Міністерство освіти і науки України
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ УНІВЕРСИТЕТ

Т. В. Гаврилова, С. О. Шиндерук, Є. О. Чаплигін

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

Розділ «Електродинаміка»

Під загальною редакцією д-ра техн. наук, професора Батигіна Ю.В.

Харків
ХНАДУ
2022

Укладачі: Гаврилова Т. В.,
Шиндерук С.О.,
Чаплигін Є.О.

Кафедра фізики

Методичні вказівки містять основний довідковий матеріал за темами курсу фізики відповідно до робочої програми даної дисципліни; приклади розв'язання типових задач; завдання для самостійної роботи. Матеріал скомпонований за темами розділів «Електростатика», «Постійний струм», «Електромагнетизм». Даний навчально-методичний посібник може бути рекомендований здобувачам вищої освіти молодших курсів університету при дистанційній формі навчання.

ЗМІСТ

Практичне заняття 1. Електростатика

Практичне заняття 2. Потенціал. Енергія системи електричних зарядів.

Практичне заняття 3. Електроємність. Конденсатори.

Практичне заняття 4. Закони постійного струму

Практичне заняття 5. Електричний струм у різних середовищах

Практичне заняття 6. Магнітне поле постійного струму

Практичне заняття 7. Електромагнітна індукція

Практичне заняття 8. Електромагнітні коливання й хвилі.
Змінний струм. Магнітні властивості речовини

Рекомендації до розв'язування завдань

Запропонувати єдину схему рішення завдань неможливо, проте можна рекомендувати певну послідовність дій. Приступаючи до рішення завдань по якому-небудь розділу, необхідно ознайомитися з конкретними фізичними поняттями і співвідношеннями цього розділу, розібрати наведені приклади рішення завдань. При самостійному рішенні завдань доцільно дотримуватися наступної схеми:

1) по умові завдання уявіть собі фізичне явище, про яке йде мова, зробіть короткий запис умови, виразив початкові дані в одиницях СІ;
2) зробіть, якщо це необхідно, малюнок, що пояснює описуваний в завданні процес;
3) напишіть рівняння або систему рівнянь, що відображають фізичний процес;
4) перетворіть рівняння так, щоб в них входили лише початкові дані і табличні величини;
5) вирішіть завдання в загальному вигляді; зробіть обчислення і оцініть реальність числової відповіді.

Практичне заняття 1. Електростатика

Довідковий матеріал

Закон Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2},$$

де F – сила взаємодії двох точкових зарядів q_1 і q_2; r – відстань між зарядами; ε – діелектрична проникність середовища; ε_0 – електрична стала:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}\,\text{Ф/м} = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\text{Ф/м}.$$

Закон збереження заряду

$$\sum_{i=1}^{n} q_i = \text{const},$$

де $\sum\limits_{i=1}^{n} q_i$ – алгебраїчна сума зарядів, що входять в ізольовану систему, n – число зарядів.

Напруженість електричного поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

де $\vec{F}$ — сила, що діє на точковий позитивний заряд q, поміщений у дану точку поля.

Сила, що діє на точковий заряд q, поміщений в електричне поле

$$\vec{F} = q\vec{E}.$$

Принцип суперпозиції (накладення) електричних полів:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n.$$

У випадку двох електричних полів з напруженостями $\vec{E}_1$ й $\vec{E}_2$ модуль вектору напруженості

$$E = \sqrt{E^2{}_1 + E^2{}_2 + 2E_1E_2\cos\alpha},$$

де α − кут між векторами E_1 і E_2.

Напруженість електричного поля, створюваного **точковим зарядом** q на відстані r від заряду

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon \cdot r^2}.$$

Напруженість електричного поля, створюваного **металевою сферою** радіусом *R,* що несе заряд *q*, на відстані *r* від центра сфери:
а) усередині сфери *(r<R)*

$$E=0;$$

б) на поверхні сфери *(r=R)*

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon R^2};$$

в) поза сферою *(r>R)*

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon\cdot r^2}.$$

Напруженість поля, створюваного **нескінченно довгою рівномірно зарядженою ниткою (або циліндром)** на відстані *r* від її осі

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\tau}{\varepsilon\cdot r},$$

де τ – лінійна густина заряду.

Лінійна густина заряду є величина, рівна відношенню заряду, розподіленого по нитці, до довжини нитки (циліндра)

$$\tau=\frac{\Delta q}{\Delta l}.$$

Напруженість поля, створюваного **нескінченною рівномірно зарядженою площиною**

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon},$$

де σ – поверхнева густина заряду.

Поверхнева густина заряду є величина, рівна відношенню заряду, розподіленого по поверхні, до площі цієї поверхні

$$\sigma=\frac{\Delta q}{\Delta S}.$$

Напруженість поля, створюваного двома паралельними нескінченними рівномірно й різнойменно зарядженими площинами, з однакової по модулі поверхневою густиною σ заряду (поле плоского конденсатора)

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}.$$

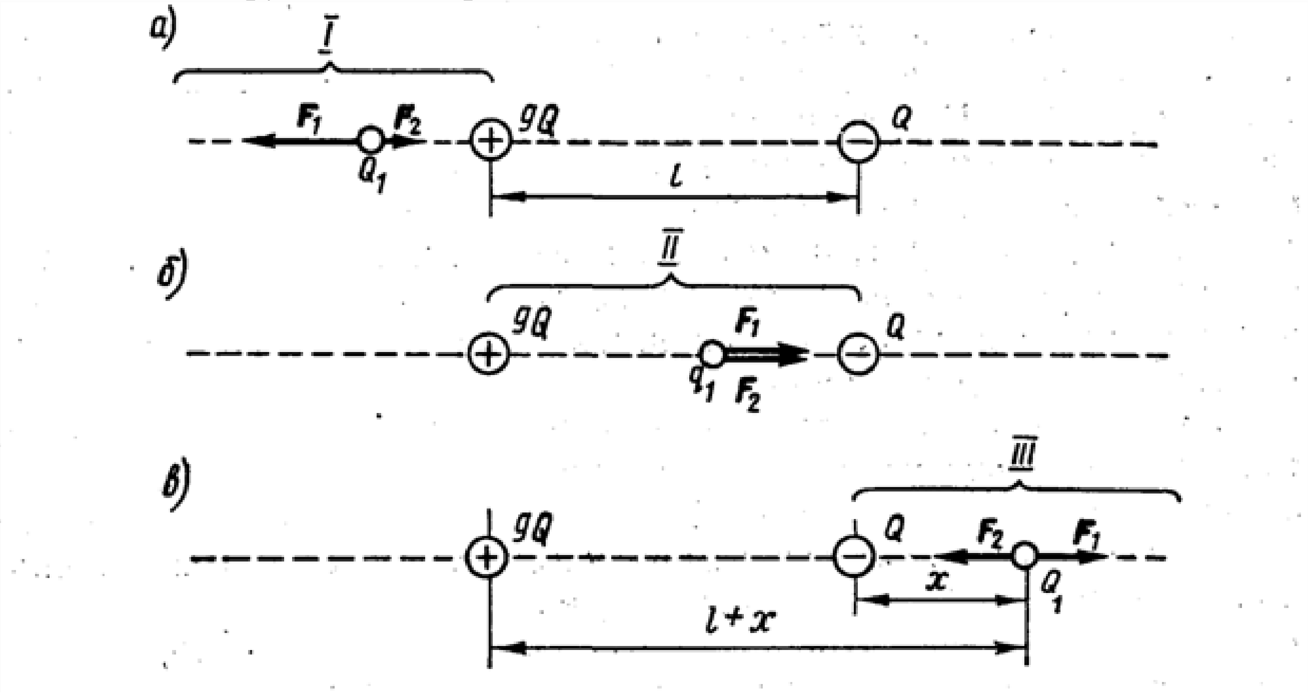
Приклад 1. Два заряди $9Q$ і $-Q$ закріплені на відстані l=50 см один від одного. Третій заряд Q_1 може переміщатися лише вздовж прямої, що проходить через заряди. Визначити положення заряду Q_1, у якому він буде перебувати у рівновазі. За якого знаку заряду Q_1 рівновага буде стійкою?

Рішення.

Заряд Q_1 перебуватиме в рівновазі в тому випадку, якщо векторна сума сил, що діють на нього, дорівнюватиме нулю. Це означає, що у заряд Q_1 мають діяти дві сили, рівні за модулем і протилежні за напрямом. Розглянемо, на якій із трьох ділянок I, II, III (рис.) може бути виконана ця умова. Для певності вважатимемо, що заряд Q_1– позитивний.

На ділянці I (рис. а) на заряд Q_1 діють дві протилежно спрямовані сили: F_1 та F_2. Сила F_1, що діє з боку заряду $9Q$, у будь-якій точці цієї ділянки буде більшою, ніж сила F_2, що діє з боку заряду $-Q$, оскільки більший (за модулем) заряд 9Q завжди знаходиться ближче до заряду Q_1, ніж менший заряд -Q. Тому рівновага на цій ділянці неможлива;

На ділянці II (рис.б) обидві сили F_1 та F_2 спрямовані в один бік – до заряду $-Q$. Отже, і на другій ділянці рівновага неможлива.



На ділянці III (рис. в) сили F_1 і F_2 напрямок протилежні сторони, так само як і на ділянці I, але на відміну від нього менший (за модулем) заряд ($-Q$) завжди знаходиться ближче до заряду Q_1, ніж більший заряд ($9Q$). Це означає, що можна знайти таку точку на прямій, де сили F_1 і F_2 будуть однакові за модулем, тобто.

$$|F_1|=|-F_2|. \qquad (1)$$

Нехай відстань від меншого заряду до заряду Q_1 дорівнює x тоді відстань від більшого заряду буде $l+x$. Виражаючи у рівності (1) F_1 та F_2 відповідно до закону Кулона, отримаємо

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{9Q\cdot Q_1}{\left(l+x\right)^2}$$

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\cdot Q_1}{x^2}$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{9Q\cdot Q_1}{\left(l+x\right)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\cdot Q_1}{x^2}$$

$$\frac{9}{(l+x)^2} = \frac{1}{x^2}$$

$$9x^2 = (l+x)^2$$

$$\sqrt{9x^2} = \sqrt{(l+x)^2}$$

$$\pm 3x = l + x$$

$$x = \frac{l}{2}$$

$$x = -\frac{l}{4}$$

$$0,4 \quad мм = 4\cdot 10^{-1} мм = 4\cdot 10^{-1}\cdot 10^{-3} м = 4\cdot 10^{-4} м$$

Зменшуючи на QQ_1 і ізвлікаючи з обох частин рівності квадратний корінь, знайдемо $l+x=\pm 3x$, звідки $x_1=+l/2$ та $x_2= -l/4$.

Корінь x_2 не задовольняє фізичну умову задачі (у цій точці сили F_1 і F_2 хоч і рівні за модулем, але спрямовані в один бік).

Визначимо знак заряду, у якому рівновага буде стійким. Розглянемо зміщення заряду Q_1 у двох випадках: 1) заряд позитивний; 2) заряд негативний.

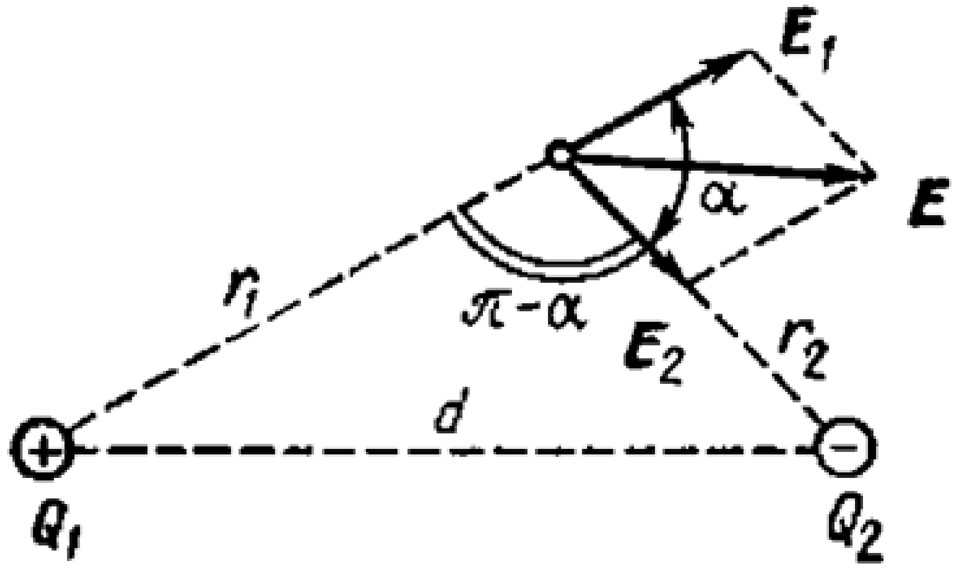
1. Якщо заряд Q_1 є позитивним, то при зміщенні його вліво обидві сили F_1 і F_2 зростають, але F_1 зростає повільніше (заряд $9Q$ завжди знаходиться далі, ніж $-Q$). Отже, F_2 (за модулем) більше, ніж F_1, і на заряд Q_1 діятиме результуюча сила, спрямована також вліво. Під дією цієї сили заряд Q_1 віддаляється від положення рівноваги. Те саме відбувається і при зміщенні заряду Q_1 праворуч. Сила F_2 меншає швидше, ніж F_1. Векторна сума сил у разі спрямовано праворуч. Заряд під дією цієї сили також переміщатиметься праворуч, тобто віддалятися від положення рівноваги. Таким чином, у разі позитивного заряду рівновага є нестійкою.

2. Якщо заряд Q_1 негативний, його зміщення вліво викличе збільшення сил F_2 і F_1, але сила F_1 зростає повільніше, ніж F_2, тобто $|F_2|<|F_1|$.

Результуюча сила буде спрямована праворуч. Під дією цієї сили заряд Q_1 повертається до положення рівноваги. При зміщенні Q_1 праворуч сила F_2 меншає швидше, ніж F_1, т. е. $|F_1|>|F_2|$. результуюча сила спрямована вліво і заряд Q_1 знову повертатиметься до положення рівноваги. **При негативному заряді Q_1 рівновага є стійкою.** Розмір самого заряду Q_1 несуттєвий.

Приклад 2. Електричне поле створено двома точковими зарядами: Q_1=30 нКл=$3{,}0\cdot10^{-8}$ Кл і Q_2 = –10 нКл. Відстань d між зарядами дорівнює 20 см. Визначити напруженість електричного поля в точці, що знаходиться на відстані r_1=15 см від першого та на відстані r_2=10 см від другого заряду.

Дано:	СІ	Рішення:
Q_1 = 30 нКл	$3\cdot10^{-8}$Кл	
Q_2 = –10 нКл	-10^{-8}Кл	
r_1=15 см	0,15 м	
r_2=10 см	0,1 м	
d=20 см	0,2 м	
E – ?		



Відповідно до принципу суперпозиції електричних полів, кожен заряд створює поле незалежно від присутності у просторі інших зарядів. Тому напруженість $\vec{E}$ електричного поля в точці, що шукається, може бути знайдена як векторна сума напруженостей $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ полів, створюваних кожним зарядом окремо: $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$.

Напруженості електричного поля, створюваного у вакуумі першим та другим зарядами, відповідно рівні

$$E_1=\frac{|Q_1|}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2};\qquad E_2=\frac{|Q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \tag{1}$$

Вектор $\vec{E}_1$ (рис.) направлений вздовж силової лінії від заряду Q_1, так як заряд $Q_1 > 0$; вектор $\vec{E}_2$ направлений також по силовій лінії, але до заряду Q_2, так як $Q_2 < 0$. Модуль вектору E знайдемо по теоремі косинусів:

$$E=\sqrt{E_1^2+E_2^2+2E_1E_2\cos\alpha}\,, \tag{2}$$

де кут α може бути знайдений із трикутника зі сторонами r_1, r_2 и d:
В даному випадку, щоб запобігти ускладнень, підрахуємо окремо значення $\cos\alpha$:

$$d^2=r_1^2+r_2^2-2r_1r_2\cos(\pi-\alpha)=r_1^2+r_2^2+2r_1r_2\cos\alpha$$

$$\cos\alpha=\frac{d^2-r_1^2-r_2^2}{2r_1r_2}.$$

$$\cos\alpha=\frac{0,2^2-0,15^2-0,1^2}{2\cdot 0,15\cdot 0,1}=0,25$$

$$\cos\alpha=0,25.$$

Підставимо вираження E_1 и E_2 по формулам (1) в рівність (2), одержимо:

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0{}^2}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4}+\frac{Q_2^2}{r_2^4}+2\frac{|Q_1||Q_2|}{r_1^2r_2^2}\cos\alpha}\,.$$

Знайдемо чисельне значення:

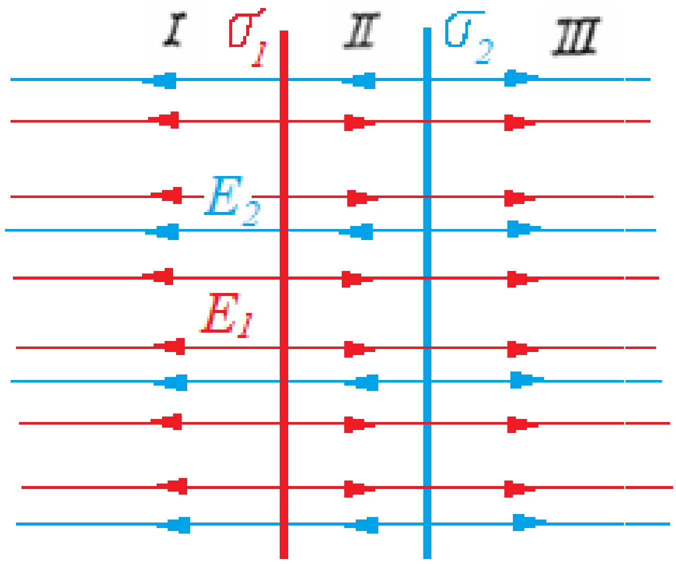
$$E=9\cdot 10^9\sqrt{\frac{(30\cdot 10^{-9})^2}{(15\cdot 10^{-2})^4}+\frac{(10\cdot 10^{-9})^2}{(10\cdot 10^{-2})^4}+2\frac{(30\cdot 10^{-9})(10\cdot 10^{-9})}{(15\cdot 10^{-2})^2(10\cdot 10^{-2})^2}0,25}=$$

$$=1,67\cdot 10^4(\text{В}/\text{м})=16,7(\text{кВ}/\text{м}).$$

Приклад 3. Електричне поле було створено двома паралельними нескінченними зарядженими площинами з поверхневою густиною заряду σ_1 =0,4 мКл/м^2=4$\cdot$10^{-4} Кл/м^2 та σ_2 = 0,1 мКл/м^2. Визначте напруженість електричного поля, створеного цими зарядженими площинами.

Дано:	СІ
$\sigma_1 = 0{,}4$ мКл / м^2	$4\cdot10^{-4}$ Кл/м^2
$\sigma_2 = 0{,}1$ мКл / м^2	10^{-4} Кл/м^2
$E - ?$	

Рішення:



Відповідно до принципу суперпозиції електричних полів, кожна площина створює поле незалежно від присутності у просторі іншої. Тому напруженість $\vec{E}$ електричного поля в областях, що роздивляються, може бути знайдена як векторна сума напруженостей $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ полів, створюваних кожною площиною окремо: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.

Напруженості поля, створюваного нескінченними рівномірно зарядженими площинами у вакуумі

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}, \qquad E_2 = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\ . \tag{1}$$

Площини поділяють увесь простір на три області: I, II, III. Як бачимо із малюнка, у першій і третій області електричні силові лінії обох полів спрямовані в один бік, тобто напруженості сумарних полів у цих областях дорівнюють одна одній за модулем

$$E^{I} = E^{III} = E_1 + E_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\varepsilon_0}.$$

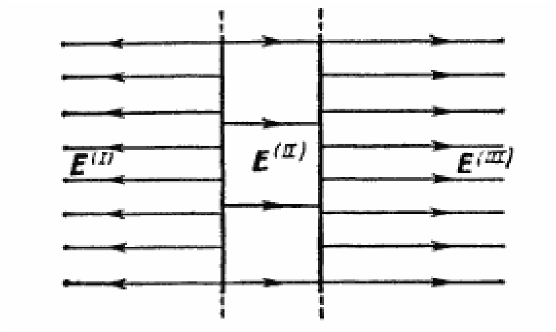
У другій області (між площинами) електричні силові лінії спрямовані в протилежні боки, і тобто напруженість поля E^{II} дорівнює різниці напруженостей полів, які створюють перша і друга площина.

$$E^{II} = \left|E_1 - E_2\right| = \frac{\left|\sigma_1 - \sigma_2\right|}{2\varepsilon_0}.$$

Підставимо чисельні дані і одержимо

$$E^{I}=E^{III}=\frac{4\cdot 10^{-4}+10^{-4}}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}=28{,}3\cdot 10^{6}\,(\text{В/м})\,,$$

$$E^{II}=\frac{1}{2}\frac{\left|4\cdot 10^{-4}-10^{-4}\right|}{8{,}85\cdot 10^{-12}}=17\cdot 10^{6}\,(\text{В/м})\,.$$



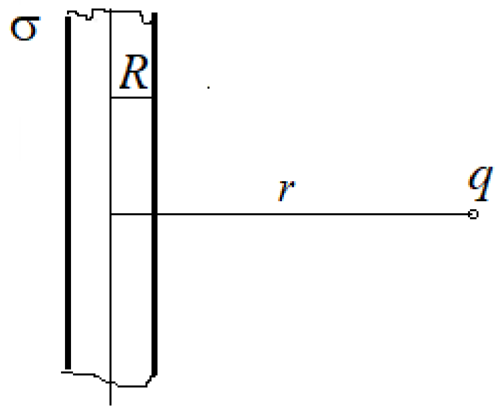
Приклад 4. Точковий заряд q = 25 нКл перебуває в полі, створеному прямим нескінченним циліндром радіусом R = 1 см, рівномірно зарядженим з поверхневою густиною σ = 2 мкКл/м^2. Визначити силу, що діє на заряд, розташований від осі циліндра на відстані r = 10 см.

Дано:	СІ	Рішення:
q = 25 нКл	$25\cdot 10^{-9}$ Кл	Сила, що діє на заряд q, якій перебуває в полі
σ = 2 мкКл/м^2	$2\cdot 10^{-6}$ Кл/м^2	$F=qE,$
R = 1 см	10^{-2} м	
r = 10 см	0,1 м	де E – напруженість поля в точці, у якій перебуває заряд q.
F –?		

Як відомо, напруженість поля нескінченно довгого рівномірно зарядженого циліндра

$$E=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}\,,$$

де τ – лінійна густина заряду.



$$\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{2\pi Rl}$$

$$Q = \sigma 2\pi Rl$$

$$\tau = \frac{Q}{l} = \frac{\sigma 2\pi Rl}{l}$$

$$\tau = \sigma 2\pi R$$

Виразимо лінійну густину τ через поверхневу густину σ. Для цього виділимо елемент циліндра довжиною l і виразимо заряд q_1, що перебуваєна ньому, двома способами

$$q_1=\sigma S=\sigma 2\pi Rl \quad \text{і} \quad q_1=\tau l.$$

Дорівнявши праві частини цих рівностей, одержимо $\tau l = 2\pi Rl\sigma$. Після скорочення на l знайдемо $\tau = 2\pi R\sigma$,тоді формула напруженості поля прийме вид

$$E= \frac{2\pi R\sigma}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{R\sigma}{\varepsilon_0 r}$$

Підставивши цей вираз в формулу сили, діючої на заряд q, що перебуває в полі, знайдемо шукану силу

Оскільки R і r входять у формулу у вигляді відношення, то вони

$$F = \frac{qR\sigma}{\varepsilon_0 r}$$

$$F = \frac{25 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-2} 2 \cdot 10^{-6}}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,1} = 5,6 \cdot 10^{-4} \quad (H)$$

можуть бути виражені в будь-яких, але тільки однакових одиницях.

Напрямок сили $\vec{F}$ збігається з напрямком вектору напруженості $\vec{E}$, а останній у силу симетрії (циліндр нескінченно довгий) спрямований перпендикулярно циліндру.

Задачі для самостійної роботи

1. На нитках довжиною L = 20 см кожна підвішені в одній точці дві кульки масою $m = 0,1$ г кожна. Отримавши однаковий заряд, кульки розійшлися так, що нитки утворили між собою кут α = 60 °. Знайти заряд кожної кульки.
Відповідь: 50,1 нКл.
2. Який заряд q потрібно повідомити кожному з двох однакових кульок масою m = 1 г кожен, щоб сила взаємного відштовхування зарядів зрівноважила силу взаємного тяжіння кульок за законом тяжіння Ньютона? Розглядати кульки як матеріальні точки.
Відповідь: 86,7 10^{-15} Кл.
3. Тонкий стрижень довжиною l = 10 см рівномірно заряджений. Лінійна густина τ заряду дорівнює 10 мкКл / м. На продовженні осі стрижня на відстані a = 20 см від найближчого його кінця знаходиться точковий заряд q = 10 нКл. Визначити силу F взаємодії заряджених стрижня і точкового заряду.
Відповідь: 6,37 мН.
4. Дві однакових заряджених кулі, що проводять, знаходяться на відстані r = 60 см. Сила тяжіння F_1 куль дорівнює 70 мкН. Після того, як кулі були приведені в зіткнення і віддалені один від одного на колишню відстань, вони стали відштовхуватися з силою F_2 = 160 мкН. Визначити заряди q_1 і q_2, які були на кулях до їх зіткнення. Діаметр куль вважати багато меншим відстані між ними.
Відповідь: 0,14 мкКл, 20 нКл.
5. У центр квадрата, в кожній вершині якого знаходиться заряд q = 0,3 нКл, поміщено негативний заряд q_0. Знайти цей заряд, якщо на кожен заряд q діє результуюча сила F = 0.
Відповідь: – 0,287 нКл.
6. Відстань d між двома точковими зарядами q_1 = + 8 нКл і q_2 = – 5,3 нКл дорівнює 40 см. Обчислити напруженість E поля в точці, що лежить посередині між зарядами. Чому буде дорівнювати напруженість, якщо другий заряд буде позитивним?
Відповідь: 2,99 кВ/м, 607 В/м.
7. Електричне поле створено двома нескінченними паралельними пластинами, що несуть рівномірно розподілений по площі заряд з поверхневими густинами σ_1 = 2 нКл/м^2 і σ_2 = – 5 нКл/м^2. Визначити напруженість E поля: 1) між пластинами; 2) поза пластин.
Відповідь: 396 В/м; 170 В/м.
8. Дві нескінченні паралельні пластини рівномірно заряджені з поверхневою

густиною σ_1 = 10 нКл/м^2 і σ_2 = – 30 нКл/м^2. Визначити силу взаємодії між пластинами, що припадає на площу S = 1 м^3.
Відповідь: 17 мкПа.

Практичне заняття 2. Потенціал. Енергія системи електричних зарядів.

Довідковий матеріал

Потенціал електричного поля

$$\varphi = \frac{W_\text{п}}{q} \text{ або } \varphi = \frac{A}{q}.$$

Потенціал електричного поля, створюваний **точковим зарядом** q на відстані r від заряду

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}.$$

Потенціал електричного поля, створюваного **металевою сферою** радіусом R, що несе заряд q, на відстані r від центра сфери
а) усередині сфери ($r < R$)

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R},$$

б) на поверхні сфери ($r = R$)

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R},$$

в) поза сферою ($r > R$)

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}.$$

Принцип суперпозиції електричних полів

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i.$$

Енергія W взаємодії системи точкових зарядів q_1, q_2, ..., q_n

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i\varphi_i,$$

де φ_i – потенціал поля, створюваного всіма n–1 зарядами (за винятком n-го) у точці, де розташований заряд q_i.

Потенціал пов'язаний з напруженістю електричного поля співвідношенням

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\varphi.$$

У випадку електричного поля, що має сферичну симетрію, цей зв'язок виражається формулою

$$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dr}\frac{\vec{r}}{r},$$

або в скалярній формі

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

У випадку однорідного поля, тобто поля, напруженість якого в кожній точці його однакова як по модулі, так і по напрямку

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d},$$

де φ_1 і φ_2 – потенціали точок двох еквіпотенціальних поверхонь;
d – відстань між цими поверхнями уздовж електричної силової лінії.

Робота, що виконується електричним полем при переміщенні точкового заряду q з однієї точки поля, що має потенціал φ_1, в іншу, що має потенціал φ_2

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) \qquad \text{або} \qquad A = q\int_L E_l dl,$$

де E_l – проекція вектору напруженості $\vec{E}$ на напрямок переміщення;
dl – переміщення.

У випадку однорідного поля

$$A = qEl\cos\alpha,$$

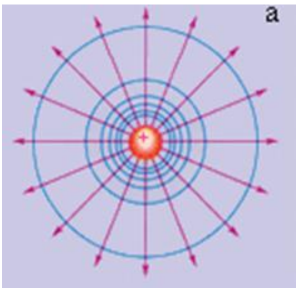
де l – переміщення; α – кут між напрямками вектору $\vec{E}$ й переміщення $\vec{l}$.

Якісні питання

1. У якому напрямку будуть рухатися електрони (q_e<0) в електростатичному колі:

1) в область з низьким значенням потенціалу φ(r);

2) в область з високим значенням потенціалу φ(r)?



2. Робота по переміщенню точкового позитивного заряду вздовж поверхні провідника з потенціалом φ становить:

1) A < 0; 2) A = 0; 3) A > 0.

3. Доведіть, що еквіпотенціальні поверхні (φ=const) завжди взаємно перпендикулярні силовим лініям електричного поля.

Приклад 1. Позитивні заряди q_1=3 мкКл і q_2=20 нКл перебувають у вакуумі на відстані r_1=l,5 м друг від друга. Визначити роботу A, яку треба зробити, щоб зблизити заряди до відстані r_2=1 м.

Дано:	СІ	Рішення:
q_1=3 мкКл q_2=20 Кл r_1=l,5 м r_2= 1 м A– ?	3 10^{-6}Кл 2 10^{-8}Кл	Покладемо, що перший заряд q_1 залишається нерухливим, а другий q_2 під дією зовнішніх сил переміщується в поле, створене зарядом q_1, наближаючись до нього з відстані r_1=1,5 м до r_2=1 м.

Робота A' зовнішньої сили по переміщенню заряду q з однієї точки поля з потенціалом φ_1 в іншу, потенціал якої φ_2, дорівнює по модулю й протилежна за знаком роботі A сил поля по переміщенню заряду між тими ж точками

$$A'=-A.$$

Робота A сил поля по переміщенню заряду $A=q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Тоді робота A' зовнішніх сил може бути записана у вигляді

$$A' = -q(\varphi_1 - \varphi_2) = q(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Потенціали точок початку й кінця шляху виразяться формулами

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1}, \ \varphi_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_2}.$$

Підставляючи вираження φ_1 і φ_2 у формулу роботи зовнішніх сил і з огляду на те, що для даного випадку заряд $q = q_2$, одержимо

$$A' = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right).$$

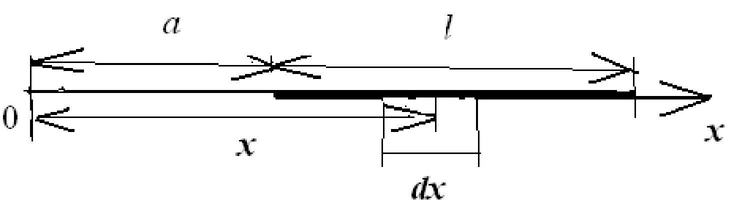
Якщо врахувати, що $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ Ф/м, то після підстановки значень величин в останню формулу роботи зовнішніх сил і обчислення знайдемо

$$A' = 180 \text{ мкДж}.$$

Приклад 2. Тонкий стрижень довжиною l = 10 см несе рівномірно розподілений заряд q = 1 нКл. Визначити потенціал τ електричного поля в точці, що лежить на осі стрижня на відстані a = 20 см від найближчого його кінця.

Дано:	СІ
q = 1нКл	10^{-9}Кл
l = 10 см	0,1 м
a = 20 см	0,2 м
φ –?	

Рішення:



Виділимо невеличкий елемент стрижня dx. Його заряд

$$dq = \frac{q}{l} dx$$

можна вважати точковим. Цей заряд створює у точці 0 потенціал

$$d\varphi = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 x} = \frac{qdx}{4\pi\varepsilon_0 lx},$$

де ε_0 – електрична стала, x – відстань від елемента dx до точки 0.

Потенціал, створений всім стрижнем, знайдемо інтегруючи одержаний вираз від a до $a+l$

$$\varphi = \int_a^{a+l} \frac{qdx}{4\pi\varepsilon_0 lx} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}\int_a^{a+l}\frac{dx}{x} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}\ln\frac{a+l}{a}.$$

Обчислення

$$\varphi = \frac{10^{-9}}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}1}\ln\frac{0{,}2+0{,}1}{0{,}2} = 36{,}5(\text{В}).$$

Приклад 3. Сто однакових крапель ртуті, заряджених до потенціалу φ = 20 В, зливаються в одну краплю. Який потенціал φ_1 утвореної краплі?

Дано:	СІ	Рішення:
φ = 20 В N = 100		Потенціал зарядженої сфери у вакуумі $$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R},$$ де R – радіус сфери, q – заряд.
φ_1– ?		

При злитті крапель заряд краплі, що утворилася

$$q_1 = Nq.$$

Обсяг ртуті залишається незмінним

$$V_1 = NV,$$

де $V_1 = \frac{4}{3}\pi R_1^3$ – об’єм краплі, що утворилася,

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$ – об’єм вихідної краплі.

Тоді

$$\frac{4}{3}\pi R_1^3 = N\frac{4}{3}\pi R^3,$$

відкіля

$$R_1 = R\sqrt[3]{N}\,.$$

Потенціал краплі, що утворилася

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{Nq}{4\pi\varepsilon_0 R\sqrt[3]{N}},$$

Порівнюючи з першим виразом, одержимо

$$\varphi_1 = \varphi\sqrt[3]{N^2}\,.$$

Чисельно

$$\varphi_1 = 20\sqrt[3]{100^2} = 431(\text{В}).$$

Задачі для самостійної роботи

1. Точковий заряд Q = 10 нКл, перебуваючи в деякій точці поля, має потенційну енергію $W_п$ = 10 мкДж. Знайти потенціал цієї точки поля.
Відповідь: 1 кВ.
2. Визначити потенціал φ електричного поля в точці віддаленої від зарядів Q_1= – 0,2 мкКл і Q_2=0,5 мкКл відповідно на r_1=15 см і r_2=25 см.
Відповідь: 6 кВ.
3. На відрізку тонкого прямого провідника рівномірно розподілений заряд з лінійною густиноюτ = 10 нКл/м. Обчислити потенціал φ, створюваний цим зарядом у точці, розташованої на осі провідника і віддаленої від найближчого кінця відрізка на відстань, що дорівнює довжині цього відрізка.
Відповідь: 62,4 В.
4. Тонкі стрижні утворюють квадрат зі стороною завдовжки a. Стрижні заряджені з лінійною густиною τ = 1,33 нКл/м. Знайти потенціал у центрі квадрата.
Відповідь: 33,6 В.
5. Заряд розподілений рівномірно по нескінченній площині з поверхневою густиною σ=10 нКл/м2. Визначити; різниця потенційних Δφ двох точок поля, одна з яких знаходиться на площині, а інша віддалена від площини на відстань d=10 см.
Відповідь: 56,6 В.
6. Напруженість E однорідного електричного поля дорівнює 120 В/м. Визначити різницю потенціалів U між цією точкою та іншою, що лежить на тій же силовій лінії та віддалена від першої на Δr=1 мм.
Відповідь: 0,12 В.

7. Електрон знаходиться в однорідному електричному полі напруженістю $E = 200$ кВ/м. Який шлях пройде електрон за час $\Delta t = 1$ нс, якщо його початкова швидкість дорівнювала нулю? Яку швидкість матиме електрон наприкінці цього інтервалу часу?
*Відповідь:*1,76 см; 35,2 Мм/с.
8. Обчислити енергію W електростатичного поля металевої кулі, якій повідомлено заряд Q=100 нКл, якщо діаметр d кулі дорівнює 20 см.
Відповідь: 450 мкДж.

Практичне заняття 3. Електроємність. Конденсатори.

Довідковий матеріал

Електроємність відокремленого провідника

$$C = \frac{q}{\varphi},$$

де q – заряд, наданий провіднику; φ – потенціал цього провідника.
Електрична ємність відокремленої провідної сфери радіусом R, що перебуває в нескінченному середовищі з діелектричною проникністю ε

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R.$$

Ємність конденсатора – фізична величина, що дорівнює відношенню накопиченого в конденсаторі заряду q до різниці потенціалів $U = \varphi_1 - \varphi_2$ між його обкладинками

$$C = \frac{q}{U}.$$

Ємність плоского конденсатора, що має площу кожної пластини S і відстань між ними – d

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}.$$

Ємність сферичного конденсатора, що складається з двох концентричних обкладинок радіусами R_1 і R_2, розділених сферичним шаром діелектрика

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

Ємність циліндричного конденсатора (два коаксіальних циліндри довжиною l і радіусами R_1 і R_2, простір між якими заповнено діелектриком з діелектричною проникністю ε)

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln\left(R_2 / R_1\right)}.$$

Електрична ємність **паралельно з'єднаних конденсаторів**

$$C = C_1 + C_2 + ... + C_n .$$

Електрична ємність **послідовно з'єднаних конденсаторів**

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n} ,$$

Енергія зарядженого конденсатора

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}qU .$$

Якісні завдання

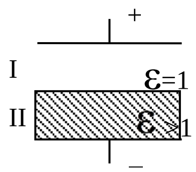
1. Як зміниться величина електроємності C плоского конденсатора, якщо площа S його пластин зменшиться у 2 рази, а відстань d поміж пластинами збільшиться у 4 рази:
1) зменшиться у 8 разів; 2) збільшиться у 8 разів; 3) не зміниться.

2. Два паралельно з'єднані плоскі конденсатори C_1 та C_2 (з однаковими геометричними розмірами) приєднані до джерела напруги U.

Конденсатор C_1 – повітряний (ε=1), а конденсатор C_2 – з діелектриком (ε>1). В якому з конденсаторів більша за величиною поверхнева густина σ
I
заряду?

1) $\sigma_1 > \sigma_2$; 2) $\sigma_1 = \sigma_2$; 3) $\sigma_1 < \sigma_2$.

3. Плоский конденсатор частково заповнений діелектриком ($\varepsilon > 1$). Визначити в якій з його частин I чи II менша за величиною напруженість E електричного поля.



1) $E_{I} > E_{II}$; 2) $E_{I} = E_{II}$; 3) $E_{I} < E_{II}$.

4. При якому з'єднанні двох конденсаторів однакової електроємності $C_1 = C_2 = C$ можна отримати ємність удвічі більшу $C_\Sigma = 2C$?
1) при послідовному; 2) при паралельному.

Приклад 1. Визначити електричну ємність C плоского конденсатора із двома шарами діелектриків: порцеляни товщиною d_1=2 мм і ебоніту товщиною d_2= 1,5 мм, якщо площа S пластин дорівнює 100 см^2.

Дано:	СІ	Рішення:
d_1=2 мм	0,002 м	Ємність конденсатора
d_2= 1,5 мм	0,0015 м	
S =100 см^2	10^{-2} м^2	$$C = \frac{q}{U},$$
ε_1= 5		
ε_2= 3		
C– ?		де q– заряд на пластинах конденсатора; U – різниця потенціалів пластин.

Замінивши в цій рівності загальну різницю потенціалів U конденсатора сумою U_1+U_2 напруг на шарах діелектриків, одержимо

$$C = \frac{q}{U_1 + U_2}.$$

Вводячи $D = \varepsilon_0 \varepsilon E$ – електричний зсув поля в діелектриках одержимо

$$U_1 = E_1 d_1 = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_1} d_1,$$

$$U_2 = E_2 d_2 = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_2} d_2,$$

де E_1 і E_2– напруженості поля в першому й другому шарах діелектрика відповідно.

Беручи до уваги, що $q = \sigma S$, формулу для ємності конденсатора можна переписати у вигляді

$$C = \frac{\sigma S}{\frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_1} d_1 + \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_1} d_2},$$

де σ – поверхнева густина заряду на пластинах.

Помноживши чисельник і знаменник останньої рівності на ε_0 і врахувавши, що $D = \sigma$, одержимо остаточну формулу для визначення ємності плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}}.$$

Зробивши підстановку числових значень d_1, d_2, ε_1, ε_2, ε_0, і S в останню формулу, знайдемо електричну ємність C плоского конденсатора із двома шарами діелектриків

$$C = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 100 \cdot 10^{-4}}{\dfrac{2 \cdot 10^{-3}}{5} + \dfrac{1{,}5 \cdot 10^{-3}}{3}} = 98{,}3 \cdot 10^{-12} (\text{Ф}).$$

Приклад 2. Плоский конденсатор заряджений до різниці потенціалів U = 1 кВ. Відстань d між пластинами дорівнює 1 см. Діелектрик – скло. Визначити об'ємну густину енергії поля конденсатора.

Дано:	СІ
U = 1 кВ	10^3 В
d = 1см	0,01 м
ε = 7	
w – ?	

Рішення:

Об'ємна густина енергії поля конденсатора

$$w = \frac{W}{V},$$

де W – енергія поля конденсатора; V – об'єм, займаний полем, тобто об'єм простору між пластинами конденсатора.

Ємність конденсатора

$$C = \frac{q}{U},$$

де q – заряд на пластинах конденсатора; U – різниця потенціалів пластин.

Енергія поля конденсатора визначається за формулою

$$W = \frac{CU^2}{2}.$$

Врахуємо формули для плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \text{ та } V = Sd.$$

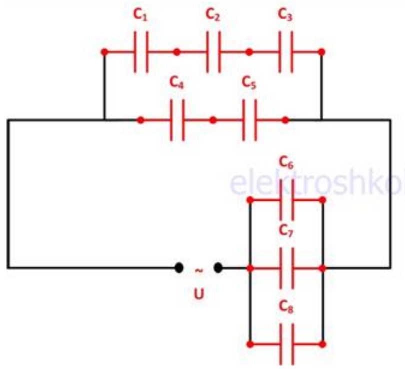
Підставивши вираз для електроємності у формулу енергії поля конденсатора, а потім вираження цієї енергії й об'єму у формулу для об'ємної густини енергії поля конденсатора, одержимо

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U^2}{2d^2}.$$

Підставимо значення величин в останню формулу й зробивши обчислення, знайдемо

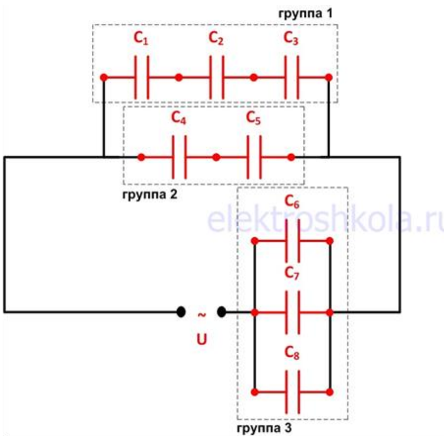
$$w = \frac{7 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} (1 \cdot 10^3)^2}{2 \cdot 1 \cdot 10^{-2}} = 30{,}97 \cdot 10^{-4}\ (\text{Дж/м}^3) \approx 3{,}1(\text{мДж/м}^3).$$

Приклад 3. Обчислити еквівалентну ємність системи конденсаторів згідно схеми включення конденсаторів із ємностями:
C_1 = 5 мкФ, C_2 = 15 мкФ, C_3 = 10 мкФ, C_4 = 20 мкФ, C_5 = 30 мкФ, C_6 = 5 мкФ, C_7 = 25 мкФ, C_8 = 30 мкФ.



Рішення

Виділяємо групи конденсаторів, які з'єднані послідовно або паралельно.



Для групи 1 (послідовне з'єднання)

$$\frac{1}{C_{1,2,3}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3},$$

чисельно

$$\frac{1}{C_{1,2,3}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{15} + \frac{1}{10} = \frac{30+10+15}{150} = \frac{55}{150}, \quad \text{відкіля}$$

$$C_{1,2,3} = \frac{150}{55} \text{ мкФ.}$$

Для групи 2 (послідовне з’єднання)

$$\frac{1}{C_{4,5}} = \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5}.$$

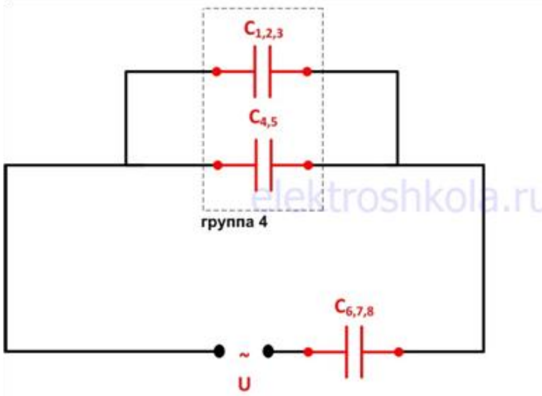
Чисельно $\frac{1}{C_{4,5}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{3+2}{60} = \frac{5}{60}$, відкіля $C_{4,5} = 12$ мкФ.

Для групи 3 (паралельне з’єднання)

$$C_{6,7,8} = C_6 + C_7 + C_8.$$

Чисельно

$$C_{6,7,8} = 5 + 25 + 30 = 60 \text{ (мкФ).}$$

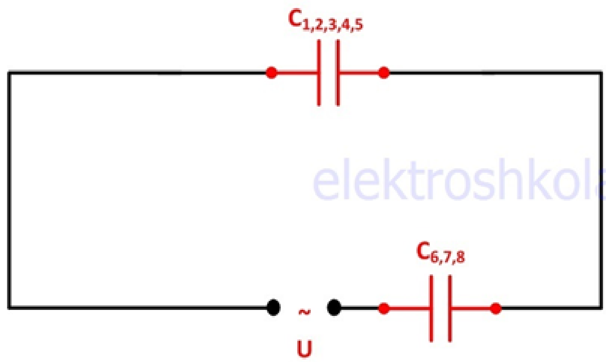


Для групи 4 (паралельне з’єднання)

$$C_{1,2,3,4,5} = C_{1,2,3} + C_{4,5},$$

чисельно

$$C_{1,2,3,4,5} = \frac{150}{55} + 12 = 14{,}72 \text{ (мкФ).}$$



Нарешті, еквівалентна ємність буде дорівнювати

$$C = \frac{C_{1-5} \cdot C_{6-8}}{C_{1-5} + C_{6-8}} = \frac{14{,}72 \cdot 60}{14{,}72 + 60} = 11{,}82 \text{(мкФ)}.$$

Задачі для самостійної роботи

1. Визначити електроємність Землі, вважаючи її кулею радіусом R = 6400 км.

*Відповідь:*712 мкФ.

2. Визначити електроємність С плоского слюдяного конденсатора, площа S пластин якого дорівнює 100 см^2, а відстань між ними дорівнює 0,1 мм.

Відповідь: 6,2 нФ.

3. Між пластинами плоского конденсатора, зарядженого до різниці потенціалів U = 600 В, знаходяться два шари діелектриків: скла товщиною d_1 = 7 мм і ебоніту товщиною d_2 = 3 мм. Площа S кожної пластини конденсатора дорівнює 200 см^2. Знайти: 1) електроємністьC конденсатора; 2) зміщення D, напруженість E поля і падіння потенціалу $\Delta\varphi$ в кожному шарі.

Відповідь: 88,5 пФ; 2,66 мкКл/м^2; 42,8 кВ/м; 100 кВ/м; 300 В.

4. Відстань d між пластинами плоского конденсатора дорівнює 1,33 мм, площа S пластин дорівнює 20 см^2. У просторі між пластинами конденсатора знаходяться два шари діелектриків: слюди товщиною d_1 = 0,7 мм і ебоніту товщиною d_2 = 0,3 мм. Знайти електроємність C конденсатора.

Відповідь: 35,4 пФ.

5. Дві концентричні металеві сфери радіусами R_1 = 2 см і R_2 = 2,1 см утворюють сферичний конденсатор. Визначити його електроємність C, якщо простір між сферами заповнено парафіном (ε=2).

Відповідь: 93,3 пФ.

6. Конденсатор складається з двох концентричних сфер. Радіус R_1 внутрішньої сфери дорівнює 10 см, зовнішній R_2 = 10,2 см, Проміжок між сферами заповнений парафіном. Внутрішній сфері наданий заряд

q = 5 мкКл. Визначити різницю потенціалів U між сферами.

Відповідь: 4,4 кВ.

7. Два конденсатора електроємність C_1 = 3 мкФ і C_2 = 6 мкФ з'єднані між собою і приєднані до батареї з ЕРС. ε = 120 В. Визначити заряди q_1 і q_2 конденсаторів і різниці потенціалів U_1 і U_2 між їх обкладинками, якщо конденсатори з'єднані: 1) паралельно; 2) послідовно.

Відповідь: 1) 360 мкКл, 720 мкКл, 120 В; 2) 240 мкКл, 80 В, 40 В.

8. Конденсатор електроємністю C_1 = 0,2 мкФ був заряджений до різниці потенціалів U_1 = 320 В. Після того, як його з'єднали паралельно з іншим конденсатором, зарядженим до різниці потенціалів U_2 = 450 В, напруга U на ньому змінилося до 400 В. Обчислити ємність C_2 другого конденсатора.

Відповідь: 0,32 мкФ.

9. Відстань d між пластинами плоского конденсатора дорівнює 2 см, різниця потенціалів U = 6 кВ. Заряд Q кожної пластини дорівнює 10 нКл. Обчислити енергію W поля конденсатора і силу F взаємного притягання пластин.

Відповідь: 30 мкДж, 15 мН.

10. Плоский повітряний конденсатор електроємністю C =1,11 нФ заряджений до різниці потенціалів U = 300 В. Після відключення від джерела струму відстань між пластинами конденсатора було збільшено в п'ять разів. Визначити: 1) різницю потенціалів U на обкладинках конденсатора після їх розсування; 2) роботу A' зовнішніх сил по розведенню пластин

Відповідь: 1500 В, 0,2 мДж.

Практичне заняття №4. Закони постійного струму

Довідковий матеріал

Сила постійного струму

$$I = \frac{q}{t},$$

де q – кількість електрики, що пройшло через перетин провідника за час t.

Густина електричного струму є векторна величина, рівна відношенню сили струму I до площі S поперечного перерізу провідника

$$\vec{j} = \frac{I}{S}\vec{k},$$

де $\vec{k}$ – одиничний вектор, по напрямку співпадаючий з напрямком руху позитивних носіїв заряду.

Опір однорідного провідника

$$R = \rho\frac{l}{S},$$

де ρ – питомий опір речовини провідника; l – його довжина.

Провідність G провідника й **питома провідність** γ речовини

$$G = \frac{1}{R}, \ \gamma = \frac{1}{\rho}.$$

Опір з'єднання провідників

а) послідовного

$$R = \sum_{i=1}^{n} R_i,$$

б) паралельного

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{R_i},$$

де R_i – опір i-го провідника; n – число провідників.

Закон Ома

а) для неоднорідної ділянки кола

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon_{12}}{R} = \frac{U}{R},$$

б) для однорідної ділянки кола

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R},$$

в) для замкнутого кола

$$(\varphi_1 - \varphi_2) = 0; \quad I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

Тут (φ_1-φ_2) – різниця потенціалів на кінцях ділянки кола;
ε_{12} – ЕРС джерел струму, що входять у ділянку;
U – напруга ділянки кола, r – опір джерела струму.

Робота, виконана електростатичним полем і сторонніми силами в ділянці кола постійного струму за час dt

$$A=I \cdot U \cdot dt.$$

Потужність струму

$$P=I \cdot U.$$

Закон Джоуля-Ленца

$$Q=I^2 \cdot R \cdot dt,$$

де Q – кількість теплоти, що виділяється в ділянці кола за час dt.

Правила Кірхгофа.

Перше правило: алгебраїчна сума сил струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0,$$

де n – число струмів, що сходяться у вузлі.

Друге правило: у замкнутому контурі алгебраїчна сума напруг на всіх ділянках контуру дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил

$$\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{i=1}^{k} \varepsilon_i,$$

де I_i – сила струму на i-й ділянці; R_i – активний опір на і-й ділянці; ε_i – ЕРС джерел струму на i-й ділянці; n – число ділянок, що містять активний опір; k – число ділянок, що містять джерела струму.

При аналізі розгалуженого ланцюга слід позначати з одним індексом струм, що протікає по всіх послідовно з'єднаних елементах від одного вузла до іншого. Напрямок кожного струму вибирається довільно.

При складанні рівнянь за другим правилом Кірхгофа токам і ЕРС потрібно приписувати знаки відповідно до обраного (як вам зручно) напряму обходу. Струм прийнято вважати позитивним, якщо він збігається з напрямом обходу, і негативним, якщо він спрямований проти цього напрямку. ЕРС вважається позитивною, якщо її дія (створюваний нею струм) збігається з напрямком обходу.

Кількість рівнянь, складених за першим правилом Кірхгофа має бути на менше кількості вузлів у даному ланцюгу. Кількість незалежних рівнянь за другим правилом Кірхгофа має бути такою, щоб загальна кількість рівнянь виявилася рівною кількості різних струмів. Кожен новий контур при цьому повинен містити хоча б одну ділянку ланцюга, що не увійшла у вже розглянуті контури.

Приклад 1. Визначити заряд q, що пройшов по провіднику з опором R = 3 Ом при рівномірному зростанні напруги на кінцях провідника від U_0 = 2 В до U = 4 В протягом t = 20 с.

Дано:	СІ	Рішення:
R = 3 Ом U_0 = 2 В U = 4 В t = 20 с q – ?		Оскільки сила струму в провіднику змінюється, то скористатися для підрахунку заряду формулою $q=It$ не можна. Тому візьмемо диференціал заряду $dq=Idt$ і проінтегруємо $$q=\int_0^t Idt.$$

Виразивши силу струму за законом Ома, одержимо

$$q=\int_0^t \frac{U}{R}dt\,.$$

Напруга U у цьому випадку змінюється з часом. У силу рівномірності зростання воно може бути виражено формулою

$$U= U_0+kt,$$

де k – коефіцієнт пропорційності. Підставивши це вираження U у формулу обчислення для заряду, знайдемо

$$q=\int_0^t\left(\frac{U_0}{R}+\frac{kt}{R}\right)dt=\frac{U_0}{R}\int_0^t dt+\frac{k}{R}\int_0^t tdt\,.$$

Після інтегрування одержимо

$$q=\frac{U_0 t}{R}+\frac{kt^2}{2R}=\frac{t}{2R}\left(2U_0+kt\right).$$

Значення коефіцієнта пропорційності k знайдемо з формули $U = U_0+kt$, якщо помітимо, що при t = 20 с маємо U = 4 В, тоді

$$k=\frac{U-U_0}{t}=\frac{4-2}{20}=0{,}1\,(\text{В/с}).$$

Підставивши значення величин у формулу для обчислення заряду, одержимо

$$q=\frac{20}{2\cdot 3}\left(2\cdot 2+0{,}1\cdot 20\right)=20\,(\text{Кл}).$$

Приклад 2. У коло джерела постійного струму з ЕРС ε = 6 В включений резистор опором R = 80 Ом. Визначити: 1) густину струму в сполучних проводах площею поперечного перерізу S = 2 мм^2; 2) число N електронів, що проходять через перетин проводів за час t = 1 с. Опором джерела струму й сполучних проводів зневажити.

<table>
<tr><td>Дано:</td><td>СІ</td><td>Решення:</td></tr>
<tr><td>ε = 6 В
R = 80 Ом
S = 2 мм^2
t = 1 с</td><td>

$2\ 10^{-6}$ м^2</td><td rowspan="2">Густина струму по визначенню є відношення сили струму I до площі поперечного перерізу проведення
$$j=\frac{I}{S}.$$</td></tr>
<tr><td>j – ?
N – ?</td><td></td></tr>
</table>

Силу струму в цій формулі виразимо за законом Ома

$$I=\frac{\varepsilon}{R+R_1+r_1},$$

де R – опір резистора; R_1 – опір сполучних проводів; r_1– внутрішній опір джерела струму.

Зневажаючи опорами R_1 і r_1 з формули закону Ома, маємо

$$I=\frac{\varepsilon}{R}.$$

Підставивши це вираження сили струму у формулу густини струму, одержимо

$$j = \frac{\varepsilon}{RS}.$$

Зробимо обчислення по цій формулі:

$$j = \frac{6}{80 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} = 3{,}75 \cdot 10^{4} (\text{А/ м}^{2}).$$

2. Число електронів, що проходять за час t через поперечний переріз, знайдемо, розділивши заряд q, що протікає за цей час через перетин, на елементарний заряд

$$N = \frac{q}{e},$$

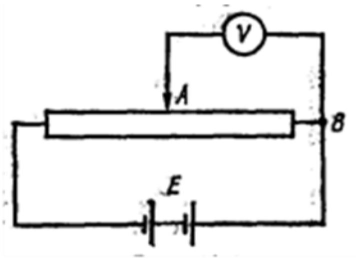
або із урахуванням того, що $q=It$ і $I=\varepsilon/R$

$$N = \frac{\varepsilon t}{eR}.$$

Підставимо в цю формулу числові значення величин і обчислимо кількість електронів

$$N = \frac{6 \cdot 1}{80 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 4{,}69 \cdot 10^{17}.$$

Приклад 3. Потенціометр з опором R = 100 Ом підключений до джерела струму, ЕРС ε якого дорівнює 150 В і внутрішній опір r = 50 Ом. Визначити показання вольтметра з опором $R_{\text{В}}$ = 500 Ом, з'єднаного провідником з однією з клем потенціометра і рухомим контактом з серединою обмотки потенціометра. Яка різниця потенціалів між тими ж точками потенціометра при відключеному вольтметрі?

Дано:	СІ	
ε = 150 В R = 100 Ом r = 50 Ом R_B = 500 Ом		

U_1 – ?
U_2 – ?

Рішення:

Показання U_1 вольтметра, підключеного до точок А і В визначається за формулою

$$U_1 = I_1 R_1, \qquad (1)$$

де I_1 – сила струму в нерозгалуженій частині ланцюга; R_1 – опір паралельно з'єднаних вольтметра і половини потенціометра.

Силу струму I_1 знайдемо за законом Ома для всього ланцюга:

$$I_1 = \varepsilon / (R_2 + r), \qquad (2)$$

де R_2 – опір зовнішньої ланцюга.

Зовнішній опір R_2 є сума двох опорів:

$$R_2 = R / 2 + R_1. \qquad (3)$$

Опір R_1 паралельного з'єднання може бути знайдено за формулою

$$R_1 = R\,R_B/(R + 2R_B).$$

Підставивши в цю формулу числові значення величин і зробивши обчислення, знайдемо

$$R_1 = 100\times500/(100+2\times500) = 45{,}5(\text{Ом}).$$

Підставивши у вираз (2) праву частину рівності (3), визначимо силу струму:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R/2 + R_1 + r} = \frac{150}{100/2 + 45{,}5 + 50} = 1{,}03(\text{А}).$$

Якщо підставити значення I_1 і R_1 в формулу (1), то знайдемо показання вольтметра:

$$U_1 = 1{,}03\ 45{,}5 = 46{,}9(\text{В}).$$

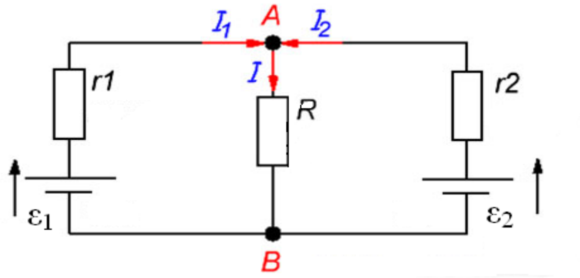
Різниця потенціалів між точками А і В при відключеному вольтметрі дорівнює добутку сили струму I_2 на половину опору потенціометра, тобто

$$U_2 = I_2(R/2) \qquad \text{або} \qquad U_2 = \frac{\varepsilon}{R+r}\frac{R}{2}.$$

Підставивши сюди значення величин ε, r і R отримаємо

$$U_2 = \frac{150}{100+50}\frac{100}{2} = 50\,(\text{В}).$$

Приклад 4. На рисунку маємо складний ланцюг с двома джерелами ЕРС величиною ε_1=12В і ε_2=5В, з внутрішнім опором джерел $r_1 = r_2$ =0,1 Ом, які працюють на загальне навантаження R = 2 Ом. Визначити струми у цьому ланцюгу.



Рішення

По першому закону Кирхгофа для вузла А:

$$I_1 + I_2 - I = 0,$$

тому що I_1 и I_2 втікають у вузел А, а струм I витікає із нього.

Використовуючи другий закон Кірхгофа, запишемо ще два вирази для зовнішнього контуру і внутрішнього лівого контуру, вибравши напрямок обходу за годинниковою стрілкою.

Для зовнішнього контуру:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_1 \cdot r_1 - I_2 \cdot r_2.$$

Для внутрішнього лівого контуру:

$$\varepsilon_1 = I_1 \cdot r_1 + I \cdot R.$$

Отже, у нас вийшла система з трьох рівнянь з трьома невідомими:

$$I = I_1 + I_2;$$
$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_1 \cdot r_1 - I_2 \cdot r_2;$$
$$\varepsilon_1 = I_1 \cdot r_1 + I \cdot R.$$

Тепер підставимо в цю систему відомі нам величини напруг і опорів:

$$I = I_1 + I_2;$$
$$7 = 0{,}1I_1 - 0{,}1I_2;$$
$$12 = 0{,}1I_1 + 2I.$$

Далі з першого і другого рівняння висловимо струм I_2

$$I_2 = I - I_1;$$
$$I_2 = I_1 - 70;$$
$$12 = 0{,}1I_1 + 2I.$$

Наступним кроком прирівняємо перше і друге рівняння і отримаємо систему з двох рівнянь:

$$I - I_1 = I_1 - 70;$$
$$12 = 0{,}1I_1 + 2I.$$

З першого рівняння маємо значення І

$$I = 2I_1 - 70;$$

підставляємо його в друге рівняння

$$12 = 0{,}1I_1 + 2\,(2I_1 - 70).$$

Вирішуємо отримане рівняння

$$12 = 0{,}1I_1 + 4I_1 - 140.$$
$$12 + 140 = 4{,}1I_1$$
$$I_1 = 152 / 4{,}1 = 37{,}073 \text{ (A)}.$$

Тепер в вираз $I = 2I_1 - 70$ підставимо значення
$$I_1 = 37{,}073 \text{ (A)}.$$
і отримаємо:
$$I = 2 \bullet 37{,}073 - 70 = 4{,}146 \text{(A)}.$$
А згідно з першим законом Кирхгофа струм

$$I_2 = I - I_1$$
$$I_2 = 4{,}146 - 37{,}073 = -32{,}927 \text{(A)}.$$

Знак «мінус» для струму I_2 означає, що ми неправильно вибрали напрямок струму, тобто в нашому випадку струм I_2 витікає з вузла.

Задачі для самостійної роботи

1. Сила струму у провіднику поступово наростає від $I_0 = 0$ до $I = 3$ А протягом часу $t = 10$с. Визначити заряд Q, що пройшов у провіднику.

Відповідь: 15 Кл.

2. Визначити густину струму j у залізному провіднику завдовжки, $l = 10$ м, якщо провід знаходиться під напругою $U = 6$ В.

Відповідь: $6{,}1 \cdot 10^{-4}$ А/м^2.

3. До джерела струму з ЕРС $\varepsilon = 1{,}5$ приєднали котушку з опором $R = 0{,}1$ Ом. Амперметр показав силу струму, рівну $I_1 = 0{,}5$ А. Коли до джерела струму приєднали послідовно ще одне джерело струму з такою ж ЕРС, то сила струму I у тій же котушці виявилася рівною 0,4 А. Визначити внутрішні опір r_1 та r_2 першого та другого джерел струму.

Відповідь: 2,9 Ом, 4,5 Ом.

4. ЕРС батареї акумуляторів $\varepsilon = 12$ В, сила струму I короткого замикання дорівнює 5 А. Яку найбільшу потужність P_{max} можна отримати у зовнішньому ланцюзі, з'єднаному з такою батареєю?

Відповідь: 15 Вт.

5. До батареї акумуляторів, ЕРС ε якої дорівнює 2 В і внутрішній опір $r = 0{,}5$ Ом, приєднаний провідник. Визначити: 1) опір R провідника, при якому потужність, що виділяється в ньому, максимальна; 2) потужність P, яка при цьому виділяється у провіднику.

Відповідь: 0,5 Ом, 2 Вт.

6. До затискачів батареї акумуляторів приєднано нагрівач. ЕРС батареї дорівнює 24 В. Внутрішній опір $r = 1$ Ом. Нагрівач, включений у коло, споживає потужність $P = 80$ Вт. Обчислити силу струму I ланцюга і ККД η нагрівача.

Відповідь: 4 А, 83% або 20 А, 17%.

7. По провіднику опором R = 3 Ом тече струм, сила якого поступово зростає з часом. Кількість теплоти Q, що виділилося в провіднику за час τ = 8 с, дорівнює 200 Дж. Визначити кількість електрики q, що протекла за цей час по провідник. У момент часу, прийнятий за початковий, сила струму у провіднику дорівнює нулю.

Відповідь: 20 Кл.

8. Сила струму у провіднику опором R= 15 Ом рівномірно зростає від I_0 = 0 до деякого максимального значення протягом часу τ = 5 с. За цей час у провіднику виділилося кількість теплоти Q = 10 кДж. Знайти середню силу струму $\langle I\rangle$ у провіднику за цей проміжок часу.

Відповідь: 10 А.

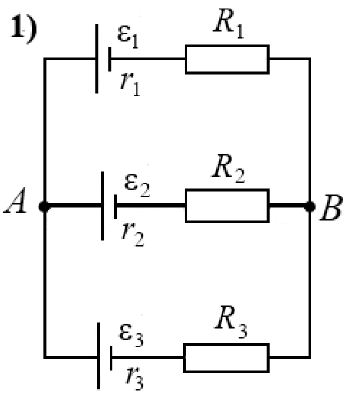
9. Сила струму у провіднику рівномірно збільшується від I_0 = 0 до деякого максимального значення протягом часу τ =10 с. За цей час у провіднику виділилося кількість теплоти Q = 1 кДж. Визначити швидкість наростання струму в провіднику, якщо опір R його дорівнює 3 Ом.

Відповідь: 1 А/с.

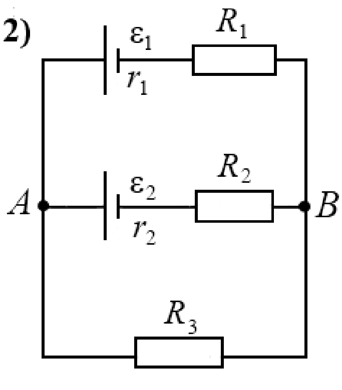
10. Використовуючи теоретичні знання для розрахунку розгалужених ланцюгів знайти струми, що протікають у кожній із гілок електричного ланцюга I_1, I_2, I_3.

Нижче представлені варіанти розгалужених ланцюгів, для яких необхідно провести розрахунки. Номер варіанта відповідає номеру студента у списку журналу викладача.

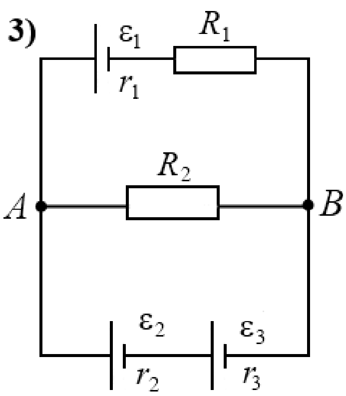
1)



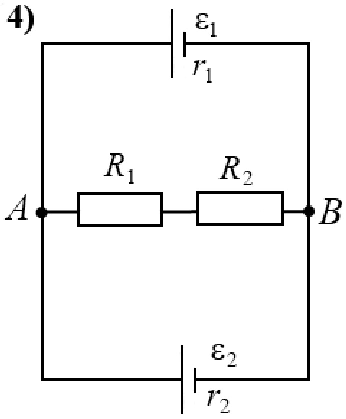
2)



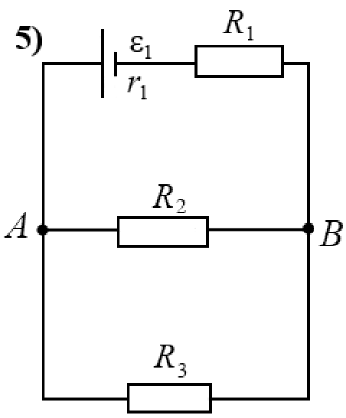
3)



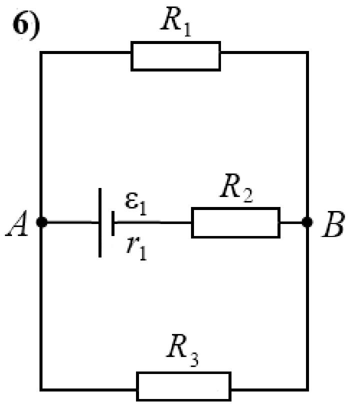
4)



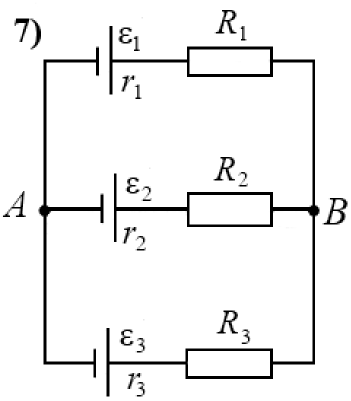
5)



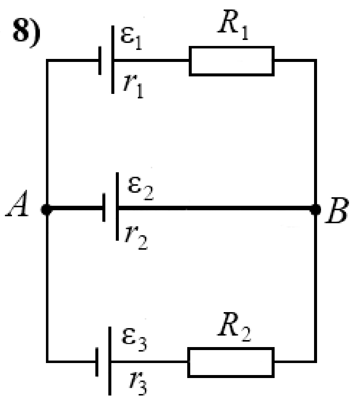
6)



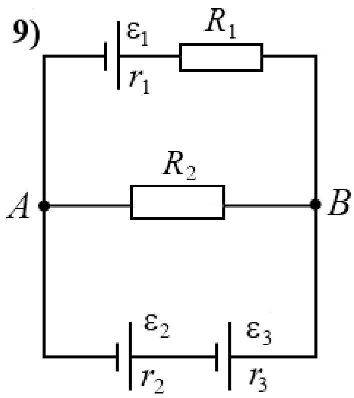
7)



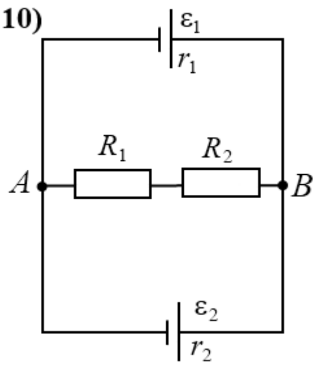
8)



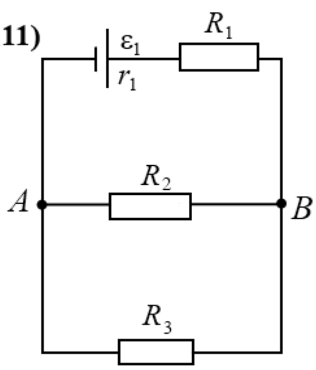
9)



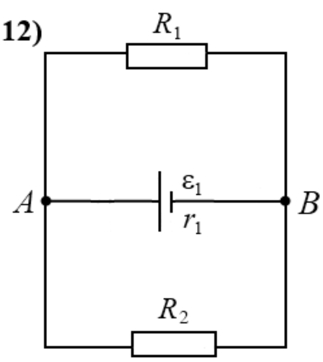
10)

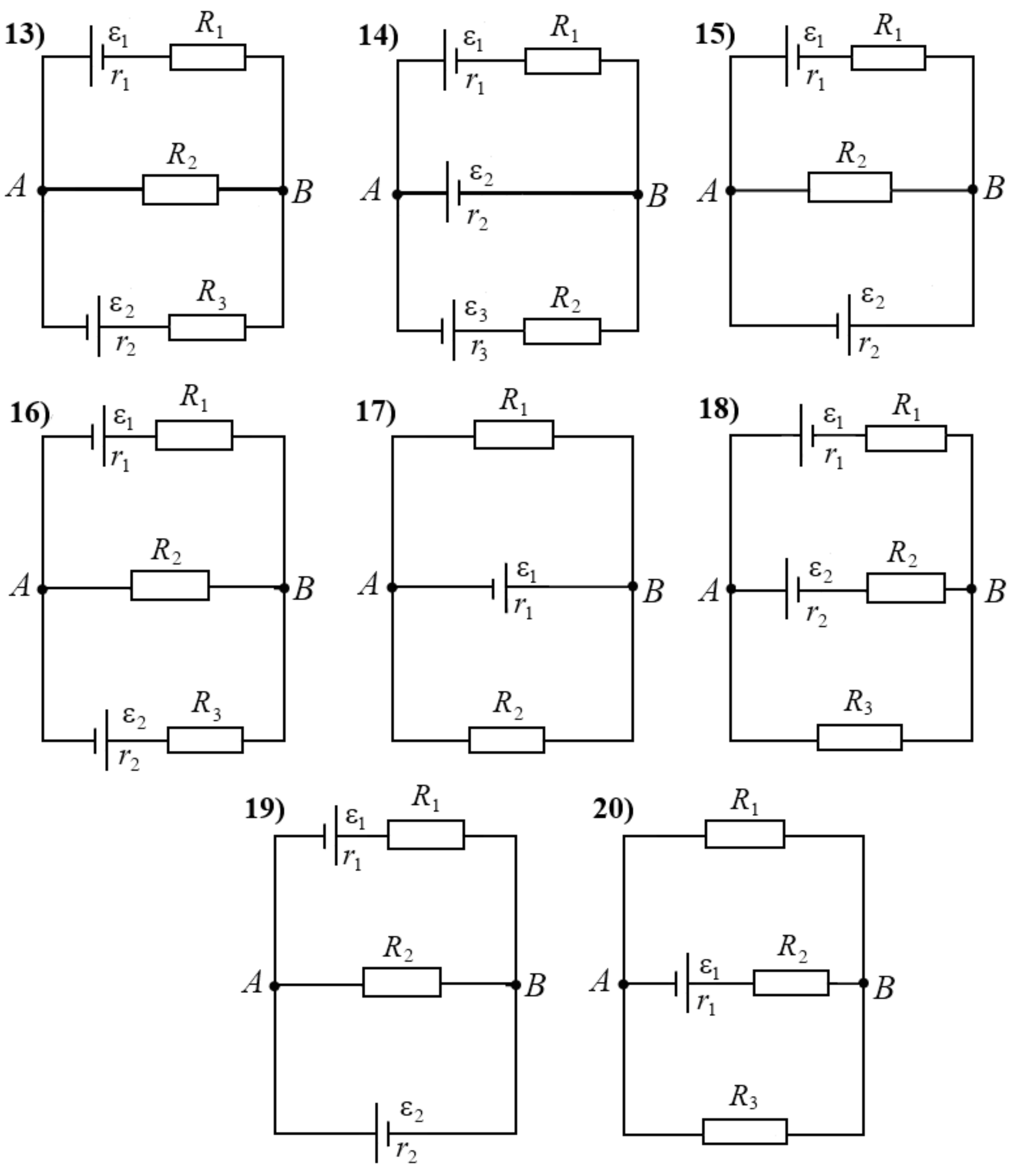


11)



12)





Вихідні дані для ланцюгів:

$$\varepsilon_1 = 30\,\text{В},\ R_1 = 3\,\text{Ом},\ r_1 = 6\,\text{Ом}$$
$$\varepsilon_2 = 60\,\text{В},\ R_2 = 6\,\text{Ом},\ r_2 = 12\,\text{Ом}$$
$$\varepsilon_3 = 80\,\text{В},\ R_3 = 8\,\text{Ом},\ r_3 = 16\,\text{Ом}$$

Практичне заняття №5. Електричний струм у різних середовищах

Довідковий матеріал

Закон Ома в диференціальній формі для однорідної ділянки кола

$$\vec{j} = \gamma \vec{E},$$

де γ – електропровідність металу, E – напруженість електричного поля.

Закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі

$$\omega = \gamma E^2 = jE,$$

де $\omega = W/(Vt)$ – питома теплова потужність.

Залежність питомого опору металів від температури

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \alpha t\right),$$

де ρ – питомий опір при 0°С; t – температура по шкалі Цельсія; α – температурний коефіцієнт опору.

Термоелектрорушійна сила, що виникає в термопарі

$$\varepsilon = \alpha\,(T_1 - T_2),$$

де α – питома термо-ЕРС; $(T_1 - T_2)$ – різниця температур спаїв термопари.

Перший закон Фарадея. Кількість речовини, яка виділяється на кожному з електродів при електролізі, пропорційна заряду, що пройшов через електроліт

$$m = kq = kIt,$$

де k – електрохімічний еквівалент, який залежить від природи речовини.

Другий закон Фарадея

$$k = \frac{1}{F}\frac{A}{z},$$

де A – атомна вага; z – валентність хімічного елемента;

$F = e \cdot N_{\text{A}} = 9{,}65 \cdot 10^4$ Кл $\cdot$моль$^{-1}$– число Фарадея.

Закон Ома для електролітів

$$\vec{j} = (q^+ n^+ b^+ + q^- n^- b^-)\vec{E} = \gamma\vec{E},$$

де n^+ і n^- – концентрація позитивних і негативних іонів відповідно; q^+ і q^- – заряди іонів; $b^+ = u^+/E$ і $b^- = u^-/E$ – рухливості іонів; γ – електропровідність електроліту.

Закон Ома для газів при несамостійному розряді в області, далекої від насичення

$$\vec{j} = qn\left(b^+ + b^-\right)\vec{E},$$

де q – заряд іона; n – концентрація іонів; b^+ і b^- – рухливості відповідно позитивних і негативних іонів.

Густина струму насичення газового розряду

$$j_{\text{нас}} = qn_0 d,$$

де n_0 – число пар іонів, створюваних іонізатором в одиниці об'єму в одиницю часу; d – відстань між електродами ($n_0 = \dfrac{N}{Vt}$, де N – число пар іонів, створюваних іонізатором за час t у просторі між електродами; V – об'єм цього простору).

Приклад 1. Визначити швидкість дрейфу електронів провідності у мідному провіднику, яким проходить струм 2 А, якщо площа його поперечного перерізу 40 мм^2, число вільних електронів в одиниці об'єму $9 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$. За який час електрон переміститься провідником на 5 см?

Дано:	СІ	Рішення:
I=2 А		Швидкість дрейфу визначимо по формулі
S=40 мм^2	$4 \cdot 10^{-5}$ м^2	для густини струму
$n_0 = 9 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$		
l=5 см	0,05 м	$j = e n_0 u$,
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл		де $j = I / S$,
		тоді
		$u = I / e n_0 S$
u – ? t – ?		

$$u = \frac{2\text{А}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл} \cdot 9 \cdot 10^{28}\text{м}^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-5}\text{м}^2} = 3{,}5 \cdot 10^{-6}\text{м/с}$$

Вважаючи середню швидкість дрейфу електронів постійною (для постійного струму), отримаємо

$$t = l / u;$$

чисельно

$$t = \frac{5 \cdot 10^{-2}\ \text{м}}{0{,}35 \cdot 10^{-5}\ \text{м/с}} = 14{,}3 \cdot 10^{3}\ \text{с}.$$

Приклад 2. Якої довжини треба взяти при 20°С вольфрамовий провідник діаметром 0,4 мм, щоб виготовити нагрівальний прилад, що має опір 49,6 Ом за температури 820°С?

Дано:	СІ	Рішення:
$t_1 = 20$ °C $t_2 = 820$ °C $d = 0{,}4$ мм $R_2 = 49{,}6$ Ом	 $4 \cdot 10^{-4}$ м	Із формули для опору провідника $R_1 = \rho \frac{l}{S}$ знайдемо шукану довжину $l = \frac{R_1 S}{\rho}$, де R_1 – опір провідника при температурі t_1
l – ?		

Знайдемо R_1 користуючись залежністю $R = R_0\left(1 + \alpha t\right)$ для температур t_1 і t_2:

$$\begin{cases} R_1 = R_0\left(1 + \alpha\, t_1\right) \\ R_2 = R_0\left(1 + \alpha\, t_2\right) \end{cases}.$$

Із системи одержимо

$$R_1 = R_2\left(1 + \alpha t_1\right) / (1 + \alpha t_2).$$

Враховуючи, що площа перерізу провідника дорівнює $S = \pi d^2 / 4$, маємо формулу для довжини провідника

$$l = \frac{R_2\left(1 + \alpha t_1\right)}{1 + \alpha t_2} \frac{\pi d^2}{4\rho}.$$

Із таблиць для вольфраму одержуємо $\alpha = 0{,}0045$ град$^{-1}$, $\rho = 0{,}055 \cdot 10^{-6}$ Ом·м, тоді підрахунки дають

$$l = \frac{49{,}6\,\text{Ом}\left(1 + 0{,}0045\ \ 1/\text{град} \cdot 20^\circ\right) \cdot 3{,}14 \cdot 4^{\,2} \cdot 10^{-8}\,\text{м}^2}{\left(1 + 0{,}0045\ \ 1/\text{град} \cdot 820^\circ\right) \cdot 4 \cdot 0{,}055 \cdot 10^{-6}\text{Ом} \cdot \text{м}} = 5{,}7\ \text{м}.$$

Приклад 3. Покриття сталевих деталей проводиться двовалентним нікелем при густині струму електролітичної ванні 500 А/м^2. Скільки часу потрібно для покриття деталі шаром нікелю товщиною 75 мкм?

Дано:	СІ	Рішення:
$j = 500\ А/м^2$		По І закону Фарадея $m = k \cdot I \cdot t.$
$n = 2$		Визначимо масу нікеля по об'єму і густині
$\rho = 8,8 \cdot 10^3\ кг/м^3$		
$h = 75$ мкм	$7,5 \cdot 10^{-5}$ м	$m = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot h,$
$t - ?$		де S – площа пластин.

Тоді маємо

$$k \cdot I \cdot t = \rho \cdot S \cdot h,$$

відкіля

$$t = \frac{\rho \cdot S \cdot h}{I \cdot k}.$$

Враховуючи, що густина струму за визначенням $j = \dfrac{I}{S}$, остаточно отримаємо

$$t = \frac{\rho \cdot h}{j \cdot k}.$$

Чисельне значення електрохімічного еквівалента нікелю визначимо за таблицею k = 3 10 $^{-7}$ кг / Кл.

В результаті отримаємо

$$t = \frac{8,8 \cdot 10^3\ кг/м^3 \cdot 7,5 \cdot 10^{-5}м}{500\ А/м^2 \cdot 3 \cdot 10^{-7} кг/Кл} = 4400\,с = 1час13\,мин.$$

Приклад 4. Визначити електричну енергію, витрачену для отримання 61,2 г цинку за електролізу водного розчину $ZnSO_4$. Напруга на затискачі електролітичної ванни 10 В.

Дано	СІ	Рішення:
$m = 61,2$ г $U = 10$ В $n = 2$ $\mu = 65 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ $F = 96500 \frac{\text{Кл}}{\text{моль}}$	$6,12 \cdot 10^{-2}$ кг	Витрачена енергія дорівнює $W = I \cdot U \cdot t = q \cdot U$, де q заряд, що пройшов через електроліт. За І законом Фарадея $m = k \cdot q$, де k – електрохімічний еквівалент, який визначається за ІІ законом Фарадея $k = \frac{1}{F}\frac{\mu}{n}$.
W – ?		

Тоді одержимо кінцеву формулу $W = \frac{mUFn}{\mu}$ і чисельний результат

$$W = \frac{6{,}12 \cdot 10^{-2}\ \text{кг} \cdot 10\,\text{В} \cdot 96500\ \text{Кл}/\text{моль} \cdot 2}{65 \cdot 10^{-3}\ \text{кг}/\text{моль}} = 1{,}8 \cdot 10^{6}\ \text{Дж} = 0{,}5\ \text{кВт} \cdot \text{ч}$$

(Згадаємо, що 1 кВт · ч =3,6 · 10^{6} Дж).

Приклад 5. Посередині між електродами іонізаційної камери пролетіла α-частинка, рухаючись паралельно електродам, і утворила на своєму шляху ланцюжок іонів. Через який час після прольоту α-частинки іони дійдуть до електродів, якщо відстань d між електродами дорівнює 4 см, різниця потенціалів U = 5 кВ та рухливість іонів обох знаків у середньому b = 2 см^2/(В·с)?

Дано	СІ	Рішення:
d = 4 см U = 5 кВ b = 2 см^2/(В·с)	0,04 м $5 \cdot 10^3$ В $2 \cdot 10^{-4}$ м^2/(В·с)	За час Δt іон пройде шлях $S = \frac{d}{2} = u\Delta t$, де u – швидкість іона: $u = b \cdot E = b\frac{U}{d}$.
Δt – ?		

Таким чином, маємо

$$\Delta t = \frac{d}{2u} = \frac{d}{2} \cdot \frac{d}{bU} = \frac{d^2}{2bU}.$$

Чисельне значення часу

$$\Delta t = \frac{0,04^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^3} = 0,8 \cdot 10^{-3} (\text{c}).$$

Приклад 6. Яку найменшу швидкістю $v_{\min}$ повинен мати електрон, щоб іонізувати атом водороду, якщо потенціал іонізації U_i водню дорівнює 13,5 В?

Дано	СІ	Рішення:
U_i = 13,5 В		Потенціалом іонізації зветься різниця потенціалів, яку повинен пройти електрон, щоб при зіткненні з атомом перетворити його на іон.
$v_{\min}$ – ?		

Швидкість електрона знайдемо із умови рівності кінетичної енергії електрона і роботи сил електричного поля

$$\frac{m v_{\min}^2}{2} = A_{\text{ел}} = eU_i ,$$

відкіля мінімальна швидкість електрона:

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{2eU_i}{m}}.$$

Чисельно

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 13,5}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 2,2 \cdot 10^6 (\text{м} / \text{с}).$$

Задачі для самостійної роботи

1. У мідному провіднику об'ємом V = 6 см^3 при проходженні по ньому

постійного струму за час t = 1 хв виділилося кількість теплоти Q = 216 Дж. Обчислити напруженість E електричного поля у провіднику (для міді $\rho = 0{,}0175\cdot10^{-6}$ Ом·м).

*Відповідь:*0,102 В/м.

2. Визначити об'ємну густину теплової потужності ω у металевому провіднику, якщо густина струму j = 10 А/мм^2. Напруженість E електричного поля у провіднику дорівнює 1 мВ/м.

Відповідь:10^4 Вт/м^3.

3. Обмотка котушки з мідного дроту при температурі t_1 = 14°С має опір R_1 = 10 Ом. Після пропускання струму опір котушки став рівним R_2 = 12,2 Ом. До якої температури t_2 нагрілася обмотка? Температурний коефіцієнт опору міді дорівнює $\alpha = 4{,}15\cdot10^{-3}$ К$^{-1}$.

*Відповідь:*70°С.

4. Яка потужність струму, за допомогою якого можна отримати 150 кг алюмінію за добу? Яка для цього необхідна поверхня електродів? Електролітичне отримання алюмінію ведеться при напрузі 5 В і густині струму 0,4 А/дм^2. ККД пристрою – 95%.

Відповідь: 3 кВт, 15 м^2.

5. Площа кожного електрода іонізаційної камери S = 0,01 м^2, відстань між ними d = 6,2 см. Знайти силу струму насичення $I_н$ у такій камері, якщо в одиницю часу утворюється число однозарядних іонів кожного знаку $n_0 = 10^{15}$ м$^{-3}\cdot$с$^{-1}$.

Відповідь: 0,1 мкА.

6**.** При іонізації повітря виникають одновалентні іоны. Визначити їх концентрацію, якщо при напруженості поля E = 1 кВ/м густина струму $j = 6\cdot10^{-6}$ А/м^2. Рухливості позитивних і негативних іонів відповідно дорівнюють: $b_+ = 1{,}4\cdot10^{-4}$ м^2/(В с) і b_- = 1,9 10^{-4} м^2/(В с).

Відповідь:$1{,}14\cdot10^4$ м$^{-3}$.

7. При якій найменшій швидкості електрон може вилетіти із срібла (А = 4,3 еВ)?

Відповідь: 1,2 Мм/с.

8. При якій температурі атоми ртуті мають кінетичну енергію поступального руху, яка є достатня для іонізації? Потенціал іонізації атомів ртуті дорівнює 10,4 В.

Відповідь: 8036 К

Магнітне поле постійного струму

Довідковий матеріал

Закон Біо-Савара-Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi} \frac{\left[d\vec{l}\vec{r} \right]}{r^3}$$

де $d\vec{B}$ — магнітна індукція поля, створюваного елементом $d\vec{l}$ провідника зі струмом; μ — магнітна проникність; μ_0 — магнітна постійна ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м); $d\vec{l}$ — вектор, рівний по модулі довжині dl провідника й співпадаючий по напрямку зі струмом (елемент провідника); I — сила струму; $\vec{r}$ — радіус-вектор, проведений від середини елемента провідника до крапки, магнітна індукція в якій визначається.

Модуль вектору $d\vec{B}$ виражається формулою

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I \sin\alpha}{r^2} dl,$$

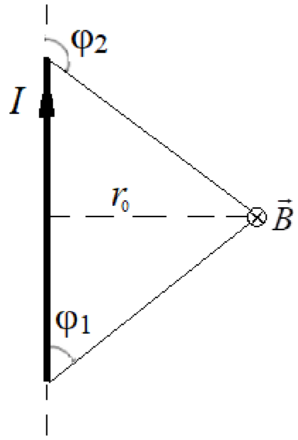
де α — кут між векторами $d\vec{l}$ й $\vec{r}$.

Магнітна індукція в центрі кругового провідника зі струмом

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2} \frac{I}{R},$$

де R — радіус кривизни провідника.

Магнітна індукція поля, створюваного нескінченно довгим прямим провідником зі струмом



$$B=\frac{\mu_0\mu}{2\pi}\frac{I}{r_0},$$

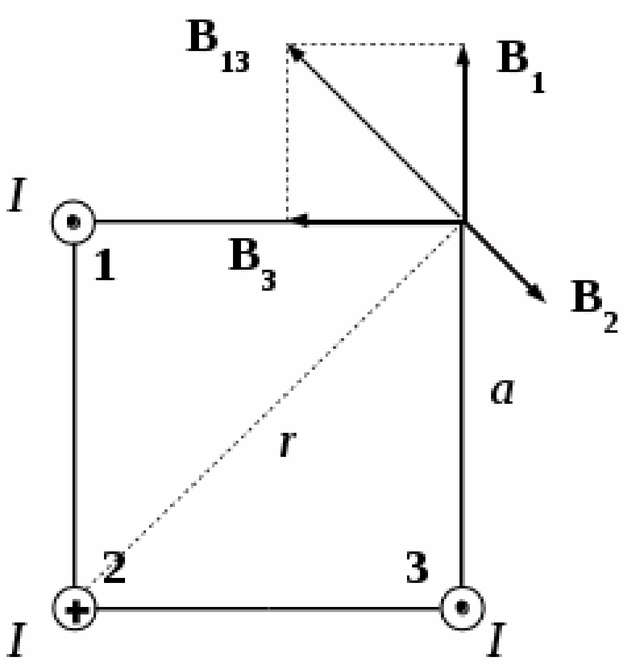
де r_0 - відстань від осі провідника.

Магнітна індукція поля, створюваного відрізком провідника

$$B=\frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I}{r_0}\left(\cos\varphi_1-\cos\varphi_2\right)$$

При симетричному розташуванні кінців провідника щодо точки, у якій визначається магнітна індукція

$$B=\frac{\mu_0\mu}{2\pi}\frac{I}{r_0}\cos\varphi$$



Задача 1.

На рисунку зображений переріз трьох провідників, розташованих у вершинах квадрата (провідники лінійні, нескінченно довгі, прямі). Визначити напрям вектору магнітної індукції в четвертій вершині квадрата.

Рішення

Індукція магнітного поля, що створюється прямими довгими провідниками з однаковими струмами розраховується за формулою

$$B = \frac{\mu_0\mu}{2\pi} \cdot \frac{I}{r},$$

де r – відстань від осі провідника.

Перенумеруємо провідники зі струмами і позначимо довжину сторони квадрата через a. Тоді $B_1 = B_3 = \frac{\mu_0\mu}{2\pi} \cdot \frac{I}{a}$

Побудуємо вектори магнітної індукції в вершині квадрата і застосуємо принцип суперпозиції полів. Спочатку складемо вектори $\vec{B}_1$ і $\vec{B}_3$. З малюнка видно, що по теоремі Піфагора

$$B_{13} = \sqrt{B_1^2 + B_3^2} = \sqrt{B_1^2 + B_1^2} = B_1\sqrt{2} = \frac{\mu_0\mu}{2\pi} \cdot \frac{I}{a}\sqrt{2}.$$

$$B_2 = \frac{\mu_0\mu}{2\pi} \cdot \frac{I}{r} = \frac{\mu_0\mu}{2\pi} \cdot \frac{I}{a\sqrt{2}}$$

Отже, довжина вектору $\vec{B}_2$ менше довжини вектору $\vec{B}_{13}$.

Вектори $\vec{B}_{13}$ і $\vec{B}_2$ спрямовані в протилежні сторони, тому величина модуля індукції магнітного поля в даній точці дорівнює

$$B = B_{13} - B_2,$$

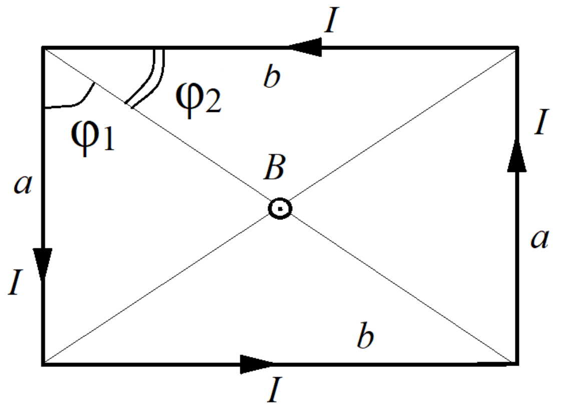
а напрямок вектору магнітної індукції $\vec{B}$ збігається з напрямком $\vec{B}_{13}$.

Задача 2.

По тонкому дроту, вигнутому у вигляді прямокутника, тече струм I= 60 А. Довжини сторін прямокутника дорівнюють a=30 см і b=40 см. Визначити магнітну індукцію в точці перетину діагоналей.

I = 60 А
a = 30 см = 0,3 м
b = 40 см = 0,4 м

B - ?



Магнітна індукція у центрі прямокутника $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4$

де $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3, \vec{B}_4$ - індукція, створювана кожною стороною.

Оскільки $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3, \vec{B}_4$ спрямовані однаково,

$$B = 2B_1 + 2B_2$$

Визначимо B_1 и B_2:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi \frac{b}{2}} \cos\varphi_1; \quad B_2 = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi \frac{a}{2}} \cos\varphi_2$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \quad \cos\varphi_2 = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Тоді

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu I a}{\pi b \sqrt{a^2 + b^2}}; \qquad B_2 = \frac{\mu_0 \mu I b}{\pi a \sqrt{a^2 + b^2}};$$

μ_0 - магнітна постійна.

$$B = 2\frac{\mu_0 \mu I a}{\pi b \sqrt{a^2 + b^2}} + 2\frac{\mu_0 \mu I b}{\pi a \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{2\mu_0 \mu I}{\pi \sqrt{a^2 + b^2}}\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) = \frac{2\mu_0 \mu I \left(a^2 + b^2\right)}{\pi ab \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{2\mu_0 \mu I \sqrt{a^2 + b^2}}{\pi ab}$$

$$B = \frac{2 \cdot 12{,}56 \cdot 10^{-7} \cdot 60 \cdot \sqrt{0{,}3^2 + 0{,}4^2}}{3{,}14 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}4} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ (Тл)}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab}$$

$2 \cdot 10^{-4}$

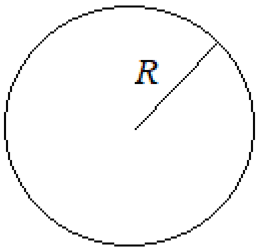
$$\frac{a^2 + b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

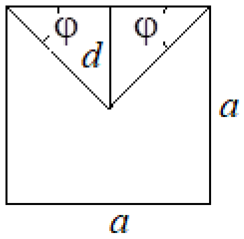
Задача 3.

По тонкому дротовому кільцю тече струм. Не змінюючи сили струму в провіднику, йому надали форму квадрата. У скільки разів змінилася магнітна індукція в центрі контуру?

Дано:	
$\dfrac{B_2}{B_1} = ?$	Магнітна індукція в центрі кругового струму радіусу R

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2R}$$





де μ_0 - магнітна постійна, I – сила струму у провіднику;
R – радіус витка.

Довжина дроту $l = 2\pi R$, звідки $R = \dfrac{l}{2\pi}$, і

$$B_1 = \frac{\mu_0 \pi I}{l}.$$

У центрі квадрата вектори магнітної індукції, створюваної кожною стороною, спрямовані однаково, і результуюча індукція

$$B_2 = 4\frac{\mu_0 I}{2\pi d}\cos\varphi,$$

де d – відстань від центру до боку квадрата, $d = a/2$, де a – сторона квадрата, $a = l/4$.

Тоді отримуємо з урахуванням того, що $\varphi = 45^\circ$ і $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$:

$$B_2 = 4\frac{\mu_0 I}{2\pi\frac{l}{8}}\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{8\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi l}$$

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{8\sqrt{2}\mu_0 I l}{\pi l \mu_0 \pi I} = \frac{8\sqrt{2}}{\pi^2}; \qquad \frac{B_2}{B_1} = \frac{8\sqrt{2}}{(3{,}14)^2} = 1{,}14$$

Задача 4

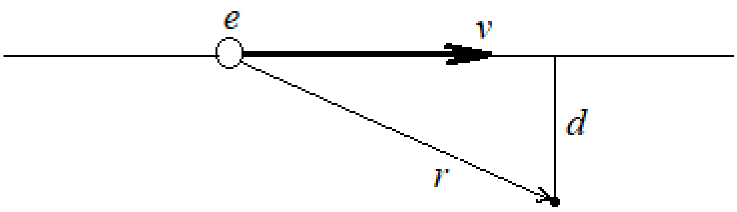
Визначити максимальну магнітну індукцію B_{max} поля, створюваного електроном, що рухається прямолінійно зі швидкістю v=10 Мм/с, у точці, що відстоїть від траєкторії на відстані d=1 нм.

Дано:	
$v = 10\frac{\text{Мм}}{\text{с}} = 10^7\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$	Індукція магнітного поля, яку створює заряд q, що
$d = 1\text{нм} = 10^{-9}\text{м}$	рухається зі швидкістю v
B_{max} - ?	

$$\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{q[\vec{v}\,\vec{r}]}{r^3},$$

$$B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{qv}{r^2}\sin\alpha$$

де μ_0 - магнітна постійна, r – відстань від заряду q до точки, що розглядається; α - кут між векторами $\vec{v}$ и $\vec{r}$



В даному випадку q = 1,6·10^{-19} Кл - заряд електрона.

Індукція магнітного поля максимальна, якщо α=90^0 і $r = d$.

Тоді

$$B_{max} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{qv}{d^2}$$

$$B = \frac{12{,}56\cdot10^{-7}1{,}6\cdot10^{-19}\cdot10^{7}}{4\cdot3{,}14\cdot\left(10^{-9}\right)^2} = 0{,}16\ (\text{Тл})$$

Задача 5.

Струм I = 20 А, протікаючи по кільцю з мідного дроту перерізом S=1 мм^2, створює в центрі кільця індукцію магнітного поля B= 0,2 мТл. Яка різниця потенціалів U прикладена до кінців дроту, що утворює кільце?

Дано:

I = 20 А	Різницю потенціалів визначимо за законом Ома
$S = 1\text{мм}^2 = 10^{-6}\text{м}^2$	$U = IR$,
B= 0,2 мТл=$2\cdot10^{-4}$ Тл	де R – опір дроту, $R = \frac{\rho l}{S}$,
U -?	ρ - питомий опір міді, $\rho = 1{,}7\cdot10^{-8}$ Ом·м

l – довжина дроту, $l = 2\pi r$. (r – радіус витка).

Індукція магнітного поля у центрі кругового струму $B = \frac{\mu_0\mu I}{2r}$ (μ=1)

звідки $r = \frac{\mu_0\mu I}{2B}$. Тоді $R = \frac{\rho 2\pi\cdot\frac{\mu_0\mu I}{2B}}{S} = \frac{\rho\pi\cdot\mu_0\mu I}{BS}$,

і $U = \frac{\rho\pi\cdot\mu_0\mu I^2}{BS}$

$$U = \frac{1{,}7\cdot10^{-8}\cdot3{,}14\cdot1{,}256\cdot10^{-6}\cdot20^2}{0{,}2\cdot10^{-3}\cdot10^{-6}} = \text{(В)}$$

Практичне заняття

Дія магнітного поля на струми і заряди

Довідковий матеріал

Закон Ампера. Сила, що діє на провідник зі струмом у магнітному полі

$$\vec{F} = I\left[\vec{l}\vec{B}\right],$$

де I – сила струму; $\vec{l}$ – вектор, рівний по модулі довжині l провідника й співпадаючий по напрямку зі струмом; $\vec{B}$ – магнітна індукція поля.

Модуль вектору $\vec{F}$ визначається виразом

$$F=BIl\sin\alpha,$$

де α – кут між векторами $\vec{l}$ й $\vec{B}$.

Сила взаємодії двох прямих нескінченно довгих паралельних провідників зі струмами I_1 і I_2, що перебувають на відстані d друг від друга, розрахована на відрізок провідника довжиною l

$$F=\frac{\mu_0\mu}{2\pi}\frac{I_1I_2}{d}l.$$

Сила $\vec{F}$**,** що діє на заряд q, який рухається зі швидкістю $\vec{v}$ в магнітному полі з індукцією $\vec{B}$ (**сила Лоренца**)

$$\vec{F} = q[\vec{v}\vec{B}] \qquad \text{або} \qquad F=|q|vB\sin\alpha,$$

де α– кут, утворений вектором швидкості $\vec{v}$ частинки, що рухається, і вектором індукції магнітного поля $\vec{B}$.

Магнітний момент контуру зі струмом

$$\vec{p}_m=I\vec{S}\text{,}$$

де $\vec{S}$ – вектор, рівний по модулі площі S, охоплюваної контуром, і співпадаючий по напрямку з нормаллю до його площини.

Механічний момент, що діє на контур зі струмом, поміщений в однорідне магнітне поле

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m\vec{B}\right].$$

Модуль механічного моменту

$$M=p_mB\sin\alpha,$$

де α – кут між векторами $\vec{p}_m$ й вектором індукції $\vec{B}$.

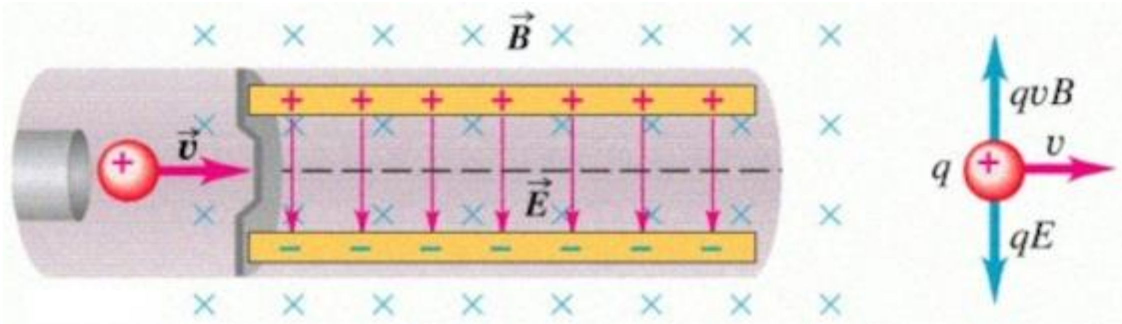
Робота з переміщення замкнутого контуру зі струмом у магнітному полі

$$A=I\Delta\Phi,$$

де $\Delta\Phi$ – зміна магнітного потоку, що пронизує поверхню, обмежену контуром; I – сила струму в контурі.

Задача 1.

Перпендикулярно магнітному полю з індукцією B = 0,1 Тл створене електричне поле напруженістю E = 100 кВ/м. Перпендикулярно обом полям рухається, не відхиляючись від прямолінійної траєкторії, заряджена частинка. Обчислити швидкість частинки.



Дано	
B = 0,1 Тл	
$E = 100\ ^{\text{кВ}}/_{\text{м}} = 10^5\ \frac{\text{В}}{\text{м}}$	
v - ?	

На частинку в схрещених електричному та магнітному полях діє сила Лоренца

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}\vec{B}]$$

Електрична складова цієї сили $F_э = qE$,

а магнитная

$$F_м = qvB sin\alpha = qvB$$

(т.к. за умовою кут між $\vec{v}$ и $\vec{B}$ α = 90°)

Частинка не відхиляється від прямолінійної траєкторії , тобто. $F_э = F_м$, или

$$qE = qvB$$

звідки отримуємо: $v = \dfrac{E}{B}$

$$v = \frac{10^5}{0,1} = 10^6(^{\text{м}}/_{\text{с}})$$

Задача 2.

На дротовий виток радіусом r = 10 см, що знаходиться між полюсами магніту, діє максимальний механічний момент M_{max} = 6,5 мкНм. Сила струму I у витку дорівнює 2 А. Визначити магнітну індукцію B поля між полюсами магніту. Дією магнітного поля Землі зневажити. ($B_з$ = 25 …65 мкТл).

Дано:	СІ	Рішення:
r = 10 см $M_{\max}$ = 6,5 мкНм I = 2 А	0,1 м $6{,}5\cdot10^{-6}$Н м	Індукцію B магнітного поля можна визначити з виразу механічного моменту, що діє на виток зі струмом у магнітному полі
B – ?		$M = p_m B\sin\alpha.$ $M_{max} = p_m B$

Якщо врахувати, що максимальне значення механічний момент приймає при $\alpha=\pi/2$ ($\sin\alpha=1$), а також, що $p_m=IS$, то формула максимального механічного моменту прийме вигляд

$$M_{max}=IBS.$$

Звідси, з огляду на те, що $S=\pi r^2$, знаходимо

$$B=\frac{M_{\max}}{\pi r^2 I}.$$

Зробивши обчислення по останній формулі, знайдемо

$$B=\frac{6{,}5\cdot10^{-6}}{3{,}14\cdot\left(10\cdot10^{-2}\right)^2\cdot2}=1{,}04\cdot10^{-4}\ (\text{Тл}).$$

Задача 3.

Електрон, пройшовши прискорювальну різницю потенціалів U=400 В, потрапив в однорідне магнітне поле з індукцією B = 1,5 мТл. Визначити: 1) радіус R кривизни траєкторії; 2) частоту n обертання електрона в магнітному полі. Вектор швидкості електрона перпендикулярний лініям індукції.

Дано:	СІ	Рішення:
U = 400 В B = 1,5 мТл	 1,5 10^{-3} Тл	1) Радіус кривизни траєкторії електрона визначимо, виходячи з наступних міркувань: на електрон, що рухається в магнітному полі, діє сила Лоренца F. (Дією сили тяжіння можна зневажити). Вектор сили Лоренца перпендикулярний вектору швидкості й, отже, по другому закону Ньютона, надає електрону нормальне прискорення a_n $F = ma_n$.
R – ? n – ?		

Підставивши сюди вираз сили Лоренца F і нормального прискорення a_n, одержимо

$$|e|vB\sin\alpha = \frac{mv^2}{R},$$

де e, v, m – заряд, швидкість, маса електрона відповідно; B – індукція магнітного поля; R – радіус кривизни траєкторії; α– кут між напрямками векторів швидкості $\vec{V}$ й магнітної індукції $\vec{B}$ (у нашім випадку $\vec{v} \perp \vec{B}$ і α = 90°, отже $\sin\alpha$ = l).

З одержаної рівності знайдемо радіус кривизни траєкторії

$$R = \frac{mv}{|e|B}.$$

Швидкість v виразимо через кінетичну енергію W_K ($W_K = \frac{mv^2}{2}$) електрона

$$v = \sqrt{\frac{2W_K}{m}}.$$

Але кінетична енергія електрона, що пройшов прискорювальну різницю потенціалів U, визначається рівністю $W_K = |e|U$. Підставивши це вираження W_K у формулу імпульсу, одержимо

$$v = \sqrt{\frac{2|e|U}{m}}.$$

Тоді вираження для радіуса кривизни траєкторії набуває вигляду

$$R = \frac{m\sqrt{\frac{2|e|U}{m}}}{|e|B} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{|e|}}.$$

Підставивши числові значення величин в останню формулу, одержимо

$$R = \frac{1}{1{,}5\cdot 10^{-3}}\sqrt{\frac{2\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 400}{1{,}6\cdot 10^{-19}}} = 45\cdot 10^{-3}(\text{м}).$$

2) Для визначення частоти обертання скористаємося формулою єднальну частоту зі швидкістю й радіусом кривизни траєкторії

$$n = \frac{1}{\text{T}} = \frac{v}{2\pi R}.$$

Підставивши формулу радіуса кривизни траєкторії $R = \frac{mv}{|e|B}$ в останню формулу, одержимо

$$n = \frac{1}{2\pi}\frac{|e|}{m}B.$$

Зробивши обчислення по останній формулі, знайдемо

$$n = \frac{1}{2\cdot 3{,}14}\cdot\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}}{9{,}1\cdot 10^{-31}}\cdot 1{,}5\cdot 10^{-3} = 4{,}2\cdot 10^{7}(\text{ с}^{-1}).$$

Задача 4.

Два прямолінійних довгих паралельних провідника знаходяться на відстані d_1 = 10 см один від одного. По провідникам в одному напрямку течуть струми I_1 = 20 А та I_2 = 30 А. Яку роботу (на одиницю довжини провідників) треба здійснити, щоб розсунути їх до відстані d_2 = 20 см?

Дано:	
d_1 = 10см = 0,1м	Сила взаємодії двох паралельних провідників зі
I_1 = 20 А	струмами I_1 і I_2, що знаходяться на відстані r один від
I_2 = 30 А	одного $F = \frac{\mu_0 I_2 I_1}{2\pi r} l$
d_2 = 20см = 0,2м	Робота, необхідна для розсування провідників на dr

$\frac{A}{l}$ - ?

$$dA = F \cdot dr = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} l \cdot dr$$

Робота, що здійснюється під час розсування провідників від d_1 до d_2

$$A = \int_{d_1}^{d_2} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} l \cdot dr = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi} \int_{d_1}^{d_2} \frac{dr}{r} =$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi} \ln r \Big|_{d_1}^{d_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi} \left(\ln d_2 - \ln d_1\right) = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi} \ln \frac{d_2}{d_1}$$

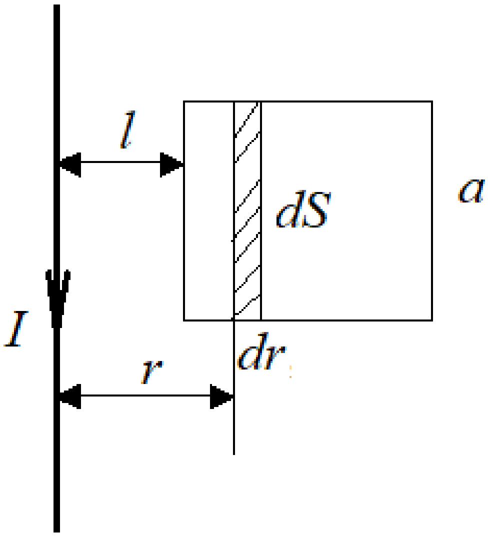
та робота, що припадає на одиницю довжини провідників

$$\frac{A}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{d_2}{d_1};$$

$$\frac{A}{l} = \frac{12{,}56 \cdot 10^{-7} \cdot 20 \cdot 30}{2 \cdot 3{,}14} \cdot \ln \frac{0{,}2}{0{,}1} = 8{,}3 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\text{Дж}}{\text{м}}\right)$$

Задача 5.

Плоска квадратна рамка зі стороною a=20 см лежить в одній площині з нескінченно довгим прямим дротом, яким тече струм I=100 А. Рамка розташована так, що найближча до дроту сторона паралельна йому і знаходиться на відстані l=10 см від дроту. Визначити магнітний потік Ф, що пронизує рамку.



Дано

a = 20см = 0,2м

I = 100А

l = 10см = 0,1м

Ф - ?

Виділимо вузький елемент площини рамки площею $dS = a{\cdot}dr$, у межах якого індукцію магнітного поля, що створюється дротом, можна вважати постійним.

Магнітний потік через цей елемент

$$d\Phi = BdS = B{\cdot}a{\cdot}dr,$$

де B – магнітна індукція.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad (\mu_0 \text{ - магнітна стала}).$$

Т. о., $$d\Phi = \frac{\mu_0 Ia \cdot dr}{2\pi r}$$

Магнітний потік через усю рамку

$$\Phi = \int_l^{a+l} \frac{\mu_0 Ia}{2\pi}\frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 Ia}{2\pi}\ln r\Big|_l^{a+l} = \frac{\mu_0 Ia}{2\pi}\big(\ln(a+l) - \ln l\big) = \frac{\mu_0 Ia}{2\pi}\ln\frac{a+l}{l}$$

Обчислення: $$\Phi = \frac{12{,}56 \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot 0{,}2}{2 \cdot 3{,}14}\ln\frac{0{,}2 + 0.1}{0{,}1} = 4{,}4 \cdot 10^{-6} \text{ (Вб)}$$

Приклад 4. Визначити індукцію B и напруженість H магнітного поля на осі тороїду без сердечника, по обмотці якого, що містить N=200 витків, іде струм I=5 А. Зовнішній діаметр d_1 тороїду дорівнює 30 см, внутрішній d_2= 20 см.

Дано:	СІ	Рішення:
N = 200		Для визначення напруженості магнітного поля усередині тороїду обчислимо циркуляцію вектору $\vec{H}$ уздовж лінії магнітної індукції поля
d_1 = 30 см	0,3 м	
d_2 = 20 см	0,2 м	
I = 5 А		
B – ? H – ?		$\oint Hdl$.

З умови симетрії треба, щоб лінії магнітної індукції тороїда являли собою окружності, і щоб у всіх точках цієї лінії напруженості були однакові. Тому у виразу циркуляції напруженість H можна винести за знак інтеграла, а інтегрування проводити в межах від нуля до $2\pi r$, де r – радіус окружності, що збігається з лінією індукції, уздовж якої обчислюється циркуляція,

$$\int\limits_L Hdl = H\int\limits_0^{2\pi r} dl = 2\pi rH.$$

З іншого боку, відповідно до закону повного струму циркуляція вектора напруженості магнітного поля дорівнює сумі струмів, охоплюваних контуром, уздовж якого обчислюється циркуляція

$$\oint\limits_L H_i dl = \sum_{i=1}^{n} I_i .$$

Дорівнявши праві частини останніх двох рівностей, одержимо

$$2\pi rH = \sum_{i=1}^{n} I_i .$$

Лінія, що проходить уздовж тороїда, охоплює число струмів, рівне числу витків тороїда. Сила струму у всіх витках однакова. Тому остання рівність прийме вид

$$2\pi rH = NI,$$

звідки

$$H = \frac{NI}{2\pi r}.$$

Для середньої лінії тороїда $r = (R_1 + R_2)/2 = (d_1+d_2)/4$. Підставивши цей вираз у формулу напруженості, знайдемо

$$H = \frac{2NI}{\pi(d_1 + d_2)}.$$

Підставивши значення величин у цю формулу, одержимо

$$H=\frac{2\cdot 200\cdot 5}{3{,}14\left(30\cdot 10^{-2}+20\cdot 10^{-2}\right)}=1{,}37\cdot 10^{3}(\text{А / м}).$$

Магнітна індукція B_0 у вакуумі пов'язана з напруженістю поля співвідношенням $B_0=\mu_0 H$. Отже

$$B_0=\frac{2\mu_0 NI}{\pi\left(d_1+d_2\right)}.$$

Підставивши значення величин в останню формулу, одержимо

$$B_0=\frac{2\cdot 1{,}257\cdot 10^{-6}\cdot 200\cdot 5}{3{,}14\left(30\cdot 10^{-2}+20\cdot 10^{-2}\right)}=1{,}6\cdot 10^{-3}\ (\text{Тл}).$$

Завдання для самостійного вирішення

1. Тонким дротяним кільцем тече струм. Не змінюючи сили струму у провіднику, йому надали форму квадрата. У скільки разів змінилася магнітна індукція у центрі контуру?

Відповідь: 1,15

2. По тонкому дроту, вигнутому у вигляді прямокутника, тече струм I = 60 А. Довжини сторін прямокутника рівні a = 30 см і b = 40 см. Визначити магнітну індукцію B у точці перетинання діагоналей.

Відповідь: 200 мкТл.

3. Напруженість H магнітного поля в центрі круговий витка дорівнює 200 А/м. Магнітний момент p_m витка дорівнює 1 А·м^2 . Обчислити силу струму I у витку й радіус R витка.

Відповідь: 37 А; 9,27 см.

4. Дротовий виток радіусом R = 5 см знаходиться в однорідному магнітному полі напруженістю H = 2 кА/м. Площина витка утворює кут α = 60° з напрямком поля. По витку тече струм силою I = 4 А. Знайти механічний момент M, який діє на виток.

Відповідь: 39,5 мкН/м.

5. Електрон рухається в магнітному полі з індукцією B = 0,02 Тл по колу радіусом R = 1 см. Визначити кінетичну енергію T електрона (у джоулях та електрон-вольтах).

Відповідь: 0,563 фДж, 3,52 еВ.

6. Протон, що пройшов прискорювальну різницю потенціалів U = 600 В, влетів в однорідне магнітне поле з індукцією B =0,3 Тл і почав рухатися по колу. Обчислити його радіус R.

Відповідь: 12 мм.

7. Перпендикулярно магнітному полю з індукцією B = 0,1 Тл створене

електричне поле напруженістю E = 100 кВ/м. Перпендикулярно обом полям рухається, не відхиляючись від прямолінійної траєкторії, заряджена частинка. Обчислити швидкість частинки.

Відповідь: 1 Мм/с.

8. Обчислити циркуляцію вектора магнітної індукції уздовж контуру, що охоплює струми I_1 = 10 А, I_2 = 15 А, що течуть в одному напрямку, і струм I_3 = 20 А, що тече у протилежному напрямку.

Відповідь: 6,28 мкТл·м.

Практичне заняття

Електромагнітна індукція

Довідковий матеріал

Закон повного струму (для магнітного поля у вакуумі)

$$\oint_l B_l dl = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i ,$$

де μ_0 – магнітна постійна; $\sum_{i=1}^{n} I_i$ – алгебраїчна сума струмів, охоплюваних контуром; n – число струмів.

Закон повного струму (для довільного середовища)

$$\oint_l H_l dl = \sum_{i=1}^{n} I_i .$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$$

Магнітний потік Ф через плоский контур площею S

а) у випадку однорідного поля

$$Ф = BS\cos\alpha; \text{ або } Ф = B_n S,$$

де α – кут між вектором нормалі $\vec{n}$ до площини контуру й вектором магнітної індукції $\vec{B}$; B_n – проекція вектору $\vec{B}$ на нормаль $\vec{n}$ ($B_n = B\cos\alpha$);

б) у випадку неоднорідного поля

$$\Phi = \int_S B_n dS ,$$

де інтегрування ведеться по всій поверхні S.

Потокозчеплення, тобто повний магнітний потік, зчеплений з усіма витками соленоїда або тороїда

$$\psi=N\Phi,$$

де Φ – магнітний потік через один виток; N – число витків соленоїда або тороїда.

Робота з переміщення замкнутого контуру зі струмом у магнітному полі

$$A=I\Delta\Phi,$$

де $\Delta\Phi$ – зміна магнітного потоку, що пронизує поверхню, обмежену контуром; I – сила струму в контурі.

Основний **закон електромагнітної індукції (закон Фарадея-Максвелла)**

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\psi}{dt},$$

де ε_i– електрорушійна сила індукції; N – число витків контуру; Ψ – потокозчеплення.

Різниця потенціалів *U* на кінцях провідника довжиною l, що рухається зі швидкістю $\vec{v}$ в однорідному магнітному полі

$$U = Blv\sin\alpha,$$

де α– кут між напрямками векторів швидкості $\vec{v}$ й та провідником.

Електрорушійна сила самоіндукції ε_i, що виникає в замкнутому контурі при зміні сили струму в ньому

$$\varepsilon_i = -L\frac{dI}{dt} \quad \text{або} \quad \langle\varepsilon_i\rangle = -L\frac{\Delta I}{\Delta t},$$

де L = const – індуктивність контуру.

Потокозчеплення контуру

$$\Psi=LI.$$

Індуктивність соленоїда (тороїда)

$$L=\mu_0\mu n^2V,$$

де n – число витків на одиницю довжини соленоїда, V – об’єм соленоїда, μ – магнітна проникність осердя соленоїда.

Миттєве значення сили струму I у колі, що володіє активним опором R і індуктивністю L:

а) після замикання кола

$$I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1-e^{-(R/L)t}\right),$$

де ε – ЕРС джерела струму; t – час, що пройшов після замикання ланцюга;

б) після розмикання кола

$$I = I_0 e^{-(R/L)t},$$

де I_0 – сила струму в колі при t = 0, t – час, що пройшов з моменту розмикання ланцюга.

Енергія *W* магнітного поля, створюваного струмом у замкнутому контурі індуктивністю L, визначається формулою

$$W = \frac{1}{2} L I^2,$$

де I – сила струму в контурі.

Об'ємна (просторова) густина енергії однорідного магнітного поля (наприклад, для довгого соленоїда)

$$w = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{BH}{2}.$$

Задача 1. В однорідному магнітному полі з індукцією B = 0,1 Тл рівномірно обертається рамка, що містить N=1000 витків, із частотою n = 600 хв$^{-1}$. Площа S рамки дорівнює 150 см^2. Визначити миттєве значення ЕРС ε_i, що відповідає куту повороту рамки 30°.

Дано:	СІ	Рішення:
B=0,1 Тл N= 1000 n=10 с$^{-1}$ S = 150 см^2 α = 30°	 $1{,}5\cdot10^{-2}$ м^2	Миттєве значення ЕРС індукції ε_i визначається основним рівнянням електромагнітної індукції Фарадея – Максвелла
ε_i – ?		$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}.$$

Потокозчеплення Ψ=$N\Phi$, де N — число витків, що пронизуються магнітним потоком Ф. Підставивши вираження Ψ у формулу миттєвого значення ЕРС індукції, одержимо

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt}.$$

При обертанні рамки магнітний потік Ф, що пронизує рамку в момент часу t, змінюється за законом $\Phi = BS\cos(\omega t)$, де B – магнітна індукція; S – площа рамки; ω – кутова швидкість. Підставивши в останню формулу вираження магнітного потоку Ф и продиференціювавши за часом, знайдемо миттєве значення ЕРС індукції

$$\varepsilon_i = NBS\omega \sin\omega t.$$

Циклічна частота ω пов'язана із частотою n обертання співвідношенням $\omega = 2\pi n$. Підставивши вираз кутової частоти у формулу ЕРС індукції й замінивши ωt на кут α, одержимо

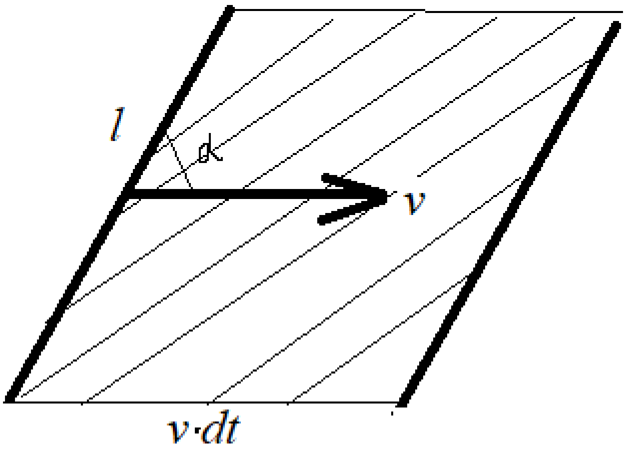
$$\varepsilon_i = 2\pi nNBS \sin\alpha.$$

Зробивши обчислення по останній формулі, одержимо

$$\varepsilon_i = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \cdot 1000 \cdot 0{,}1 \cdot 150 \cdot 10^{-4} \sin 30° = 47{,}1\,(\text{В}).$$

Задача 2. Поїзд рухається зі швидкістю 54 км/год. Індукція магнітного поля Землі в вертикальному напрямку дорівнює $5 \cdot 10^{-5}$ Тл. Визначити різницю потенціалів на кінцях вагонної осі завдовжки 1,6 м.

Дано:	СІ	Рішення:
v = 54 км/ч $B = 5 \cdot 10^{-5}$ Тл l=1,6 м	15 м/с	Різниця потенціалів на кінцях провідника буде дорівнює ЕРС індукції $\varphi_1 - \varphi_2 = \varepsilon_i$, яка виникає при рухові провідника у магнітному полі $\varepsilon_i = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{BdS}{dt} = \frac{Blv \cdot dt \cdot \sin\alpha}{dt} = Blv\sin\alpha$ де α – кут між напрямками векторів швидкості $\vec{v}$ і провідником, α=90°
$\varphi_1 - \varphi_2$ – ?		



Проведемо обчислення

$$\varepsilon_i = 5\cdot10^{-5}\cdot1{,}6\cdot15\cdot\sin90^\circ = 1{,}2\cdot10^{-3}(\text{В}) = 1{,}2(\text{мВ}).$$

Задача 3. На стрижень із немагнітного матеріалу довжиною l = 50 см намотаний в один шар провід так, що на кожний сантиметр довжини стрижня доводиться 20 витків. Визначити енергію W магнітного поля усередині соленоїда, якщо сила струму I в обмотці дорівнює 0,5 А. Площа S перерізу стрижня дорівнює 2 см^2.

Дано:	СІ	Рішення:
l = 50 см n = 20 см$^{-1}$ S = 2 см^2 I = 0,5 А	0,5 м 2000 м$^{-1}$ $2\cdot10^{-4}$ м^2	Енергія магнітного поля соленоїда з індуктивністю L, по обмотці якого тече струм I, виражається формулою $W = \frac{1}{2}LI^2.$
W – ?		

Індуктивність соленоїда у випадку немагнітного сердечника залежить тільки від числа витків на одиницю довжини й від об'єму V сердечника:

$$L = \mu_0 n^2 V,$$

де μ_0 – магнітна стала.

Підставивши вираз індуктивності L у формулу енергії магнітного поля, одержимо

$$W = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 V I^2 .$$

Урахувавши, що $V = lS$, напишемо формулу енергії магнітного поля в такий спосіб

$$W = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 S l I^2 ,$$

Зробивши обчислення по останній формулі, знайдемо

$$W = \frac{1}{2} \cdot 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{6} \cdot 0,5^{2} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 0,5 = 62,8 \cdot 10^{-6} (\text{Дж}).$$

Задача 4

Котушка має індуктивність L=0,144 Гн та опір R=10 Ом. Через який час t після включення в котушці потече струм, що дорівнює половині того, який встановиться?

Дано:	Рішення:
L=0,144 Гн R=10 Ом $I = 0,5 \cdot I_0$ t-?	Миттєве значення сили струму I кола, що має активний опір R і індуктивність L через час t після замикання кола $I = I_0\left(1 - e^{-(R/L)t}\right)$, де R – опір, L – індуктивність.

$$0{,}5 = 1 - e^{-(R/L)t}$$

$$e^{-(R/L)t} = 0{,}5 \qquad \ln e^{x} = x$$

$$e^{-(R/L)t} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{e^{(R/L)t}} = \frac{1}{2}$$

$$e^{(R/L)t} = 2$$

$$\ln e^{(R/L)t} = \ln 2$$

$$\frac{R}{L}t = \ln 2 \qquad t = \frac{L}{R}\ln 2$$

$$1 - e^{-(R/L)t} = \frac{1}{2}$$

$$e^{-(R/L)t} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{e^{(R/L)t}} = \frac{1}{2}$$

$$e^{(R/L)t} = 2$$

Прологарифмируем полученное выражение ($\ln e^{x} = x$)

$$\ln e^{(R/L)t} = \ln 2 \qquad \frac{Rt}{L} = \ln 2 \qquad t = \frac{L\ln 2}{R}$$

$$t = \frac{0{,}144\ln 2}{10} = 10^{-2}\,(\text{c})$$

Задача 5. Електромагніт з індуктивністю 6 Гн підключений до джерела струму, ЕРС якого 110 В. Визначити загальну ЕРС в момент розмикання ланцюга, якщо при розмиканні ланцюга сила струму зменшується зі швидкістю 8 А/с.

Дано:	Рішення:
L = 6 Гн $\varepsilon = 110$ В $\dfrac{dI}{dt} = 8$ А/с	При зменшенні сили струму в ланцюзі в ньому виникає ЕРС, яка перешкоджає зменшенню сили струму. ЕРС самоіндукції і ЕРС джерела струму при розмиканні мають однаковий напрямок, тому $\varepsilon_{заг} = \varepsilon + \varepsilon_i$, де $\varepsilon_i = L\dfrac{\lvert dI \rvert}{dt}$, тоді $\varepsilon_{заг} = \varepsilon + L\dfrac{\lvert dI \rvert}{dt}$.
$\varepsilon_{заг}$ = ?	

Чисельно

$$\varepsilon_{заг} = 110 + 6 \cdot 8 = 158\,(\text{В}).$$

Задача 6. Котушка опором 200 Ом, що складається з 1000 витків площею 4 см^2, внесена в однорідне магнітне поле. Протягом деякого часу індукція магнітного поля зменшилася від 0,8 до 0,3 Тл. Який заряд був індукований в провіднику за цей час?

Дано:	СІ	Рішення:
R = 200 Ом N=1000 S = 4 см^2 B_1 = 0,8 Тл B_2 = 0,3 Тл	 $4 \cdot 10^{-4}$ м^2	Індукований заряд визначається за величиною індукційного струму $q = I_i \cdot \Delta t$, де $I_i = \dfrac{\varepsilon_i}{R}$.
q –?		

По закону електромагнітної індукції ЕРС котушки

$$\varepsilon_i = N\frac{\lvert \Delta \Phi \rvert}{\Delta t},$$

де зміна потоку

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = B_2\,S - B_1\,S = \left(B_2 - B_1\right)S\,.$$

Тоді

$$q = N\,\frac{\left|B_2 - B_1\right|S}{R\,\Delta t}\,\Delta t = N\,\frac{\left|B_2 - B_1\right|S}{R}$$

і підставляючи числові дані, отримуємо

$$q = 1000\,\frac{\left|0{,}3 - 0{,}8\right| \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{2000} = 10^{-4}\,(\text{Кл}).$$

Задача 6. Дротове кільце радіусом r = 10 см лежить на столі. Яка кількість електрики q протікає по кільцю, якщо його повернути з одного боку на іншій? Опір R кільця дорівнює 1 Ом. Вертикальна складова індукції магнітного поля Землі дорівнює 50 мкТл.

Кількість електрики q, що протікає в контурі

$$q = \frac{\Delta\Phi}{R},$$

де R - опір контуру; $\Delta\Phi$ - зміна магнітного потоку.

$$q = \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{B\pi r^2\left(\cos 0 - \cos 180^0\right)}{R} = \frac{2B\pi r^2}{R}$$

$$q = \frac{2 \cdot 50 \cdot 10^{-6} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}1^2}{1} = 3{,}14 \cdot 10^{-6}\ (\text{Кл})$$

Завдання для самостійного вирішення

1. По соленоїду тече струм силою I = 1 А. Магнітний потік, що пронизує поперечний переріз сердечника, дорівнює 2 мкВб. Визначити індуктивність соленоїда, якщо він має 500 витків.

Відповідь: 10^{-3} Гн.

2. Плоский контур, площа якого дорівнює 300 см^2, знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією B = 0,01 Тл. Площина контуру перпендикулярна лініям індукції. У контурі підтримується постійний струм I = 10 А. Визначити роботу A зовнішніх сил по переміщенню контуру зі

струмом в область простору, магнітне поле в якій відсутнє.

Відповідь: 3 мДж.

3. У однорідному магнітному полі з індукцією B = 0,35 Тл рівномірно з частотою $n°$= 480 хв$^{-1}$ обертається рамка, що містить N = 500 витків площею S = 50 см^2. Вісь обертання лежить у площині рамки та перпендикулярна лініям індукції. Визначити максимальну ЕРС індукції ε_{max}, що виникає у рамці.

Відповідь: 132 В.

4. Дрітове кільце радіусом r = 10 см лежить на столі. Яка кількість електрики q протікає по кільцю, якщо його повернути з одного боку на іншу? Опір R кільця дорівнює 1 Ом. Вертикальна складова індукції магнітного поля Землі дорівнює 50 мкТл.

Відповідь: 3,14 мкКл.

5. Соленоїд містить N = 1000 витків. Сила струму I у його обмотці дорівнює 1 А, магнітний потік Ф через поперечний переріз соленоїда дорівнює 0,1 мВб. Обчислити енергію W магнітного поля.

Відповідь:50 мДж.

6. Обмотка тороїда містить n = 10 витків на кожен сантиметр довжини. Сердечник немагнітний. При якій силі струму I в обмотці густина енергії магнітного поля дорівнює 1 Дж/м^3?

Відповідь: 161 Дж/м^3.

7. Індуктивність L котушки дорівнює 2 мГн. Струм частотою ν = 50 Гц, що протікає по котушці, змінюється за синусоїдальним законом. Визначити середню ЕРС самоіндукції $\langle\varepsilon_i\rangle$, що виникає за інтервал часу Δt, протягом якого струм у котушці змінюється від мінімального до максимального значення. Амплітудне значення сили струму I_0 = 10 А.

Відповідь: 4 В.

8. Соленоїд містить N = 1000 витків. Площа S перерізу сердечника дорівнює 10 см^2. По обмотці тече струм, що створює поле з індукцією B = 1,5 Тл. Визначити середню ЕРС індукції $\langle\varepsilon\rangle$, що виникає в соленоїді, якщо струм зменшиться до нуля за час t = 500 мкс.

Відповідь: $3{\cdot}10^3$ В.

Практичне заняття №8. Електромагнітні коливання й хвилі. Змінний струм. Магнітні властивості речовини

Довідковий матеріал

Період власних коливань у коливальному контурі без активного опору **(формула Томсона)**

$$T = 2\pi\sqrt{LC}\,,$$

де L – індуктивність контуру; C – електроємність.

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

Логарифмічний декремент коливань λ

$$\lambda = \ln \frac{q(t)}{q(t+T')} = \beta T,$$

де $q(t) = q_m \mathrm{e}^{-\beta t}$ – заряд конденсатора; $\beta = \frac{R}{2L}$ – коефіцієнт загасання; $T' = \frac{2\pi}{\omega'} = 2\pi / \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – період коливань контуру з опором,

$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ – власна циклічна частота контуру.

Резонансна частота послідовного коливального контуру

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \le \omega_0$$

Закон Ома для ланцюга змінного струму

$$i = \frac{\varepsilon}{Z},$$

де $i = i_0 \sin \omega t$ – залежність змінного струму від часу;

$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$ – загальний опір кола, ε – ЕРС джерела струму.

Індуктивний і ємнісний реактивний опір відповідно

$$X_L(\omega) = \omega L \qquad X_C(\omega) = 1/\omega C.$$

Середня потужність змінного струму

$$\bar{P} = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)dt = \frac{1}{2}U_m I_m \cos\varphi = U_\text{д} I_\text{д} \cos\varphi,$$

де cosφ – *коефіцієнт потужності,*

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}.$$

Діючі значення струму і напруги в ланцюгах змінного струму

$$I_\text{д} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, U_\text{д} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

Зв'язок довжини електромагнітної хвилі λ з періодом *T* і частотою *ν*

коливань

$$\lambda = cT \qquad \text{або} \qquad \lambda = \frac{c}{\nu},$$

де c – швидкість електромагнітних хвиль у вакуумі (c = $3{\cdot}10^8$ м/с).

Швидкість електромагнітних хвиль у середовищі

$$v = c/\sqrt{\varepsilon\mu},$$

де ε – діелектрична проникність; $\mu = \chi + 1$ – магнітна проникність середовища, χ – магнітна сприйнятливість.

Намагніченість $\vec{J}$ в ізотропному магнетику

$$\vec{J} = \chi\vec{H}.$$

Магнітна індукція $\vec{B}$, напруженість $\vec{H}$ і намагніченість $\vec{J}$ в ізотропному магнетику зв'язані співвідношенням

$$\vec{B} = \mu_0\left(\vec{H} + \vec{J}\right),$$

де μ_0 – магнітна постійна.

Густина енергії електромагнітного поля, що переносяться хвилями

$$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2}\left(\varepsilon\varepsilon_0 E^2 + \mu\mu_0 H^2\right) = \frac{1}{2}\left(\vec{E}\vec{D} + \vec{B}\vec{H}\right).$$

Тиск світла

$$P = (1 + R)\overline{w},$$

де R – коефіцієнт відбиття; $\overline{w}$ – середнє значення густини енергії хвилі.

Приклад 1. Коливальний контур складається із конденсатора ємністю 2,22 нФ і одношаровий котушки (без осердя), намотаною із мідної проволоки діаметром 0,5 мм. Довжина котушки 20 см, діаметр котушки 5 см. Знайдіть логарифмічний декремент згасання коливань.

Дано:	СІ	Рішення:
C = 2,22·нФ	$2{,}22{\cdot}10^{-9}$ Ф	За означенням логарифмічного декременту
d = 0,5 мм	$5{\cdot}10^{-4}$ м	$\lambda = \beta T'$,
l = 20 см	0,2 м	де $\beta = \frac{R}{2L}$ –коефіцієнт загасання;
D = 5 см	0,05 м	
λ = ?		

		$T' = \dfrac{2\pi}{\omega'} = 2\pi / \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – період коливань контуру з опором R; $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{LC}}$ –власна частота контуру.

Опір котушки знайдемо за формулою

$$R = \frac{\rho \cdot l_0}{S_0},$$

де $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$Ом·м ·– питомий опір мідної проволоки;
$l_0 = N \cdot \pi \cdot D$·– довжина проволоки;
$N = l/d$ – число витків у котушці; $S_0 = \pi \cdot d^2/4$ – площа перерізу проволоки.

Проведемо обчислення

$$R = \frac{\rho \cdot l_0}{S_0} = \frac{\rho N \pi D}{\pi d^2 / 4} = 4\rho \frac{lD}{d^3} = 4 \cdot \frac{1{,}7 \cdot 10^{-8} \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}05}{(5 \cdot 10^{-4})^3} = 5{,}44(\text{Ом}).$$

Знайдемо формулу для індуктивності котушки

$$L = \mu_0 n^2 V = \mu_0 \frac{N^2}{l^2} Sl = \mu_0 \frac{l^2}{d^2} \frac{S \cdot l}{l^2} = \mu_0 \frac{S \cdot l}{d^2} = \mu_0 \frac{\pi D^2 l}{4d^2}$$

і розрахуємо її чисельне значення

$$L = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \frac{3{,}14 \cdot 0{,}05^2 \cdot 0{,}2}{4 \cdot (5 \cdot 10^{-4})^2} = 2 \cdot 10^{-3}(\text{Гн}).$$

Запишемо формулу для остаточних розрахунків логарифмічного декременту

$$\lambda = \beta 2\pi / \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \frac{R}{2L} \cdot 2\pi / \sqrt{\frac{1}{LC} - (\frac{R}{2L})^2}.4$$

Одержимо чисельне значення

$$\lambda = \frac{5{,}44}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 3{,}14 / \sqrt{\frac{1}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}22 \cdot 10^{-9}} - (\frac{5{,}44}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}})^2} = 0{,}018.$$

Приклад 2. Струм в коливальному контурі змінюється за законом $I = -0{,}02 \sin 400\pi t$, А. Індуктивність контуру 1 Гн. Визначте: а) період коливань, б) ємність контуру, в) максимальну різницю потенціалів на обкладинках конденсатора, г) максимальну енергію магнітного поля, д) максимальну енергію електричного поля. $I_m = 0{,}02$ А, $\omega = 400\pi$

Дано:	СІ	Рішення:
$i = -0,02\sin 400\pi\, t$, А L = 1·Гн T –? C–? U_c –? $W_{м\max}$ –? $W_{e\max}$ –?		а) Порівняємо аргумент заданої функції із аргументом функції, яка описує загальний випадок залежності змінного струму від часу $i = i_0 \sin \omega t$. Бачимо, що ω = 400π, звідки $T = 2\pi / \omega = 2\pi / 400\pi = 5\cdot 10^{-3}$(с).

б) Ємність контуру знайдемо із формули для періоду коливального контуру $T = 2\pi\sqrt{LC}$, тобто

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L}$$

Обчислення

$$C = (5\cdot 10^{-3})^2 / 4\cdot 3{,}14^2 \cdot 1 = 6{,}3{\cdot}10^{-7}\,(\text{Ф}).$$

в) Максимальну різницю потенціалів на обкладинках конденсатора визначимо за формулою

$$U_m = \frac{q_m}{C} = \frac{I_m}{\omega C} \qquad I_m = 0{,}02\,\text{А} \qquad I_m = \omega q_m$$

$$U_c = \frac{q}{C} = \frac{1}{C}\int i dt = -\frac{1}{C}\int 0{,}02\sin 400\pi t \cdot dt = -\frac{1}{400\pi C}\int 0{,}02\sin 400\pi t \cdot d\left(400\pi t\right) = \frac{0{,}02}{400\pi C}\cos 40$$

,

де

$$U_{c\max} = \frac{I_m}{\omega C} = \frac{0{,}02}{6{,}3{\cdot}10^{-7}\cdot 400\cdot 3{,}14} = 25{,}2(\text{В}).$$

г,д) За законом збереження енергії для ідеального коливального контуру максимальна енергію магнітного поля дорівнює максимальній енергії електричного поля, тобто

$$W_{e\max} = W_{m\max}$$

Або

$$W_{\text{em}} = \frac{\text{CU}_\text{m}{}^2}{2} = \frac{6{,}3\cdot 10^{-7}\cdot 25{,}2^2}{2} = 2\cdot 10^{-4}\ \text{Дж}$$

$$W_\text{m} = \frac{\text{LI}_\text{m}{}^2}{2} = \frac{1\cdot 0{,}02^2}{2} = 2\cdot 10^{-4}\ \text{Дж}$$

$$\frac{CU_{\max}^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2}.$$

Приклад 3. Котушка з активним опором R = 10 Ом та індуктивністю L включена в коло змінного струму напругою U = 127 В та частотою ν = 50 Гц. Знайти індуктивність котушки, якщо відомо, що котушка поглинає потужність P = 400 Вт і зсув фаз між напругою та струмом $\varphi = 60°$.

Дано:	СІ	Рішення:
R = 10 Ом ν = 50 Гц U = 127 В P = 400 Вт $\varphi = 60°$.		Індуктивність котушки знайдемо виходячи із формули для індуктивного опору $$X_L(\omega) = \omega L = 2\pi\nu L$$ тобто $$L = \frac{X_L}{2\pi\nu}.$$
L –?		

В свою чергу, індуктивний опір знайдемо із закону Ома для змінного струму

$$I_Д = \frac{U_Д}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}.$$

Одержимо

$$X_L = \sqrt{\left(\frac{U_Д}{I_Д}\right)^2 - R^2}$$

$$L = \frac{1}{2\pi\nu}\sqrt{\left(\frac{U_д}{I_д}\right)^2 - R^2}.$$

Задане значення напруги є діючим, яке пов’язане із діючим струмом через потужність

$$\overline{P} = U_д I_д \cos\varphi,$$

відкіля

$$I_д = \frac{\overline{P}}{U_д \cos\varphi},$$

Маємо формулу для індуктивності

$$L = \frac{1}{2\pi\nu}\sqrt{\left(\frac{U_{\text{д}}^2\cos\varphi}{P}\right)^2 - R^2}.$$

Обчислення

$$L = \frac{1}{2\cdot 3{,}14\cdot 50}\sqrt{\left(\frac{127^2\cos 60^{\text{o}}}{400}\right)^2 - 10^2} = 0{,}056(\text{Гн}).$$

Приклад 4. Радіолокатор працює у імпульсному режимі. Тривалість імпульсу 10^{-6} с, імпульси слідують 1000 разів на секунду. Визначити максимальну дальність виявлення цілей таким локатором.

Дано:

$\tau = 10^{-6}$ с

$N = 1000$

$\Delta t = 1$ с

$c = 3\cdot 10^8$ м/с

$d_{\max}$ – ?

Рішення:

Час між посилкою та прийомом радіоімпульсу не повинен перевищувати величину

$$\Delta t_0 = \frac{\Delta t}{N}.$$

З іншого боку, це час, за яким можна визначити максимальну відстань до мети

$$\Delta t_0 = \frac{2d_{\max}}{c}.$$

В результаті маємо

$$d_{\max} = \frac{\Delta t\cdot c}{N\cdot 2},$$

чисельне значення

$$d_{\max} = \frac{1\,\text{с}\cdot 3\cdot 10^8\ \text{м/с}}{10^3\cdot 2} = 1{,}5\cdot 10^5\ \text{м} = 150\ \text{км}.$$

Приклад 5. Скільки коливань відбувається в електромагнітній хвилі з довжиною хвилі $\lambda = 200$ м за час, що дорівнює періоду звукових коливань із частотою $\nu_{\text{зв}} = 1500$ Гц?

Дано:	СІ	Рішення:
$\lambda = 200$ м $\nu_{зв} = 1500$ Гц $\Delta t = T_{зв}$° $c = 3 \cdot 10^8$ м / с		Визначимо період несучих коливань із заданою довжиною хвилі λ $$T_н = \frac{\lambda}{c}.$$ Період звукових коливань дорівнює $$T_{зв} = \frac{1}{\nu_{зв}}.$$
$N - ?$		

Тоді потрібне число коливань визначимо із співвідношення

$$N = \frac{T_{зв}}{T_н} = \frac{c}{\nu_{зв}\lambda}.$$

Чисельно

$$N = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{1500 \text{ Гц} \cdot 200 \text{ м}} = 1000.$$

Приклад 6. Коливальний контур випромінює в повітрі електромагнітні хвилі з довжиною хвилі $\lambda = 200$ м. Визначити індуктивність коливального контуру, якщо його ємність $C = 4$мкФ . Активний опір контуру не враховувати.

Дано:	СІ	Рішення:
$\lambda = 200$ м $C = 4$мкФ $c = 3 \cdot 10^8$ м / с	 $4 \cdot 10^{-6}$ Ф	Визначимо період коливального контуру за формулою Томсона $$T = 2\pi\sqrt{LC},$$ і враховуючи зв'язок періоду та довжини хвилі $$T = \lambda / \text{с},$$
L –?		

одержимо $2\pi\sqrt{LC} = \lambda / \text{с}$, відкіля $L = \dfrac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 C}$.

Обчислення

$$L = \frac{4 \cdot 10^4 \text{ м}^2}{4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ м}^2/\text{с}^2 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}} = 2{,}8 \cdot 10^{-9} \text{ Гн}.$$

Приклад 7. Магнітна сприйнятливість вісмуту $\chi = -1{,}7 \cdot 10^{-4}$. Визначте магнітну проникність і намагніченість вісмуту при його внесенні в магнітне поле з напруженістю 10^3 А/м. До якої групи належить вісмут?

Дано:	СІ	Рішення:
$\chi = -1{,}7 \cdot 10^{-4}$ $H = 10^{3} \cdot$ А/м		Магнітна сприйнятливість χ і магнітна проникність μ пов’язані співвідношенням: $$\mu = \chi + 1,$$ тобто для вісмуту маємо $$\mu = -\,1{,}7 \cdot 10^{-4} + 1 = 0{,}99983 < 1.$$ Таким чином, бачимо, що вісмут є діамагнетиком.
μ –? J –?		

Намагніченість вісмуту визначимо за формулою

$$J = \chi H.$$

Обчислимо

$$J = -\,1{,}7 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{3} \cdot = -\,1{,}7 \cdot 10^{-1} (\text{А/м}).$$

Завдання для самостійного вирішення

1. Визначити період та частоту власних коливань контуру, що складається з котушки з індуктивністю 0,1 мГн та трьох однакових конденсаторів, з'єднаних послідовно, причому ємність кожного 12 мкФ.

Відповідь: $12{,}56 \cdot 10^{-5}$ с, $7{,}96$ кГц.

2. Визначити енергію електричного та магнітного полів коливального контуру в момент, коли енергія електричного поля становить 0,6 енергії магнітного поля, якщо максимальний заряд конденсатора дорівнює 6×10^{-8} Кл, максимальна напруга на його обкладинках 200 В.

Відповідь: $2{,}25 \cdot 10^{-6}$ Дж; $3{,}75 \cdot 10^{-6}$ Дж.

3. Який опір змінному струму в 1000 Гц представляє реостат, якщо його активний опір 100 Ом, число витків 2000, довжина 50 см і площа витка 15 см^2?

Відповідь:137,5 Ом.

4. У ланцюг з амплітудою напруги 440 В і частотою 50 Гц увімкнули послідовно лампочку накалювання у нормальному режимі і конденсатор. Яка ємність конденсатора, якщо на лампочці написано «55 Вт, 110 В»? Чому дорівнює різниця фаз між струмом і напругою в ланцюзі?

Відповідь: 0,37 мкФ, 75,5°.

5. Якою індукцією буде характеризуватися магнітне поле з напруженістю $5 \cdot 10^{3}$ А/м, якщо в нього помістити хлористе залізо? Хлористе залізо має магнітну сприйнятливість 0,0025.

Відповідь: 63 Тл.

6. Індуктивність коливального контуру приймача дорівнює

$2 \cdot 10^{-5}$ Гн. В якому інтервалі повинна змінюватися ємність, щоб налаштуватися на хвилі довжиною від 35 до 45 м?

Відповідь (17…28) пФ.

7. Плоска монохроматична електромагнітна хвиля має наступні параметри: $E_m = 5 \cdot 10^{-5}$ В/м, $\lambda = 100$ м. Яка енергія переноситься хвилею за $t = 10$ хвилин скрізь площину $S = 1$ м^2, яка розміщена перпендикулярно швидкості поширення хвилі?

Відповідь: $19{,}9 \cdot 10^{-3}$ Дж.

8. Який тиск діє плоска електромагнітна хвиля на площину, коефіцієнт відбиття якої становить 0,9 і яка розміщена під кутом 30° до напрямку поширення хвилі, якщо амплітуда напруженості магнітного поля $3 \cdot 10^{-4}$ А/м?

Відповідь $2{,}6 \cdot 10^{-14}$ Н/м^2.

Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики: У 3 т. / За ред. І.М. Кучерука. - 2-ге вид., випр. К.: Техніка, 2006. Т.2: Електрика і магнетизм / І.М. Кучерук, І.Т. Горбачук, П.П. Луцик. – 452 с.
2. Курс загальної фізики. Навчальний посібник для вищих навчальних закладів. / Кармазін В.В., Семенець В.В. К.: Кондор, 2016. -– 786 с.
3. Гаврилова Т.В, Єрьоміна О.Ф., Степанов О.О., Чаплигін Є.О., Шиндерук С.О. Фізика. Електродинаміка. Оптика. Атомна і ядерна фізика Навчальний посібник. Харків, ХНАДУ, 2016 – 246 с.