку складається з індукції зовнішнього магнітного поля та індукції власного магнітного поля, що виникло в процесі намагнічування. Механізм намагнічування парамагнетиків дуже схожий на механізм поляризації полярних діелектриків. Діамагнетизм не має аналога серед електричних властивостей речовини.

Феромагнетики – особливий вид магнетиків, що відрізняються від інших магнетиків наступними характерними ознаками: 1) високим значенням магнітної сприйнятливості (див. таблицю), 2) залежністю магнітної проникності μ від напруженості магнітного поля, внаслідок чого залежність $\vec{J} = f(\vec{H})$ для цих речовин є нелінійною; 3) наявністю петлі гістерезису на кривій намагнічування; 4) існуванням температури, званою точкою Кюрі, вище якої феромагнетик поводить себе як звичайний парамагнетик. З чистих металів феромагнетиками є залізо, нікель, кобальт, а також деякі рідкоземельні метали (наприклад, гадоліній). До числа феромагнетиків відносяться сплави і сполуки цих металів, а також сплави і сполуки марганцю і хрому з неферомагнітними елементами (наприклад, MnAlCu, CrTe та інші).

Ферімагнетики (ферити) – речовини, в яких магнітні моменти атомів кристалічної решітки утворюють кілька магнітних підрешіток з магнітними моментами, спрямованими назустріч один одному. Маючи меншу величину магнітної сприйнятливості в порівнянні з феромагнетиками, в іншому ферімагнетики характеризуються тими ж ознаками, що і феромагнетики. Типовими феритами є сполуки оксидів заліза з оксидами інших металів – шпінелі (MnFe_2O_4), гранати ($\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$), гексаферити ($\text{PbFe}_{12}\text{O}_{19}$). Іншу групу феритів утворюють подвійні фториди типу RbNiF_3 , а також сполуки типу RFe_2 (R – рідкоземельний метал).

Антиферомагнетики – окремих випадок ферімагнетиків, в яких магнітні моменти підрешіток з протилежно спрямованими магнітними моментами повністю компенсують один одного (скомпенсований ферімагнетизм). Існування антиферомагнетиків було передбачене Л. Д. Ландау в 1933р. В даний час відомий широкий спектр речовин, що мають антиферомагнітні властивості: рідкоземельні елементи (Er, Dy, Ho), оксиди і дифториди деяких металів (FeO , MnO , CoF_2 , NiF_2), солі вугільної та сірчаної кислот (MnCO_3 , NiSO_4) та інші.

Сверхдіамагнетики (ідеальні діамагнетики) – речовини, магнітна проникність μ яких дорівнює нулю. Завдяки цій особливості для сверхдіамагнетиків має місце ефект Мейсснера–Оксенфельда – повне виштовхування магнітного поля з обсягу сверхдіамагнетика (магнітна індукція = 0). Сверхдіамагнетиками є всі речовини, що знаходяться в надпровідному стані – низькотемпературні надпровідники (метали) і високотемпературні надпровідники (кераміки). З ненадпровідних матеріалів, що мають сверхдіамагнітні властивості, відомий поки тільки один приклад – хлорид міді (CuCl), відкритий в 1986 році.

За класифікацією В. Л. Гинзбурга можна виділити шість типів магнетиків. Вони представлені в таблиці 3.2.1.

Сучасна класифікація магнетиків

Тип магнетика	Магнітна сприйнятливість, χ	Магнітна проникність, μ
Діамагнетик	$10^{-9} - 10^{-4}$	$\mu < 1$
Парамагнетик	$10^{-6} - 10^{-3}$	$\mu > 1$
Феромагнетик	$10^3 - 10^5$	$\mu(H) \gg 1$
Ферімагнетик	$10^1 - 10^3$	$\mu(H) \gg 1$
Антиферомагнетик	$10^{-4} - 10^{-6}$	$\mu > 1$
Сверхдіамагнетики		0

3.2.5. Елементи теорії феромагнетизму

Як вже зазначалося раніше, феромагнетики характеризуються високим ступенем намагнічування і нелінійною залежністю намагніченості \vec{J} та індукції \vec{B} від напруженості \vec{H} . Вигляд графіка $J(H)$ для феромагнетика, який називається основною кривою намагнічування феромагнетика, наведений на рис. 3.2.4.

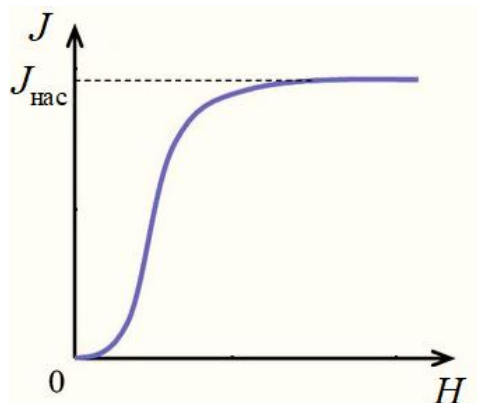


Рис. 3.2.4. Основна крива намагнічування феромагнетика

Ця крива наочно відображає особливості намагнічування феромагнетиків — *нелінійність* і ефект *насичення*: вже при порівняно невеликій величині H в сердечнику намагніченість

досягає максимального значення $J_{\text{нас}}$ і далі не змінюється. При досягненні насичення B продовжує зростати за лінійним законом

$$B = \mu_0(H + J_{\text{нас}}). \quad (3.2.19)$$

Крім нелінійної залежності $B(H)$, для феромагнетиків характерно *явище гістерезису* – запізнювання намагніченості за зміною магнітного поля.

Якщо довести намагнічування до насичення, а потім зменшувати напруженість зовнішнього магнітного поля, то індукція поля буде йти не за первісною (основною) кривою намагнічування, а піде дещо вище. В результаті, коли напруженість магнітного поля стане рівною нулю, індукція поля не зникне і буде характеризуватися величиною B_r , званою *залишковою індукцією*.

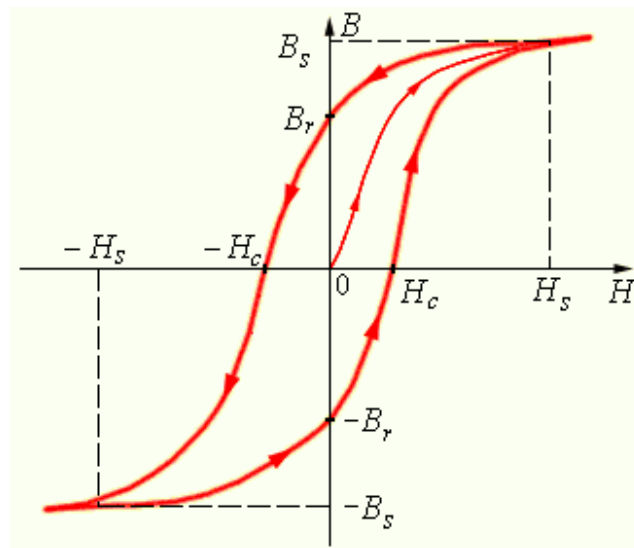


Рис. 3.2.5. Основна крива намагнічування і петля гістерезису феромагнетику

Існування залишкової намагніченості робить можливим виготовлення постійних магнітів, тобто тіл, які мають макроскопічний магнітний момент, на підтримку якого не потрібні витрати енергії.

Намагніченість феромагнетику дорівнює нулю лише під дією магнітного поля H_c , що має напрям, протилежний полю, яке намагнічує (рис. 3.2.5). Напруженість поля H_c називають *коерцитивною силою*.

Петля гістерезису утворюється при циклічному перемагнічуванні феромагнетика. Намагніченість феромагнетика в сильній мірі залежить від попередньої історії його перебування в магнітному полі.

Площа петлі гістерезису характеризує втрати на перемагнічування. Феромагнітні матеріали діляться на дві великі групи – на магніто-м'які та магніто-жорсткі матеріали.

Феромагнетик з малою коерцитивною силою (і відповідно вузькою петлею гістерезису) називають *м'яким*. Магніто-м'які феромагнітні матеріали майже повністю розмагнічуються, коли зовнішнє магнітне поле стає рівним нулю. До магніто-м'яких матеріалів відноситься, наприклад, чисте залізо, електротехнічна сталь та деякі сплави. Ці матеріали застосовуються в приладах змінного струму, в яких відбувається безперервне перемагнічування, тобто зміна напрямку магнітного поля (трансформатори, електродвигуни тощо).

Якщо коерцитивна сила велика, феромагнетик називають *жорстким*; для такого феромагнетика характерна широка петля гістерезису. Магніто-жорсткі матеріали значною мірою зберігають свою намагніченість і після видалення їх із магнітного поля. Прикладами магніто-жорстких матеріалів можуть бути вуглецева сталь і ряд спеціальних сплавів. Магніто-жорсткі матеріали використовуються в основному для виготовлення постійних магнітів.

Магнітна сприйнятливість χ , а отже і магнітна проникність μ феромагнетика є функціями напруженості магнітного поля (рис. 3.2.6). Для деяких феромагнетиків величина μ_{\max} може досягати значень ~ 800000 (супермаллой).

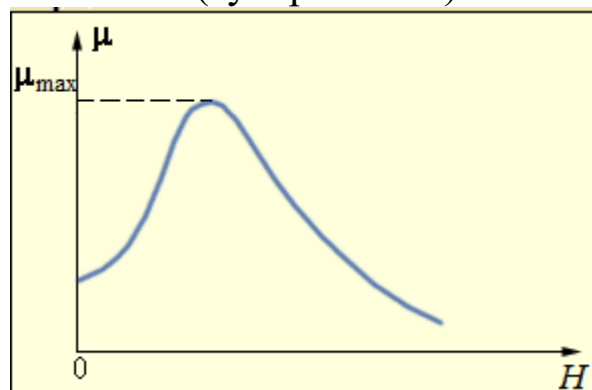


Рис. 3.2.6. Крива залежності $\mu(H)$ для феромагнетика

Теорія феромагнетизму була створена Я. І. Френкелем і В. Гейзенбергом в 1928 році. Відповідно до цієї теорії, відповідальними за магнітні властивості феромагнетиків є власні (спінові) магнітні моменти електронів. За певних умов між електронами виникають так звані обмінні сили, що мають особливу електростатичну (немагнітну) природу. Завдяки дії цих сил магнітні моменти електронів встановлюються паралельно один одному. В результаті виникають області спонтанного (самовільного) намагнічення феромагнетика, які називаються доменами. У межах кожного домена феромагнетик намагнічений до насичення і володіє певним магнітним моментом. Для різних доменів ці моменти мають різне спрямування, так що за відсутності зовнішнього магнітного поля сумарний магнітний момент всього тіла дорівнює нулю.

При намагнічуванні феромагнетика спочатку відбувається зміщення меж доменів, в результаті чого домени, магнітний момент яких становить з напрямком зовнішнього магнітного поля найменший кут, збільшуються за рахунок зменшення інших доменів (рис. 3.2.7). Цей процес триває до тих пір, поки весь обсяг феромагнетика не стане монодомений.

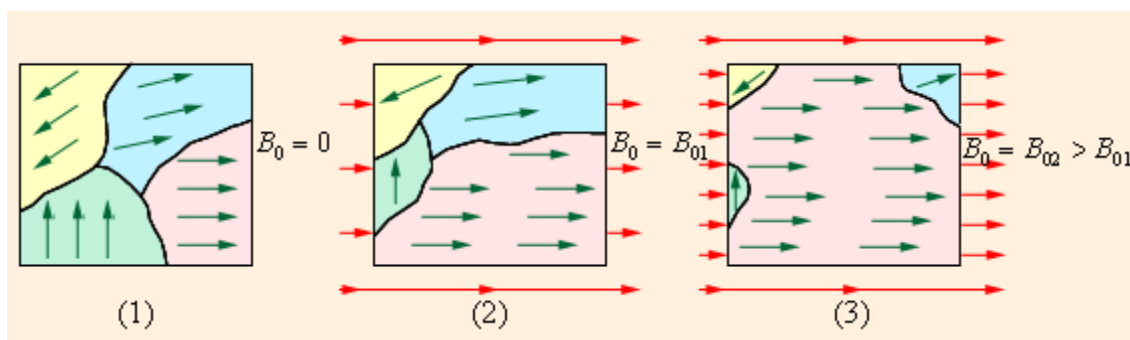


Рис. 3.2.7. Зсув меж доменів при намагнічуванні феромагнетика

На наступній стадії має місце поворот магнітного моменту домену в напрямку поля. При цьому магнітні моменти електронів в межах домену повертаються одночасно. Ці процеси є необоротними, що і служить причиною появи гістерезису.

Кожен феромагнетик характеризується температурою T_C , званою *точкою Кюрі*, вище якої області спонтанної намагніченості розпадаються і феромагнетик втрачає свої властивості. Наприклад,

значення T_C для заліза – 768°C , нікелю – 365°C і кобальту – 1150°C (трьох чистих металів феромагнетиків).

При охолодженні феромагнетику нижче точки Кюрі в ньому знову виникають домени, і феромагнетик набуває свої первинні властивості.

Завдання для самоконтролю

1. В чому полягає гіпотеза Ампера?
 2. Сформулюйте теорему про циркуляцію для магнітного поля в речовині.
 3. Які складові вектору індукції і вектору напруженості магнітного поля мають розрив на межі розділу двох магнетиків?
 4. Перелічіть види магнетиків, дайте їм стислу характеристику.
 5. Опишіть явище гістерезису для феромагнетиків.
 6. В яких одиницях вимірюються вектор намагніченості, магнітна сприйнятливість, магнітна проникність?
 7. Як поводить себе феромагнетик при температурі вище точки Кюрі?
 8. Магнітна сприйнятливість вісмуту $\chi = -1,7 \cdot 10^{-4}$. Визначте магнітну проникність і намагніченість вісмуту при його внесенні в магнітне поле з напруженістю 10^3 А/м. К якої групи належить вісмут?
- Відповідь:* $0,99983$; $-2,14 \cdot 10^{-7}$ А/м.
9. Якою індукцією буде характеризуватися магнітне поле з напруженістю $5 \cdot 10^3$ А/м, якщо в нього помістити хлористе залізо? Хлористе залізо має магнітну сприйнятливість $0,0025$.

Відповідь: 63 Тл.

3.3. Електромагнітна індукція

3.3.1. Явище електромагнітної індукції. Закон Фарадея-Максвелла. Правило Ленца

Досліди Х. Ерстеда і А. Ампера доказали, що магнітне поле утворюється електричними струмами і рухомими зарядами.

А. Ампер і М. Фарадей незалежно один від одного зробили припущення, що можливо досягти виникнення електричного струму за допомогою магнітного поля.

В результаті безлічі експериментальних досліджень в 1831 році Майклом Фарадеєм було відкрито явище електромагнітної індукції, який встановив, що в будь-якому замкнутому провідному контурі при зміні потоку магнітної індукції Φ_B через поверхню, обмежену цим контуром, виникає електричний струм, названий їм індукційним. Величина індукційного струму не залежить від засобу, яким викликається зміна потоку магнітної індукції Φ_B , але визначається швидкістю її зміни, тобто значенням $\frac{d\Phi_B}{dt}$. При зміні цього знаку змінюється також напрямок індукційного струму (рис. 3.3.1).

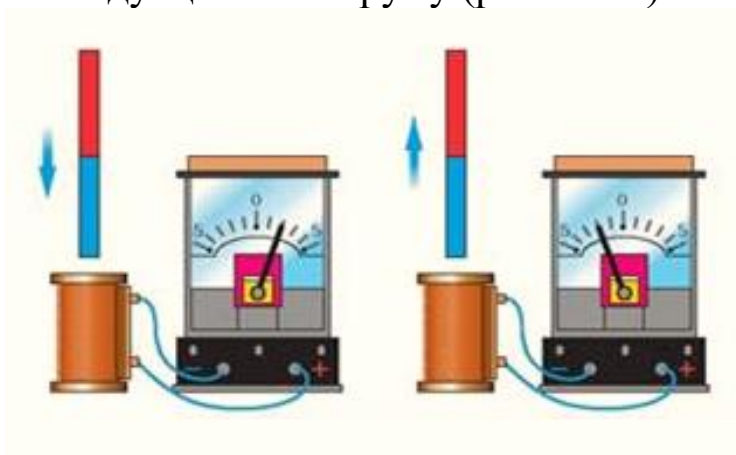


Рис. 3.3.1. Дослід Фарадея

Е. Х. Ленц встановив правило, згідно з яким індукційний струм в контурі завжди спрямований так, що створюваний ним магнітний потік через поверхню, обмежену контуром, прагне перешкоджати тій зміні магнітного потоку, яка викликала появу цього струму.

Для створення струму в замкнутому колі необхідна наявність електрорушійної сили. Явище електромагнітної індукції свідчить про те, що при зміні магнітного потоку в контурі виникає ЕРС індукції ε_i , величина і напрямок якої залежать від швидкості зміни цього потоку. Проаналізувавши результати дослідів М. Фарадея, Дж. Максвелл надав основному закону електромагнітної індукції наступний сучасний вигляд

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (3.3.1)$$

Знак «-» у цій формулі відповідає правилу Ленца і означає, що напрямок ЕРС ε_i і напрям швидкості зміни потоку магнітної індукції $\frac{d\Phi_B}{dt}$ пов'язані між собою правилом лівого гвинта.

Підкреслимо, що говорячи про «напрямок» скалярних величин ε_i і $\frac{d\Phi_B}{dt}$, треба розуміти цей термін у тому ж сенсі, який вкладається, наприклад, в поняття напрямку струму.

При швидкості зміни потоку індукції, рівній 1 Вб/с, в контурі індукується ЕРС, що дорівнює 1 В.

Підставляючи вираз для Φ_B (3.1.26) в закон Фарадея, матимемо

$$\varepsilon_i = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}. \quad (3.3.2)$$

Звідси видно, що поява ЕРС індукції і відповідно індукційного струму в провідному контурі може бути викликана кожною з двох причин: 1) у *нерухомому контурі* – за рахунок зміни в часі індукції магнітного поля (рис. 3.3.2), 2) в *рухомому провіднику* – за рахунок перетину силових ліній магнітного поля (рис. 3.3.3).

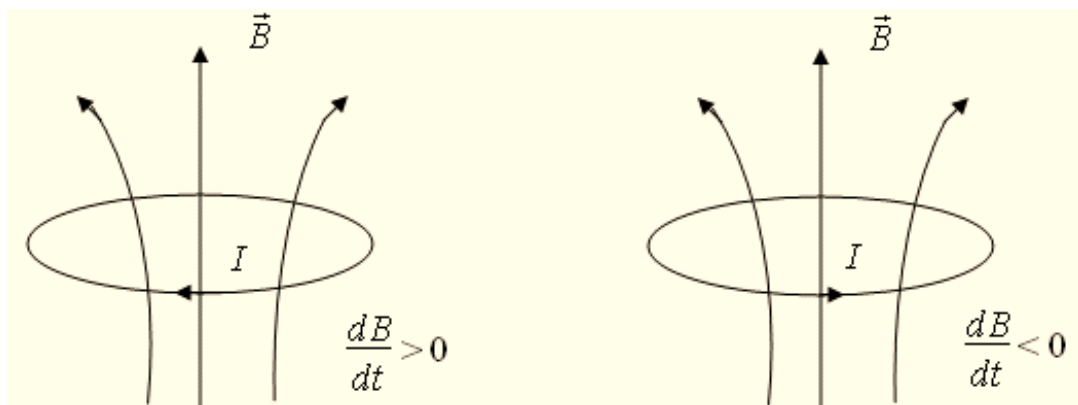


Рис. 3.3.2. Виникнення індукційного струму в нерухомому замкненому контурі

У першому випадку магнітне поле, яке змінюється з часом, породжує вихрове електричне поле \vec{E}^* , силові лінії якого замкнуті і зчеплені з силовими лініями магнітного поля. Під дією поля \vec{E}^* носії заряду в провіднику приходять в рух – виникає індукційний струм.

У другому випадку, носії заряду, що знаходяться в провіднику, рухаються разом з провідником в магнітному полі, при цьому на кожен із зарядів діє сила Лоренца \vec{F} , напрямком якої перпендикулярний векторам \vec{v} і \vec{B} (рис. 3.3.3). Під дією цієї сили заряди приходять в рух, що і викликає появу індукційного струму.

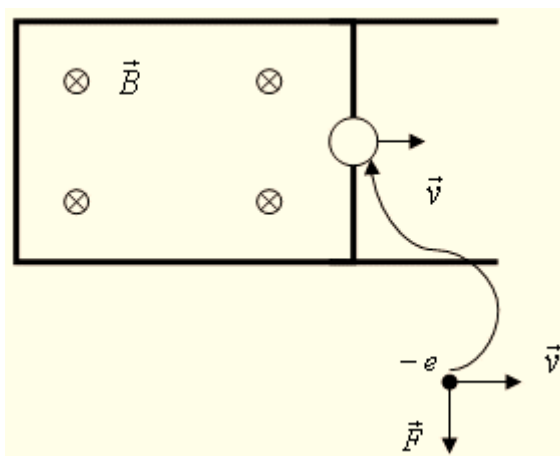


Рис. 3.3.3. Виникнення індукційного струму в рухомому провіднику

У металах носіями струму є негативно заряджені електрони. Створюваний ними струм в провіднику спрямований у бік, протилежний руху електронів. Легко бачити (див. рис. 3.3.3), що магнітне поле індукційного струму всередині замкнутого контуру спрямоване проти зовнішнього поля, що знаходиться в повній відповідності з правилом Ленца. Очевидно, що ми отримуємо той же результат, якщо носіями струму будуть позитивні заряди (наприклад, «дірки» в напівпровідниках *p*-типу).

ЕРС індукції в цьому разі може бути визначена за формулою

$$\varepsilon_i = -vBl \sin \alpha, \quad (3.3.3)$$

де l – довжина провідника у магнітному полі, α – кут між векторами \vec{v} і \vec{B} .

Явище електромагнітної індукції знайшло чимало практичних застосувань. Розглянемо, наприклад, індукційні струми, які виникають у будь-яких масивних суцільних провідниках, що розміщені у змінних магнітних полях. Ці струми являються замкнутими, тобто вихровими, і носять назву *струми Фуко*. Згідно з правилом Ленца їх магнітне поле спрямовано таким чином, щоб протидіяти зміні магнітного потоку, яке викликає індукційний струм. Вихрові струми, таким чином, здатні виявляти як ефект гальмування (застосовується для демпфірування рухомих частин електровимірювальних приладів), так і ефект нагрівання провідників (застосовується для плавлення металів в вакуумі для одержання металів високої частоти).

Важне практичне значення має також так званий *скін-ефект*, що виникає у провідниках, по яким протікає змінний струм. Внаслідок виникнення вихрових струмів швидкозмінний струм виявляється розподіленим по перерізу провідника нерівномірно, практично повністю концентруючись у тонкому зовнішньому прошарку поблизу поверхні провідника. Це дозволяє виготовляти провідники для високочастотних струмів порожнистими, економлячи метал.

Крім цього, у металургії скін-ефект застосовується для поверхневого загартовування металевих деталей, зокрема поршневих кілець, колінчастих валів. Перевага такого методу полягає в тому, що у даному випадку зберігається пластичність матеріалу під тонким загартованим прошарком.

3.3.2. Явище самоіндукції. Індуктивність провідників

При будь-якій зміні струму в провіднику його власне магнітне поле також змінюється. Разом з ним змінюється і потік магнітної індукції, що пронизує поверхню, охоплену контуром провідника. В результаті в цьому контурі індукується ЕРС. Це явище називається *явищем самоіндукції*.

Відповідно до закону Біо-Савара-Лапласа індукція магнітного поля B пропорційна силі струму I в провіднику. Звідси випливає, що потік магнітної індукції Φ_B і сила струму I також пропорційні один одному.

В математичній формуліровці маємо

$$\Phi_B = LI. \quad (3.3.4)$$

Коефіцієнт пропорційності L називають *індуктивністю* провідника. За одиницю індуктивності в СІ беруть індуктивність такого провідника, у якого при силі струму 1 А створюється потік магнітної індукції, рівний 1 Вб. Цю одиницю називають генрі, Гн.

Індуктивність провідника залежить від його форми і розмірів, а також від магнітних властивостей навколишнього середовища (магнітної проникності μ). Зауважимо при цьому, що лінійна залежність між Φ_B і I залишається справедливою і в тому випадку, коли μ залежить від напруженості магнітного поля H , а значить, від I (наприклад, феромагнітне середовище). У цьому випадку індуктивність L також залежить від I .

Згідно з основним законом електромагнітної індукції, ЕРС самоіндукції, що виникає при зміні сили струму в провіднику, є

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right). \quad (3.3.5)$$

У тому випадку, коли середовище не є феромагнітним $L = \text{const}$, тоді

$$\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt}. \quad (3.3.6)$$

Остання формула дає можливість визначити індуктивність L як коефіцієнт пропорційності між швидкістю зміни сили струму в провіднику і виникаючою внаслідок цього ЕРС самоіндукції.

Наведемо приклад обчислення індуктивності для *соленоїда*.

Згідно із співвідношенням (3.3.4), що зв'язує між собою струм I і потік Φ_B , індуктивність провідника визначається виразом

$$L = \frac{\Phi_B}{I} = \frac{\int \vec{B}d\vec{S}}{I}. \quad (3.3.7)$$

Застосуємо цю формулу для розрахунку індуктивності прямого довгого соленоїда (рис. 3.3.4).

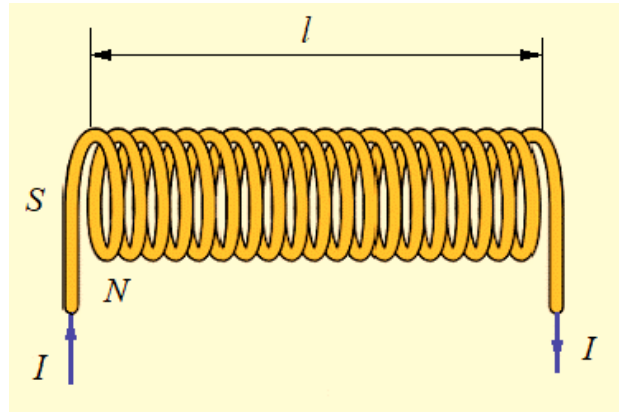


Рис. 3.3.4. До розрахунку індуктивності соленоїда

Одержимо вираз для індукції магнітного поля з урахуванням формули (3.1.38) для напруженості магнітного поля

$$B = \mu_0 \mu H = \mu_0 \mu \frac{N}{l} I. \quad (3.3.8)$$

Потік магнітної індукції через один виток котушки $\Phi_1 = \int_S \vec{B} d\vec{S} = BS$, ($\vec{B} \perp d\vec{S}$); через всі N витків потік дорівнює

$$\Phi_B = N\Phi_1 = NBS = \mu_0 \mu \frac{N^2}{l} SI. \quad (3.3.9)$$

Якщо поділити цей вираз на I , знайдемо шукану індуктивність соленоїда

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2}{l} S = \mu_0 \mu n^2 V. \quad (3.3.10)$$

де n – число витків на одиницю довжини; V – об'єм соленоїда.

Якщо магнітна проникність сердечнику μ залежить від H (сили струму I), що має місце, коли сердечником соленоїда є, наприклад, залізний або феритовий стрижень, то L буде залежати від I . Ця властивість індуктивності використовують, зокрема, в

різних пристроях релейного захисту електричних кіл при струмових перевантаженнях.

3.3.3.Перехідні процеси в електричних колах. Екстраструми замикання і розмикання

При всякій зміні сили струму в будь-якому контурі в ньому виникає ЕРС самоіндукції, яка викликає появу в цьому контурі додаткових струмів, званих екстраструми. За правилом Ленца екстраструми, що виникають в провідниках внаслідок самоіндукції, завжди спрямовані так, щоб перешкодити зміні струму, що тече в колі. У схемі досліду, наведеного на рис. 3.3.5, при замиканні ключа (положення 1) в котушці виникає екстраструм замикання, напрямком якого протилежний наростаючому струму у батареї. При цьому частина екстраструму замикання відгалужується на батарею, а частина – на гальванометр, де його напрямок збігається з напрямком струму батареї – гальванометр дає додатковий показник вліво.

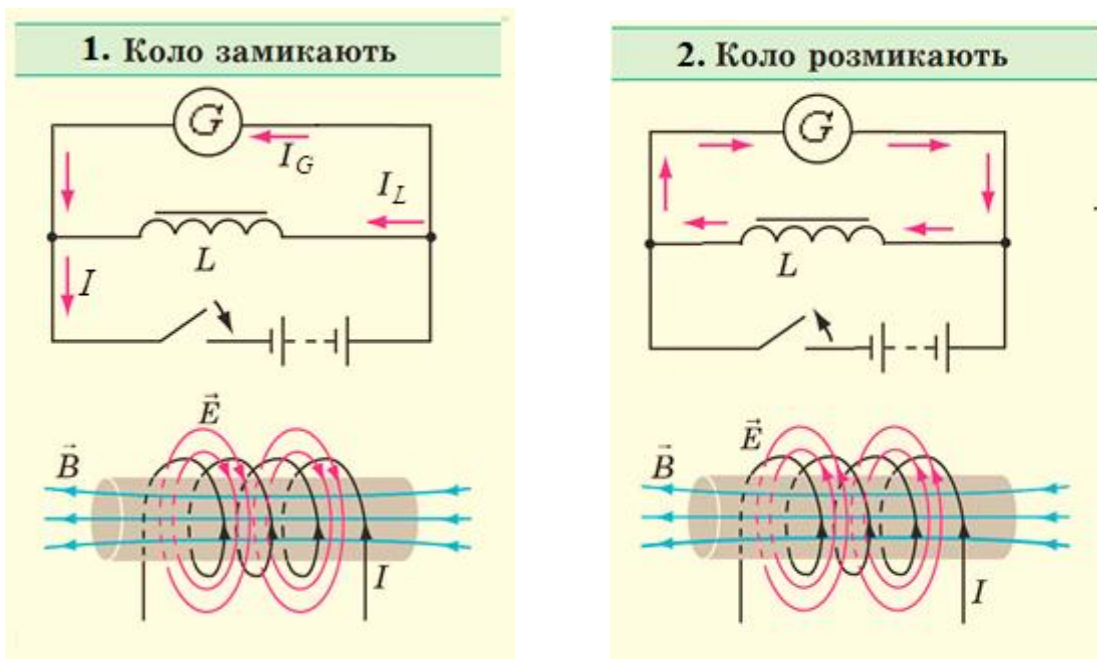


Рис. 3.3.5. Екстраструми замикання і розмикання

1 – замикання ключа: $I = I_G + I_L$, 2 – розмикання ключа: $I_L = I_G$

При розмиканні ключа (положення 2) магнітний потік в котушці почне зникати. У ній виникне екстраструм розмикання, який перешкоджатиме зменшенню магнітного потоку, тобто буде направлений в котушці в ту ж сторону, що і регресний струм. При цьому екстраструм розмикання тепер цілком проходить через гальванометр, де його напрямок протилежний напрямку початкового струму – гальванометр дає показник вправо.

Встановлення і зникнення струму в колі, що містить індуктивність, відбувається не миттєво, а поступово. Розглянемо електричне коло, що складається з джерела ЕРС ε , котушки індуктивності L і опору R (рис. 3.3.6). При розмиканні ключа в замкнутому колі крім ЕРС ε буде діяти ЕРС самоіндукції

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}.$$

За другим правилом Кірхгофа можемо написати:
 $IR = \varepsilon + \varepsilon_s = \varepsilon - L \frac{dI}{dt}$ або у вигляді

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I = \frac{\varepsilon}{L}. \quad (3.3.11)$$

Рішенням отриманого диференціального рівняння, вважаючи, що в початковий момент часу $t = 0$ струм був відсутній $I(0)=0$, є функція

$$I(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right), \quad (3.3.12)$$

де $I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$.

Графік цієї функції наведено на рис. 3.3.6 (крива 1). Бачимо, що встановлення струму в колі відбувається не миттєво, а з деяким запізненням. Характерний час $\tau = \frac{L}{R}$, який показує час, при якому струм зменшується у e разів називається *часом релаксації* (запізнювання, затримки).

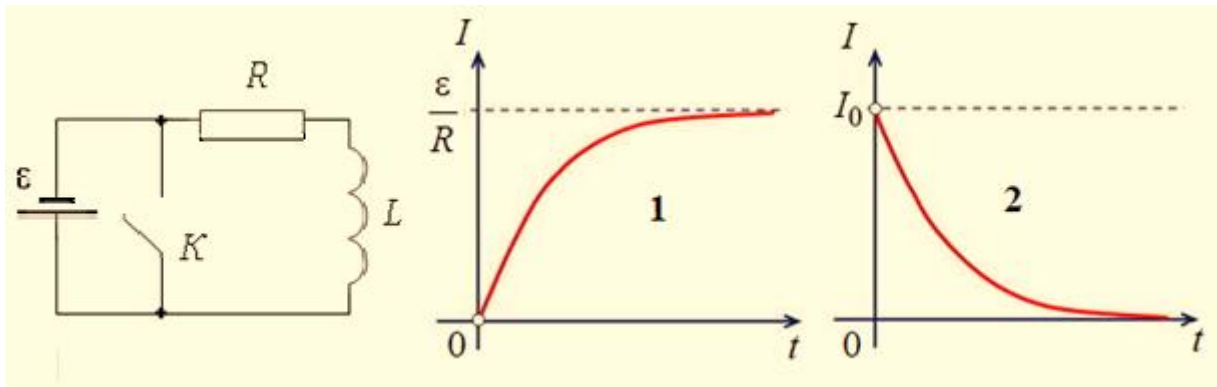


Рис. 3.3.6. Встановлення і зникнення струму в колі, що містить індуктивність

При замиканні ключа утворюється контур, який містить лише індуктивність L і опір R (джерело ЕРС при цьому блокується). Тепер в колі діє тільки ЕРС самоіндукції $\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$, і за законом

Ома $IR = -L \frac{dI}{dt}$, або маємо

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = 0. \quad (3.3.13)$$

Рішенням цього рівняння, з урахуванням, що в початковий момент часу $t = 0$ струм мав максимальне значення $I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$, є функція

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (3.3.14)$$

Графік її наведено на рис. 3.3.6 (крива 2). Бачимо, що зникнення струму в колі відбувається також не миттєво, але з запізненням.

3.3.4. Взаємна індукція. Принцип дії трансформаторів

Розглянемо два нерухомих контури (1 і 2), розташованих досить близько одне від одного (рис. 3.3.7).

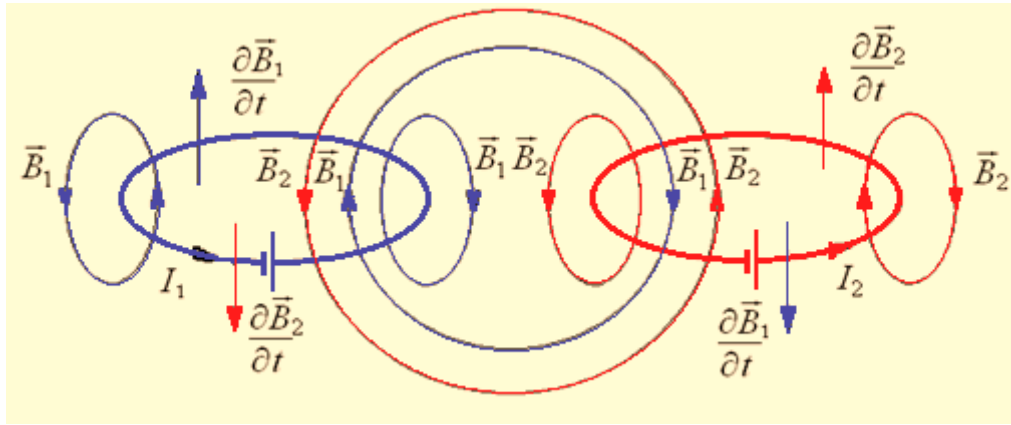


Рис. 3.3.7. Магнітні потоки нерухомих контурів із струмами

Якщо в контурі 1 тече струм I_1 , то магнітний потік, створюваний цим струмом (рис. 3.3.7), пропорційний I_1 .

Позначимо через Φ_{21} ту частину цього потоку, що пронизує контур 2. Тоді $\Phi_{21} = L_{21}I_1$, де L_{21} – коефіцієнт пропорційності.

У контурі 2 індукується ЕРС ε_{21} , яка за законом Фарадея буде дорівнювати

$$\varepsilon_{21} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}. \quad (3.3.15)$$

Аналогічно, при протіканні в контурі 2 струму I_2 магнітний потік пронизує перший контур. Якщо Φ_{12} – частина цього потоку, що пронизує контур 1, то $\Phi_{12} = L_{12}I_2$.

У контурі 1 індукується ЕРС ε_{12} , яка дорівнює їй протилежна за знаком швидкості зміни магнітного потоку Φ_{12} , створеного струмом у другому контурі

$$\varepsilon_{12} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}. \quad (3.3.16)$$

Явище виникнення ЕРС в одному з контурів при зміні сили струму в іншому, називається *взаємною індукцією*.

Коефіцієнти порційності L_{21} і L_{12} називаються *взаємною індуктивністю контурів*. Розрахунки, що підтверджені дослідом, показують, що L_{21} і L_{12} рівні один одному, тобто $L_{12} = L_{21}$.

Одиниця взаємної індуктивності та ж, що й для індуктивності, – це генрі (Гн).

Взаємна індуктивність визначається геометричною формою і розмірами контурів, їх взаємним розташуванням і магнітною проникністю середовища.

Трансформатором називається статичний електротехнічний пристрій, призначений для перетворення електричних сигналів, як правило, без зміни їх часових характеристик.

Принцип дії трансформаторів, які застосовуються для підвищення або зниження напруги змінного струму, заснований на явищі взаємної індукції.

Принципова схема трансформатора показана на рис. 3.3.8.

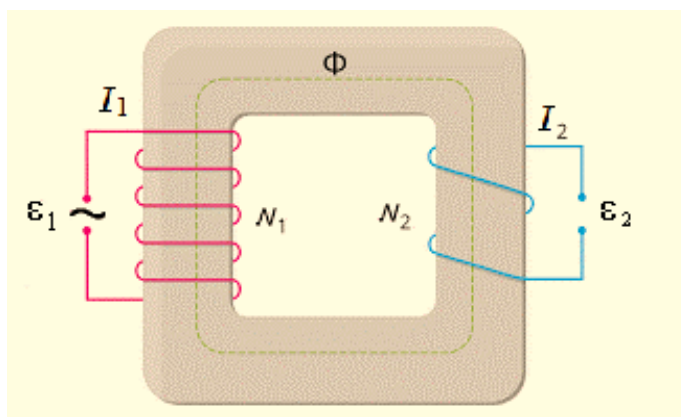


Рис. 3.3.8. Принципова схема трансформатора

Первинна й вторинна котушки (обмотки), що мають відповідно N_1 і N_2 витків, укріплені на замкнутому залізному осерді.

Завдяки тому, що кінці первинної обмотки приєднані до джерела змінної напруги з ЕРС ε_1 , в ній виникає змінний струм I_1 , що створює в осерді трансформатора змінний магнітний потік Φ , який практично повністю локалізований у залізному осерді й майже цілком пронизує витки вторинної обмотки. Зміна цього потоку викликає у вторинній обмотці появу ЕРС взаємної індукції, а в первинній – ЕРС самоіндукції.

Для первинної обмотки відповідно до другого правила Кірхгофа й закону Ома можна записати, що

$$\varepsilon_1 - \frac{d}{dt}(N_1\Phi) = I_1R_1, \quad (3.3.17)$$

де R_1 – опір первинної обмотки.

Спадання напруги ($I_1 \cdot R_1$) на опорі R_1 достатньо мале, тому

$$\varepsilon_1 \approx N_1 \frac{d\Phi}{dt}. \quad (3.3.18)$$

ЕРС взаємної індукції, що виникає у вторинній обмотці, описується залежністю

$$\varepsilon_2 = -\frac{d(N_2\Phi)}{dt} = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}. \quad (3.3.19)$$

Порівнюючи вирази для збуджуваних ЕРС, одержуємо, що

$$\varepsilon_2 = -\frac{N_2}{N_1} \varepsilon_1. \quad (3.3.20)$$

Знак мінус показує, що ЕРС у первинній і вторинній обмотках протилежні по фазі.

Відношення числа витків $k = N_2/N_1$ називається *коефіцієнтом трансформації*.

Зневажаючи втратами енергії, які в сучасних трансформаторах не перевищують 2 %, можна записати, що потужності струму в обох обмотках трансформатора практично однакові: $\varepsilon_2 I_2 \approx \varepsilon_1 I_1$ і звідси знайдемо, що

$$k = \varepsilon_2 / \varepsilon_1 = I_1 / I_2 = N_2 / N_1.$$

Якщо $k = N_2/N_1 > 1$, то маємо справу з *підвищувальним трансформатором*, що збільшує змінну ЕРС і знижує струм.

Якщо $k = N_2/N_1 < 1$, то маємо справу зі *знижувальним трансформатором*, що зменшує ЕРС і підвищує струм.

3.3.5. Енергія магнітного поля, густина енергії

У досліді, схема якого наведена на рис. 3.3.5, після розмикання ключа через гальванометр деякий час тече регресний струм. Робота цього струму дорівнює роботі сторонніх сил, роль

яких виконує ЕРС самоіндукції $\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$, що діє в контурі. Нехай за час dt по колу переноситься заряд dq .

Робота струму самоіндукції з переміщення цього заряду є

$$dA = \varepsilon_s dq = -L \frac{dI}{dt} \cdot Idt = -LI dI. \quad (3.3.21)$$

Проінтегрувавши цей вираз у межах від I до 0 , отримаємо повну роботу струму:

$$A = -\int_I^0 LI dI = -\frac{LI^2}{2} \Big|_I^0 = \frac{LI^2}{2}. \quad (3.3.22)$$

Здійснення цієї роботи супроводжується зникненням магнітного поля, яке спочатку існувало в соленоїді та довколишньому просторі. Залишається зробити висновок, що магнітне поле є носієм цієї енергії, за рахунок якої проводиться робота струму, що йде на зміну внутрішньої енергії провідників – їх нагрівання. Таким чином, провідник з індуктивністю L , має енергію

$$W_B = \frac{LI^2}{2}. \quad (3.3.23)$$

Щоб виразити цю енергію через величини, що характеризують саме поле, замінимо індуктивність соленоїда її виразом $L = \mu\mu_0 n^2 V$. Далі, вважаючи, що напруженість магнітного поля соленоїду $H = nI$, приходимо до формули

$$W_B = \frac{1}{2} \mu\mu_0 n^2 V I^2 = \frac{1}{2} \mu\mu_0 H^2 V. \quad (3.3.24)$$

Отриманому виразу для енергії магнітного поля можна надати інший вигляд, якщо врахувати, що $\mu\mu_0 \vec{H} = \vec{B}$

$$W_B = \frac{1}{2} \mu\mu_0 H^2 V = \frac{1}{2} (\vec{B}\vec{H}) V. \quad (3.3.25)$$

Густину енергії магнітного поля одержимо, поділивши цей вираз на об'єм V , зайнятий полем

$$w_B = \frac{1}{2} \mu_0 \mu H^2 = \frac{1}{2} (\vec{B}\vec{H}). \quad (3.3.26)$$

Якщо магнітне поле неоднорідне, то щоб знайти енергію поля в деякому об'ємі V , потрібно обчислити інтеграл

$$W_B = \int_V w_B dV, \quad (3.3.27)$$

де густина енергії w_B є в цьому випадку функцією координат.

Завдання для самоконтролю

1. В чому полягає явище електромагнітної індукції?
2. Сформулюйте правило Ленца.
3. Як визначається ЕРС індукції в рухомому провідникові, розміщеному у магнітному полі?
4. Назвіть практичні застосування явища електромагнітної індукції.
5. Опишіть явища самоіндукції і взаємоіндукції.
6. Який фізичний зміст має індуктивність, в яких одиницях вона вимірюється?
7. Поясніть фізичні принципи роботи трансформатора.
8. Що таке час релаксації?
9. Віток із проводу площею 1 м^2 розташований перпендикулярно силовим лініям магнітного поля, індукція якого змінюється по закону $B = 0,5(1 + e^{-t})$ Тл. Визначте ЕРС індукції у виткові як функцію часу.

Відповідь: $0,5 \cdot e^{-t}$ В.

10. У змінному магнітному полі знаходиться короткозамкнена котушка опором 10 Ом і індуктивністю $0,02 \text{ Гн}$. При зміні магнітного потоку, що пронизує котушку, на $1 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$ струм у котушці змінюється на $2 \cdot 10^{-3} \text{ А}$. Який заряд пройшов по виткам котушки за цей час?

Відповідь: $94 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$.

11. Яку кількість витків потрібно намотати на циліндр з картону довжиною 60 см і діаметром 5 см, щоб одержати котушку індуктивністю $6 \cdot 10^{-3}$ Гн?

Відповідь: 382.

12. Визначте енергію магнітного поля в залізному осередді об'ємом 400 см², якщо індукція дорівнює 1,2 Тл.

Відповідь: $1,5 \cdot 10^5$ Дж.

3.4. Електромагнітні коливання. змінний струм

3.4.1. Електричний коливальний контур. Вільні коливання

Електромагнітні коливання можуть виникати в колі, що містить індуктивність L і ємність C (рис. 3.4.1). Таке коло називається коливальним контуром.

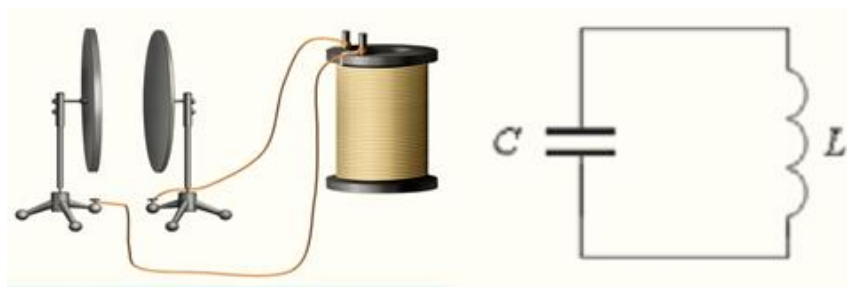


Рис. 3.4.1. Електричний коливальний контур

Роздивимось *вільні* електромагнітні коливання, тобто коливання, які протікають в електромагнітній пристрої, який одноразово вивели із стану рівноваги.

Якщо зовнішня напруга до контуру не прикладається, сума падінь напруги на ємності й індуктивності бути дорівнювати нулю в будь-який момент часу

$$\frac{q}{C} + L \frac{dI}{dt} = 0, \quad (3.4.1)$$

звідки, враховуючи, що сила струму $I = dq / dt$, отримуємо диференціальне рівняння вільних незгасаючих коливань електричного заряду в коливальному контурі

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (3.4.2)$$

Якщо ввести позначення

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (3.4.3)$$

то отримане рівняння приймає вигляд

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0. \quad (3.4.4)$$

Рішенням цього рівняння, як відомо, може бути функція

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \alpha). \quad (3.4.5)$$

Таким чином, заряд на обкладинках конденсатора змінюється за гармонійним законом з частотою ω_0 , званою *власною частотою коливального контуру*. Період коливань визначається за *формулою Томсона*

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (3.4.6)$$

Напруга на конденсаторі

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \alpha) = U_m \cos(\omega_0 t + \alpha), \quad (3.4.7)$$

де $U_m = \frac{q_m}{C}$ – амплітуда напруги.

Сила струму в контурі

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 q_m \sin(\omega_0 t + \alpha) = I_m \cos(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2}). \quad (3.4.8)$$

Порівнюючи отримані вирази (3.4.7) і (3.4.8), бачимо, що коли напруга на конденсаторі, а значить енергія електричного

поля, звертається в нуль, сила струму, а, отже, енергія магнітного поля, досягає максимального значення (рис. 3.4.2). Таким чином, електричні коливання в контурі супроводжуються взаємними перетвореннями енергій електричного і магнітного полів.

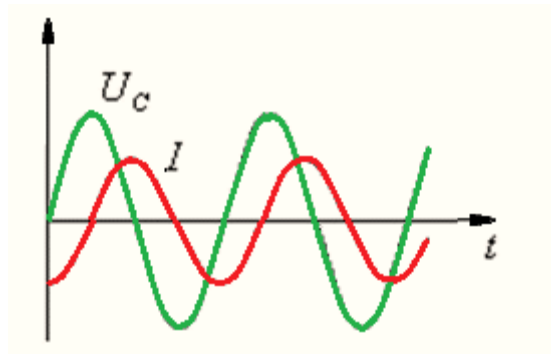


Рис. 3.4.2 . Графіки зміни $U_C(t)$ і $I(t)$ в LC - контурі

Амплітуди струму I_m і напруги U_m пов'язані між собою очевидним співвідношенням

$$I_m = \omega_0 q_m = \omega_0 C U_m = \sqrt{\frac{C}{L}} U_m. \quad (3.4.9)$$

Всякий реальний коливальний контур має опір (рис. 3.4.3).

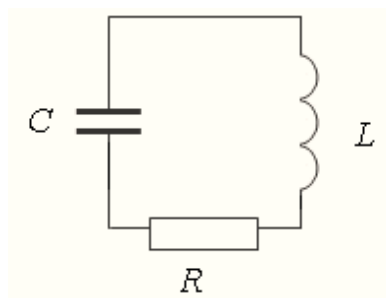


Рис. 1.6.3. Коливальний RLC -контур

Енергія електричних коливань в такому контурі поступово витрачається на нагрівання опору, переходячи в джоулево тепло, внаслідок чого коливання загасають.

Рівняння *вільних затухаючих* коливань можна отримати, виходячи з того, що у відсутності зовнішнього джерела напруги, сума падінь напруги на індуктивності, ємності і опорі дорівнює нулю для будь-якого моменту часу

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = 0 \quad (3.4.10)$$

або, оскільки $I = \frac{dq}{dt}$,

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0, \quad (3.4.11)$$

ввівши позначення $\beta = \frac{R}{2L}$, цьому рівнянню можна надати вигляду

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0, \quad (3.4.12)$$

де $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$.

Рішення отриманого рівняння має вигляд

$$q = q_0(t) \cdot \cos(\omega' t + \varphi), \quad (3.4.13)$$

де $q_0(t) = q_m \exp(-\beta t)$, $\omega' = \frac{2\pi}{T'} = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$.

Ми бачимо, що частота вільних затухаючих коливань ω' менше власної частоти ω_0 . Підставивши значення ω_0 і β , отримаємо

$$\omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}. \quad (3.4.14)$$

Амплітуда затухаючих коливань заряду конденсатора $q_0(t)$ зменшується з часом за експоненціальним законом (рис. 3.4.4). Коефіцієнт β називається *коефіцієнтом загасання*, він вимірюється в с^{-1} .

Загасання коливань прийнято характеризувати *логарифмічним декрементом коливань* λ , що визначаються як

$$\lambda = \ln \frac{q(t)}{q(t+T)} = \beta T. \quad (1.6.15)$$

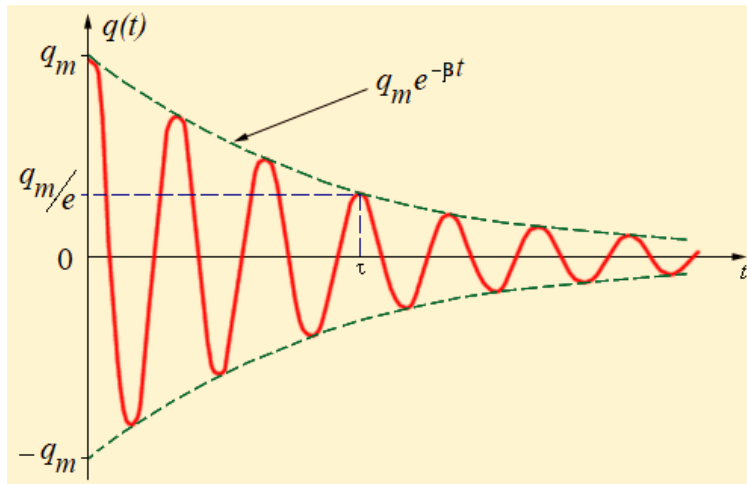


Рис. 3.4.4. Зміна заряду конденсатора з часом в RLC -контурі

Логарифмічний декремент коливань обернено пропорційний числу коливань N_e , скоєних за час, протягом якого амплітуда коливань зменшується в $e \approx 2,7$ разів: $\lambda = 1/N_e$.

Добротністю коливального контуру називається безрозмірна величина

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\beta T} = \pi N_e. \quad (1.6.16)$$

З цієї формули видно, що добротність тим вище, чим менше коефіцієнт загасання β . При малих загасання ($\lambda \ll 1$) можна наближено вважати, що

$$Q = \frac{\omega'}{2\beta} \approx \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \frac{L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (1.6.17)$$

Амплітуда струму в контурі, як і заряд на конденсаторі, убуває з часом за законом $e^{-\beta t}$. Енергія W , що запасається в контурі, пропорційна квадрату амплітуди струму (або квадрату напруги на конденсаторі). Отже, W убуває з часом за законом $e^{-2\beta t}$. Відносне зменшення енергії за період коливання T (при малому затуханні) є

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{W(t) - W(t+T)}{W(t)} = 1 - e^{-2\beta T} \approx 2\beta T = \frac{2\pi}{Q}. \quad (1.6.18)$$

Таким чином, втрати енергії в коливальному контурі тим менше, чим вище його добротність.

3.4.2. Вимушені електромагнітні коливання, резонанс напруги

Якщо у коло електричного контуру, що містить ємність, індуктивність і опір, включити джерело змінної ЕРС (рис. 3.4.5), то в ньому, поряд із власними затухаючими коливаннями, виникнуть незгасаючі вимушені коливання. Частота цих коливань збігається з частотою зміни даної ЕРС.

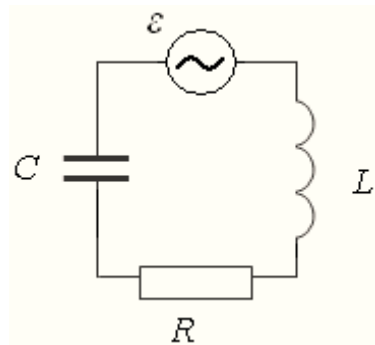


Рис. 3.4.5. Послідовний коливальний RLC - контур

Щоб отримати рівняння вимушених коливань, треба, згідно з другим правилом Кірхгофа, прирівняти суму падінь напруги на елементах контуру прикладеній ЕРС

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = \varepsilon_0 \cos \omega t \quad (3.4.19)$$

або

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \varepsilon_0 \cos \omega t, \quad (3.4.20)$$

де ε_0 – амплітуда змінної ЕРС; ω – її циклічна частота. Часткове рішення цього диференціального рівняння має вигляд

$$q(t) = q_0(\omega) \cdot \cos[\omega t - \psi(\omega)], \quad (3.4.21)$$

де

$$q_0(\omega) = \frac{\varepsilon_0}{\omega \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}},$$

$$\operatorname{tg}\psi(\omega) = \frac{R}{\frac{1}{\omega C} - \omega L}.$$
(3.4.22)

Рішення відповідного однорідного рівняння, як ми бачили в розділі 3.4.1, являє собою вільні згасаючі коливання, які з часом стають зникаюче малими, і їх можна надалі не враховувати.

Якщо частота ω змушуючої сили співпадає за величиною з частотою ω_0 власних коливань коливального контуру спостерігаємо *резонанс*, який проявляється в різкому зростанні напруги чи струму.

Падіння напруги на ємності U_C й індуктивності U_L однакові за амплітудою, але протилежні по фазі, і вони взаємно компенсують один одного. При цьому кожне з них може значно перевищувати прикладену напругу U_m , а саме

$$(U_L)_{\text{рез}} = (U_C)_{\text{рез}} = QU_m, \quad (1.6.23)$$

де Q – добротність контуру.

Це явище, що має місце в послідовному коливальному контурі, зображеному на рис. 1.6.5, називається *резонансом напруги*. Максимальне значення амплітуди напруги на конденсаторі $U_{C0}(\omega)$ досягається при частоті

$$\omega_{\text{Срез}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \leq \omega_0. \quad (1.6.24)$$

Резонансні криві для $U_C(\omega)$ представлені на рис. 1.6.6. Максимум спостерігається тим вище і гостріше, чим менше коефіцієнт загасання β , тобто чим менше активний опір R і більше індуктивність контуру L .

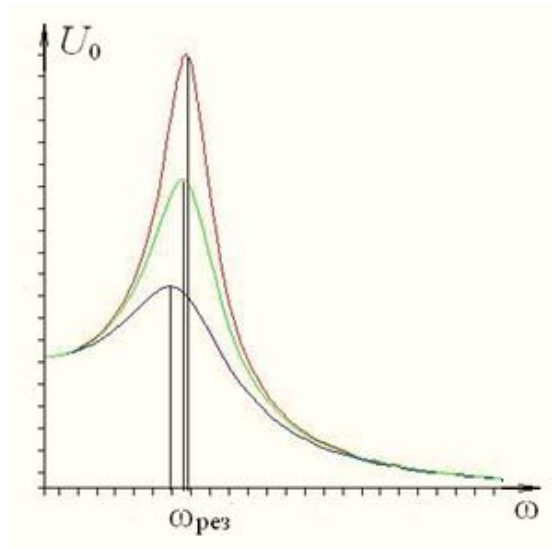


Рис. 3.4.6. Резонансні криві для $U_C(\omega)$ у послідовному коливальному контурі

Резонансні явища в коливальних контурах широко використовуються в електро- і радіотехніці (резонансні підсилювачі, частотні фільтри та інші). Зокрема, явище резонансу використовується для виділення із складного сигналу потрібної частотної складової. Налаштувавши контур (шляхом зміни його параметрів C та/або L) на одну з обраних частот, можна отримати на конденсаторі напругу, яка в Q разів перевищує величину напруги даної частотної складової (див. рис. 3.4.6). Такий процес здійснюється, наприклад, при налаштуванні радіоприймача на потрібну довжину хвилі.

3.4.3. Коло змінного струму. Метод векторних діаграм

Вимушені електромагнітні коливання, які встановлюються у коливальному контурі, є високочастотними коливаннями з частотою $\nu = 10^6 \dots 10^{11}$ Гц. В колах низькочастотних струмів джерелами є генератори змінного струму, у яких збуджуються синусоїдальні ЕРС.

Колами синусоїдального струму називаються такі електричні кола, в яких електричні величини (електрорушійні сили, напруги й струми) змінюються в часі по гармонійному (синусоїдальному) закону.

Змінний струм вважається *квазістаціонарним*, тобто для нього миттєве значення сили струму на всіх перерізах ланцюга практично однакові на відстанях l від 3 до 10^5 м. Це пов'язано з умовою

$$T \ll \tau = \frac{l}{c}, \quad (3.4.25)$$

де $c=3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість поширення електромагнітних збурень, T – період коливань струму. Для таких струмів можна застосувати закони постійного стаціонарного струму.

Розглянемо спочатку принцип дії генератора змінного струму на прикладі плоскої рамки, яка обертається в однорідному магнітному полі рівномірно з кутовою швидкістю $\omega = \text{const}$ (рис. 3.4.7).

Згідно із законом електромагнітної індукції її обертання приводить до порушення в ній ЕРС індукції

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (3.4.26)$$

де $\Phi = BS \cos \omega t$ – магнітний потік через рамку, B – індукція зовнішнього магнітного поля, S – площа рамки.

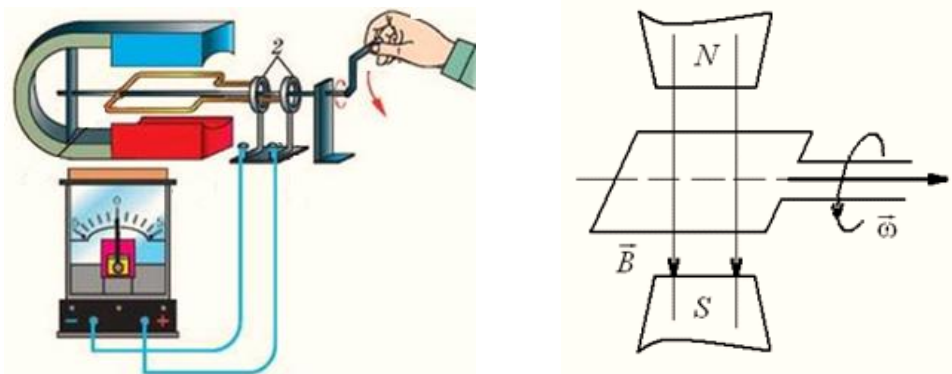


Рис. 3.4.7. Схема для отримання синусоїдальної ЕРС

Проводячи диференціювання виразу для магнітного потоку одержимо із (3.4.26) формулу для електрорушійної сили індукції у вигляді

$$\varepsilon_i = \varepsilon_0 \sin \omega t, \quad (3.4.27)$$

де позначено $\varepsilon_0 = BS\omega$.

Таким чином, у контурі збуджується синусоїдальна ЕРС, що є причиною появи струму, який також, як і ЕРС, змінюється в часі по гармонійному (синусоїдальному) закону.

Розглянемо ділянку електричного кола, яким проходить змінний електричний струм. У загальному випадку довільна ділянка кола має омичний опір R , індуктивність L і ємність C .

1) Розглянемо випадок, коли в колі є тільки активний опір R , до якого прикладено змінну ЕРС $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$ (рис. 3.4.8).

Змінний струм, що тече через резистор R

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\varepsilon_0}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t,$$

де $I_0 = \frac{\varepsilon_0}{R}$ – амплітуда сили струму.

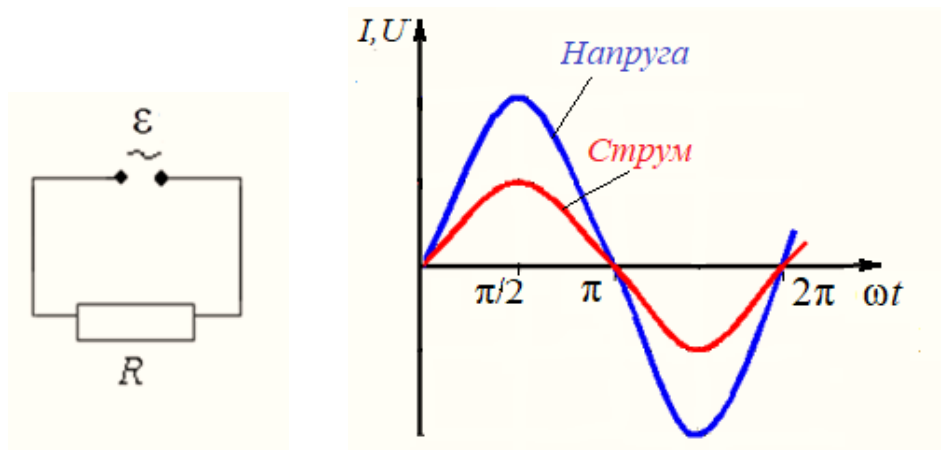


Рис. 3.4.8. Коло змінного струму з активним опором

Очевидно, що *напруга на резисторі і струм змінюються в одній фазі, тобто зсув фаз між ними дорівнює 0.*

2) Розглянемо другий випадок, коли коло має лише індуктивність L (рис. 3.4.9).

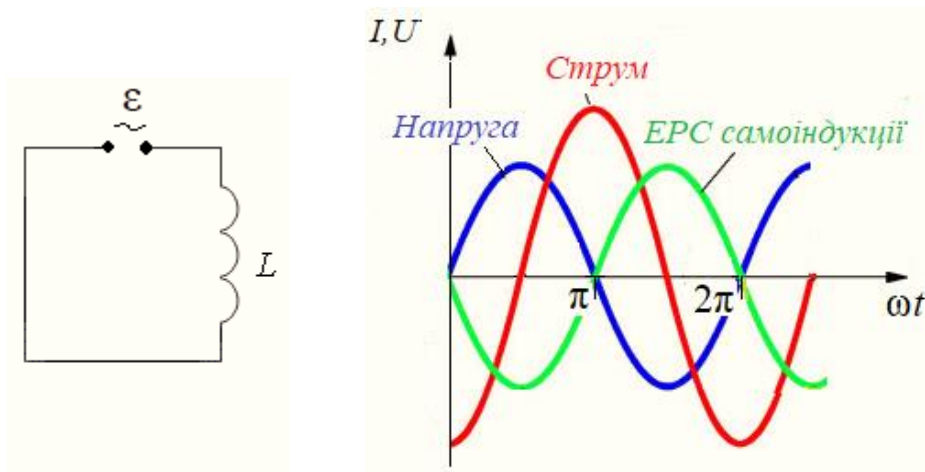


Рис. 3.4.9. Коло змінного струму з індуктивністю

ЕРС $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$ викликає виникнення змінного струму через котушку, що викликає появу ЕРС самоіндукції

$$\varepsilon_c = -L \frac{dI}{dt}$$

За законом Ома $IR = \varepsilon + \varepsilon_c$, і за $R=0$ отримуємо $\varepsilon_0 \sin \omega t = L \frac{dI}{dt}$.

Перепишемо у вигляді

$$dI = \frac{\varepsilon_0}{L} \sin \omega t dt,$$

звідки після інтегрування отримаємо

$$I = \frac{\varepsilon_0}{\omega L} \int \sin \omega t \cdot d(\omega t) = -\frac{\varepsilon_0}{\omega L} \cos \omega t = \frac{\varepsilon_0}{\omega L} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right),$$

або

$$I = I_0 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad (3.4.28)$$

де $I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\omega L}, \quad I_0 = \frac{\varepsilon_0}{X_L}.$

Таким чином, коливання струму в котушці відстають по

фазі на $\frac{\pi}{2}$ від коливань напруги.

Величину $X_L = \omega L$ називають *індуктивним опором*.

3) Розглянемо випадок, коли коло містить лише ємність C (рис. 3.4.10).

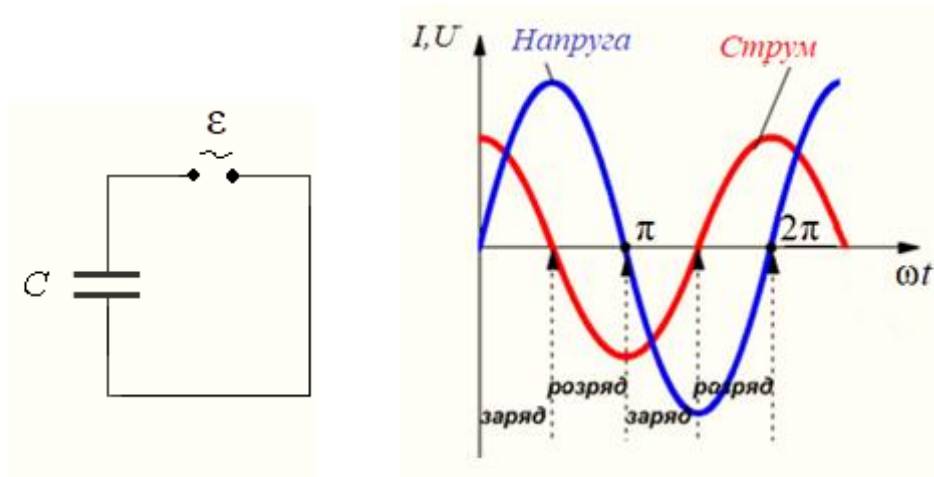


Рис. 3.4.10. Коло змінного струму з ємністю

Заряд конденсатора змінюється згідно із законом

$$q = CU = C\varepsilon_0 \sin \omega t$$

Тоді сила струму

$$I = \frac{dq}{dt} = \varepsilon_0 \omega C \cos \omega t = \varepsilon_0 \omega C \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = I_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (3.4.29)$$

де $I_0 = \varepsilon_0 \omega C$, $I_0 = \frac{\varepsilon_0}{X_C}$.

Величину $X_C = \frac{1}{\omega C}$ називають *ємнісним опором*.

Таким чином, коливання струму в колі з конденсатором випереджають по фазі на $\frac{\pi}{2}$ коливання напруги.

Тепер розглянемо загальний випадок, коли змінний струм проходить колом, що містить омичний опір R , індуктивність L і ємність C .

Напишемо формули для сили струму в колі і падінь напруги на кожному з елементів послідовного контуру (рис. 3.4.5), виходячи з формули (3.4.21).

Сила струму

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = I_0(\omega) \cos(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}), \quad (3.4.30)$$

$$I_0(\omega) = \omega q_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}. \quad (3.4.31)$$

За аналогією з законом Ома для повного кола постійного струму величину

$$Z(\omega) = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \quad (3.4.32)$$

називають *повним опором кола змінному струму*. Ця величина являє собою модуль комплексного опору, званого також *імпедансом* кола $\tilde{Z}(\omega) = R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})$.

Опір R називають активним опором (на ньому виділяється тепло). Чисто уявні опори $X_L(\omega) = \omega L$ і $X_C(\omega) = \frac{1}{\omega C}$ називають відповідно *індуктивним і ємнісним реактивними опорами* (на них тепло не виділяється).

Напруга на опорі R

$$U_R(t) = RI(t) = U_{R0}(\omega) \cos(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}), \quad (3.4.33)$$

$$U_{R0}(\omega) = RI_0(\omega) = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} R. \quad (3.4.34)$$

Напруга на конденсаторі C

$$U_C(t) = \frac{q(t)}{C} = U_{C0}(\omega) \cos(\omega t - \psi), \quad (3.4.35)$$

$$U_{C0}(\omega) = \frac{q_0(\omega)}{C} = \frac{\varepsilon_0}{\omega C \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}. \quad (1.6.36)$$

Напруга на котушці індуктивності L:

$$U_L(t) = \frac{dI}{dt} L = \frac{d^2 q}{dt^2} L = U_{L0}(\omega) \cos(\omega t - \psi + \pi), \quad (3.4.37)$$

$$U_{L0}(\omega) = q_0(\omega) \omega^2 L = \frac{\omega L \varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}. \quad (3.4.38)$$

Порівнюючи написані формули, бачимо, що зміна напруги на опорі слідує за зміною сили струму в ланцюзі без відставання або випередження по фазі, зміна напруги на конденсаторі відстає по фазі на $\frac{\pi}{2}$, а на індуктивності випереджає по фазі на $\frac{\pi}{2}$ зміну струму.

Наочно це можна зобразити за допомогою векторної діаграми (рис. 3.4.11), вісь X якої збігається з віссю струмів.

Довжина кожного вектору на цій діаграмі дає амплітуду відповідної напруги, а кут, який становить даний вектор з віссю струмів – зсув фази по відношенню до зміни сили струму в колі.

Амплітуда сумарної напруги на всіх елементах контуру, яка дорівнює амплітуді ε_0 діючої в контурі ЕРС, є результатом векторного додавання символічних напруг U_{R0}, U_{L0}, U_{C0} .

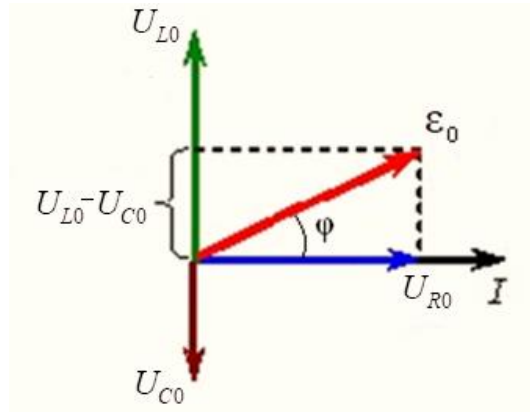


Рис. 3.4.11. Векторна діаграма для знаходження напруги в колі змінного струму

Результуючий вектор утворює з віссю струмів кут $\varphi = \psi - \frac{\pi}{2}$, що показує різницю фаз між струмом і ЕРС. Тангенс цього кута дорівнює

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \left(\psi - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \psi} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (3.4.39)$$

Як буде показано нижче, кут φ відіграє значну роль в аналізі теплових процесів у змінних ланцюгах електричного струму.

Миттєвим значенням потужності змінного струму називається величина, яка дорівнює добутку миттєвих значень напруги і струму, тобто

$$P(t) = U(t)I(t). \quad (3.4.40)$$

Задаємо напругу і струм відповідними залежностями

$$U(t) = U_m \cos \omega t, \quad I(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi), \quad (3.4.41)$$

де U_m, I_m – амплітуди, $\omega = 2\pi/T$ – кутова частота, T – період коливань, φ – фазовий зсув.

Для гармонійної напруги й струму відповідно до визначення, миттєва потужність буде дорівнювати

$$P(t) = U_m I_m (\cos \omega t - \varphi) \cos \omega t. \quad (3.4.42)$$

Практичний інтерес представляє не миттєве значення потужності, а її середнє значення за період коливання – T , яке знаходиться як інтеграл від миттєвої потужності $P(t)$ за часом $t \in [0, T]$, поділений на період. З урахуванням (3.4.42) маємо

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi, \quad (3.4.43)$$

де множник $\cos \varphi$ називається *коефіцієнтом потужності*.

Формула (1.6.41) показує, що:

1. потужність, яка виділяється в колі змінного струму, у загальному випадку залежить не тільки від сили струму та напруги, але й від зсуву фаз між ними;

2. якщо в колі реактивний опір відсутній ($X_L = X_C = 0$), то $\varphi = 0$, $\cos \varphi = 1$ і середня потужність має вигляд

$$\bar{P} = \frac{1}{2} U_m I_m; \quad (3.4.44)$$

3. якщо коло містить тільки реактивний опір ($R = 0$), то $\varphi = \pi/2$, $\cos \varphi = 0$ і середня потужність дорівнює нулю, $\bar{P} = 0$, якими би великими не були струм і напруга.

Для промислових генераторів і двигунів коефіцієнт потужності $\cos \varphi$ приймає значення 0,82...0,85, що досягається за рахунок додаткових елементів з ємнісним реактивним опором X_C , який майже повністю компенсує реактивний індуктивний опір X_L обмоток двигунів, трансформаторів та інших індуктивних елементів кола змінного струму.

Діючим значенням змінного періодичного струму (напруги) називається таке умовне значення постійного струму (напруги), котре у тому ж самому об'єкті робитиме такий же тепловий ефект, як і змінний струм за той час, який дорівнюватиме періоду його повторення.

Прирівнюючи тепловиділення для постійного й змінного струмів, виходячи із закону Джоуля-Ленца, одержують його діюче значення:

а) для струму:

$$Q = I_D^2 RT = \int_0^T I_m^2 R \sin(\omega t) dt,$$

тобто

$$I_D = \frac{I_m}{\sqrt{2}}; \quad (3.4.45)$$

б) для напруги:

$$Q = \frac{U^2}{R} T = \int_0^T \frac{U_m^2}{R} \sin(\omega t) dt,$$

тобто

$$U_D = \frac{U_m}{\sqrt{2}}. \quad (3.4.46)$$

Тепер, *середня потужність*, як функція діючих значень напруги й струму, буде дорівнюватиме

$$\bar{P} = U_D I_D. \quad (3.4.47)$$

Відзначимо, що саме в діючих (ефективних) значеннях градується переважна більшість електровимірювальних приладів (амперметрів, вольтметрів тощо).

Завдання для самоконтролю

1. Як виникають незатухаючі електромагнітні коливання в контурі, що містить індуктивність и ємність? Від чого залежить період цих коливань?

2. Яким законом описуються вільні затухаючі коливання в електричному контурі, що містить індуктивність, ємність і опір? Чим визначаються декремент коливань и добротність коливального контуру?

3. Які коливання називають вимушеними? Від чого залежить період вимушених електричних коливань?

4. Що таке резонанс струмів?

5. Що являє собою метод векторних діаграм?

6. Запишіть закон Ома для ланцюга змінного струму в загальному вигляді.

7. Дайте визначення індуктивному, ємнісному і повному опору ланцюга змінного струму.

8. Як вводиться поняття діючих значень струму і напруги?

9. Струм в коливальному контурі змінюється за законом $i = -0,02 \sin 400\pi t$, А. Індуктивність контуру 1 Гн. Визначте: а) період коливань, б) ємність контуру, в) максимальну різницю потенціалів на обкладинках конденсатора, г) максимальну енергію магнітного поля, д) максимальну енергію електричного поля.

Відповідь: а) $5 \cdot 10^{-3}$ с, б) $6,3 \cdot 10^{-7}$ Ф, в) 25,2 В, г,д) $2 \cdot 10^{-4}$ Дж.

10. Коливальний контур складається із конденсатора ємністю $2,22 \cdot 10^{-9}$ Ф і однослойної котушки (без осереддя), намотаною із мідної проволочки діаметром 0,5 мм. Довжина котушки 20 см, діаметр котушки 5 см. Знайдіть логарифмічний декремент згасання коливань.

Відповідь: 0,018.

11. Який опір змінному струму в 1000 Гц представляє реостат, якщо його активний опір 100 Ом, число витків 2000, довжина 50 см і площа витка 15 см^2 ?

Відповідь: 137,5 Ом.

12. У коло з амплітудою напруги 440 В і частотою 50 Гц умикнули послідовно лампочку накалювання у нормальному режимі і конденсатор. Яка ємність конденсатора, якщо на лампочці написано «55 Вт, 110 В»? Чому дорівнює різниця фаз між струмом і напругою в колі?

Відповідь: 0,37 мкФ, $75,5^\circ$.

3.5. Основи теорії Максвелла для електромагнітного поля. Електромагнітні хвилі

3.5.1. Рівняння Максвелла, їх фізичний зміст

В розділах 1.1 і 3.1 розглядалися статичні електричні й магнітні поля, тобто такі поля, які створюються нерухомими зарядами і постійними струмами. Основні рівняння, що описують властивості цих полів, наведені в таблиці 3.5.1.

Проводячи порівняння приведених законів, бачимо, що, по-перше, постійні електричне і магнітне поля мають різну фізичну сутність: джерелами електростатичного поля є заряди, джерелами магнітного поля – постійні струми; електростатичне поле є потенційним, а магнітне – вихровим (соленоїдальними).

По-друге, – це те, що система рівнянь електростатики не містить ніяких характеристик магнітного поля, як і система рівнянь магнітостатики не містить ніяких характеристик електричного поля. Іншими словами, рівняння електростатики і магнітостатики є незалежними, а електричні й магнітні поля, описуються цими рівняннями, існують окремо одне від іншого.

Таблиця 3.5.1

Основні рівняння електростатики і магнітостатики

	Електростатика	Магнітостатика
Теорема Гауса	$\Phi_D = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum_i q_i$ <p>Джерела електричного поля – заряди</p>	$\Phi_B = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$ <p>Соленоїдальність магнітного поля</p>
Теорема про циркуляцію поля	$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = 0$ <p>Потенційність електричного поля</p>	$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum_i I_i$ <p>Джерела магнітного поля – струми</p>

З іншого боку, нам відомі принаймні два явища, які вказують на взаємозв'язок електричних і магнітних полів. Перше з них – поява магнітного поля у заряду, що рухається щодо нерухомого спостерігача (або при русі спостерігача щодо нерухомого заряду). В даному випадку один і той же об'єкт – електричний заряд – є джерелом як електричного, так і магнітного полів (рис. 3.5.1).

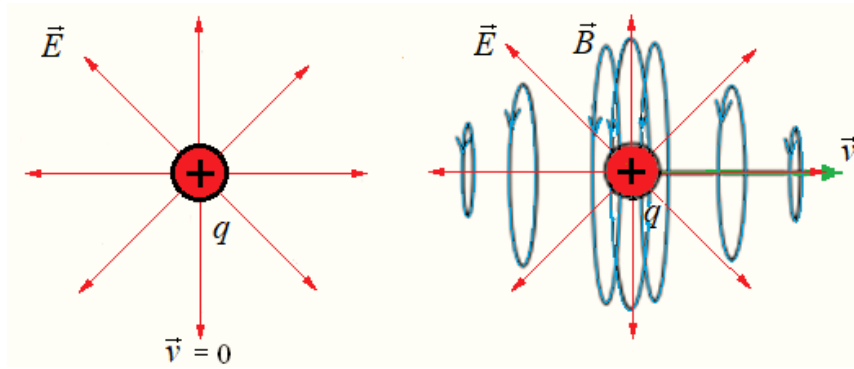


Рис. 3.5.1. Рухомий електричний заряд як джерело електромагнітного поля

Інше явище – це явище електромагнітної індукції, в якому змінне магнітне поле є причиною виникнення електричного струму – спрямованого руху зарядів у провіднику (рис. 3.5.2).

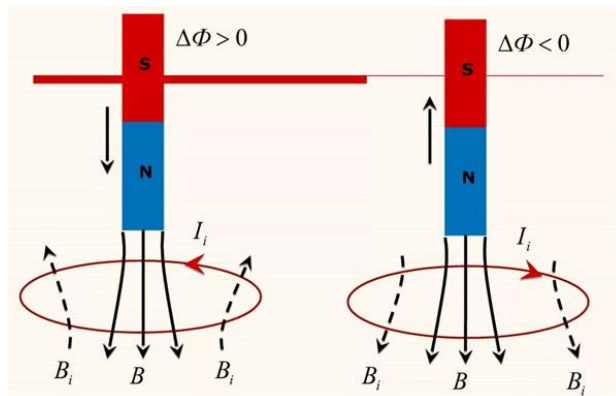


Рис. 3.5.2. Явище електромагнітної індукції

Глибокий взаємозв'язок і взаємоперетворюваність електричних і магнітних полів у природі були встановлені Джеймсом Максвеллом, який узагальнив праці М. Фарадея і створив теорію електромагнітного поля.

В основі цієї теорії лежить система рівнянь (що отримали назву *рівнянь Максвелла*), яка дозволила описати не тільки всю сукупність відомих тоді електричних і магнітних явищ, але й передбачити нові явища, зокрема, існування електромагнітних хвиль. Теорія Максвелла є однією з найдосконаліших фізичних теорій. Досить сказати, що вона послужила базисом для створення А. Ейнштейном спеціальної теорії відносності. Відзначимо також,

що в даний час невідомо ні одного експериментального факту з області макроскопічних електромагнітних явищ, який суперечив би цієї теорії.

Вихрове електричне поле. Перше рівняння Максвелла.

Виникнення індукційного струму в нерухомому провіднику при зміні магнітного потоку свідчить про появу в контурі сторонніх сил, що приводять у рух заряди. Як ми вже знаємо, ці сторонні сили обумовлені виникненням в контурі особливого вихрового електричного поля, циркуляція якого по замкненому контуру відмінна від нуля і дорівнює ЕРС індукції

$$\varepsilon_i = \oint_l \vec{E}^* d\vec{l} . \quad (3.5.1)$$

де \vec{E}^* – напруженість вихрового електричного поля.

З іншого боку, у відповідності з основним законом електромагнітної індукції Фарадея, величина ЕРС індукції визначається швидкістю зміни потоку магнітної індукції, тобто

$$\varepsilon_i = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S} , \quad (3.5.2)$$

де інтегрування проводиться по довільній поверхні S , що спирається на контур l .

Прирівнюючи вирази (3.5.1) і (3.5.2), знаходимо

$$\oint_l \vec{E}^* d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S} . \quad (3.5.3)$$

Максвелл припустив, що зміна з часом магнітного поля призводить до появи в просторі електричного поля, незалежно від того присутній в цьому просторі провідний контур чи ні (рис. 3.5.3). Наявність контуру лише дозволяє виявити це електричне поле по виникненню індукційного струму в провіднику.

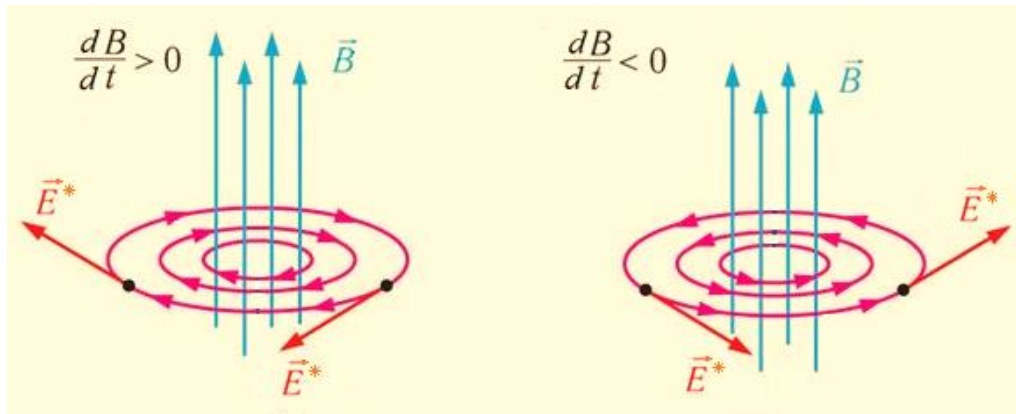


Рис. 3.5.3. Вихрове електричне поле

У загальному випадку електричне поле \vec{E} складається з потенційного поля \vec{E}^0 , циркуляція якого по замкнутому контуру дорівнює нулю, і вихрового поля \vec{E}^*

$$\vec{E} = \vec{E}^0 + \vec{E}^*, \quad (3.5.4)$$

де $\oint_l \vec{E}^0 d\vec{l} = 0$ (див. 1.1.19).

На підставі сказаного, склавши циркуляції полів \vec{E}^0 і \vec{E}^* , приходимо до *першого рівняння Максвелла* в інтегральній формі:

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} d\vec{S}. \quad (3.5.5)$$

Інтеграл у лівій частині береться по довільному замкнутому контуру, в правій частині – по довільній поверхні, що спирається на цей контур.

Друге рівняння Максвелла.

В силу спільності теореми Гауса стосовно до будь-яких векторних полів і відсутності в природі «магнітних зарядів» (про що вже говорилося раніше), друге рівняння Максвелла в інтегральній формі збігається з теоремою Гауса для магнітної індукції

$$\oint_s \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (3.5.6)$$

Інтегрування проводиться по довільній замкнутій поверхні S .

Струми зміщення. Третє рівняння Максвелла.

Основна ідея Максвелла – це ідея про взаємоперетворюваність електричних і магнітних полів. Максвелл припустив, що не тільки змінні магнітні поля є джерелами електричних полів, а й змінні електричні поля є джерелами магнітних полів. Відповідно до гіпотези Максвелла, електричне поле, що змінюється в часі, створює в навколишньому просторі вихрове магнітне поле \vec{H}^* (рис. 3.5.4).

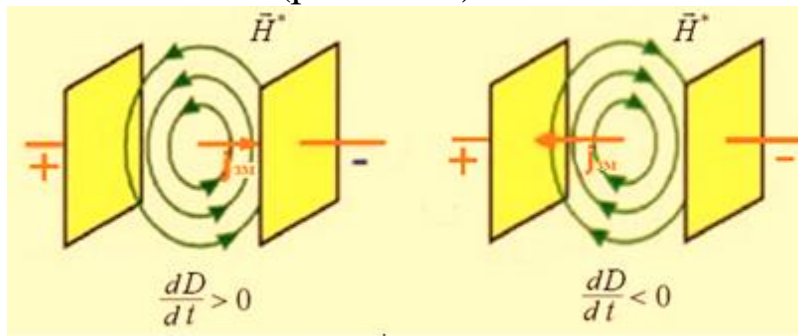


Рис. 3.5.4. До гіпотези Максвелла про струм зміщення

Циркуляція вихрового магнітного поля \vec{H}^* по будь-якому замкненому контуру дорівнює швидкості зміни потоку електричної індукції \vec{D} через поверхню, обмежену цим контуром

$$\oint_l \vec{H}^* d\vec{l} = \frac{d}{dt} \iint_s \vec{D} d\vec{S}. \quad (3.5.7)$$

Величина

$$I_{зм} = \frac{d}{dt} \iint_s \vec{D} d\vec{S} \quad (3.5.8)$$

отримала назву *струму зміщення*.

Сенс введення цієї величини можна пояснити наступним дослідом (рис. 1.7.3). Конденсатор, підключений до джерела постійного струму, являє собою розрив кола для струму провідності, тому в такому колі струм не тече. При цьому в конденсаторі є електричне поле, індукція якого $\vec{D} = \text{const}$.

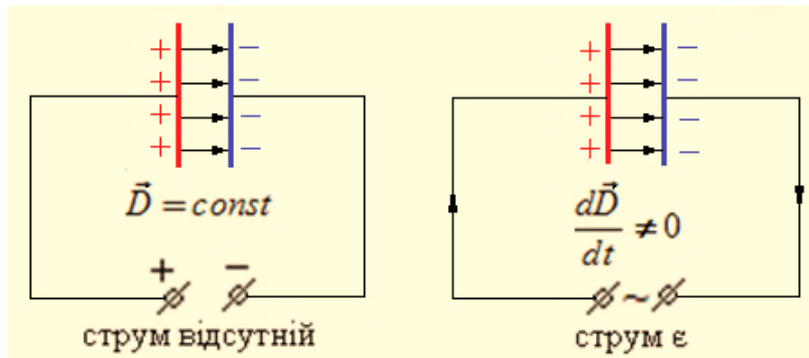


Рис. 3.5.5. Струм зміщення у конденсаторі

Якщо конденсатор підключити до джерела змінного струму, то, як показує дослід, в колі буде текти змінний струм. Його існування можна пояснити тільки тим, що в просторі між обкладинками струм провідності замикається струмом зміщення, оскільки тепер $\vec{D} \neq const$. У цьому випадку конденсатор перестає представляти собою розрив кола.

Згідно з гіпотезою Максвелла повний струм в провіднику складається із струму провідності I і струму зміщення $I_{зм}$, кожен з яких є джерелом свого магнітного поля так, що загальне магнітне поле, що існує навколо провідника, є

$$\vec{H} = \vec{H}^0 + \vec{H}^*, \quad (3.5.9)$$

де $\oint_l \vec{H}^0 d\vec{l} = I$.

Отже,

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = I + I_{см}. \quad (3.5.10)$$

Якщо контур інтегрування охоплює кілька провідників із струмом, то відповідно до теореми про циркуляцію магнітного поля, ми повинні написати

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} d\vec{S} + \sum_i I_i. \quad (3.5.11)$$

Написане рівняння є третім рівнянням Максвелла в інтегральній формі.

«Розмазавши» струми за площею поверхні S , що спирається на контур l , можна записати рівняння (3.5.11) також у вигляді

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} d\vec{S} + \int_S \vec{j} d\vec{S}, \quad (3.5.12)$$

де \vec{j} – густина струму, що протікає через поверхню S .

За аналогією з густиною струму провідності величину

$$\vec{j}_{\text{зм}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3.5.13)$$

називають *густиною струму зміщення*.

Четверте рівняння Максвелла.

Четверте рівняння Максвелла в інтегральній формі збігається з теоремою Гауса для електричної індукції

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum_i q_i. \quad (3.5.14)$$

Інтегрування проводиться по довільній замкнутій поверхні S , навколо системи зарядів q_i . У разі безперервного розподілу зарядів в охопленому поверхнею S обсязі V , це рівняння запишеться у вигляді

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV, \quad (3.5.15)$$

де ρ – об'ємна густина заряду.

Для замикання системи рівнянь Максвелла необхідно ще вказати зв'язок між векторами \vec{D} , \vec{E} , \vec{B} і \vec{H} , тобто конкретизувати властивості матеріального середовища, в якому розглядається електромагнітне поле. Якщо ці співвідношення відомі (вони називаються *матеріальними рівняннями*), то по заданому розподілу зарядів ρ і струмів \vec{j} однозначно здобуємо розподіл електричних і магнітних полів в даному середовищі; або по заданому розподілу полів знаходимо розподіл зарядів і струмів.

Для однорідного ізотропного середовища матеріальні рівняння записують у вигляді

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon(E) \vec{E}; \quad \vec{B} = \mu_0 \mu(H) \vec{H}. \quad (3.5.16)$$

Якщо середовище не має сегнетоелектричних або ферромагнітних властивостей, то $\varepsilon(E) = \varepsilon = \text{const}$ і $\mu(H) = \mu = \text{const}$. У цьому випадку матеріальні рівняння мають найбільш простий вигляд

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad (3.5.17)$$

зокрема, для вакууму $\varepsilon = \mu = 1$, тоді

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} \text{ і } \vec{B} = \mu_0 \vec{H}. \quad (3.5.18)$$

Слід підкреслити, що написані співвідношення справедливі тільки для нерухомих середовищ. У рухомих середовищах вони мають більш складний вид, обумовлений вимогами релятивістської інваріантності рівнянь Максвелла.

При розв'язанні прикладних завдань електродинаміки рівняння Максвелла, доповнюються граничними умовами, яким повинні задовольняти електричні і магнітні поля на межі поділу двох середовищ (1.6.15) – (1.6.18), (3.2.15) – (3.2.18).

Отримані нами основні рівняння Максвелла (3.5.5), (3.5.6), (3.5.12), (3.5.15) мають інтегральну форму. Однак у деяких випадках значно зручніше користуватися так званою диференціальною формою, яку можна одержати із інтегральної форми, застосовуючи апарат вищої математики.

Система рівнянь Максвелла є фундаментальною і разом з рівнянням для сили Лоренца (3.1.43) і законом Ома в диференціальній формі (1.2.29) дозволяє вирішити будь-які задачі класичної макроскопічної електродинаміки, серед них – задачі електро- і радіотехніки, теорії і практики магнітної гідродинаміки, нелінійної оптики. Рівняння Максвелла застосовують у вирішуванні проблем термоядерного синтезу, при розрахунках прискорювачів елементарних частинок, в астрофізиці.

У таблиці 3.5.2 приведена замкнута система рівнянь Максвелла відповідно в інтегральній і диференціальній формі, яка доповнена матеріальними рівняннями.

Замкнута система рівнянь Максвелла

Інтегральна форма	Диференціальна форма
$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} d\vec{S}$	$\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
$\iint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$	$\text{div} \vec{B} = 0$
$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \frac{d}{dt} \iint_S \vec{D} d\vec{S} + \iint_S \vec{j} d\vec{S}$	$\text{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}$
$\iint_S \vec{D} d\vec{S} = \iiint_V \rho dV$	$\text{div} \vec{D} = \rho$
Матеріальні рівняння	
$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$	$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$

3.5.2. Основні слідства із системи рівнянь Максвелла

Розглянемо деякі основні слідства з рівнянь Максвелла. Насамперед, відзначимо, що ці рівняння лінійні. Звідси випливає, що електромагнітне поле задовольняє принципу суперпозиції.

Висновком рівнянь Максвелла є закон збереження електричного заряду

$$q = \int \rho dV = \text{const}. \quad (3.5.19)$$

Рівняння Максвелла несиметричні не тільки для речовинного середовища (табл. 3.5.2), але й для вакууму ($\rho = 0$; $\vec{j} = 0$; $\epsilon = \mu = 1$; $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$; $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$), де повна симетрія порушується завдяки різним знакам у правих частинах перших двох рівнянь Максвелла

Різниця в знаках зумовлена тим, що лінії вихрового електричного поля \vec{E} внаслідок зміни магнітного поля із швидкістю $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ утворюють лівогвинтову систему з вектором \vec{B} , тоді як лінії вихрового магнітного поля \vec{B} утворюють з вектором

\vec{D} при його зміні із швидкістю $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ правою системою (рис. 3.5.6).

Саме ця несиметричність і свідчить про відмінність електричних і магнітних полів, яка зумовлена наявністю у природі електричних зарядів і відсутністю магнітних.

Нарешті відзначимо, що рівняння Максвелла релятивістське інваріантні щодо перетворень Лоренца. Вид перетворення полів при переході від однієї інерціальної системи до іншої аналогічний виду перетворення координат і часу, що вказує на нерозривний взаємозв'язок електричних і магнітних компонент єдиного електромагнітного поля, вид якого залежить від вибору системи відліку.

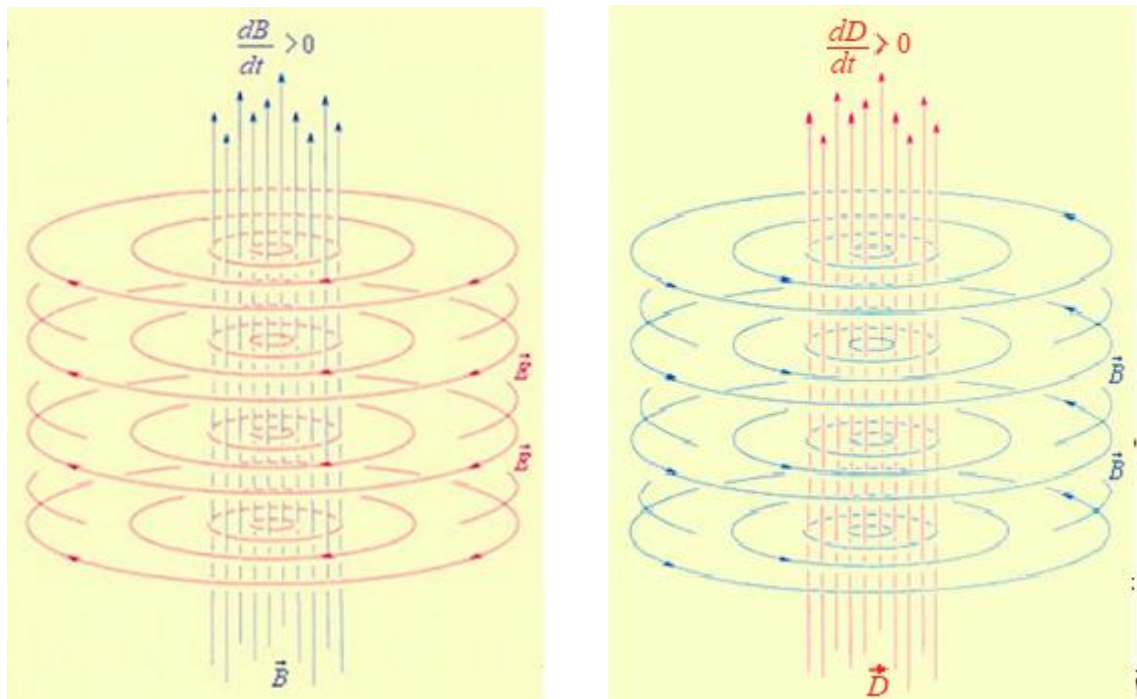


Рис. 3.5.6. Зв'язок силових ліній електричного і магнітного полів

Одним з головних наслідків, що випливають з рівнянь Максвелла, є те, що електромагнітне поле може існувати у вигляді електромагнітних хвиль у відсутність всяких зарядів і струмів, тобто вважаємо $\rho = 0$; $\vec{j} = 0$.

У цьому випадку після перетворень з рівнянь Максвелла можна отримати хвильове рівняння для електричного поля \vec{E}

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (3.5.20)$$

де позначено $\Delta \equiv \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа.

Аналогічне *хвильове рівняння* отримуємо для магнітного поля \vec{H}

$$\Delta \vec{H} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (3.5.21)$$

Рішенням рівнянь (3.5.20) і (3.5.21) є векторні хвильові функції

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}), \quad (3.5.22)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_m \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}), \quad (3.5.23)$$

де \vec{E}_m , \vec{H}_m – відповідно амплітудні значення напруженостей електричного і магнітного поля, вираз в дужках є фаза хвилі, ω – циклічна частота, $\vec{k} = \frac{\omega}{v} \vec{n}$ або $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число; $\lambda = vT$ – довжина хвилі, T – період коливань.

Коефіцієнт v має сенс фазової швидкості електромагнітної хвилі

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu}}. \quad (3.5.24)$$

Отже, ми з'ясували, що змінне електромагнітне поле розповсюджується в просторі із швидкістю v , тобто являє собою *електромагнітну хвилю*.

3.5.3. Властивості електромагнітних хвиль. Шкала електромагнітних хвиль

Розглянемо плоску електромагнітну хвилю, що поширюється уздовж осі x , перпендикулярної до хвильових поверхонь. У цьому випадку, очевидно, поля \vec{E} і \vec{H} не залежать від координат y і z . Відповідні рівняння Максвелла, записані для цього випадку, призводять до наступних скалярних хвильових рівнянь

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}. \quad (3.5.25)$$

Найпростішими рішеннями цих рівнянь є відповідні функції

$$E_y(x,t) = E_m \cos(\omega t - kx), \quad (3.5.26)$$

$$H_z(x,t) = H_m \cos(\omega t - kx). \quad (3.5.27)$$

Нагадаємо, що хвиля, в якій коливання відбуваються за гармонійним законом, називається *монохроматичною*. Довільна немонохроматична електромагнітна хвиля може бути представлена у вигляді сукупності монохроматичних хвиль.

Роздивимось властивості електромагнітних хвиль.

1. Електромагнітні хвилі розповсюджуються в просторі із фазовою швидкістю v (3.5.24), а в вакуумі ($\epsilon = 1$, $\mu = 1$) із швидкістю

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 12,57 \cdot 10^{-7}}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}, \quad (3.5.28)$$

що збігається зі швидкістю світла у вакуумі c .

Таким чином, ми приходимо до висновку, що *світло – це електромагнітна хвиля*. У прозорому діелектричному середовищі швидкість світла

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c}{n}, \quad (3.5.29)$$

де величина $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ називається *показником заломлення середовища*. Для багатьох оптично прозорих середовищ формула (3.5.29) дає гарні збіги з вимірними на досвіді значеннями n , що також є одним з досягнень теорії Максвелла.

2. Електромагнітні хвилі є поперечними: із рівнянь Максвелла витікає, що вектори \vec{E} і \vec{H} взаємно перпендикулярні і перебувають в одній площині перпендикулярній напрямку розповсюдження хвилі, який задається вектором \vec{k} . При цьому вектори \vec{E} , \vec{H} і \vec{k} утворюють правоїгнтову систему.

На рис.3.5.7 показана миттєва картина плоскої електромагнітної хвилі в даний момент часу t . У фіксованій точці простору електромагнітне поле у хвилі змінюється з часом також за гармонійним законом.

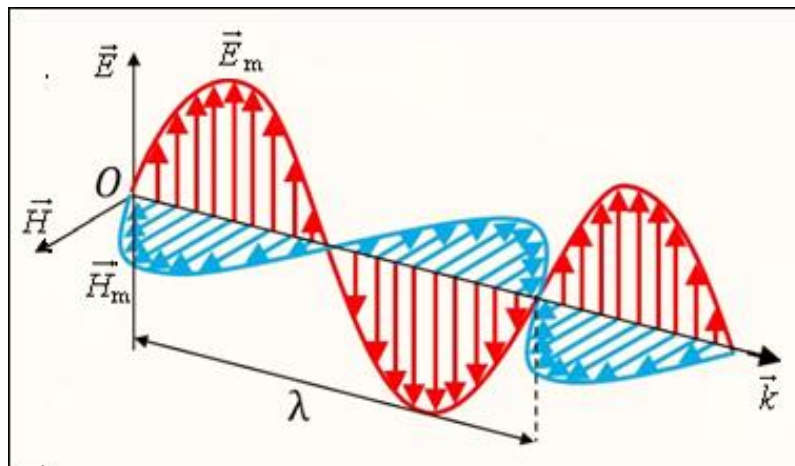


Рис. 3.5.7 . Структура плоскої електромагнітної хвилі (миттєва фотографія)

3. Коливання векторів \vec{E} і \vec{H} відбуваються синфазно, тобто миттєві значення E_y і H_z у будь-якій точці простору набувають значення, задовольняючи співвідношенню

$$E_m \sqrt{\epsilon\epsilon_0} = H_m \sqrt{\mu\mu_0}. \quad (3.5.30)$$

З останньої формули можна одержати відношення E_m до H_m для електромагнітної хвилі, що розповсюджується у вакуумі

$$\frac{E_m}{H_m} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \sqrt{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 36\pi \cdot 10^9} \approx 377 \text{ Ом}. \quad (3.5.31)$$

4. Поширення електромагнітної хвилі супроводжується перенесенням енергії електромагнітного поля.

Введемо позначення: w – густина енергії електромагнітного поля, яку несуть хвилі: вона складається з густини енергії електричного і магнітного полів

$$w = \frac{1}{2}(\varepsilon\varepsilon_0 E^2 + \mu\mu_0 H^2) = \frac{1}{2}(\vec{E}\vec{D} + \vec{B}\vec{H}), \quad (3.5.32)$$

та вектор \vec{S} , що носить назву *вектору Пойнтінга* і має сенс *густини потоку енергії*,

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]. \quad (3.5.33)$$

Інтенсивністю електромагнітної хвилі зветься величина, яка чисельно дорівнює енергії, що несе хвиля за одиницю часу скрізь одиницю площі поверхні, перпендикулярної напрямку розповсюдження хвилі. Інтенсивність I пов'язана з вектором Пойнтінга співвідношенням

$$I = |\vec{S}| = \frac{1}{T} \int_0^T |S| dt, \quad (3.5.34)$$

де T – період хвилі.

Швидкість перенесення енергії називається *груповою швидкістю*, вона визначається як

$$\vec{u} = \frac{\vec{S}}{w}. \quad (3.5.35)$$

Звідси випливає розмірність вектору Пойнтінга в СІ:

$$[S] = [w][u] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}.$$

Групова та фазова швидкості хвилі пов'язані між собою співвідношенням де Бройля: $\vec{u}\vec{v} = c^2$.

У вакуумі $u = v = c$; в середовищі $u \leq c$, тому в середовищі фазова швидкість електромагнітної хвилі v може перевищувати швидкість світла у вакуумі.

Залежність фазової швидкості електромагнітної хвилі в середовищі від частоти хвилі називається *дисперсією*. Середовища, в яких спостерігається це явище зветься *диспергуючими середовищами*. Дисперсія електромагнітної хвилі відсутня тільки в вакуумі.

5. Поряд з енергією електромагнітна хвиля несе імпульс поля. Густина імпульсу електромагнітного поля пов'язана з вектором Пойнтінга співвідношенням

$$\frac{\vec{p}}{V} = \frac{1}{c^2} \vec{S}. \quad (3.5.36)$$

6. З факту існування у електромагнітної хвилі імпульсу випливає, що при її падінні на деяку поверхню вона буде чинити тиск на цю поверхню. Величина тиску визначається за формулою

$$P = (1 + R)\bar{w}, \quad (3.5.37)$$

де R – коефіцієнт відбиття; \bar{w} – середнє значення густини енергії хвилі.

7. Для електромагнітних хвиль, як і для звукових, спостерігається явище, яке називається *ефектом Доплера*.

При русі джерела і (або) приймача звукових хвиль щодо середовища, у якому поширюється звук, частота ν що сприймається приймачем, може виявитися відмінною від частоти звуку ν_0 , що випускається джерелом. Частота звуку, сприйнята приймачем, визначається за формулою

$$\nu = \nu_0 \frac{\nu_{зв} + \nu_{пр}}{\nu_{зв} - \nu_{дж}}, \quad (3.5.38)$$

де $\nu_{зв}$ – швидкість звуку в даному середовищі, $\nu_{пр}$ і $\nu_{дж}$ – відповідно швидкість руху приймача і джерела звуку щодо середовища.

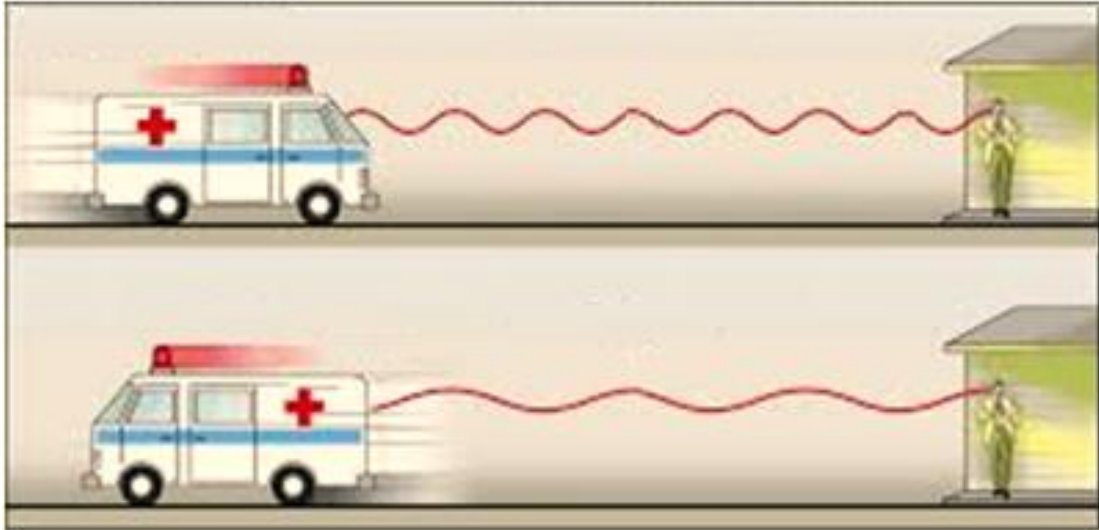


Рис. 3.5.8. Акустичний ефект Доплера

З формули (3.5.38) бачимо, якщо відстань між приймачем і джерелом збільшується, сприйнята частота звуку ν виявляється менше частоти джерела ν_0 , а якщо скорочується, – то більше.

На відміну від акустичного ефекту, ефект Доплера для електромагнітних хвиль визначається тільки відносною швидкістю джерела і приймача. Пов'язано це з тим, що таким хвилям (на відміну від звукових) не потрібно особливого середовища, яке служило б носієм електромагнітних хвиль. Крім того, в електродинаміці ефект Доплера може бути як поздовжнім, так і поперечним. Відповідні формули мають вигляд:

для *поздовжнього ефекту*

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{c - v}{c + v}}; \quad (3.5.39)$$

для *поперечного ефекту*

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad (3.5.40)$$

де v – відносна швидкість джерела і приймача електромагнітного випромінювання (наприклад, світла); c – швидкість світла у вакуумі.

При швидкостях $v \ll c$ написання формул (3.5.39) і (3.5.40) приймає відповідно вигляд

$$v \approx v_0 \left(1 - \frac{v}{c} \right), \quad (3.5.41)$$

$$v \approx v_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right). \quad (3.5.42)$$

З наведених формул (3.5.41) і (3.5.42) видно, що поздовжній ефект Доплера є ефектом першого порядку малості по v/c , а поперечний – другого, тобто поперечний ефект значно слабкіше поздовжнього.

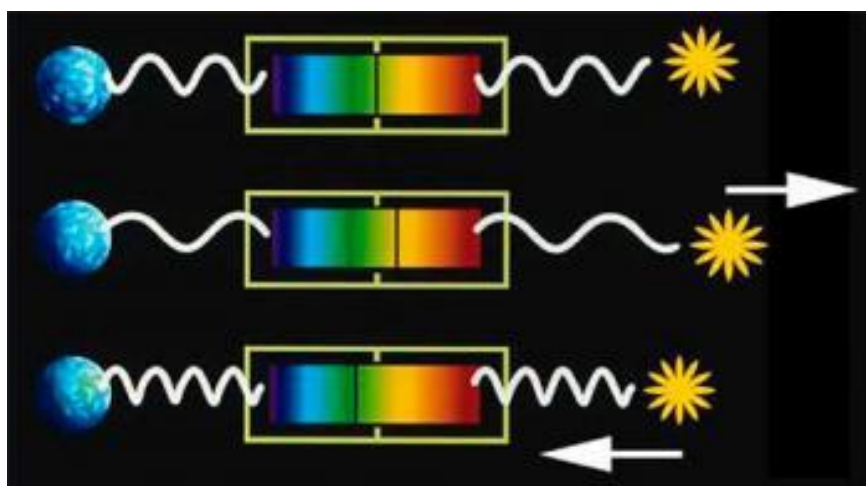


Рис. 3.5.9. Зміщення довжини хвилі, що спостерігається, внаслідок ефекту Доплера

Ефект Доплера знаходить широке практичне застосування і дозволяє вимірювати швидкість руху джерел випромінювання або розсіювання хвилі об'єктів. Наприклад, в астрофізиці він використовується для визначення швидкості руху зірок, а також швидкості обертання небесних тіл. Так, вимірювання доплерівського зсуву ліній у спектрах випромінювання віддалених галактик привели до висновку про розширення Всесвіту. Також ефект Доплера використовується в радіо- і гідролокації для вимірювання швидкості рухомих цілей. У

спектроскопії доплерівське розширення ліній випромінювання атомів та іонів дає спосіб вимірювання їх температури.

Відзначимо нарешті, що електромагнітні хвилі задовольняють законам геометричної оптики, їм притаманні також такі явища, як поляризація, інтерференція і дифракція.

Реальність існування електромагнітних хвиль та їх властивостей довели в своїх дослідах Г. Герц, П. М. Лебедев, О. С. Попов.

Загальний спектр випромінювання електромагнітних хвиль поділений по частоті або по довжині хвилі (табл. 3.5.3) на ділянки, які відрізняються способом випромінювання і властивостями. Безперервний набір частот (довжин хвиль) змінного електромагнітного поля, яке розповсюджується у просторі у вигляді електромагнітної хвилі, зветься *шкалою електромагнітних хвиль*.

Таблиця 3.5.3

Шкала електромагнітних хвиль

Діапазон хвиль	Параметри діапазону	
	Довжина хвилі λ , м	Частота ν , Гц
Гамма- випромінювання	$< 10^{-12} \text{ нм}$	$> 3 \times 10^{20}$
Рентгенівське випромінювання	$10^{-8} - 10^{-12} \text{ нм}$	$3 \times 10^{16} - 3 \times 10^{20}$
Ультрафіолетове випромінювання	$10^{-8} - 4 \times 10^{-7} \text{ нм}$	$7,5 \times 10^{14} - 3 \times 10^{16}$
Видиме світло	$4 \times 10^{-7} - 7,6 \times 10^{-7}$	$3,9 \times 10^{14} - 7,5 \times 10^{14}$
Інфрачервоне випромінювання	$7,6 \times 10^{-7} - 2 \times 10^{-3}$	$1,5 \times 10^{11} - 3,9 \times 10^{14}$
Радіохвилі	$> 2 \times 10^{-3}$	$< 1,5 \times 10^{11}$



Рис. 3.5.10. Шкала електромагнітних хвиль

Електромагнітні хвилі зайшли надзвичайно широке застосування у науці і техніці. *Радіохвилі* являються основою телебачення, радіозв'язку, радіоастрономії, радіолокації. *Інфрачервоне випромінювання* дозволяє отримувати зображення предметів в темряві у приладах нічного бачення (нічні біноклі), в тумані. Використовують також в криміналістиці, в фізіотерапії, в промисловості для сушіння пофарбованих виробів, стін будинків, деревини, фруктів. *Ультрафіолетове випромінювання* в незначних дозах позитивно впливає на стан організму. *Рентгенівське і гамма-випромінювання* застосовують у медицині (діагностика захворювань внутрішніх органів), у промисловості (контроль внутрішньої структури різних виробів, зварних швів, γ -дефектоскопія).

Зазначимо, що границі між діапазонами шкали являються умовними.

Завдання для самоконтролю

1. Що таке вихрове електричне поле? Якими властивостями воно володіє?

2. В чому полягає зміст гіпотези Максвелла про струм зміщення? Чим струм зміщення відрізняється від струму провідності?

3. Як записується повна система рівнянь Максвелла в інтегральній и диференціальній формах?

4. Які основні слідства випливають із рівнянь Максвелла?

5. Якими рівняннями описується електромагнітна хвиля? Які її основні властивості?

6. В чому полягає сутність ефекту Доплера?

7. Назвіть і охарактеризуйте діапазони шкали електромагнітних хвиль.

8. Плоска монохроматична електромагнітна хвиля має наступні параметри: $E_m = 5 \cdot 10^{-5}$ В/м, $\lambda = 100$ м. Яка енергія переноситься хвилею за $t = 10$ хвилин скрізь площину $S = 1$ м², яка розміщена перпендикулярно швидкості поширення хвилі?

Відповідь: $19,9 \cdot 10^{-3}$ Дж.

10. Який тиск діє плоска електромагнітна хвиля на площину, коефіцієнт відбиття якої становить 0,9 і яка розміщена під кутом 30° до напрямку поширення хвилі, якщо амплітуда напруженості магнітного поля $3 \cdot 10^{-4}$ А/м?

Відповідь: $2,6 \cdot 10^{-14}$ Н/м².

ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ

1. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики. Т. 1 : Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. Київ: Техніка, 2006. 532 с.
2. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики. Т. 2 : Електрика і магнетизм. Київ : Техніка, 2006. 452 с.
3. Мовчан С. П. Електрика та магнетизм : конспект лекцій. Харків : ХНАДУ, 2005. 268 с.
4. Гаврилова Т. В., Єрьоміна О. Ф., Степанов О. О., Чаплигін Є. О., Шиндерук С. О. Фізика. Електродинаміка. Оптика. Атомна і ядерна фізика : навч. посіб. Харків : ХНАДУ, 2016. 246 с.
5. Гаврилова Т. В. та ін. Методичні вказівки і контрольні завдання для виконання розрахунково-графічних робіт з фізики. Розділ «Електрика і магнетизм». Харків : ХНАДУ, 2019. 65 с.
6. Скіцько І. Ф., Скіцько О. І. Фізика (Фізика для інженерів) [Електронний ресурс] : підруч. для студентів, які навчаються за техн. спец. / НТУУ КПІ ім. Ігоря Сікорського ; ред. А. О. Авраменко. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017. 513 с. URI: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/19035>.
7. Яцура М. М. Курс загальної фізики : навч. посіб. Івано-Франківськ : Вид-во ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника», 2017. 571 с.
8. Masud Chaichian, Ioan Merches, Daniel Radu, Anca Tureanu. Electrodynamics : an Intensive Course. Springer, 2016. 669 p.
9. Hammond P. Electromagnetism for Engineers : an Introductory Course. 3rd Edition. Pergamon Press, 1986. 200 p.
10. Noah M MacKay. Theory of Physics. Volumes 1 & 2 : Classical Mechanics & Electromagnetism (The Theory of Physics). Independently published : 2020. 221 p.
11. Kelly P. F. Electricity and Magnetism. 1st Edition. CRC Press : 2014. 418 p.

Правила диференціювання

1. Визначення похідної

$$\frac{dy(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x},$$

де Δy – приріст функції, Δx – приріст аргументу.

2. Похідна константи дорівнює нулю

$$\frac{d(\text{const})}{dx} = 0.$$

3. Постійна величина виноситься за знак похідної (диференціювання)

$$\frac{d(\text{const} \cdot y(x))}{dx} = \text{const} \cdot \frac{dy(x)}{dx}.$$

4. Похідна суми-різниці дорівнює суми-різниці похідних,

$$\frac{d}{dx}(U(x) \pm V(x)) = \frac{dU(x)}{dx} \pm \frac{dV(x)}{dx}.$$

5. Похідна добутку,

$$\frac{d}{dx}(U(x) \cdot V(x)) = \frac{dU(x)}{dx} \cdot V(x) + \frac{dV(x)}{dx} \cdot U(x).$$

6. Похідна відношення функцій,

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{U(x)}{V(x)} \right) = \frac{\frac{dU(x)}{dx} \cdot V(x) - \frac{dV(x)}{dx} \cdot U(x)}{V^2(x)}.$$

Таблиця простіших похідних

1. Статечна (степенна) функція

$$\frac{dx^n}{dx} = n \cdot x^{n-1}.$$

2. Гармонічні функції

$$\frac{d(\sin x)}{dx} = \cos x; \quad \frac{d(\cos x)}{dx} = -\sin x;$$

$$\frac{d(\sin(\alpha \cdot x))}{dx} = \alpha \cdot \cos(\alpha \cdot x); \quad \frac{d(\cos(\alpha \cdot x))}{dx} = -\alpha \cdot \sin(\alpha \cdot x).$$

3. Експоненціальна функція

$$\frac{d(e^x)}{dx} = e^x; \quad \frac{d(e^{\alpha x})}{dx} = \alpha \cdot e^{\alpha x}.$$

4. Функція – натуральний логарифм,

$$\frac{d(\ln(x))}{dx} = \frac{1}{x}.$$

Правила інтегрування.

$$1. \int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{1}{n+1} \cdot (b^{n+1} - a^{n+1}), n \neq -1.$$

$$n = -1: \int_a^b x^{-1} dx = \int_a^b \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_a^b = \ln b - \ln a = \ln \frac{b}{a}.$$

2. $\alpha = \text{const}$,

$$\int_a^b \sin \alpha x dx = \frac{-\cos \alpha x}{\alpha} \Big|_a^b = -\frac{1}{\alpha} \cdot (\cos(\alpha \cdot b) - \cos(\alpha \cdot a)),$$

$$\int_a^b \cos \alpha x dx = \frac{\sin \alpha x}{\alpha} \Big|_a^b = \frac{1}{\alpha} \cdot (\sin(\alpha \cdot b) - \sin(\alpha \cdot a)).$$

$$3. \int_a^b e^{\alpha x} dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha} \Big|_a^b = \frac{1}{\alpha} \cdot (e^{\alpha \cdot b} - e^{\alpha \cdot a}), \quad \alpha = \text{const}.$$

Таблиця 1

Літери грецького алфавіту

Α,α-альфа	Ι,ι-йота	Ρ,ρ-ро
Β,β-бета	Κ,κ-капа	Σ,σ-сігма
Γ,γ-гама	Λ,λ-ланбдо	Τ,τ-тау
Δ,δ-дельта	Μ,μ-мю	Υ,υ-іпсілон
Ε,ε-епсилон	Ν,ν-ню	Φ,φ-фі
Ζ,ζ-дзета	Ξ,ξ-ксі	Χ,χ-хі
Η,η-ета	Ο,ο-омікрон	Ψ,ψ-псі
Θ,θ-тета	Π,π-пі	Ω,ω-омега

Таблиця 2

Деякі фундаментальні фізичні величини (сталі)

№	Стала	Позначення	Числове значення
1	Стала тяжіння	G, γ	$6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
2	Швидкість світла у вакуумі	C	$2,9979 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
3	Стала Авогадро	N_A	$6,0220 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
4	Універсальна молярна газова стала	R	$8,3144 \cdot \text{Дж/ моль К}$
5	Стала Больцмана	K	$1,3806 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
6	Стала Фарадея	F	$9,65 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}$
7	Стала Планка	H	$6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
8	Елементарний заряд	e	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
9	Атомна одиниця маси	$a. o. m.$	$1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
10	Маса електрона у стані спокою	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}; 5,49 \cdot 10^{-4} \text{ а.о.м.}$
11	Маса протона у стані спокою	m_p	$1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг}; 1,00728 \text{ а.о.м.}$
12	Маса нейтрона у стані спокою	m_n	$1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}; 1,00867 \text{ а.о.м.}$

Таблиця 3

Множники та префікси утворення кратних і часткових одиниць

Найменування	Позначення	Множник	Найменування	Позначення	Множник
Пета	<i>P</i>	10^{15}	Деці	<i>d</i>	10^{-1}
Тера	<i>T</i>	10^{12}	Санті	<i>c</i>	10^{-2}
Гіга	<i>G</i>	10^9	Мілі	<i>m</i>	10^{-3}
Мега	<i>M</i>	10^6	Мікро	<i>mk</i>	10^{-6}
Кіло	<i>k</i>	10^3	Нано	<i>n</i>	10^{-9}
Гекто	<i>h</i>	10^2	Піко	<i>p</i>	10^{-12}
Дека	<i>da</i>	10^1	Фемто	<i>f</i>	10^{-15}

Таблиця 4

Основні астрофізичні величини (сталі)

№	Стала	Позначення	Числове значення
1	Маса Землі	M_{\oplus}, M_z	$5,976 \cdot 10^{24}$ кг
2	Радіус Землі		
	середній		6371030 м
	екваторіальний	R_{\oplus}, R_z	6378164 м
	полярний		6356799 м
3	Прискорення вільного падіння		
	нормальне (стандартне)		$9,8066 \text{ м/с}^2$
	на екваторі	<i>g</i>	$9,7804 \text{ м/с}^2$
	на полюсі		$9,8323 \text{ м/с}^2$
	На широті 45°		$9,8061 \text{ м/с}^2$
4	Маса Сонця	M_{\odot}, M_c	$1,989 \cdot 10^{30}$ кг
5	Радіус Сонця	R_{\odot}, R_c	$6,9599 \cdot 10^8$ км
6	Маса Місяця	M_M	$7,357 \cdot 10^{22}$ кг
7	Середня відстань між Землею та Місяцем	R_{zM}	384400 км
8	Парсек	<i>пк</i>	$3,085678 \cdot 10^{16}$ м
9	Світловий рік	<i>св. рік</i>	$9,460530 \cdot 10^{15}$ м
10	Середня швидкість руху Землі по орбіті	v_{orb}	$3 \cdot 10^4$ м/с

Таблиця 5

Питомий опір ρ та температурний коефіцієнт α (при $t = 20^\circ\text{C}$)

Провідник	ρ , нОм·м	α , К ⁻¹	Провідник	ρ , нОм·м	α , К ⁻¹
Алюміній	28	0,0038	Мідь	17,2	0,0043
Вольфрам	55	0,0051	Нікелін	400	0,000017
Вугілля	40	-0,0008	Ніхром	980	0,00026
Графіт	8000	-0,0008	Ртуть	958	0,0009
Залізо	98	0,0062	Свинець	211	0,0042
Константан	480	0,00002	Сталь	120	0,006
Молибден	54	0,00002	Срібло	16	0,0038

Таблиця 6

Електрохімічні еквіваленти k

Провідник	Валентність	k , мг/Кл	Провідник	Валентність	k , мг/Кл
Алюміній	3	0,0932	Мідь	1	0,660
Водень	1	0,0104	Мідь	2	0,3294
Залізо	2	0,289	Нікель	2	0,304
Залізо	3	0,193	Нікель	3	0,203
Золото	1	2,043	Срібло	1	1,118
Золото	2	0,681	Хром	2	0,180
Кисень	2	0,0829	Цинк	2	0,3388

Таблиця 7

Діелектричні проникності речовини ϵ

Речовина	ϵ	Речовина	ϵ
Повітря	1,000594	Фарфор	4,5 – 6,0
Парафін	2,0 – 2,2	Поліхлорвініл	5,0
Поліетилен	2,2 – 2,3	Скло	5,0 – 15,0
Газ	2,0 – 2,1	Шифер	6,0 – 10,0
Масло(трансф.)	2,0 – 2,2	Ацетон	21,4
Ебоніт	3,0 – 4,0	Спирт	25,0 – 28,0
Дерево, гетинакс	3,5 – 5,0	Вода (дисцил.)	21,0
Слюда	4 – 10	Спец. кераміка	до 10000

Таблиця 8

Магнітна сприйнятливість діа- та парамагнетиків

Діамагнетики	$\chi < 0$	Парамагнетики	$\chi > 0$
Водень	-0,063	Азот	0,013
Бензол	- 7,5	Повітря	0,38
Вода	- 9,0	Кисень	1,9
Мідь	- 10,3	Ебоніт	14
Скло	- 12,6	Алюміній	23
Кам'яна сіль	- 12,6	Вольфрам	176
Кварц	- 15,1	Платина	360
Вісмут	- 176	Зкраплений кисень	3400

Таблиця 9

Показники заломлення речовини для $\lambda = 589,3$ нм

Речовина	n	Речовина	n
Алмаз	2,4173	Кам'яна сіль	1,5443
Аміак	1,325	Канад. бальзам	1,542
Арсенід галію	3,927	Кварц	1,4584
Ацетон	1,36	Кедрове масло	1,505
Бензол	1,5014	Лід (-4 С)	1,31
Вакуум	1	Повітря	1,0002926
Вода (20 С)	1,33299	Поліетилен	1,5750
Гелій	1,000036	Плексиглас	1,491
Гліцерин	1,4659	Скипидар (20 С)	1,47
Ісландський шпат	1,48643	Скло	1,50

Таблиця 10

Робота виходу електрона з металів

Метал	A, eV	Метал	A, eV	Метал	A, eV
Алюміній	3,74	Літій	2,39	Рубідій	2,13
Вісмут	4,62	Мідь	4,47	Срібло	4,28
Вольфрам	4,50	Молібден	4,27	Тантал	4,07
Залізо	4,36	Натрій	2,30	Титан	3,92
Золото	4,68	Нікель	5,00	Цезій	1,89
Кобальт	4,25	Платина	5,29	Цинк	3,75