ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Ерёмина Е.Ф., Чаплыгин Е.А.

Механика, молекулярная физика и термодинамика

Конспект лекций

Для иностранных студентов

Харьков 2020

РАЗДЕЛ 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Лекция 1

Основные понятия кинематики

План занятия:

1. Основные понятия
2. Вектор перемещения. Путь. Средняя и мгновенная скорость
3. Относительность движения Классический закон сложения скоростей.
4. Ускорение. Тангенциальное и нормальное ускорение
5. Вращательное движение. Связь между линейными и угловыми величинами

Механика – раздел физики, в котором изучается механическое движение.

Механическое движение – изменение положения данного тела (или его частей) относительно других тел.

Кинематикой называется раздел механики, в котором изучаются механические движения тел во времени и не рассматриваются какие-либо воздействия на эти тела других тел или полей.

Материальной точкой называется тело, размерами которого в данной задаче можно пренебречь.

Движение тела, при котором все его точки движутся одинаково, называют **поступательным**

Тело, по отношению к которому рассматривается данное механическое движение, называется **телом отсчета**.

Положение точки в пространстве:

а) определяется координатами (3-мя, 2-мя или одной в зависимости от вида движения);

б) может быть задано радиус-вектором $\vec{r}$ **:**

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - единичные векторы направлений (орты); *x, y, z* — координаты точки.

Системой отсчета называют совокупность тела отсчета и системы координат. Система отсчета должна быть снабжена часами, отсчитывающими промежутки времени от произвольно выбранного начального момента времени

Вектор перемещения. Путь.

Вектором перемещения $\Delta\vec{r}$ материальной точки называется направленный отрезок прямой, соединяющий начальное положение тела с его конечным положением.

Траекторией называется линия, по которой движется точка. Траектория движения материальной точки задается **уравнениями движения**:

в векторной форме $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$

в скалярной форме 1) $x=f(t)$; 2) $y=f(t)$; 3) $z=f(t)$.

Длина траектории точки представляет собой величину **пройденного пути *S*.** Путь $S(t)$— *скалярная величина*.

Наряду с величиной пройденного пути, перемещение точки характеризуется направлением, в котором она движется. В отличие от пути перемещение есть векторная величина.

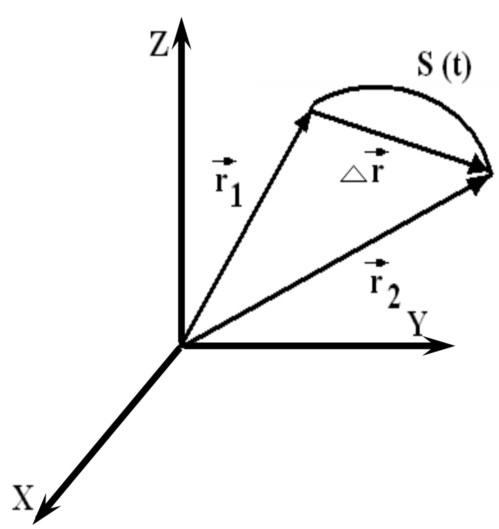


Рисунок 1.1. Путь и вектор перемещения материальной точки

Вектор перемещения – разность радиус-векторов, характеризующих конечное и начальное положение точки, движущейся в течении определенного промежутка времени

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

По виду траектории различают прямолинейное движение и криволинейное. Средняя скорость

Средней скоростью за промежуток времени называется физическая величина, равная отношению вектора перемещения точки к длительности промежутка времени

$$\langle\vec{v}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t},$$

где $\Delta\vec{r}$ - перемещение материальной точки за интервал времени Δt.

Средняя путевая скорость

$$\langle v\rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

где Δs - путь, пройденный точкой за интервал времени Δt.

Мгновенная скорость

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i}\,v_x + \vec{j}v_y + \vec{k}v_z,$$

где $v_x = \dfrac{dx}{dt}$, $v_y = \dfrac{dy}{dt}$, $v_z = \dfrac{dz}{dt}$ - проекции скорости на оси координат.

Модуль скорости

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}\,.$$

Относительность движения

Относительно не только положение тела, относительно и его движение. Скорости тел, как и их перемещения, могут быть различными относительно разных систем отсчета, движущихся относительно друг друга.

Перемещение, скорость – **относительные величины**.

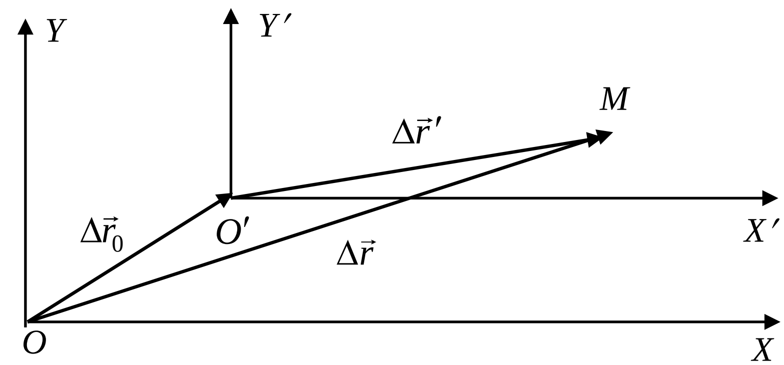


Рисунок 1.2. Подвижная и неподвижная системы отсчета

На рисунке XOY – неподвижная система координат; X'O'Y' − система координат, связанная с наблюдателем на теле, перемещаемом относительно системы координат XOY.

Вектор перемещения в неподвижной системе

$$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}' + \Delta\vec{r}_0$$

Формула сложения скоростей:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0$$

Классический закон сложения скоростей:

Скорость движения тела относительно неподвижной системы координат равна геометрической сумме двух скоростей: скорости тела относительно подвижной системы координат и скорости самой подвижной системы относительно неподвижной.

Относительная скорость первого тела относительно второго равна разности скоростей тел, определенных в одной системе отсчета.

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2.$$

При движении в одном направлении

$$v_{12} = v_1 - v_2;$$

при встречном движении

$$v_{12} = v_1 + v_2.$$

Ускорение

Производную скорости по времени, которая является второй производной по времени от радиус-вектора, называют **ускорением** точки:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{i}a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z,$$

где $a_x = \frac{dv_x}{dt}$, $a_y = \frac{dv_y}{dt}$, $a_z = \frac{dv_z}{dt}$ - проекции ускорения $\vec{a}$ на оси координат.

Модуль ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

При **равномерном прямолинейном** движении v=const и a=0.

Пусть тело движется прямолинейно с постоянным ускорением a. Этот важный и часто встречаемый случай носит название **равноускоренного** или **равнозамедленного движения** (в зависимости от знака **ускорения**).

Кинематическое уравнение равнопеременного движения (a=const) вдоль оси x

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

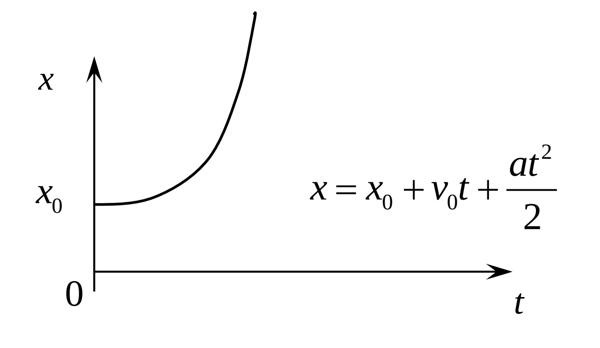
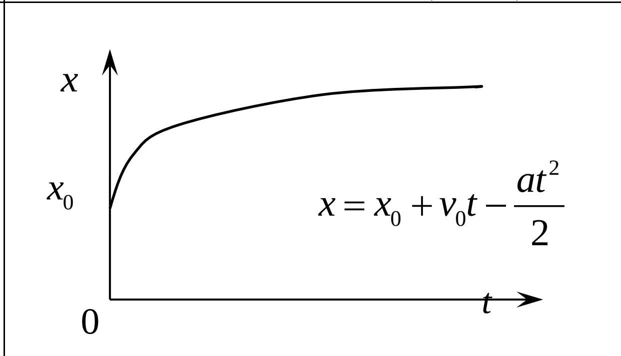
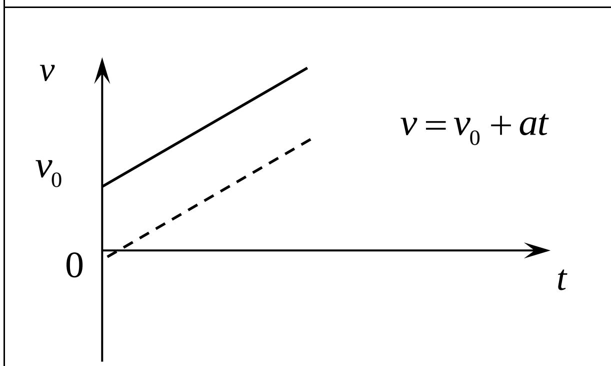
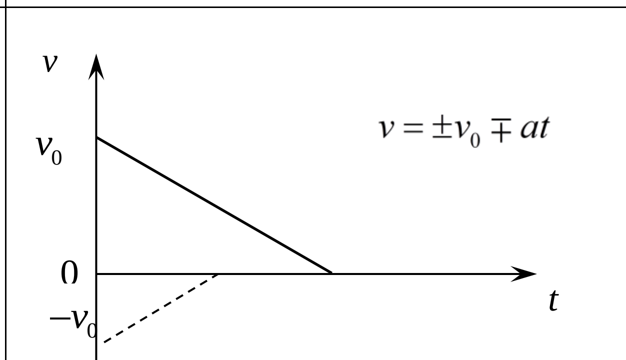
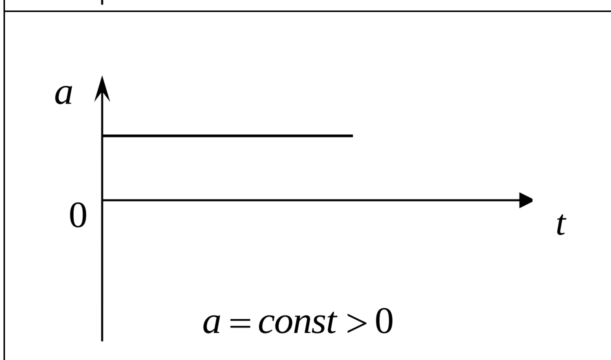
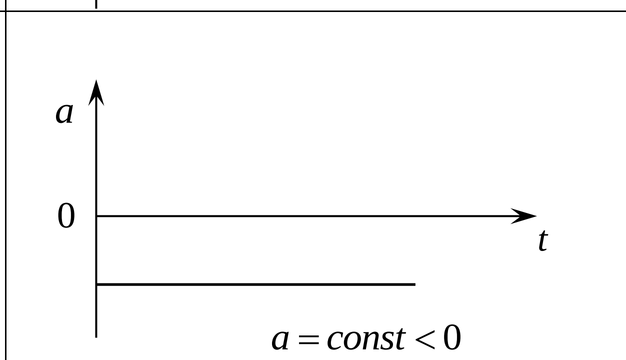
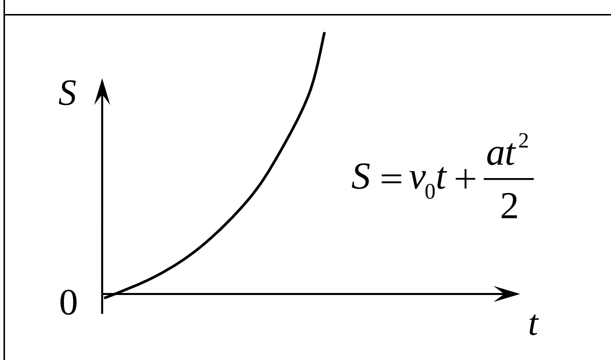
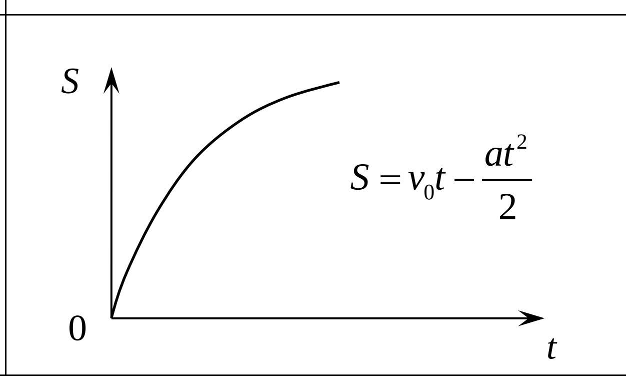
где v_0 - начальная скорость; t - время.

Скорость точки при равнопеременном движении

$$v = v_0 + at.$$

Графики для равнопеременного движения

,

<table>
<tr><th>Равноускоренное ($a>0$)</th><th>Равнозамедленное ($a<0$)</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

Свободное падение – движение с ускорением g=9,8 м/с, направленным вертикально вниз.

При **криволинейном** движении ускорение можно представить как сумму нормальной $\vec{a}_n$ и тангенциальной $\vec{a}_\tau$ составляющих:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$$

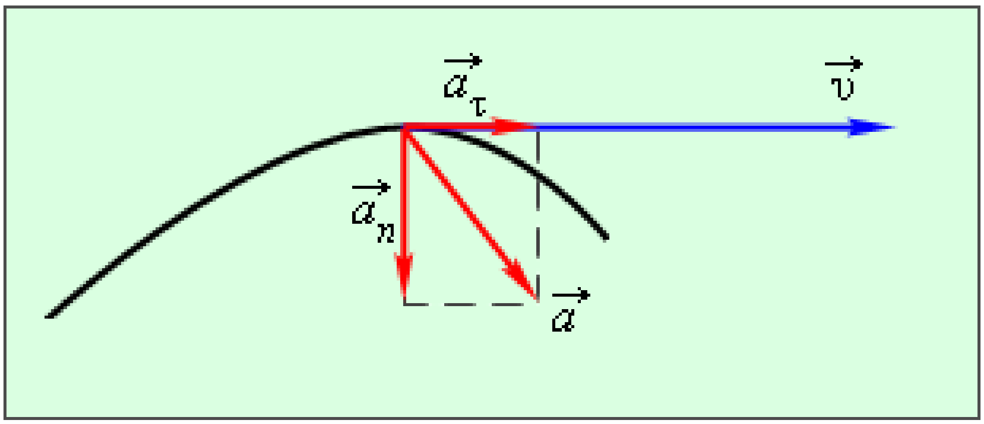


Рисунок 1.3. Взаимосвязь полного $\vec{a}$, нормального $\vec{a}_n$ и тангенциального $\vec{a}_\tau$ ускорений

Модули этих ускорений

$$a_n = \frac{v^2}{R}; \quad a_\tau = \frac{dv}{dt}; \quad a = \sqrt{a_n{}^2 + a_\tau{}^2},$$

где R - радиус кривизны в данной точке траектории.

Вектор ускорения $\vec{a}$ направлен вдоль вектора приращения скорости $d\vec{v}$.

Вращательное движение

Положение твердого тела (при заданной оси вращения) определяется углом поворота (или угловым перемещением) $\Delta\varphi$.

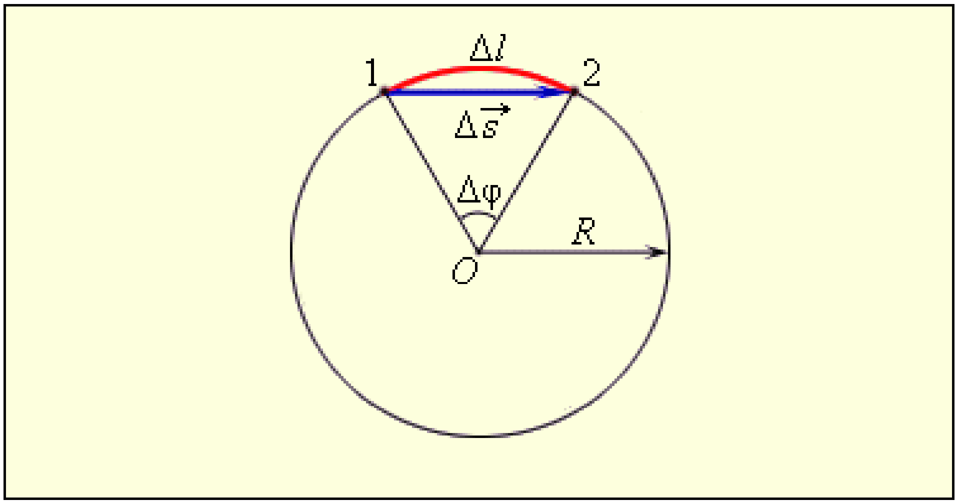


Рисунок 1.4. Вращательное движение

Движение точки по окружности является составной частью вращательного движения. Наряду с вектором перемещения в этом случае удобно рассматривать вектор элементарного поворота тела $d\vec{\varphi}$ (или угловое перемещение). Вектор $d\vec{\varphi}$ должен быть направленным вдоль оси вращения так, чтобы с его конца вращение было видно движение тела против направления движения часовой стрелки (правило правой винта). Направление вектора поворота тела связывается с направлением вращения, то есть, является не истинным вектором, а псевдовекторы. Измеряется угол поворота в радианах.

Для характеристики скорости и направления вращения служит угловая скорость. Угловой скоростью называют вектор, численно равна первой производной от угла поворота по времени

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Угловая скорость $\vec{\omega}$ направлена вдоль оси вращения в направлении, которое определяется по правилу правого винта, и есть псевдовектор (рис. 1.5).

Аксиальные векторы и не имеют определенных точек приложения, они могут откладываться из любой точки оси вращения.

Модуль угловой скоростью определяется как

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Единица измерения угловой скорости - радиан в секунду (рад/с).

Если тело вращается вокруг неподвижной оси, то вектор направлен в ту же сторону, что и при ускоренном вращении (), и в противоположную - при замедленном вращении ().

Кинематическое уравнение равноускоренного вращения (ε=const)

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

где ω_0 – начальная угловая скорость; t - время

Связь между линейными и угловыми величинами (рис.1.1.3), которые характеризуют движение по окружности твердого тела, выражается такими формулами:

путь, пройденный произвольной точкой тела по дуге окружности радиусом R, при повороте тела на угол φ

$$S = \varphi R;$$

мгновенная угловая скорость

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

угловое ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Угловая скорость и угловое ускорение являются аксиальными векторами, их направления совпадают с осью вращения

Кинематическое уравнение равномерного вращения

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t,$$

где φ_0 - начальное угловое перемещение; t - время. При равномерном вращении ω=const и ε=0.

Частота вращения – число оборотов, выполняемых в единицу времени

$$n=N/t,$$

или

$$n=1/T,$$

где N — число оборотов, совершаемых телом за время t; T - период вращения (время одного полного оборота).

Кинематическое уравнение равнопеременного вращения (ε=const)

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

где ω_0 - начальная угловая скорость; t - время.

Угловая скорость тела при равнопеременном вращении

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t.$$

Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими вращение материальной точки, выражается следующими формулами:

путь, пройденный точкой по дуге окружности радиусом R, при повороте на угол φ

$$s = \varphi R;$$

линейная скорость точки

$$v = \omega R, \quad \vec{v} = [\vec{\omega}\vec{r}];$$

тангенциальное ускорение точки

$$a_\tau = \varepsilon R, \quad \vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon}\vec{r}]:$$

нормальное ускорение точки

$$a_n = \omega^2 R, \quad \vec{a}_n = -[\vec{\omega}[\vec{\omega}\,\vec{r}]].$$

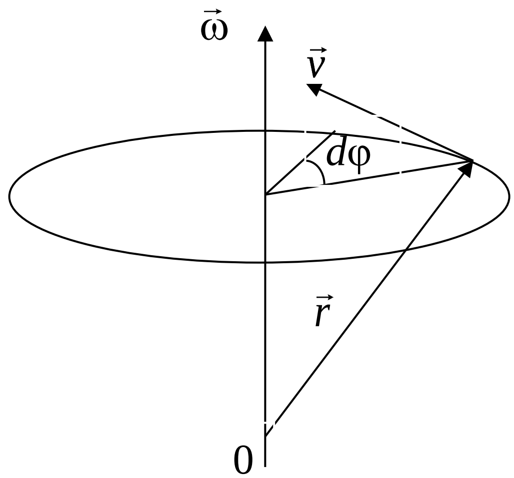


Рисунок 1.5. Связь между линейными и угловыми характеристиками движения

Вопросы для самопроверки

1. Что такое траектория, перемещение материальной точки?
2. Что такое скорость? Как она направлена?
3. Ускорение и единицы его измерения. Тангенциальное и нормальное ускорение.
4. Что такое равномерное, равноускоренное и равнозамедленное движение?
5. Какие характеристики вращательного движения вы знаете?
6. Как связаны между собой линейные и угловые характеристики движения?

Лекция 2

Динамика материальной точки и тела, движущегося поступательно

План занятия:

1. Основные понятия динамики поступательного движения.
2. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета
3. Второй и третий законы Ньютона
4. Импульс. Закон сохранения импульса
5. Реактивное движение.

Динамика - это раздел механики, в которой изучаются причины появления ускорения и рассматриваются способы его вычисления

Основная задача динамики – определение положения тел в определенный момент времени по известным начальному положению тела, начальной скорости и силам, действующим на тело.

Инерция – явление сохранения состояния движения или покоя при отсутствии внешних воздействий. Мера инертности тела – **масса** (кг).

Принцип относительности Галилея: Все инерциальные системы совершенно равноправны относительно причин ускорений. Во всех инерциальных системах отчета законы классической динамики имеют один и тот же вид.

Первый закон Ньютона: Любая материальная точка сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения (по отношению к инерциальной системе отсчета) до тех пор, пока внешние воздействия не изменят этого состояния (т.е. если сумма сил, действующих на тело, равна нулю).

Если $\sum\limits_{i=1}^{N} \vec{F}_i = o$, то $\vec{v} = const$

Инерциальные системы отсчета – системы отсчета, относительно которых выполняется первый закон Ньютона.

Принцип суперпозиции

Если на данное тело действует одновременно несколько сил, то их действие на движение тела можно заменить действием одной силы - **равнодействующей.**

$$\vec{F}_{\text{равн}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$$

Уравнение движения материальной точки (**второй закон Ньютона**):

Равнодействующая сил, приложенных к телу, равна произведению массы тела на сообщаемое ему ускорение.

В векторной форме

$$\vec{F}_{\text{равн}} = m\vec{a} \quad \text{или} \quad \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = m\vec{a}\text{,}$$

где $\sum\limits_{i=1}^{N} \vec{F}_i$ - геометрическая сумма сил, действующих на материальную точку; m - масса; a - ускорение; N - число сил, действующих на точку;

в координатной форме (скалярной)

$$\sum_{i=1}^{N} F_{xi} = ma_x; \quad \sum_{i=1}^{N} F_{yi} = ma_y; \quad \sum_{i=1}^{N} F_{zi} = ma_z$$

где под знаком суммы стоят проекции сил $\vec{F}_i$ на соответствующие оси координат.

Направление ускорения всегда совпадает с направлением равнодействующей силы.

Если векторная сумма сил, действующих на тело, равна нулю, тело либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно.

Третий закон Ньютона Тела действуют друг на друга с силами, направленными вдоль одной и той же прямой, равными по абсолютному значению и противоположными по направлению.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Силы $\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{21}$ приложены к разным телам.

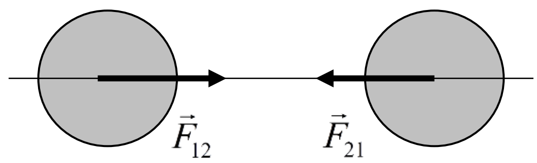
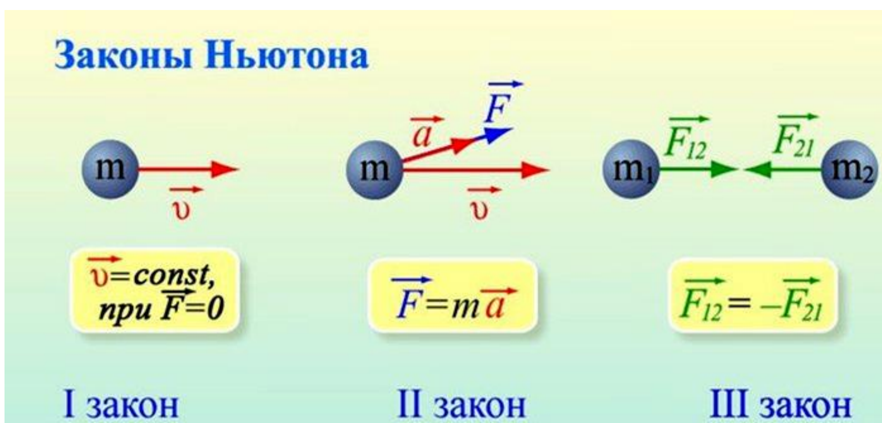


Рисунок 2.1. Силы при взаимодействии двух тел



Законы Ньютона справедливы только в инерциальных системах отсчета. В неинерциальных системах тела ведут себя так, как будто на них действует дополнительная сила – **сила инерции.** Она равна произведению массы тела на ускорение системы и направлена в сторону, противоположную ускорению.

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}_{\text{сист}}$$

Импульс (количество движения) тела – произведение массы тела на его скорость.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Направление вектора импульса совпадает с направлением вектора скорости.

Уравнение движения материальной точки (наиболее общая форма записи)

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$$

и

$$\vec{p} - \vec{p}_0 = \vec{F}\Delta t$$

Изменение импульса пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует.

$\vec{F}\Delta t$ **– импульс силы** – произведение силы на время ее действия

Закон сохранения импульса

Векторная сумма импульсов тел, составляющих **замкнутую систему**, остается постоянной при любых взаимодействиях тел этой системы между собой.

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i = \mathrm{const},$$

или

$$\sum_{i=1}^{N} m\vec{v}_i = \mathrm{const},$$

где N - число материальных точек (или тел), входящих в систему.

Замкнутая система – система тел, для которой равнодействующая внешних сил равна нулю.

Реактивное движение

Реактивное движение – движение, возникающее при отделении от тела с некоторой скоростью какой-либо его части. Представим себе ракету массой m, летящую равномерно и прямолинейно со скоростью $\vec{v}$ до момента времени t (изображение (1) на рис. 2.2). В момент t включается двигатель и за время dt ракета приобретает дополнительную скорость $d\vec{v}$ (изображение (2) на рис. 2.2). Поскольку скорость ракеты изменяется, можно сказать, что на ракету действовала так называемая ***реактивная сила***. Заметим, что за это время масса ракеты уменьшилась на dm за счет вылета горючих газов.

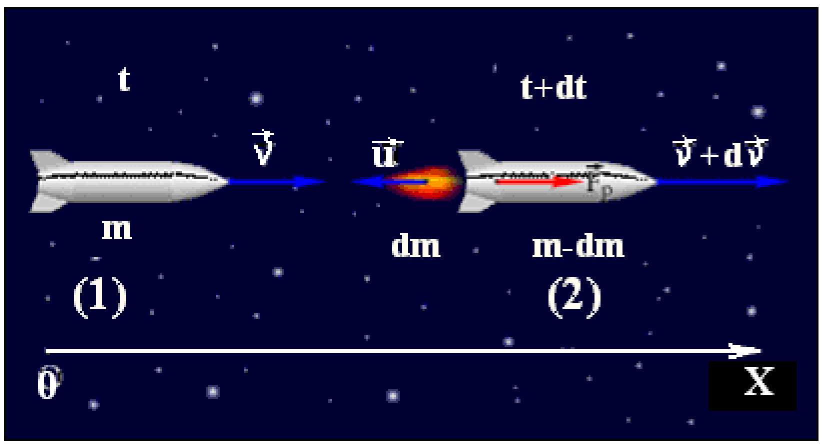


Рисунок 2.2 Реактивное движение

При этом на ракету могут действовать и иные силы (например, сила сопротивления атмосферы), которые на рис. 2.2 не показаны и равнодействующая которых равна $\vec{F}^{\text{внешн}}$. В соответствии с основным уравнением динамики

$$\vec{F}^{\text{внешн}} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

В данном случае масса не постоянна, поэтому

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\left(m\vec{v}\right)}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt}$$

Пусть из ракеты вылетают газы с постоянной скоростью относительно ракеты u м/с в количестве dm за время dt.

Рассмотрим систему отсчёта, движущуюся со скоростью ракеты в данный момент времени. В этом случае получаем

$$\vec{F}^{\text{внешн}} = \frac{dm}{dt}\vec{u} + m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Полученное выражение носит название ***уравнение Мещерского***. Величина $\vec{F}_p = -\vec{u}\,\frac{dm}{dt}$ – реактивная сила, действующая на тело переменной массы.

Если внешних сил нет, то $-u\frac{dm}{dt} = m\frac{d\mathrm{v}}{dt}$. При начальной скорости ракеты, равной нулю, имеем

$$mdv = -udm.$$

Отсюда $dv = -u\frac{dm}{m}$.

$$\int_0^v dv = -u\int_{m_0}^{m}\frac{dm}{m}$$

где m_0 - начальная масса ракеты.

$$v = u\ln\frac{m_0}{m}$$

– ***формула Циолковского***.

Таким образом, максимальная скорость ракеты

$$v_{\max} = u\ln\frac{m_0}{m_0 - m_\tau}\ ,$$

где m_τ - масса топлива + масса окислителя.

Вопросы для самопроверки

1. Сформулируйте законы Ньютона.
2. Что такое инерциальная система отсчета?
3. Определите, что такое импульс. Сформулируйте закон сохранения импульса.
4. На чем основан принцип реактивного движения?
5. Что определяет формула Циолковского?

Лекция 3

Виды взаимодействий. Силы в механике

План занятия:

1. Фундаментальные взаимодействия в природе.
2. Закон всемирного тяготения
3. Силы упругости
4. Силы трения

Любое движение тела определяется четырьмя фундаментальными взаимодействиями по мере возрастания: **гравитационным; слабым; электромагнитным; сильным.**

Все механические явления в макромире определяются электромагнитными и гравитационными взаимодействиями.

Как показывает сравнение, гравитационные силы являются слабейшими из всех фундаментальных взаимодействий, однако они обладают свойствами аддитивности (суммируются) и достигают значительных величин в космическом масштабе (притяжение Луны, строение Солнечной системы и т.п.). Вместе с кулоновскими силами, которые определяют взаимодействие между электрическими зарядами, гравитационные силы являются фундаментальными.

Центральными называются силы, которые везде направлены вдоль прямых, проходящих через одну и ту же неподвижную точку - центр сил, и зависят только от расстояния до центра сил.

Гравитационное притяжение

Закон всемирного тяготения

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где F - сила взаимного притяжения двух материальных точек; m_1 и m_2 - их массы; r - расстояние между точками; G - гравитационная постоянная. численно равная силе взаимодействия двух материальных точек массой 1 кг каждая, находящихся на расстоянии 1 м друг от друга; G = 6,67 10^{-11} Н$\cdot$м^2/кг^2.

В написанной форме закон всемирного тяготения можно применять и к взаимодействию сферических тел, масса которых распределена сферически-симметрично. В этом случае r есть расстояние между центрами масс сфер.

Масса тела является не только **мерой инертности** тела, но и **мерой** его **гравитационных взаимодействий**.

Сила тяжести $F_{\text{Т}}$- сила, действующая на тело массой m, находящееся на расстоянии h от поверхности Земли

$$F_{\text{Т}} = G\frac{M_{З}m}{\left(R_{З}+h\right)^2} = mg\,,$$

где $g = G\dfrac{M_{З}}{\left(R_{З}+h\right)^2}$ - ускорение свободного падения. (Без учета вращения Земли и ее сплюснутости у полюсов при $h \ll R_{З}$ $g = G\dfrac{M_{З}}{R_{З}^{2}}$ g= 9.8 м/с^2).

Напряженность гравитационного поля

$$g = \frac{F}{m}\,,$$

где F - сила тяготения, действующая на материальную точку массы m, помещенную в некоторую точку поля.

Сила упругости

Рассмотрим некоторые силы, которые являются последствиями фундаментальных сил. К ним относятся силы упругости, силы трения, некоторые другие.

При деформации тела возникает сила, стремящаяся восстановить прежние размеры и форму тела. Эта сила возникает вследствие электромагнитного взаимодействия между атомами и молекулами вещества. Ее называют силой упругости.

Сила упругости - сила, возникающая при деформации тела и направленная противоположно направлению смещения частиц при деформации.

Под деформациями мы понимаем любые изменения размеров и формы тела. Они бывают двух видов.

Пластические деформации - такие деформации, которые не исчезают после прекращения действия внешних сил.

Упругие деформации - такие деформации, которые исчезают после прекращения действия внешних сил.

Самым простым видом деформации является деформации растяжения и сжатия (рис. 1.2.3). внешняя сила

При малых деформациях ($|x|<<l$) сила упругости пропорциональна деформации тела и направлена в сторону, противоположную направлению перемещен ния частиц тела при деформации

$$F_x = F_{\text{упр}} = -kx.$$

Это соотношение выражает экспериментально установленный *закон Гука*. Коэффициент k называется жёсткостью тела. В СИ жёсткость измеряется в ньютонах на метр (Н/м). Жёсткость зависит от формы и размеров тела, а также от его материала.

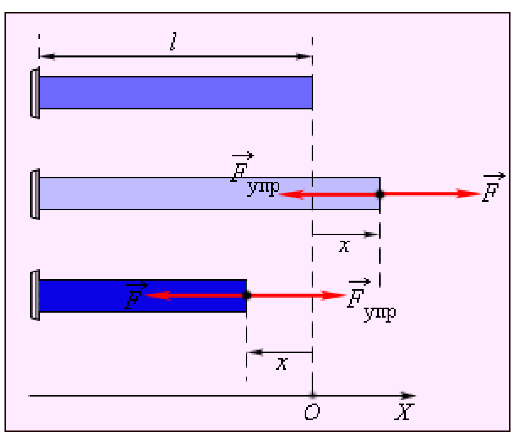


Рисунок 3.1. Деформация растяжения (x> 0) и сжатия (x <0)

Относительная деформация при продольном растяжении или сжатии тела

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{l_0},$$

где ε - относительное удлинение (сжатие); x – абсолютное удлинение; l_0 – начальная длина тела.

Напряжение нормальное

$$\sigma = \frac{F_{\text{упр}}}{S},$$

где $F_{\text{упр}}$ - упругая сила, перпендикулярная поперечному сечению; S - площадь этого сечения.

Тогда закон Гука можно записать в виде

$$\sigma = \varepsilon E,$$

где E – модуль Юнга.

Примеры сил упругости

Сила нормальной реакции опоры *N* - сила упругости, действующая на тело со стороны опоры ***перпендикулярно ее поверхности.***

Сила натяжения ($F_{\text{Н}}$ или T**)** – сила упругости, действующая на тело со стороны нити или пружины.

Вес тела P - суммарная сила упругости, действующая при наличии силы тяжести на все опоры, подвесы. По III закону Ньютона: $\vec{P} = -\vec{N}$.

Упругую силу, действующую на тело со стороны опоры (или подвеса), называют силой реакции опоры. При столкновении тел сила реакции опоры направлена перпендикулярно поверхности соприкосновения. Поэтому ее часто называют силой нормального давления. Если тело лежит на горизонтальной неподвижной опоре, сила реакции опоры направлена вертикально вверх и уравновешивает силу притяжения: $\vec{N} = -m\vec{g}$. Сила, с которой тело действует на стол, есть вес тела P.

В общем случае, весом называют силу, с которой тело вследствие притяжения к Земле действует на опору, (или подвес), что удерживает тело от свободного падения.

Силы трения

Силы трения – силы, возникающие при соприкосновении поверхностей тел, препятствующие их относительному перемещению, направленные вдоль поверхности соприкосновения в сторону, противоположную перемещению. Имеют электромагнитную природу.

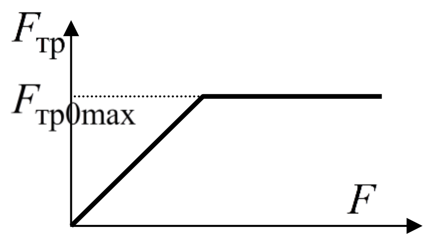


Рисунок 3.2 - Сила трения покоя и сила трения скольжения

Сила трения покоя $F_{тр0}$- сила трения, препятствующая возникновению движения одного тела по поверхности другого. В состоянии покоя $\vec{F}_{тр0} = -\vec{F}$

Сила трения скольжения - сила трения, возникающая при скольжении одного тела по поверхности другого, всегда направлена в сторону, противоположную относительной скорости соприкасающихся тел.

$$F_{тр} = \mu N,$$

где μ - коэффициент трения скольжения; N - сила нормального давления.

Вопросы для самопроверки

1. Какие фундаментальные взаимодействия вы знаете?
2. Как формулируется закон всемирного тяготения?
3. Чему равна потенциальная энергия взаимодействия двух материальных точек?
4. Сформулируйте закон Гука и приведите примеры сил упругости.
5. От чего зависит сила трения скольжения?

Лекция 4

Работа. Мощность. Энергия

План занятия:

1. Работа постоянной и переменной силы.
2. Мощность.
3. Кинетическая энергия тела.
4. Теорема о кинетической энергии

Работа постоянной и переменной силы

Работой ***A***, совершаемой постоянной силой $\vec{F}$, называется физическая величина, равная произведению модулей силы и перемещения, умноженному на косинус угла α между векторами силы и перемещения

$$A = F\Delta r\cos\alpha$$

где α - угол между направлениями векторов силы $\vec{F}$ и перемещения $\Delta\vec{r}$.

Работа является скалярной величиной. Она может быть как положительной (0≤α<90°), так и отрицательной (90°<α≤180°). При α=90° работа, совершаемая силой, равна нулю. В системе СИ работа измеряется в **джоулях (Дж)**. Джоуль равен работе, совершаемой силой в Н на перемещении 1 м в направлении действия силы.

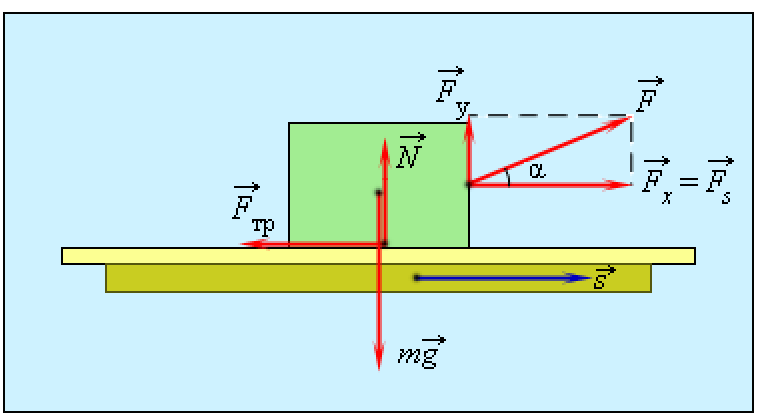
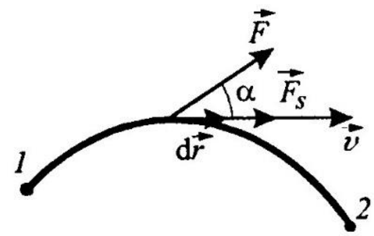


Рисунок 4.1. Работа постоянной силы $\vec{F}$

Работа, совершаемая переменной силой

$$A = \int_1^2 F(r)\,dr\cos\alpha\,,$$

где интегрирование ведется вдоль траектории от точки 1 до 2, α – угол между векторами $\vec{F}$ и $d\vec{r}$.



Графически работа определяется по площади криволинейной фигуры под графиком $F_s(s)$

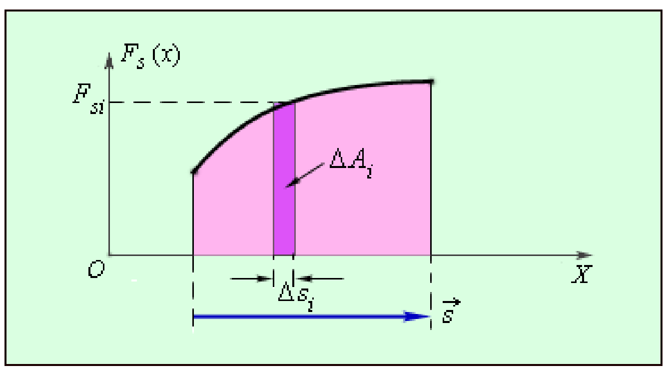


Рисунок 4.2. Графическое определение работы

Примером силы, модуль которой зависит от координаты, может служить сила упругости пружины, подчиняющаяся закону Гука. Для того, чтобы растянуть пружину, к ней нужно приложить внешнюю силу $\vec{F}$, модуль которой пропорционален удлинению пружины. Зависимость модуля внешней силы от координаты x изображается на графике прямой линией (рис. 4.3).

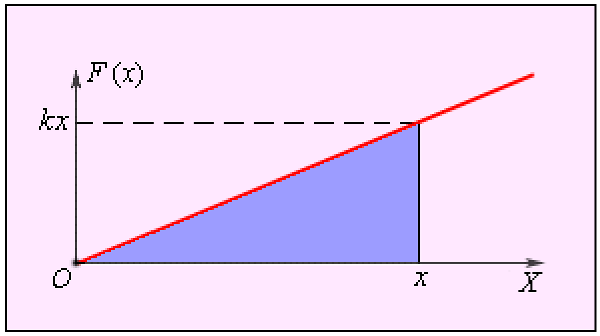


Рисунок 4.3. Зависимость модуля внешней силы от координаты при растяжении пружины

По площади треугольника на рис. 4.3 можно определить работу, совершенную внешней силой, приложенной к свободному концу пружины:

$$A = \frac{kx^2}{2}$$

Этой же формулой выражается работа, совершенная внешней силой при сжатии пружины. В обоих случаях работа упругой силы $\vec{F}_{\text{упр}}$ равна по модулю работе внешней силы $\vec{F}$ и противоположна ей по знаку.

Мощность

Средняя мощность $\langle N \rangle$ – физическая величина, определяемая отношением работы ΔA, совершаемой силой или системой сил в течении конечного промежутка времени Δt, к этому промежутку времени:

$$\langle N \rangle = \frac{A}{\Delta t}.$$

Мощность (мгновенная мощность) N – физическая величина, равная пределу, к которому стремится средняя мощность при бесконечном уменьшении промежутка времени Δt

$$N = \frac{dA}{dt}, \qquad N = Fv\cos\alpha.$$

где dA - работа, совершаемая за промежуток времени dt.

Единица мощности - *ватт* (Вт): 1Вт - мощность, при которой за время 1с происходит работа 1Дж: 1Вт = 1Дж/с.

Коэффициент полезного действия (КПД) - отношение полезной работы (мощности) к затраченной

$$\eta = \frac{A_{\text{П}}}{A_{\text{З}}} \cdot 100\% = \frac{N_{\text{П}}}{N_{\text{З}}} \cdot 100\%$$

Механическая энергия

Энергия – скалярная величина, являющаяся единой мерой различных форм движения материи и мерой перехода движения материи из одних форм в другие

Механическая энергия (W) характеризует движения и взаимодействия тел и является функцией скоростей и взаимного расположения тел. Она равна сумме кинетической ($W_{\text{К}}$) и потенциальной ($W_{\text{п}}$) энергий.

$$W = W_{\text{К}} + W_{\text{П}}$$

Кинетическая энергия материальной точки или тела является мерой их механического движения, зависящей от скорости их движения в данной инерциальной системе отсчета.

По второму закону Ньютона

$$F = ma = m\frac{dv}{dt},$$

где F - равнодействующая всех сил, приложенных к телу. Тогда работа этой силы на пути dS равна

$$dA = FdS = m\frac{dv}{dt}dS = m\frac{dS}{dt}dv.$$

Учтем, что

$$\frac{dS}{dt} = v$$

и тогда $dA = mvdv$. Интегрируя полученное выражение, получим, что работа равнодействующей всех сил, приложенных к телу, при переходе из состояния 1 в состояние 2 равна

$$A = \int_{v_1}^{v_2} mvdv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

Таким образом, работа равнодействующей силы на некотором пути равна приросту некоторой величины, которая и носит название кинетической энергии

Кинетическая энергия материальной точки (или тела), движущейся поступательно

$$W_K = \frac{mv^2}{2},$$

или

$$W_K = \frac{p^2}{2m},$$

Теорема о кинетической энергии

Приращение кинетической энергии тела при его переходе из одного состояния движения в другое равно работе всех сил, действующих на тело

$$A = \Delta W_{\mathrm{K}} = W_{\mathrm{K2}} - W_{\mathrm{K1}}$$

Кинетическая энергия тела массой m, движущегося со скоростью v, равна работе, которую должна совершить сила, действующая на покоящееся тело, чтобы сообщить ему эту скорость.

Вопросы для самопроверки

1. Как определяется работа постоянной силы и переменной силы?

2. Что такое мощность? Назовите единицу измерения мощности.

3. Запишите формулу для кинетической энергии поступательно движущегося тела.

4. Сформулируйте теорему о кинетической энергии

Лекция 5

СИЛОВЫЕ ПОЛЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

План занятия

1. Силовые поля
2. Потенциальная энергия
3. Закон сохранения энергии
4. Упругий и неупругий удары

Силовое поле.

Если на частицу в каждой точке пространства действует некоторая сила, то говорят, что эта частица находится в силовом поле. Например, вблизи от поверхности Земли частица находится в поле сил тяжести - в каждой точке пространства на нее действует сила mg.

Поле, действующее на материальную точку, называется стационарным полем, если оно не меняется с течением времени.

Силовое поле называется однородным, если силы, действующие на тело в каждой точке поля, одинаковые по величине и направлению.

Силовое поле называется **потенциальным**, а действующие в нем силы - **консервативными**, если работа этих сил при перемещении материальной точки зависит только от начального и конечного положения точек в пространстве и не зависит от формы траектории. Работа, совершаемая под действием консервативных сил, в случае движения частицы по замкнутому кругу равна нулю

$$A = \oint_L F(r)\cos\alpha dr = 0 \ .$$

Консервативными силами являются силы тяжести, упругости.

Все центральные силы консервативны. Механические системы, на тела которых действуют только консервативные силы (внутренние и внешние), называются консервативными системами.

Потенциальная энергия

Потенциальной энергией называется часть механической энергии, зависящая от взаимного расположения частей системы и от положения системы во внешнем силовом поле.

Потенциальная энергия тела в данной точке – скалярная физическая величина, равная работе, совершаемой консервативными силами при перемещении тела из этой точки в точку, принятую за нуль отсчета потенциальной энергии. Знак потенциальной энергии и ее абсолютная величина *зависят* от выбора нулевого уровня.

$$A = W_{\Pi 1} - W_{\Pi 2}$$

Потенциальная энергия тела W_{Π} и сила, действующая на тело в данной точке поля, связаны соотношением

$$\vec{F} = -gradW_{\Pi},$$

или

$$\vec{F} = -(\vec{i}\,\frac{\partial W_{\Pi}}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial W_{\Pi}}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial W_{\Pi}}{\partial z}),$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - единичные векторы (орты).

В частном случае, когда поле сил обладает сферической симметрией (как, например, гравитационное),

$$F = -\frac{\partial W_{\Pi}}{\partial r}.$$

Потенциальная энергия упругодеформированного тела (сжатой или растянутой пружины)

$$W_{\Pi} = \frac{kx^2}{2}$$

где k - коэффициент упругости (в случае пружины – жесткость), x - абсолютная деформация.

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точек (или тел) массами m_1, и m_2, находящихся на расстоянии r друг от друга

$$W_П = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

Потенциальная энергия тела, находящегося в однородном поле силы тяжести

$$W_П = mgh$$

где h - высота тела над уровнем, принятым за нулевой для отсчета потенциальной энергии.

Эта формула справедлива при условии $h \ll R$, где R — радиус Земли.

Закон сохранения энергии в механике выполняется в замкнутой системе, в которой действуют только консервативные силы, и записывается в виде

$$W_К + W_П = \text{const}.$$

Полная механическая энергия замкнутой системы тел, взаимодействующих консервативными силами, остается неизменной.

Если система тел не замкнута, ее полная механическая энергия изменяется на величину работы внешней силы.

Рисунок 5.1 – Примеры применения закона сохранения энергии

Упругий и неупругий удар тел.

Удар – явление изменения скоростей тел за очень малый промежуток времени при их столкновении.

Абсолютно упругий удар – удар, в результате которого кинетическая энергия не изменяется

Закон сохранения импульса

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}\,'_1 + m_2\vec{v}\,'_2$$

Закон сохранения энергии

$$\frac{m_1 v_1^{\ 2}}{2} + \frac{m_2 v_2^{\ 2}}{2} = \frac{m_1 v'^{\ 2}_1}{2} + \frac{m_2 v'^{\ 2}_2}{2}$$

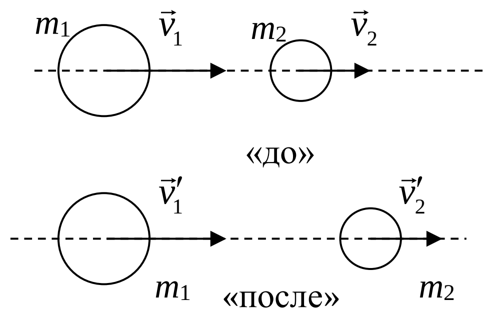


Рисунок 5.2 – Абсолютно упругий удар

Применяя законы сохранения энергии и импульса к прямому упругому удару шаров, получаем формулы скоростей $\vec{v}\,'_1$ и $\vec{v}\,'_2$ шаров после абсолютно упругого удара

$$\vec{v}\,'_1 = \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2},$$

$$\vec{v}\,'_2 = \frac{(m_2 - m_1)\vec{v}_2 + 2m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2},$$

где m_1 и m_2 — массы шаров; v_1 и v_2 — их скорости до удара

При **абсолютно неупругом** ударе происходит потеря кинетической энергии, после удара тела движутся как единое целое с общей скоростью (деформация после удара сохраняется).

Закон сохранения импульса

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$$

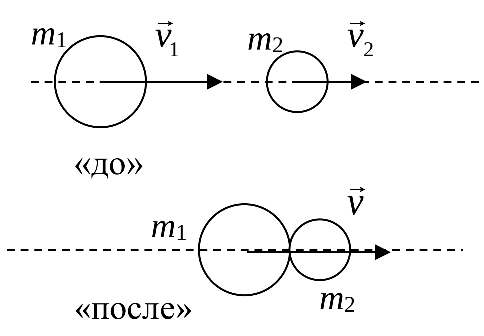


Рисунок 5.3 – Абсолютно неупругий удар

Из закона сохранения импульса получаем формулу скорости шаров после абсолютно неупругого удара

$$\vec{u} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

Вопросы для самопроверки

1. Как определяется работа постоянной силы? Переменной силы?
2. Запишите формулу для кинетической энергии поступательно движущегося тела.
3. Что такое консервативная сила?
4. Как определить энергию тела в однородном поле силы тяжести?
5. Что называется замкнутой системой?

Лекция 6

Динамика вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси. Элементы статики.

План занятия

1. Момент инерции материальной точки и твердого тела
2. Момент силы и момент импульса
3. Основное уравнение вращательного движения
4. Закон сохранения момента импульса
5. Основные законы статики и условия равновесия тел.

Абсолютно твердое тело – тело, формы и размеры которого при наличии всевозможных внешних воздействий могут считаться неизменными

Момент инерции

Момент инерции во вращательном движении играет ту же роль, что и масса в поступательном, т.е. служит мерой инертности тела

Моментом инерции материальной точки относительно оси вращения называется произведение массы этой точки на квадрат расстояния от оси:

$$I=mr^2,$$

где m - масса точки; r - ее расстояние от оси вращения.

Моментом инерции системы относительно оси вращения называется физическая величина, равная сумме произведений масс материальных точек системы на квадраты их расстояний до рассматриваемой оси:

$$I=\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 ,$$

где m_i - масса *i-го* элемента тела; r_i - расстояние этого элемента от оси вращения; n - число элементов тела.

В случае сплошного твердого тела сумма сводится к интегралу

$$I = \int r^2 dm,$$

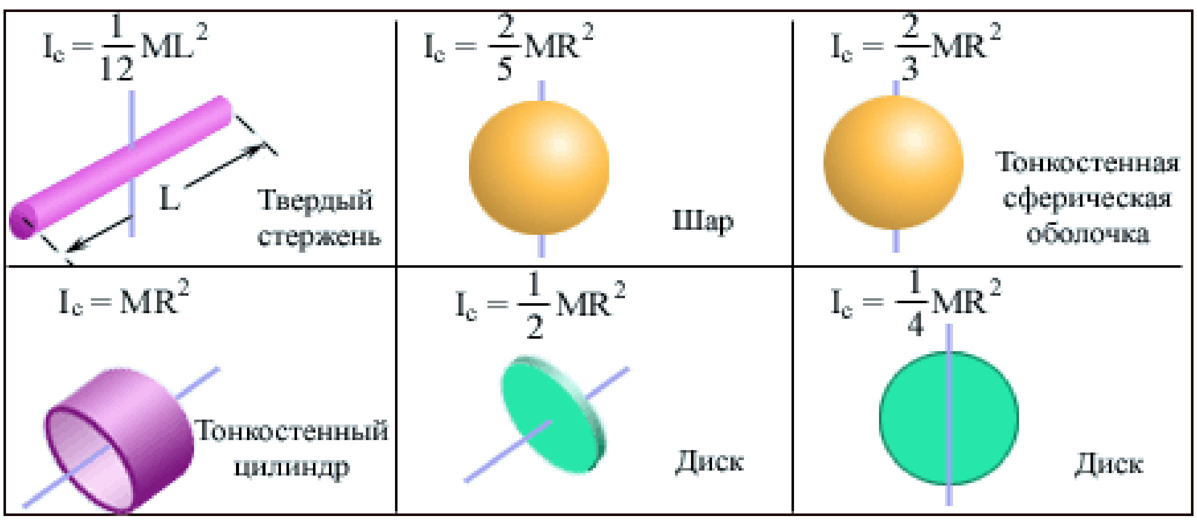
где интегрирование производится по объему тела.

Если тело однородно, т. е. его плотность ρ одинакова по всему объему, то $dm=\rho dV$, и

$$I = \rho \int r^2 dV,$$

где V - объем тела.

Таблица 6.1 - **Моменты инерции тел правильной геометрической формы**



Теорема Штейнера. Момент инерции тела относительно произвольной оси

$$I=I_0+ma^2,$$

где I_0 - момент инерции этого тела относительно оси, проходящей через центр тяжести тела параллельно заданной оси; a - расстояние между осями; m - масса тела.

Момент силы и момент импульса

Для характеристики внешнего механического действия на тело, приводящего к изменению вращательного движения тела, вводят понятие момента силы. **Моментом силы относительно точки** О называется векторная величина $\vec{M}$, равная векторному произведению физическая величина, определяемая векторным произведением радиуса-вектора $\vec{r}$, проведенного из точки O в точку A приложения силы, на силу $\vec{F}$:

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$$

Модуль момента силы $M = Fr \cdot \sin\alpha = Fl$, где $l = r\sin\alpha$ – ***плечо силы*** – кратчайшее расстояние между линией действия силы и точкой O; α – угол между $\vec{r}$ и $\vec{F}$.

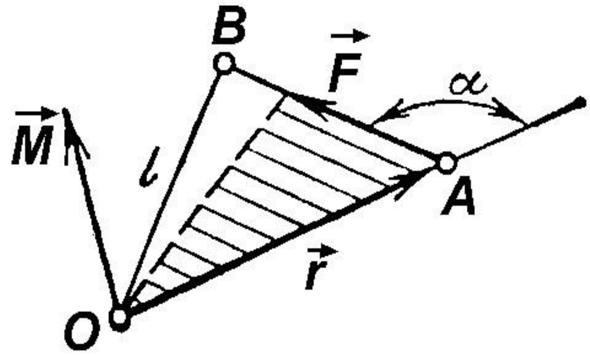


Рисунок 6.1. К определению момента силы

Моментом силы относительно неподвижной оси z называется *скалярная* величина M_z, равная проекции на эту ось вектора $\vec{M}$ момента силы, определенного относительно произвольной точки O данной оси z.

Момент силы $\vec{F}$**,** действующей на тело, относительно оси вращения

$$M = F_{\perp} l,$$

где $F_{\perp}$ - проекция силы $\vec{F}$ на плоскость, перпендикулярную оси вращения; l - плечо силы $\vec{F}$ (кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы).

Моментом импульса относительно неподвижной точки О называется физическая величина, определяемая векторным произведением

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{v}]$$

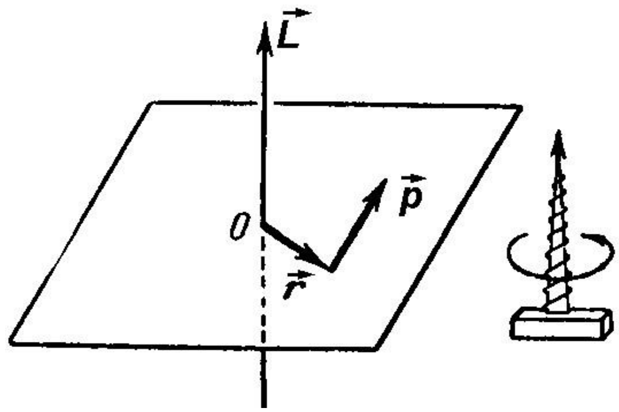


Рисунок 6.2. К определению момента импульса

Моментом импульса относительно неподвижной оси z называется скалярная величина L_z , равная проекции на эту ось вектора момента импульса, определенного относительно произвольной точки O данной оси. Значение момента импульса L_z не зависит от положения точки O на оси z .

При вращении абсолютно твердого тела вокруг неподвижной оси каждая точка тела движется *по окружности* постоянного радиуса r со скоростью, *перпендикулярной* радиусу. Момент импульса отдельной частицы равен $L_i = m_i v_i r_i$ и направлен по оси в сторону, определяемую правилом правого винта (совпадает с направлением вектора угловой скорости ω).

Моментом импульса твердого тела относительно какой-либо оси называется сумма моментов импульса отдельных частиц

$$L = \sum_{i=1}^{n} m_i v_i r_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \omega r_i^2 = J_z \omega$$

Таким образом, момент импульса вращающегося тела относительно оси z

$$L = J_z \omega.$$

Если взять производную от момента импульса по времени, получаем:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d[\vec{r}; \vec{p}]}{dt} = [\frac{d\vec{r}}{dt}; \vec{p}] + [\vec{r}; \frac{d\vec{p}}{dt}] = [\vec{v}; \vec{p}] + [\bar{r}; \frac{d\vec{p}}{dt}]$$

С учётом того, что $\vec{v} \parallel \vec{p}$, получаем $[\vec{v}; \vec{p}] = 0$. По второму закону Ньютона $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$, поэтому получаем:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}.$$

Это уравнение носит название **основного уравнения динамики вращательного движения**. Оно выполняется как для одной материальной точки, так и для любого абсолютно твёрдого тела, поскольку такое тело можно считать состоящим из многих материальных точек.

В замкнутой системе $\vec{M} = 0$, следовательно, и $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$, т.е $\vec{L} = \mathrm{const}$

Закон сохранения момента импульса: момент импульса замкнутой системы сохраняется, т.е. не изменяется со временем

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i = \mathrm{const},$$

где $\vec{L}_i$ - момент импульса *i*-го тела, входящего в состав системы.

Это – фундаментальный закон природы. Он является следствием *изотропности пространства* (инвариантности физических законов относительно выбора направления осей координат системы отсчета).

Закон сохранения момента импульса для двух взаимодействующих тел

$$J_1\omega_1 + J_2\omega_2 = J_1'\omega_1' + J_2'\omega_2'$$

где $J_1, J_2, \omega_{1,}\ \omega_2$ - моменты инерции и угловые скорости тел до взаимодействия; $J_1', J_2', \omega_{1,}'\ \omega_2'$- те же величины после взаимодействия.

Закон сохранения момента импульса для одного тела, момент инерции которого меняется,

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2,$$

где J_1 и J_2 - начальный и конечный моменты инерции; ω_1 и ω_2 - начальная и конечная угловые скорости тела.

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \text{ или } \vec{M} = \frac{d\left(J\vec{\omega}\right)}{dt},$$

где $\vec{M}$ - момент силы, действующей на тело в течение времени dt;J - момент инерции тела; ω - угловая скорость; $\vec{L} = J\vec{\omega}$ - момент импульса.

Если момент силы и момент инерции постоянны, то это уравнение записывается в виде

$$\vec{M}\Delta t = J\Delta\vec{\omega}.$$

В случае постоянного момента инерции основное уравнение динамики вращательного движения принимает вид

$$\vec{M} = J\vec{\varepsilon},$$

где ε - угловое ускорение.

Работа постоянного момента силы *M,* действующего на вращающееся тело

$$A = M\varphi,$$

где φ - угол поворота тела.

Мгновенная мощность *P*, развиваемая при вращении тела

$$P = M\omega$$

Кинетическая энергия вращающегося тела

$$W_K = \frac{J\omega^2}{2}.$$

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без проскальзывания

$$W_K = \frac{m{v_C}^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2},$$

где v_C - скорость центра масс тела; $\frac{J\omega^2}{2}$ - кинетическая энергия вращательного движения тела вокруг оси, проходящей через центр масс.

Элементы статики

Статика – часть механики, в которой изучается равновесие тел.

Движение тела, при котором все его точки движутся одинаково, называют **поступательным**

Центром масс тела называют точку пересечения прямых, вдоль которых должны быть направлены силы, чтобы тело двигалось поступательно. Положение центра масс системы задается радиусом-вектором $\vec{r}_C$, который определяется следующим образом:

$$\vec{r}_C = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + ... + m_N\vec{r}_N}{m_1 + m_2 + ... + m_N} = \frac{\sum m_i\vec{r}_i}{m},$$

где m_i – маса i-той частицы; $\vec{r}_i$ - радиус-вектор, определяющий положение этой частицы; m – маса системы.

Координаты центра масс равны проекциям $\vec{r}_C$ на координатные оси:

$$x_C = \frac{\sum m_i x_i}{m}, \quad y_C = \frac{\sum m_i y_i}{m}, \quad z_C = \frac{\sum m_i z_i}{m}.$$

В однородном поле сил тяжести (вблизи поверхности Земли) центр масс совпадает с центром тяжести системы.

Условие равновесия при поступательном движении

Чтобы невращающееся тело находилось в равновесии, необходимо, чтобы равнодействующая сил, приложенных к телу, была равна нулю, или чтобы сумма проекций приложенных к телу сил на любую ось была равна нулю.

$$\vec{F}_p = \sum \vec{F}_i = 0$$

Если тело может **вращаться** относительно некоторой оси, то для его равновесия **недостаточно равенства нулю равнодействующей всех сил**

Правило моментов. Тело, способное вращаться вокруг закрепленной оси, находится в равновесии, если алгебраическая сумма проекций моментов приложенных к нему сил относительной этой оси равна нулю.

$$\sum_{i=1}^{N} M_{iz} = 0$$

В общем случае, когда тело может двигаться поступательно и вращаться, для равновесия необходимо выполнение обоих условий: равенство нулю равнодействующей силы и равенство нулю суммы всех моментов сил.

Оба эти условия **не являются достаточными для покоя**. Катящееся по горизонтальной поверхности колесо – пример **безразличного равновесия** (рис. 6.1). Если колесо остановить в любой точке, оно окажется в равновесном состоянии. Наряду с безразличным равновесием в механике различают состояния **устойчивого** и **неустойчивого** равновесия

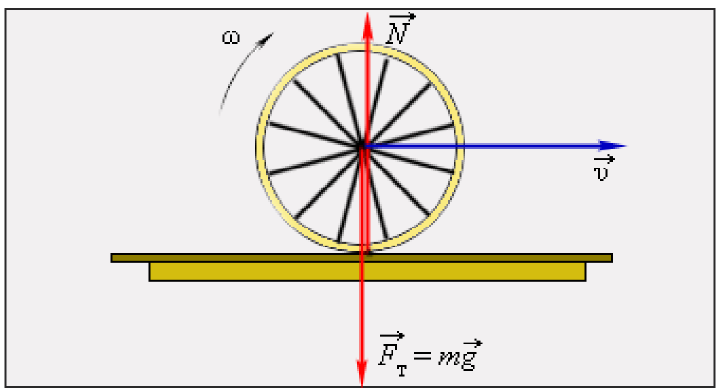


Рисунок 6.3. Качение колеса по горизонтальной поверхности. Равнодействующая сила и момент сил равны нулю

Состояние равновесия называется **устойчивым**, если при малых отклонениях тела от этого состояния возникают силы или моменты сил, стремящиеся возвратить тело в равновесное состояние.

При малом отклонении тела из состояния **неустойчивого** равновесия возникают силы или моменты сил, стремящиеся удалить тело от положения равновесия.

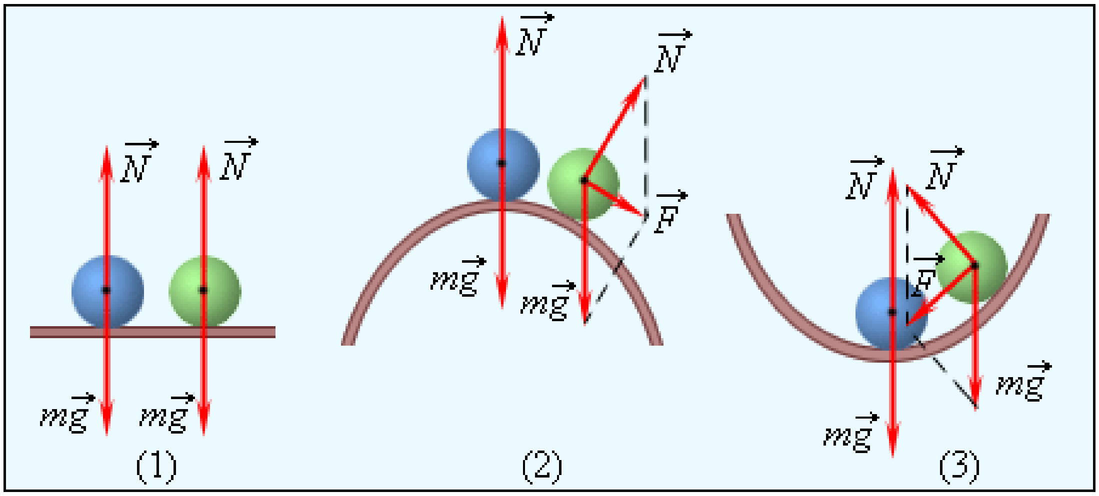


Рисунок 6.4. Различные виды равновесия шара на опоре. (1) – безразличное равновесие, (2) – неустойчивое равновесие, (3) – устойчивое равновесие

Для тела, имеющего неподвижную ось вращения, возможны все три вида равновесия. Безразличное равновесие возникает, когда ось вращения проходит через центр масс. При устойчивом и неустойчивом равновесии центр масс находится на вертикальной прямой, проходящей через ось вращения. При этом, если центр масс находится ниже оси вращения, состояние равновесия оказывается устойчивым. Если же центр масс расположен выше оси – состояние равновесия неустойчиво (рис. 5.5).

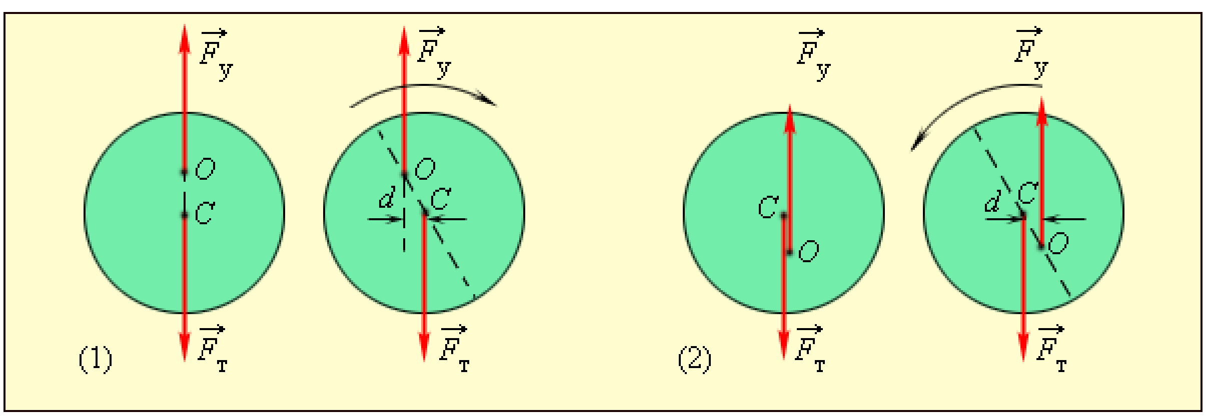


Рисунок 6.5. Устойчивое (1) и неустойчивое (2) равновесие однородного круглого диска, закрепленного на оси *O*; точка *C* – центр массы диска; $\vec{F}_T$ – сила тяжести; $\vec{F}_y$ – упругая сила оси; *d* – плечо

Особым случаем является равновесие тела на опоре. В этом случае упругая сила опоры приложена не к одной точке, а распределена по основанию тела. Тело находится в равновесии, если вертикальная линия, проведенная через центр масс тела, проходит через **площадь опоры**, т. е. внутри контура, образованного линиями, соединяющими точки опоры. Если же эта линия не пересекает площадь опоры, то тело опрокидывается. Интересным примером равновесия тела на опоре является падающая башня в итальянском городе Пиза (рис. 6.6), которую по преданию использовал Галилей при изучении законов свободного падения тел.

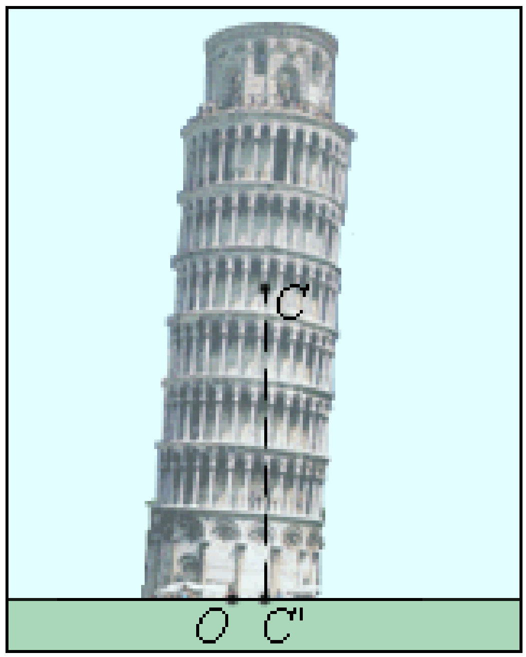


Рисунок 6.6. Падающая Пизанская башня. Точка *C* – центр масс, точка *O* – центр

Башня имеет форму цилиндра высотой 55 м и радиусом 7 м. Вершина башни отклонена от вертикали на 4,5 м. Вертикальная линия, проведенная через центр масс башни, пересекает основание приблизительно в 2,3 м от его центра. Таким образом, башня находится в состоянии равновесия. Равновесие нарушится, и башня упадет, когда отклонение ее вершины от вертикали достигнет 14 м. По-видимому, это произойдет очень нескоро.

Вопросы для самопроверки

1. Как найти момент инерции материальной точки и сплошного тела?
2. Что такое момент силы относительно точки и относительно оси?
3. Чему равен момент импульса твердого тела, вращающегося относительно неподвижной оси?
4. Приведите формулу основного уравнения вращательного движения.
5. Чему равна кинетическая энергия вращающегося тела и тела, катящегося по плоскости без скольжения?
6. Что называется центром масс системы и как определить его положение?
7. Сформулируйте условия равновесия при поступательном движении, для тела, которое может вращаться относительно неподвижной оси и для общего случая.
8. Что называется устойчивым, неустойчивым, безразличным равновесием?

Лекция 7

Механические колебания

План занятия:

1. Основные понятия
2. Гармонические колебания
3. Маятники
4. Затухающие колебания
5. Вынужденные колебания. Резонанс
6. Механические волны. Звук

Колебания – движения, обладающие той или иной степенью повторяемости во времени.

Колебания называются **периодическими,** если значения физических величин, изменяющиеся в процессе колебания, повторяются через равные промежутки времени

Период колебания T - наименьший промежуток времени, по истечении которого повторяются значения всех величин, характеризующих колебательное движение. За это время совершается одно полное колебание.

Частота периодических колебаний ν– число полных колебаний, которые совершаются за единицу времени.

$$\nu = \frac{1}{T}$$

Свободные колебания – колебания, возникающие в системе (не подверженной действию переменных внешних сил), в результате какого-либо однократного начального отклонения этой системы от состояния устойчивого равновесия.

Гармонические колебания

Для того, чтобы свободные колебания совершались по гармоническому закону, необходимо, чтобы сила, стремящаяся возвратить тело в положение равновесия, была пропорциональна смещению тела из положения равновесия и направлена в сторону, противоположную смещению. Таким свойством обладает упругая сила в пределах применимости закона Гука:

$$F_{\text{упр}} = -kx.$$

Силы любой другой физической природы, удовлетворяющие этому условию, называются *квазиупругими*.

Рассмотрим движение тела массой m на пружине с жёсткостью k

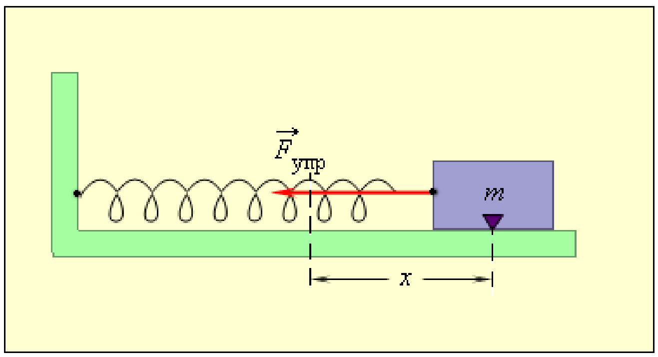


Рисунок 7.1. Колебания тела на пружине

По второму закону Ньютона $F = ma$, или $F = m\dfrac{d^2x}{dt^2}$.

С учетом закона Гука получаем

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

Обозначив $\omega_0{}^2 = \dfrac{k}{m}$, преобразуем к виду

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0{}^2 x = 0$$

Это дифференциальное уравнение гармонических колебаний. Его решение имеет вид

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0) \text{ или } x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$$

где x - смещение колеблющейся точки от положения равновесия; t - время; A - амплитуда колебания; ω - угловая частота; φ_0 - начальная фаза.

Фаза колебания - величина, определяющая значение $(\omega t + \varphi_0)$ в данный момент времени.

Начальная фаза - фаза в начальный момент времени, т.е. фаза колебаний в момент $t = 0$.

Амплитуда колебания - наибольшее абсолютное значение колеблющейся физической величины (максимальное смещение от положения равновесия)

Угловая частота колебаний

$$\omega = 2\pi\nu, \text{ или } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

где ν и T - частота и период колебаний.

При свободных механических колебаниях кинетическая и потенциальная энергии изменяются периодически. При максимальном отклонении тела от положения равновесия его скорость, а, следовательно, и кинетическая энергия обращаются в нуль. В этом положении потенциальная энергия колеблющегося тела достигает максимального значения.

Когда тело при своем движении проходит через положение равновесия, его скорость максимальна. В этот момент оно обладает максимальной кинетической и минимальной потенциальной энергией. Увеличение кинетической энергии происходит за счет уменьшения потенциальной энергии и наоборот.

Таким образом, **при гармонических колебаниях происходит периодическое превращение кинетической энергии в потенциальную и наоборот**.

Полная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания, равна

$$W = \frac{mA^2\omega^2}{2}$$

Маятники

Пружинный маятник – это тело, подвешенное на пружине Период колебаний пружинного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

где m - масса тела; k - жесткость пружины.

Математическим маятником называется материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити, совершающая колебания в вертикальной плоскости под действием силы тяжести (материальная точка – тело, размеры которого малы по сравнению с длиной нити).

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l - длина маятника; g - ускорение свободного падения.

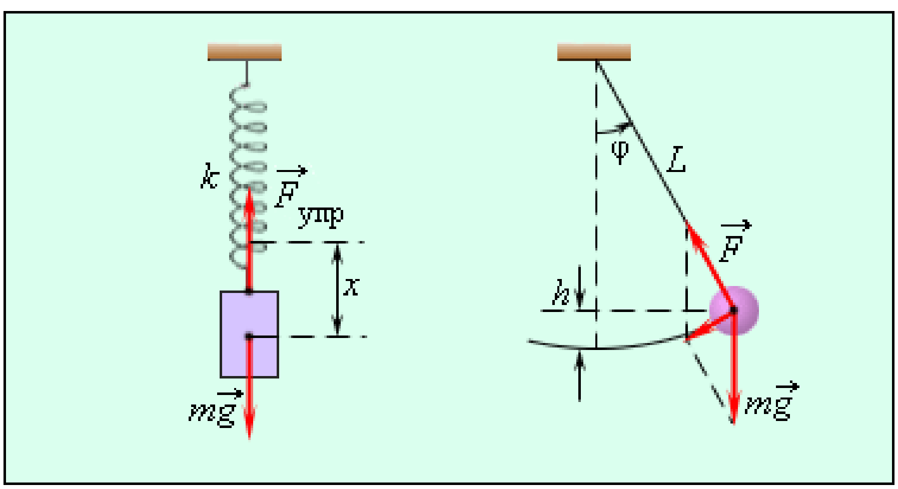


Рисунок 7.2. Пружинный и математический маятники

Физический маятник – твердое тело, имеющее возможность совершать колебания относительно горизонтальной оси, не проходящей через центр тяжести тела.

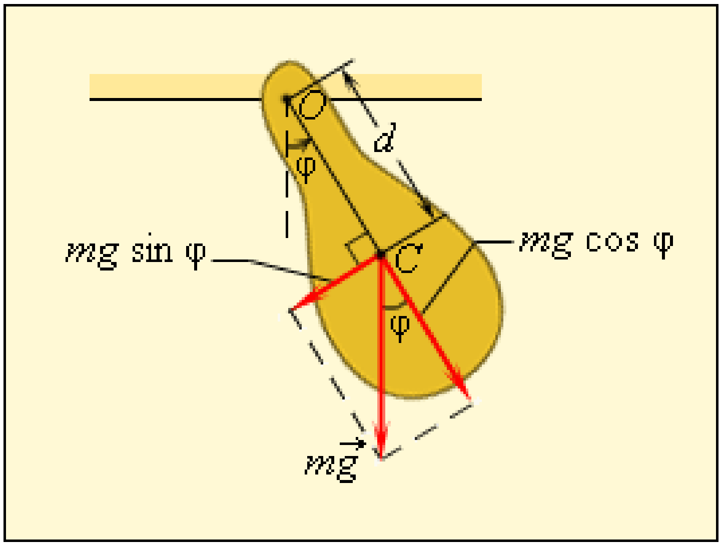


Рисунок 7.3. Физический маятник

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgd}},$$

где J - момент инерции колеблющегося тела относительно оси колебаний; d - расстояние центра масс маятника от оси колебаний.

Период крутильных колебаний тела, подвешенного на упругой нити,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{k}},$$

где J - момент инерции тела относительно оси, совпадающей с упругой нитью; k - жесткость упругой нити, равная отношению упругого момента, возникающего при закручивании нити, к углу, на который нить закручивается.

Затухающие колебания

Затухающими колебаниями называются колебания, энергия которых уменьшается с течением времени.

Уравнение затухающих колебаний

$$x = A(t)\cos(\omega t + \varphi),$$

где *A(t)* - амплитуда затухающих колебаний в момент *t;* ω – их круговая частота.

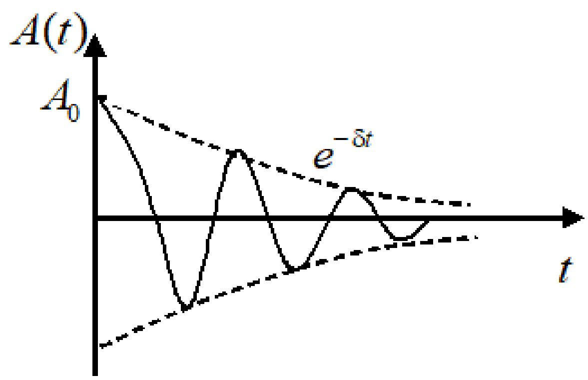


Рисунок 7.4 – График затухающих колебаний

Угловая частота затухающих колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2},$$

где δ – коэффициент затухания.

Зависимость амплитуды затухающих колебаний от времени

$$A(t) = A_0 e^{-\delta t},$$

где A_0 - амплитуда колебаний в момент *t*=0.

Логарифмический декремент затухания

$$\delta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)}.$$

Вынужденные колебания

Вынужденными колебаниями называются незатухающие колебания системы, которые вызываются действием на нее внешних сил $F(t)$, периодически изменяющихся с течением времени: $F(t)=F_0\cos\omega t$

Вынужденные гармонические колебания совершаются по закону

$$x=A\cos(\omega t+\varphi),$$

Амплитуда вынужденных колебаний

$$A=\frac{F_0}{m\sqrt{\left(\omega_0^2-\omega^2\right)^2+4\delta^2\omega^2}},$$

где F_0 - амплитудное значение вынуждающей силы.

Резонанс

Резонанс – явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении циклической частоты вынуждающей силы к значению резонансной частоты $\omega_{\text{рез}}$.

I случай

Отсутствие затухания (трения нет, идеальный случай) $\delta=0$. В этом случае резонансная частота совпадает с частотой собственных колебаний $\omega=\omega_{\text{рез}}=\omega_0$; амплитуда колебаний неограниченно возрастает: $A\to\infty$.

II случай

Затухание существует $\delta\neq 0$.

В этом случае резонансная частота определяется по формуле

$$\omega=\omega_{\text{рез}}=\sqrt{\omega_0^2-2\delta^2};$$

резонансная амплитуда

$$A_{рез} = \frac{F_0}{2\delta m\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}.$$

Чем меньше сопротивление, тем больше амплитуда вынужденных колебаний при резонансе, и теб́м ближе резонансная частота к собственной частоте колебаний системы.

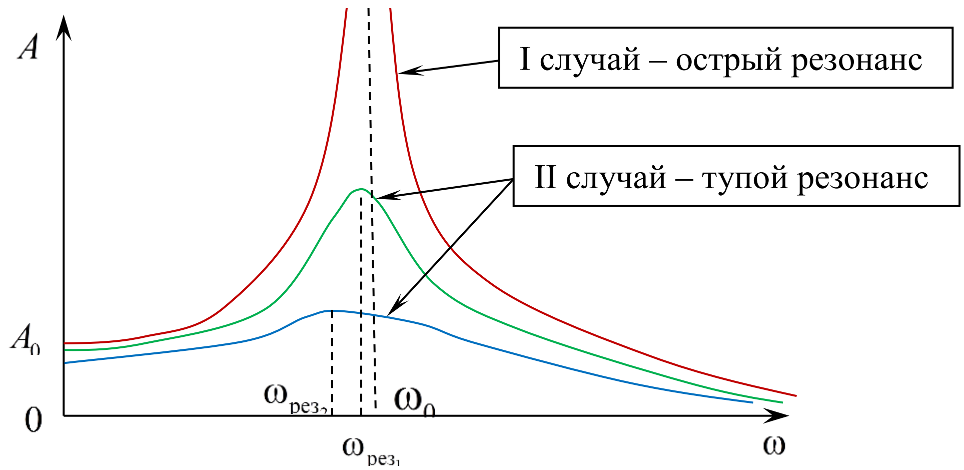


Рисунок 7.5 – Зависимость амплитуды от частоты при резонансе

Резонансная частота и резонансная амплитуда вынужденных колебаний

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \text{ и } A_{рез} = \frac{F_0}{2\delta m\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}.$$

Механические волны. Звук

Если в каком-нибудь месте твердой, жидкой или газообразной среды возбуждены колебания частиц, то вследствие взаимодействия атомов и молекул среды колебания начинают передаваться от одной точки к другой с конечной скоростью. Процесс распространения колебаний в среде называется **волной**.

Механические волны бывают разных видов. Если в волне частицы среды испытывают смещение в направлении, перпендикулярном направлению распространения, то волна называется **поперечной**. Примером волны такого рода могут служить волны, бегущие по натянутому резиновому жгуту (рис.8.1) или по струне. Поперечные волны не могут существовать в жидкой или газообразной средах.

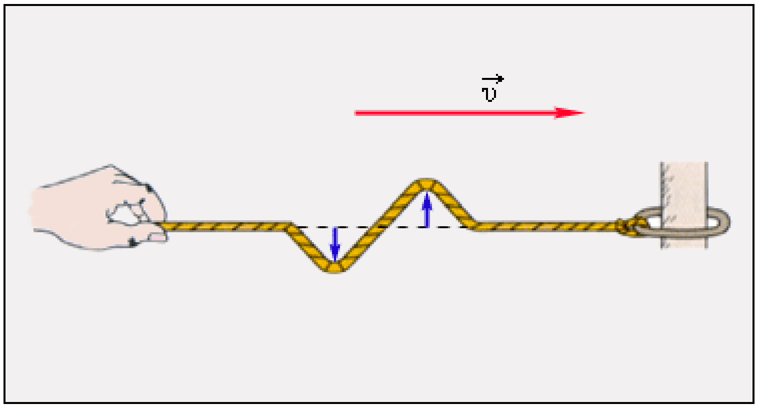


Рисунок 7.6. Распространение поперечного волнового импульса по натянутому резиновому жгуту

Если смещение частиц среды происходит в направлении распространения волны, то волна называется **продольной**. Волны в упругом стержне (рис.8.2) или звуковые волны в газе являются примерами таких волн. Продольные механические волны могут распространяться в любых средах – твердых, жидких и газообразных.

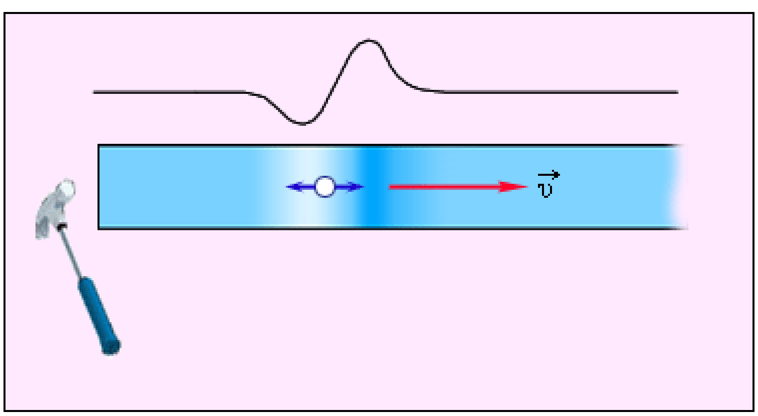


Рисунок 7.7. Распространение продольного волнового импульса по упругому стержню

Волны на поверхности жидкости имеют как поперечную, так и продольную компоненты.

Длиной волны λ называют расстояние между двумя соседними точками, колеблющимися в одинаковых фазах. Расстояние, равное длине волны λ, волна пробегает за период T, следовательно, $\lambda = VT$, где V – скорость распространения волны.

Звуковыми волнами или просто **звуком** принято называть механические волны, воспринимаемые человеческим ухом. Диапазон звуковых частот лежит в пределах приблизительно от 20 Гц до 20 кГц. Волны с частотой менее 20 Гц называются **инфразвуком**, а с частотой более 20 кГц – **ультразвуком**. Волны звукового диапазона могут распространяться не только в газе, но и в жидкости (продольные волны) и в твердом теле (продольные и поперечные волны). Однако волны в газообразной среде – среде нашего обитания – представляют особый интерес. Изучением звуковых явлений занимается раздел физики, который называют **акустикой**.

Вопросы для самопроверки

1. Какие колебания называются гармоническими?
2. Приведите формулы для периода колебаний математического, физического и пружинного маятников.
3. Как изменяется со временем амплитуда затухающих колебаний?
4. От чего зависит резонансная частота колебаний?
5. В чем состоит различие между продольными и поперечными волнами?
6. Что называется звуком?

Лекция 8

Основы релятивистской механики

План занятия:

1. Преобразования Галилея
2. Постулаты теории относительности
3. Преобразования Лоренца
4. Релятивистское замедление времени и сокращение длины
5. Масса, импульс и энергия релятивистской частицы

Специальная теория относительности (СТО) представляет собой современную физическую теорию пространства и времени. СТО часто называют **релятивистской теорией**, а специфические явления, описываемые этой теорией, – **релятивистскими эффектами**. Эти эффекты наиболее отчетливо проявляются при скоростях движения тел, близких к скорости света в вакууме $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с. Специальная теория относительности была создана А. Эйнштейном (1905 г.).

Классическая механика Ньютона прекрасно описывает движение макротел, движущихся с малыми скоростями ($\upsilon \ll c$). В нерелятивистской физике принималось как очевидный факт существование единого мирового времени t, одинакового во всех системах отсчета. В основе классической механики лежит **механический принцип относительности** *(или* принцип относительности Галилея*)*: **законы динамики одинаковы во всех инерциальных системах отсчета**. Этот принцип означает, что законы динамики ***инвариантны*** (т. е. неизменны) относительно **преобразований Галилея***,* которые позволяют вычислить координаты движущегося тела в одной инерциальной системе (K), если заданы координаты этого тела в другой инерциальной системе (K'). В частном случае, когда система K' движется со скоростью υ вдоль положительного направления оси x системы K (рис.9.1), преобразования Галилея имеют вид:

$$x = x' + Vt, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t'$$

Предполагается, что в начальный момент оси координат обеих систем совпадают.

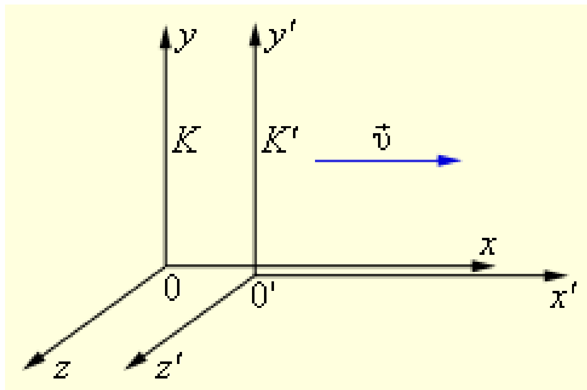


Рисунок 8.1. Две инерциальные системы отсчета K и K'

Из преобразований Галилея следует классический **закон преобразования скоростей** при переходе от одной системы отсчета к другой:

$$u_x = u'_x + V, \quad u_y = u'_y, \quad u_z = u'_z.$$

Ускорения тела во всех инерциальных системах оказываются одинаковыми:

$$a_x = a'_x, \quad a_y = a'_y, \quad a_z = a'_z \quad \text{или} \quad \vec{a} = \vec{a}'.$$

Следовательно, уравнение движения классической механики (второй закон Ньютона) не меняет своего вида при переходе от одной инерциальной системы к другой.

В специальной теории относительности рассматриваются только инерциальные системы отсчета. Во всех задачах считается, что оси y, y' и z, z' сонаправлены, а относительная скорость V системы координат K' относительно системы K направлена вдоль общей оси xx'.

Постулаты теории относительности

В основе специальной теории относительности лежат два принципа или постулата, сформулированные Эйнштейном в 1905 г.

1. ***Принцип относительности***: **все законы природы инвариантны по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета к другой**. Это означает, что во всех инерциальных системах физические законы (не только механические) имеют одинаковую форму. Таким образом, принцип относительности классической механики обобщается на все процессы природы, в том числе и на электромагнитные. Этот обобщенный принцип называют **принципом относительности Эйнштейна**.
2. ***Принцип постоянства скорости света***: **скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчета**. Скорость света в СТО занимает особое положение. Это предельная скорость передачи взаимодействий и сигналов из одной точки пространства в другую.

Эти принципы следует рассматривать как обобщение всей совокупности опытных фактов. Следствия из теории, созданной на основе этих принципов, подтверждались бесконечными опытными проверками.

Преобразования Лоренца

На смену галилеевых преобразований СТО предложила другие формулы преобразования при переходе из одной инерциальной системы в другую – так называемые преобразования Лоренца, которые при скоростях движения, близких к скорости света, позволяют объяснить все релятивисткие эффекты, а при малых скоростях ($\upsilon \ll c$) переходят в формулы преобразования Галилея. Таким образом, новая теория (СТО) не отвергла старую классическую механику Ньютона, а только уточнила пределы ее применимости. Такая взаимосвязь между старой и новой, более общей теорией, включающей старую теорию как предельный случай, носит название принципа соответствия.

Преобразования Лоренца имеют вид

$$x=\frac{x-Vt}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}};\ y=y',\quad z=z',\quad t'=\frac{t-\frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

Промежуток времени между двумя событиями зависит от системы отсчета, т.е. является **относительным**. Собственное время τ_0 всегда меньше, чем промежуток времени между этими же событиями, измеренный в любой другой системе отсчета. Этот эффект называют **релятивистским замедлением времени**. Замедление времени является следствием инвариантности скорости света.

Релятивистское замедление хода часов

$$\tau=\frac{\tau_0}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}},$$

где τ_0 - интервал времени между двумя событиями, происходящими в одной точке системы K', измеренный по часам этой системы (собственное время движущихся часов); τ - интервал времени между двумя событиями, измеренный по часам системы K.

Эффект замедления времени является взаимным, в согласии с постулатом о равноправии инерциальных систем K и K': для любого наблюдателя в K или K' медленнее идут часы, связанные с системой, движущейся по отношению к наблюдателю. Этот вывод СТО находит непосредственное опытное подтверждение. Например, при исследовании космических лучей в их составе обнаружены μ-мезоны – элементарные частицы с массой, примерно в 200 раз превышающей массу электрона. Эти частицы нестабильны, их среднее собственное время жизни равно $\tau_0 = 2{,}2\cdot10^{-6}$ с. Но в космических лучах μ-мезоны движутся со скоростью, близкой к скорости света. Без учета релятивистского эффекта замедления времени они в среднем пролетали бы в атмосфере путь, равный $c\tau_0 \approx$ 660 м. На самом деле, как показывает опыт, мезоны за время жизни успевают пролетать без распада значительно большие расстояния. Согласно СТО, среднее время жизни мезонов по часам земного наблюдателя равно

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}} >> \tau_0,$$

так как $\beta = V/c$ близко к единице. Поэтому средний путь V_τ, проходимый мезоном в земной системе отсчета, оказывается значительно больше 660 м

Релятивистское (лоренцево) сокращение длины стержня. Пусть твердый стержень покоится в системе отсчета K', движущейся со скоростью υ относительно системы отсчета K (рис.9.2). Стержень ориентирован параллельно оси x'. Его длина, измеренная с помощью эталонной линейки в системе K', равна l_0. Ее называют ***собственной длиной***. Какой будет длина этого стержня, измеренная наблюдателем в системе K? Для ответа на этот вопрос необходимо дать определение процедуры измерения длины движущегося стержня

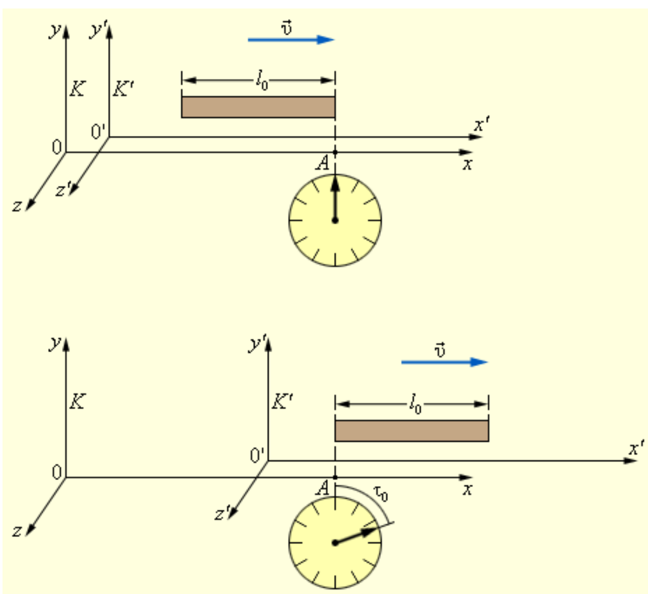


Рисунок 9.2. Измерение длины движущегося стержня

Под длиной l стержня в системе K, относительно которой стержень движется, понимают расстояние между координатами концов стержня, зафиксированными одновременно по часам этой системы. Если известна скорость системы K' относительно K, то измерение длины движущегося стержня можно свести к измерению времени: длина l движущегося со скоростью υ стержня равна произведению $\upsilon\tau_0$, где τ_0 – интервал времени по часам в системе K между прохождением начала стержня и его конца мимо какой-нибудь неподвижной точки (например, точки A) в системе K (рис.9.2). Поскольку в системе K оба события (прохождение начала и конца стержня мимо фиксированной точки A) происходят в одной точке, то промежуток времени τ_0 в системе K является собственным временем. Итак, длина l движущегося стержня равна $l=V\tau_0$.

Найдем теперь связь между l и l_0. С точки зрения наблюдателя в системе K', точка A, принадлежащая системе K, движется вдоль неподвижного стержня налево со скоростью V, поэтому можно записать $l_0=V\tau$, где τ есть промежуток времени между моментами прохождения точки A мимо концов стержня, измеренный по синхронизованным часам в K'. Используя связь между промежутками времени τ и τ_0 $\tau = \dfrac{\tau_0}{\sqrt{1-\left(\dfrac{V}{c}\right)^2}}$, найдем $l = l_0\sqrt{1-\left(\dfrac{V}{c}\right)^2}$

где l_0 - длина стержня в системе координат K', относительно которой стержень покоится (собственная длина); l - длина стержня, измеренная в системе K, относительно которой он движется со скоростью V; c - скорость распространения электромагнитного излучения.

Таким образом, длина стержня зависит от системы отсчета, в которой она измеряется, т. е. является относительной величиной. Длина стержня оказывается наибольшей в той системе отсчета, в которой стержень покоится. Движущиеся относительно наблюдателя тела сокращаются в направлении своего движения.

Этот релятивистский эффект носит название **лоренцева сокращения длины**.

Релятивистское сложение скоростей

$$V = \frac{V' + V_0}{1 + \frac{V_0 V'}{c^2}},$$

где V' - относительная скорость (скорость тела относительно системы K'); V_0 - переносная скорость (скорость системы K' относительно K), V - абсолютная скорость (скорость относительно системы K).

В теории относительности абсолютной скоростью называется скорость тела в системе координат, условно принятой за неподвижную.

Релятивистская масса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}, \text{ или } m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

где m_0 - масса покоя; β - скорость частицы, выраженная в долях скорости света ($\beta = \frac{V}{c}$).

Релятивистский импульс

$$p = mV = \frac{m_0 V}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}, \text{ или } p = m_0 c \frac{\beta}{\sqrt{1 - (\beta)^2}},$$

Полная энергия релятивистской частицы

$$W = mc^2 = m_0 c^2 + W_K,$$

где W_K - кинетическая энергия частицы; $W_0 = m_0 c^2$ - ее энергия покоя.

Частица называется релятивистской, если скорость частицы сравнима со скоростью света, и классической, если $v<<c$.

Связь полной энергии с импульсом релятивистской частицы

$$W - p^2 c^2 = m_0{}^2 c^4$$

Связь кинетической энергии с импульсом релятивистской частицы

$$p^2 c^4 = W_K\left(W_K + 2m_0 c^2\right)$$

Вопросы для самопроверки

1. Процитируйте постулаты СТО.
2. В чем состоит различие между преобразованиями Галилея и преобразованиями Лоренца?
3. Как изменяется длина предмета при его движении с околосветовой скоростью?
4. Какая частица называется релятивистской?
5. Приведите формулы для релятивистской массы и импульса частицы.

РАЗДЕЛ 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Лекция 9

Молекулярное строение вещества. Законы идеального газа

План занятия:

1. Молекулярно-кинетическая теория
2. Идеальный газ
3. Изопроцессы в газах.

Молекулярная физика изучает состояние и поведение макроскопических объектов при внешних воздействиях (нагревании, деформации, действии электромагнитного поля), процессы переноса (теплопроводность, вязкость, диффузию), фазовые превращения (кристаллизацию, плавление, испарение и т.д.). Макроскопические объекты - это объекты, состоящие из большого числа частиц (молекул или атомов).

Термодинамика. Термодинамика основана на термодинамическом методе изучения макроскопических объектов как сплошной среды, не имеющей внутренней структуры. Главное содержание термодинамики – это описание превращения теплоты в работу и, обратное превращения механической работы в теплоту

Молекулярно-кинетическая теория. Молекулярно-кинетическая теория (МКТ) основана на **статистическом методе**, поэтому иногда ее называют **статистической физикой**. МКТ изучает *микро*скопическую структуру *макро*скопических объектов. В соответствии с этими представлениями все тела состоят из молекул и атомов, которые находятся в постоянном движении и взаимодействуют друг с другом.

Числом Авогадро называется число атомов, содержащихся в 0,012 килограммах углерода - N_A=6,02·10^{23} моль$^{-1}$. Отношение числа молекул N в макрообъекте к числу Авогадро N_A называют **количеством вещества ν**:

$$\nu = \frac{N}{N_A}$$

В качестве единицы количества вещества используется *моль*, т.е. количество вещества, которое содержит столько же частиц (атомов, молекул), сколько атомов содержится в 0,012 килограммах углерода. Поэтому размерность числа Авогадро - моль$^{-1}$.

Масса одного моля вещества называется **молярной массой *M*** и измеряется в кг/моль.

Молярная масса вещества

$$M = \frac{m}{\nu},$$

где m - масса однородного тела (системы); ν - количество вещества этого тела.

Молярная масса M связана с массой одной молекулы m_0 соотношением:

$$M = m_0 N_A$$

Идеальный газ

Идеальным называется газ, силами взаимодействия между молекулами и собственными размерами молекул которого можно пренебречь.

Уравнение состояния идеального газа. Эксперимент показывает, что для любых газов, находящихся при одинаковых внешних условиях в состоянии равновесия, независимо от сорта газов выполняется соотношение (уравнение Клапейрона - Менделеева)

$$pV = \frac{m}{M}RT \text{, или } pV = \nu RT \text{,}$$

где m - масса газа; M - молярная масса; R - молярная газовая постоянная; T - термодинамическая температура; ν - количество вещества.

Полученное уравнение является справедливым, если давление газа не превышает нескольких атмосфер.

Следует отметить, что задолго до того, как уравнение состояния идеального газа было теоретически получено на основе молекулярно-кинетической модели, закономерности поведения газов в различных условиях были хорошо изучены экспериментально. Поэтому данное уравнение можно рассматривать как обобщение опытных фактов, которые находят объяснение в молекулярно-кинетической теории.

Газ может участвовать в различных тепловых процессах, при которых могут изменяться все параметры, описывающие его состояние (p, V и T). Если процесс протекает достаточно медленно, то в любой момент система близка к своему равновесному состоянию. Такие процессы называются **квазистатическими**.

Интерес представляют процессы, в которых один из параметров постоянной массы газа (p, V или T) остается неизменным. Такие процессы называются **изопроцессами**.

Изотермический процесс (T=const)

Изотермическим процессом называют квазистатический процесс, протекающий при постоянной температуре T. Из уравнения состояния идеального газа следует, что при постоянной температуре T и неизменном количестве вещества ν в сосуде произведение давления p газа на его объем V должно оставаться постоянным: $\boldsymbol{PV}$**=const**; или $\boldsymbol{P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2}$**.**

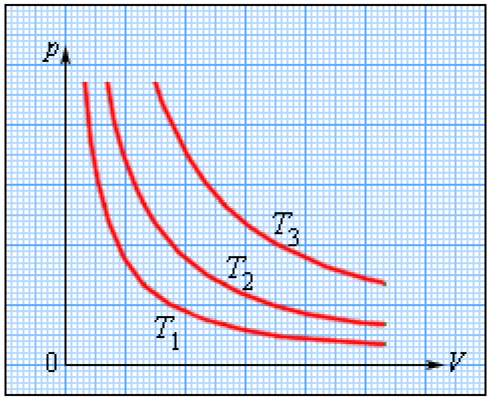


Рисунок 9.1. Семейство изотерм на плоскости (p, V). $T_3 > T_2 > T_1$

На плоскости (p,V) изотермические процессы изображаются при различных значениях температуры T семейством гипербол, которые называются **изотермами**. Так как коэффициент пропорциональности в этом соотношении увеличивается с ростом температуры, изотермы, соответствующие более высоким значениям температуры, располагаются на графике выше изотерм, соответствующих меньшим значениям температуры (рис.9.1). Уравнение изотермического процесса называют **законом Бойля–Мариотта**.

Изохорный процесс (V=const)

Изохорный процесс – это процесс квазистатического нагревания или охлаждения газа при постоянном объеме V и при условии, что количество вещества ν в сосуде остается неизменным. Как следует из уравнения состояния идеального газа, при этих условиях давление газа p изменяется прямо пропорционально его абсолютной температуре: $p \sim T$ или p/T=const, или $p_1/T_1 = p_2/T_2$

На плоскости (p,T) изохорные процессы для заданного количества вещества ν при различных значениях объема V изображаются семейством прямых линий, которые называются **изохорами**. Большим значениям объема соответствуют изохоры с меньшим наклоном по отношению к оси температур (рис. 9.2).

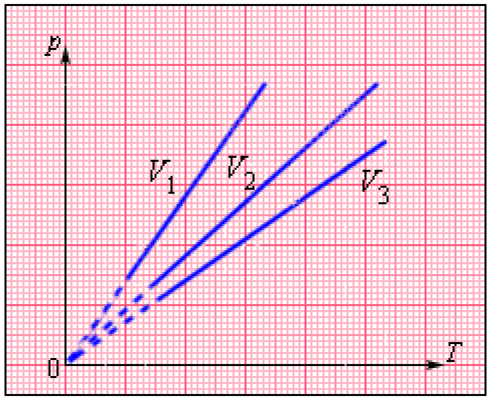


Рисунок 10.2. Семейство изохор на плоскости (p,T). $V_3 > V_2 > V_1$

Экспериментально зависимость давления газа от температуры исследовал французский физик Ж. Шарль (1787 г.). Поэтому уравнение изохорного процесса называется **законом Шарля**.

Изобарный процесс (p=const)

Изобарным процессом называют квазистатический процесс, протекающий при неизменном давлении p.

Уравнение изобарного процесса для некоторого неизменного количества вещества ν имеет вид: $\boldsymbol{V/T}$**=const**, или $\boldsymbol{V_1/T_1=V_2/T_2}$**.**

На плоскости (V,T) изобарные процессы при разных значениях давления p изображаются семейством прямых линий (рис.9.3), которые называются **изобарами**.

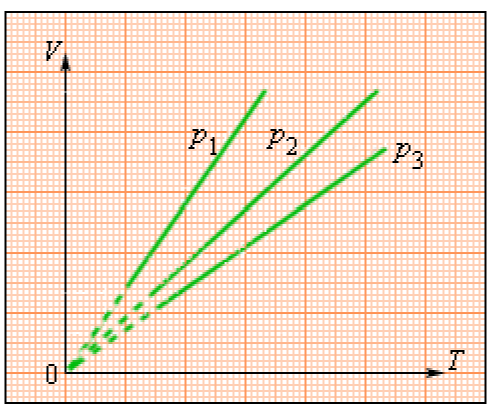
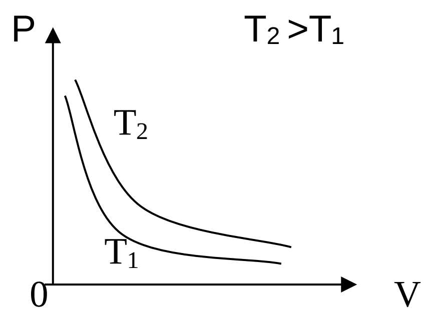


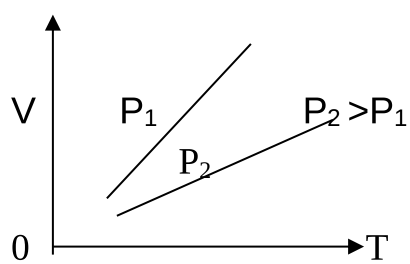
Рисунок 9.3. Семейство изобар на плоскости (V, T). $p_3 > p_2 > p_1$

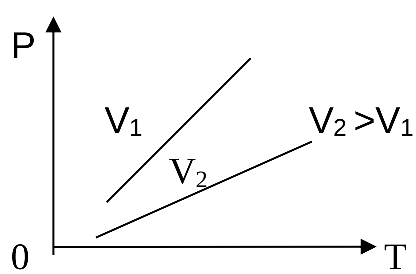
Зависимость объема газа от температуры при неизменном давлении была экспериментально исследована французским физиком <u>Ж. Гей-Люссаком</u> (1862 г.). Поэтому уравнение изобарного процесса называют **законом Гей-Люссака**.

Таблица 10.1 - **Изопроцессы в газах**

<table>
<tr><td>Изотермический процесс
T=const,

PV=const
или
$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$</td><td>
</td><td>Закон Бойля-Мариотта</td></tr>
<tr><td>Изобарный процесс
P=const,

V/T=const
или
$V_1/T_1 = V_2/T_2$</td><td>
</td><td>Закон Гей-Люссака</td></tr>
<tr><td>Изохорный процесс
V=const,

P/T=const
или
$P_1/T_1 = P_2/T_2$</td><td>
</td><td>Закон Шарля</td></tr>
</table>

Закон Дальтона

$$p = p_1 + p_2 + \ldots + p_k,$$

где p - давление смеси газов; p_i - парциальное давление i-го компонента смеси; k - число компонентов смеси.

Нормальные условия: давление p_0=1,013·10^5 Па, температура T_0=273К.

Вопросы для самопроверки

1. Перечислите основные положения молекулярно-кинетической теории.
2. Что называется идеальным газом?
3. Приведите формулу уравнения Менделеева-Клапейрона.
4. Приведите формулы, описывающие изменения параметров газа в изопроцессах.
5. Как выглядят графики этих процессов?

Лекция 10

Кинетическая теория газов

План занятия:
1. Модель идеального газа
2. Основное уравнение кинетической теории газов
3. Число степеней свободы молекулы

Модель идеального газа

Простейшей моделью, рассматриваемой молекулярно-кинетической теорией, является модель **идеального газа**. В кинетической модели идеального газа молекулы рассматриваются как идеально упругие шарики, взаимодействующие между собой и со стенками только во время упругих столкновений. Суммарный объем всех молекул предполагается малым по сравнению с объемом сосуда, в котором находится газ. Модель идеального газа достаточно хорошо описывает поведение реальных газов в широком диапазоне давлений и температур. Задача молекулярно-кинетической теории состоит в том, чтобы установить связь между **микроскопическими** (масса, скорость, кинетическая энергия молекул) и **макроскопическими параметрами** (давление, объем, температура).

В результате каждого столкновения между молекулами и молекул со стенками скорости молекул могут изменяться по модулю и по направлению; на интервалах времени между последовательными столкновениями молекулы движутся равномерно и прямолинейно. В модели идеального газа предполагается, что все столкновения происходят по законам упругого удара, т. е. подчиняются законам механики Ньютона.

Основное уравнение кинетической теории газов

Используя модель идеального газа, вычислим **давление газа на стенку сосуда**. В процессе взаимодействия молекулы со стенкой сосуда между ними возникают силы, подчиняющиеся третьему закону Ньютона. В результате проекция υ_x скорости молекулы, перпендикулярная стенке, изменяет свой знак на противоположный, а проекция υ_y скорости, параллельная стенке, остается неизменной (рис.10.1).

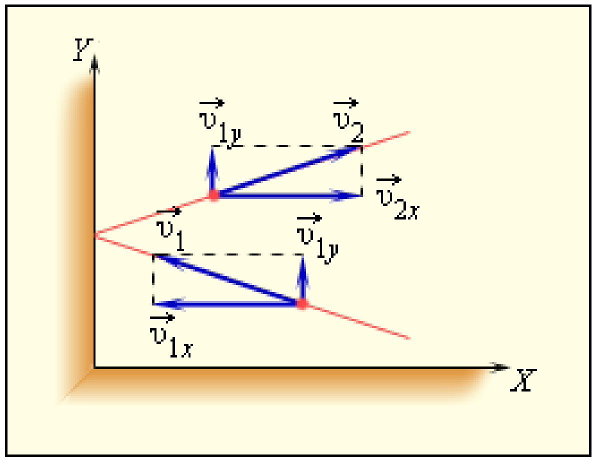


Рисунок 10.1. Упругое столкновение молекулы со стенкой

Давление газа на стенку сосуда является результатом столкновений с ней молекул газа. Каждая молекула при столкновении передает стенке определенный импульс, следовательно, воздействует на стенку с некоторой силой. Отношение этой силы к площади поверхности и даст величину давления, оказываемого газом на стенку.

Концентрация частиц (молекул, атомов и т. п.) однородной системы

$$n = \frac{N}{V},$$

где V - объем системы.

Давление газа пропорционально числу молекул газа и среднему значению кинетической энергии поступательного движения молекулы газа. Основное уравнение кинетической теории газов

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle,$$

где p - давление газа; $\langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle$ - средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

Средняя кинетическая энергия **поступательного** движения молекул $\langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle$ равна:

$$\langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle = \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{2}$$

где m_0 - масса одной молекулы, $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ - средняя квадратичная скорость молекул; k - постоянная Больцмана. Постоянная Больцмана связана с универсальной газовой постоянной R и числом Авогадро N_A соотношением $k = \dfrac{R}{N_A}$

Таким образом, абсолютная температура пропорциональна средней кинетической энергии поступательного движения молекул.

Средняя квадратичная скорость молекул:

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \text{ или } \langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}};$$

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы

$$\varepsilon_{\text{пост}} = \frac{3}{2} kT.$$

Эта формула определяет только энергию поступательного движения молекулы. Такой средней кинетической энергией обладают молекулы одноатомного газа. Для многоатомных молекул необходимо учесть вклад в кинетическую энергию, обусловленный вращением молекулы и колебанием атомов в молекуле.

Числом степеней свободы молекулы называется количество независимых координат, с помощью которых может быть однозначно задано положение молекулы в пространстве. Для одноатомной молекулы число степеней свободы i = 3, это *поступательные степени свободы* $i_{\text{пост}}$, так как молекула рассматривается как материальная точка. В этом случае достаточно задать, например, три координаты точки относительно некоторой системы координат. Если молекула многоатомная, но атомы в молекуле не могут смещаться друг относительно друга (молекулы с жесткой связью), то необходимо задать дополнительно еще две или три координаты, чтобы определить ориентацию молекулы в пространстве (например, задать углы, которые образует молекула с осями координат), эти *степени свободы* называются *вращательными*- $i_{\text{вращ}}$. Для двухатомной или любой линейной многоатомной молекулы (например –CO_2) $i_{\text{вращ}}$=2, для многоатомной нелинейной молекулы $i_{\text{вращ}}$=3.

В МКТ доказывается **теорема о равнораспределении энергии по степеням свободы молекулы**, согласно которой на каждую поступательную и вращательную степень свободы молекулы приходится средняя энергия, равная $\frac{1}{2}kT$, где k - постоянная Больцмана; T - термодинамическая температура.

Полная средняя кинетическая энергия молекулы

$$\varepsilon = \frac{i}{2}kT,$$

где i - число степеней свободы молекулы.

Для **одноатомного** газа $\boldsymbol{i}$ **= 3**, для **двухатомного** $\boldsymbol{i}$ **= 5**, для **многоатомного** $\boldsymbol{i}$ **= 6**.

Энергия вращательного движения молекулы

$$\varepsilon_{\text{вр}} = \frac{i-3}{2}kT$$

Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры

$$p = nkT\ .$$

Вопросы для самопроверки

1. В чем состоит задача молекулярно-кинетической теории?
2. Чем обусловлено давление газа на стенки сосуда?
3. Приведите формулу для средней кинетической энергии поступательного движения молекулы.
4. Что называется степенью свободы молекулы?
5. Как распределяется энергия по степеням свободы?

Лекция 11

Элементы статистической физики

План занятия:

1. Распределение молекул по скоростям. Функция распределения Максвелла
2. Барометрическая формула
3. Распределение во внешнем силовом поле (распределение Больцмана)

Опыт показывает, что скорости молекул газа, который находится в равновесном состоянии, могут иметь самые разные значения. Скорость молекул может принимать любые значения от 0 до некоторого значения $v_{\max}$. Это происходит вследствие многочисленных случайных столкновений молекул друг с другом и обмена энергиями. При выводе закона распределения молекул по скоростям Максвелл предположил

1) газ состоит из очень большого числа тождественных молекул;

2) молекулы находятся в состоянии хаотического теплового движения при одинаковой температуре

3) силовые поля на газ не действуют.

Закон Максвелла описывается некоторой функцией $f(v)$, которая называется функцией распределения молекул по скоростям. Если разбить диапазон скоростей молекул на малые интервалы, равные dv, то на каждый интервал скорости приходиться некоторое число молекул $dN(v)$, имеющих скорость, заключенное в этом интервале.

Применяя методы теории вероятностей, Максвелл нашел функцию $f(v)$, то есть закон о распределении молекул идеального газа по скоростям: Распределение Максвелла (распределение молекул по скоростям) выражает число молекул, скорости которых заключены в пределах от v до $v+dv$,

$$dN(v) = Nf(v)dv = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} v^2 dv,$$

где $f(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} v^2$ - функция распределения молекул по модулям скоростей,

Функция *f(v)* определяет относительное число молекул $\frac{dN(v)}{N}$, скорости которых лежат в интервале от *v* до *v* + *dv*, то есть $\frac{dN(v)}{N} = f(v)$ (*N* - общее число молекул; *m* -масса молекулы).

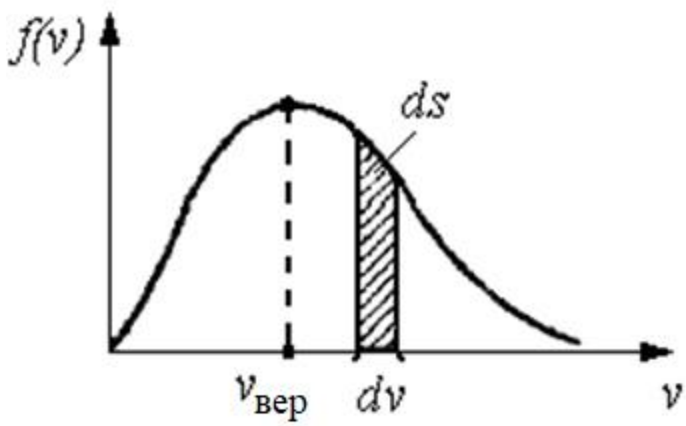


Рис. 11.1**.** График функции *f*(*v*)

Конкретный вид функции зависит от рода газа (от массы молекулы) и от параметра состояния (от температуры). Относительное число молекул *dN(v)/N*, скорости которых лежат в интервале от *v* до *v* + *dv*, находится как площадь заштрихованной полоски.

Площадь, ограниченная кривой распределения и осью абсцисс, соответствует единице. Это означает, что функция *f(v)* удовлетворяет условию нормирования:

$$\int_0^\infty f(v)dv = 1$$

Скорость, при которой функция распределения молекул идеального газа по скоростям максимальна, называется наиболее вероятной скоростью $v_в$.

Значение наиболее вероятной скорости можно найти, дифференцируя соотношение функцию распределения по аргументу v и приравняв результат нулю, т. е. используя условие для максимума выражения

$$\frac{d}{dv}\left[v^2\,\mathrm{e}^{-\frac{m_0v^2}{2kT}}\right]=2v\left(1-\frac{m_0v^2}{2kT}\right)\mathrm{e}^{-\frac{m_0v^2}{2kT}}=0$$

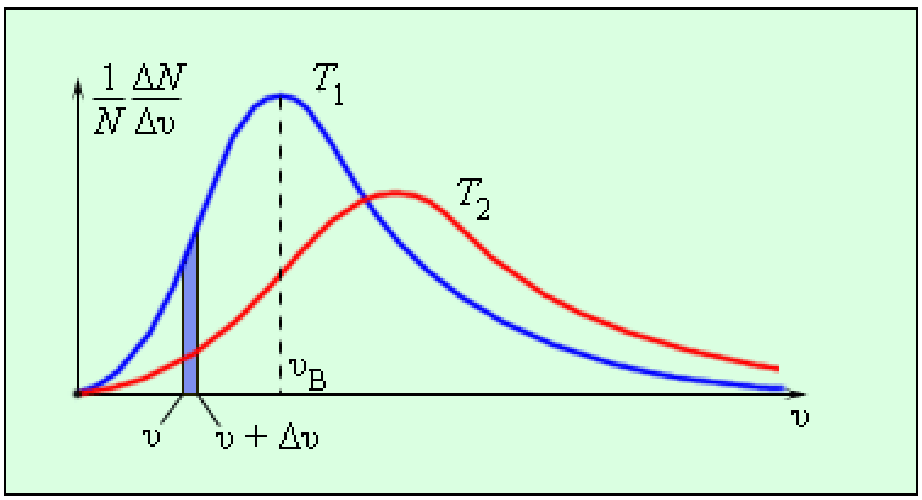


Рис. 11.2 - Вид функции $F(v)$ при различных температурах ($T_2>T_1$)

Функция Максвелла $F(v)$ имеет максимум при значении скорости

$$v_{вер}=\sqrt{\frac{2kT}{m_0}}=\sqrt{\frac{2RT}{M}},$$

которое вычисляется из условия $\frac{dF(v)}{dv}=0$ и называется **наиболее вероятной скоростью**. Здесь m_0 - масса одной молекулы.

При увеличении температуры максимум функции сдвигается в сторону больших значений скорости, а сам максимум становится ниже, поскольку площадь под кривой $f(v)$ остается постоянной и равной **единице**.

Средняя квадратичная скорость молекул:

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \text{ или } \langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}};$$

Средняя арифметическая скорость

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}, \text{ или } \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}.$$

Среднее число соударений, испытываемых одной молекулой газа в секунду

$$\langle z \rangle = \sqrt{2}\pi d^2 n \langle v \rangle,$$

где d - эффективный диаметр молекулы; n - концентрация молекул; $<v>$ - средняя арифметическая скорость молекул.

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}.$$

Распределение давления в однородном поле силы тяжести

При введении основного уравнения МКТ газов и максвелловского распределения молекул по скоростям предполагалось, что на молекулы газа внешние силы не действуют, поэтому молекулы равномерно распределены по объему.

Однако молекулы любого газа находятся в потенциальном поле тяготения Земли. Притяжение, с одной стороны, и тепловое движение молекул - с другой, приводят к некоторому стационарного состояния газа, при котором давление газа с высотой убывает.

Выведем закон изменения давления с высотой, предполагая, что

1) поле тяготения однородно,
2) температура постоянна и
3) масса всех молекул одинакова.

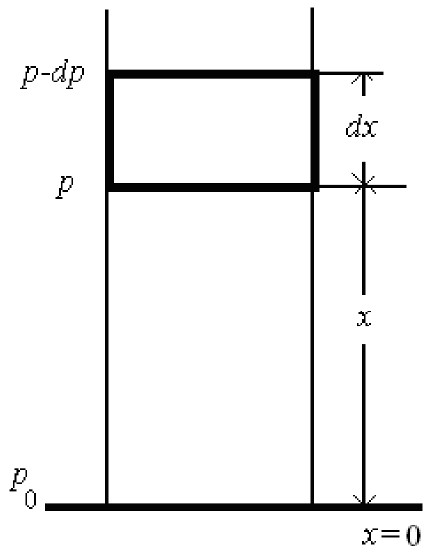


Рис. 11.3. Изменение давления газа в зависимости от высоты

При увеличении высоты на небольшую величину dh (рис. 11.3) давление уменьшается на малую величину $dp = \rho g dh$, де ρ - плотность газа, $\rho = m_0 n$, m_0 – масса молекулы. Удобно выразить плотность газа через макропараметры - температуру и давление. Для этого воспользуемся формулой $p=nkT$, тогда $\rho = \frac{m_0 p}{kT}$, а $dp = -\frac{m_0 pg}{kT} dh$.

Разделим переменные величины в последней формуле, т.е. $\frac{dp}{p} = -\frac{m_0 g}{kT} dh$. Интегрируя, получаем: $\ln p = -\frac{m_0 g}{kT} h + \ln C$, де С - постоянная интегрирования, которую находим из условия: при $x = 0$ $C = p_0$. Тогда

$$\ln p - \ln p_0 = -\frac{m_0 gh}{kT}, \text{ или } \ln \frac{p}{p_0} = -\frac{m_0 gh}{kT}.$$

После потенцирования получим барометрическую формулу

$$p = p_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} .$$

Учитывая, что $\frac{m_0}{k} = \frac{M}{R}$, формулу можно переписать в виде:

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$$

где p - давление газа; m - масса частицы; M — молярная масса; h - координата (высота) точки по отношению к уровню, принятому за нулевой; p_0 - давление на этом уровне; g - ускорение свободного падения; R - молярная газовая постоянная; e - основание натуральных логарифмов.

Так как при постоянной температуре $p \sim n$, то можно получить соотношение:

$$n = n_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} \text{, или } n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$$

Атмосферное давление на высоте h обусловлено весом вышележащих слоев газа. Если температура воздуха T и ускорение свободного падения g не меняются с высотой, то давление воздуха p на высоте h, отсчитанной от некоторого уровня, принятого за начальный, связано с давлением p_0 на этом начальном уровне экспоненциальной зависимостью:

$$p = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} \text{, или } p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$$

Эта формула носит название **барометрической формулы**. Она справедлива на высотах до 11 км для изотермической атмосферы До этих высот можно считать неизменной величину ускорения свободного падения g, т.е. величину напряженности гравитационного поля Земли.

Из этой формулы следует, что давление убывает с высотой тем быстрее, чем тяжелее газ (чем больше его молярная масса *M*) и чем ниже температура *T*. На рисунке 11.4 изображены две кривые, которые можно трактовать либо как соответствующие разным *M* (при одинаковой температуре Т), либо как отвечающие разным Т (при одинаковой молярной массе *M*),

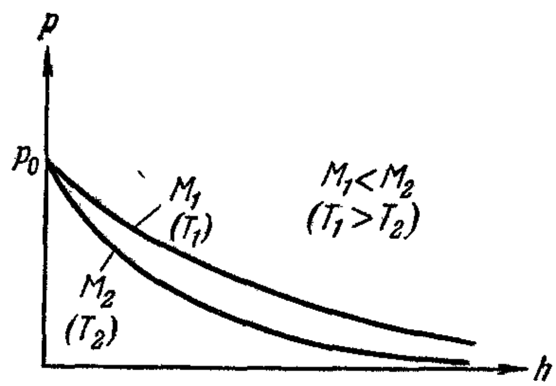


Рисунок 11.4 -. Давление газа на различных высотах над Землей

Распределение Больцмана (распределение частиц в силовом поле).

Зависимость концентрации *n* молекул газа от высоты выводится на основе барометрической формулы с использованием основного уравнения МКТ

Так как при постоянной температуре $p \sim n$, то можно получить соотношение:

$$n = n_0 e^{-\frac{Mgx}{RT}}, \text{ или } n = n_0 e^{-\frac{m_0 gx}{kT}}$$

где n_0 - концентрация частиц в точках поля, где x=0; k - постоянная Больцмана; T - термодинамическая температура; e - основание натуральных логарифмов.

Выражение mgx определяет потенциальную энергию молекулы в поле силы тяжести. Больцман показал, что формула будет справедлива и в случае любого потенциального поля, если заменить mgh потенциальной энергией W_Π молекулы в данном поле сил:

$$n = n_0 e^{-W_П / kT}$$

Данное выражение называют **распределением Больцмана.** Из формулы следует, что с понижением температуры число частиц на высотах, отличных от нуля, убывает, обращаясь в нуль при $T = 0$. При абсолютном нуле все молекулы расположились бы на земной поверхности. При высоких температурах концентрация молекул слабо убывает с высотой, так что молекулы оказываются распределенными по высоте почти равномерно. Это объясняется конкуренцией двух тенденций – 1) гравитационное притяжение молекул к Земле и 2) тепловое хаотическое движение, стремящееся сделать распределение молекул равномерным по высоте.

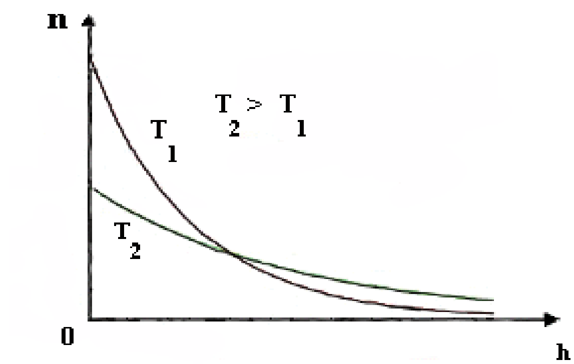


Рисунок 11.5 - Распределение Больцмана

Вопросы для самопроверки

1. Что описывает распределение Максвелла?
2. Как сдвигается максимум функции Максвелла при увеличении температуры?
3. Чем обусловлено атмосферное давление?
4. Сравните среднюю арифметическую, среднюю квадратичную и наиболее вероятную скорость молекул газа.
5. Приведите формулы для средней длины свободного пробега и среднего числа столкновений молекул

Лекция 12

Явления переноса в газах

План занятия:

1. Условия возникновения явлений переноса массы, импульса и энергии.
2. Законы, описывающие диффузию, внутреннее трение (вязкость) и теплопроводность.
3. Коэффициенты вязкости, диффузии и теплопроводности газа и связь между ними.

Неравновесное состояние газа всегда связано с нарушением полной хаотичности движения и максвелловского распределения молекул по скоростям. Переход газа в равновесное состояние всегда связан с направленным переносом массы, импульса и энергии. Процессы переноса массы, импульса и энергии в газе называют **явлениями переноса**. К явлениям переноса относят внутреннее трение, или вязкость, теплопроводность и диффузию газов. Вязкость обусловлена переносом импульса, теплопроводность — кинетической энергии и диффузия — массы молекул.

Вязкость (внутреннее трение). В текущем газе на хаотическое тепловое движение молекул накладывается упорядоченное движение газа с различными скоростями. Поэтому импульс каждой молекулы можно разложить на две составляющие, одна из которых обусловлена участием молекулы в хаотическом, а другая в упорядоченном движении.

Импульс (количество движения), переносимый молекулами из одного слоя газа в другой через элемент поверхности, определяется по формуле

$$dp = -\eta \frac{dv}{dz} \Delta S dt,$$

где η- динамическая вязкость газа; $\frac{dv}{dz}$ - градиент (поперечный) скорости течения его слоев; ΔS - площадь элемента поверхности; d*t* - время переноса.

Динамическая вязкость

$$\eta = \frac{1}{3}\rho\langle v\rangle\langle l\rangle,$$

где ρ - плотность газа (жидкости); $\langle v\rangle$ - средняя скорость хаотического движения его молекул; $\langle l\rangle$ - их средняя длина свободного пробега.

Закон Ньютона определяет силу внутреннего трения между слоями газа

$$F = \frac{dp}{dt} = \eta\frac{dv}{dz}\Delta S,$$

где *F* - сила внутреннего трения между движущимися слоями газа.

Теплопроводность. Если слои газа имеют разную температуру, то в газе возникает перенос тепла от более нагретого слоя к менее нагретому, т. е. имеет место явление теплопроводности. Экспериментально установлено, что в этом случае теплопроводность газа определяется формулой **Фурье**

$$Q = -\lambda\frac{dT}{dx}\Delta S\Delta t,$$

где *Q* - теплота, прошедшая посредством теплопроводности через сечение площадью ΔS за время Δt; λ - теплопроводность; $\frac{dT}{dx}$ - градиент температуры.

Теплопроводность (коэффициент теплопроводности) газа

$$\lambda = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \langle l \rangle,$$

где c_v - удельная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Диффузия. Когда в смеси газов концентрация какого-либо газа распределена неравномерно, то возникает перенос этого газа в места с меньшей концентрацией (диффузия).

Если в сосуде находится только один газ, плотность которого в занимаемом им объеме неодинакова, то происходит диффузия молекул газа в среде того же самого газа, т. е. самодиффузия.

Закон Фика

$$\Delta m = -D \frac{d\rho}{dx} \Delta S \Delta t,$$

где Δm - масса газа, перенесенная в результате диффузии через поверхность площадью ΔS за время Δt; D - диффузия (коэффициент диффузии); $\frac{d\rho}{dx}$ - градиент плотности.

Диффузия (коэффициент диффузии)

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle.$$

Сравнивая выражения для коэффициентов переноса (см. таблицу 12.1), получим следующие соотношения между ними:

$$\eta = \rho D, \text{ и } \lambda = c_v \eta$$

Таблица 12.1 – **Явления переноса в газах**

Явление	Переносимая величина	Уравнение переноса	Формула для коэффициента переноса
Диффузия	Масса	$\Delta m = -D\frac{d\rho}{dx}\Delta S\Delta t$	$D = \frac{1}{3}\langle v\rangle\langle l\rangle$
Вязкость	Импульс направленного движения	$dp = -\eta\frac{dv}{dz}\Delta S dt$	$\eta = \frac{1}{3}\rho\langle v\rangle\langle l\rangle$
Теплопроводность	Энергия в форме тепла	$Q = -\lambda\frac{dT}{dx}\Delta S\Delta t$	$\lambda = \frac{1}{3}c_v\rho\langle v\rangle\langle l\rangle$

Вопросы для самопроверки

1. Перечислите явления переноса.
2. Что переносится при диффузии? При внутреннем трении? При теплопроводности?
3. Запишите уравнения, описывающие явления переноса.
4. Как определяются коэффициент диффузии, вязкость и коэффициент теплопроводности?
5. Приведите формулы, описывающие связь между коэффициентами переноса.

Лекция 13

Физические основы термодинамики

План занятия:
1. Термодинамическая система
2. Внутренняя энергия
3. Первый закон термодинамики
4. Теплоемкость
5. Работа газа при различных процессах

Термодинамика возникла как наука о движущих силах, возникающих при тепловых процессах, о закономерностях превращения энергии в различных макросистемах, как теория тепловых машин. *Термодинамический метод описания макроскопической системы* состоит в изучении физических свойств системы путем анализа условий и количественных соотношений для процессов превращения энергии в системе

Термодинамической системой называют совокупность макроскопических тел, которые могут взаимодействовать между собой и с другими телами (внешней средой) – обмениваться с ними энергией и веществом. Простейшей термодинамической системой является *идеальный газ*.

Тела, не входящие в систему, называются *внешними* телами или *окружающей средой*.

Термодинамическая система может считаться *замкнутой,* если *отсутствует обмен веществом* между системой и окружающей средой.

Если система не поглощает и не отдает тепла, то она называется *адиабатически изолированной*.

Если все параметры системы имеют определенные значения, остающиеся при неизменных внешних условиях постоянными сколь угодно долго, то такое состояние системы называется *равновесным*, или *квазистатическим*.

Термодинамический процесс - это переход термодинамической системы из одного состояния в другое, сопровождающийся изменением хотя бы одного из параметров системы.

Все количественные выводы термодинамики применимы, строго говоря, только к *равновесным процессам*. Процесс называют *равновесным*, если внешние условия меняются так медленно, что в любой момент времени систему можно считать *равновесной*. Именно равновесный процесс может быть изображен графически.

Термодинамика базируется на двух основных экспериментально установленных законах (*началах*) термодинамики, которые будут рассматриваться ниже.

Внутренняя энергия

Кроме термодинамических параметров *P,V и T* термодинамическая система характеризуется *некоторой функцией состояния U, которая* называется *внутренней энергией*. Все макроскопические тела обладают энергией, заключенной внутри самих тел. С точки зрения молекулярно-кинетической теории, внутренняя энергия тела состоит из суммы кинетической энергии движения составляющих его частиц и потенциальной энергии их взаимодействия. В частности, *внутренняя энергия идеального газа равна сумме кинетических энергий всех молекул газа,* находящихся в непрерывном и беспорядочном тепловом движении. Если система обменивается теплом с окружающими телами и совершает работу (положительную или отрицательную), то изменяется состояние системы, т. е. изменяются ее макроскопические параметры (температура, давление, объем). Так как внутренняя энергия U однозначно определяется макроскопическими параметрами, характеризующими состояние системы, то отсюда следует, что процессы теплообмена и совершения работы сопровождаются изменением ΔU внутренней энергии системы.

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = N \cdot \langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} \nu R T$$

где <ε> - средняя кинетическая энергия молекулы; N - число молекул газа, i - число степеней свободы, ν – число молей газа; Т - температура.

Изменение энергии при переходе системы из одного состояния в другое описывается соотношением $\Delta U = U_2 - U_1$ и не зависит от того, какие состояния принимала система в промежутке между начальным и конечным состояниями.

Считается, что изменение энергии не зависит от способа, по которому система переходит из одного состояния в другое, а определяется только параметрами начального и конечного состояний. Величины, обладающие таким свойством, называются **функциями состояния. Внутренняя энергия — функция состояния системы.**

С точки зрения термодинамики существуют два принципиально различных взаимодействия системы с внешними телами и, следовательно, два способа изменения состояния.

Первый способ — совершение системой работы**.**

Второй способ — осуществление теплообмена между системой и внешними телами.

Количество энергии, переданное системой (системе) в процессе расширения или сжатия газа, называют **работой *A*.** Работу *A* принято считать положительной, если при этом энергия передается от системы внешним телам (работу совершает система). В противном случае величина работы *A* считается отрицательной (работа совершается над системой).

Количество энергии, переданное системой (системе) в процессе теплообмена, называют **количеством теплоты**, или **теплотой** Q. Теплота Q считается положительной, если она передается от внешних тел к системе, и отрицательной, если она передается от системы внешним телам.

Первый закон термодинамики

Первый закон термодинамики является обобщением закона сохранения и превращения энергии для термодинамической системы. Он формулируется следующим образом:

Изменение ΔU внутренней энергии неизолированной термодинамической системы равно сумме количества теплоты Q, переданной системе, и работы A', совершенной внешними телами над системой.

$$\Delta U = Q + A',$$

где Q - количество теплоты, сообщённое газу; ΔU - изменение его внутренней энергии; A' - работа, совершаемая внешними силами.

Соотношение, выражающее первый закон термодинамики, часто записывают в другой форме:

$$Q = \Delta U + A,$$

где A - работа, совершаемая газом против внешних сил $A = -A'$,

Количество теплоты, полученное системой, идет на изменение ее внутренней энергии и совершение работы над внешними телами.

Применим первый закон термодинамики к изопроцессам в газах.

1. В **изохорном процессе** (V = const) газ работы не совершает, $A=0$. Следовательно, $Q = \Delta U$.
2. В **изобарном процессе** (p = const) работа, совершаемая газом, выражается соотношением $A = p(V_2 – V_1) = p\Delta V$.
3. В **изотермическом процессе** температура газа не изменяется, следовательно, не изменяется и внутренняя энергия газа, $\Delta U = 0$, и $Q = A$.

Наряду с изохорным, изобарным и изотермическим процессами в термодинамике часто рассматриваются процессы, протекающие в отсутствие теплообмена с окружающими телами. Сосуды с теплонепроницаемыми стенками называются **адиабатическими**

оболочками, а процессы расширения или сжатия газа в таких сосудах называются **адиабатными**.

Адиабатный процесс осуществляется без теплообмена с внешней средой. Математически условие адиабатического процесса записывается в виде $Q = 0$.

Первое начало термодинамики для адиабатного процесса принимает следующий вид: $-\Delta U = A$.

Практически адиабатный процесс осуществляется при достаточно быстром сжатии или расширении, столь быстром, что за время протекания процесса изменением энергии в результате теплообмена можно пренебречь считать, что $Q = 0$. Как будет показано ниже, в адиабатическом процессе сохраняется *энтропия* S, поэтому иногда такой процесс называют *изоэнтропическим*.

Уравнение Пуассона (уравнение газового состояния при адиабатном процессе)

$$pV^{\gamma} = const.$$

Связь между начальным и конечным значениями параметров состояний газа при адиабатном процессе:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}; \ \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}; \ \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\gamma-1/\gamma}.$$

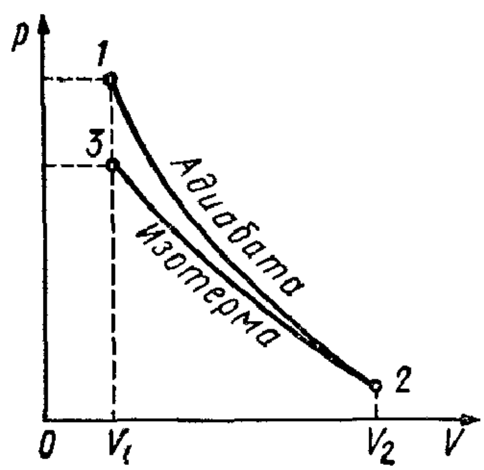


Рисунок 13.1 - Графики изотермического и адиабатного процессов

Теплоемкость

В термодинамическом описании процессов важную роль играет величина, называемая *теплоемкостью*.

Теплоемкостью тела (системы) называют количество тепла, которое необходимо сообщить этому телу, чтобы увеличить его температуру на один кельвин:

$$C_T = \frac{Q}{\Delta T}$$

Размерность теплоемкости $\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$

Количество тепла, которое необходимо сообщить одному килограмму вещества, чтобы увеличить его температуру на один кельвин называется *удельной теплоемкостью* (c):

$$C = \frac{\Delta Q}{m\Delta T}$$

Размерность удельной теплоемкости $\frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{кг}}$

Количество тепла, которое необходимо сообщить одному молю вещества, чтобы увеличить его температуру на один кельвин, называется *молярной теплоемкостью* (C):

$$C = \frac{\Delta Q}{\nu\Delta T}$$

Размерность молярной теплоемкости $\frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}$

Связь между молярной (C_m) и удельной (c) теплоемкостями газа

$$C_M = cM,$$

где M - молярная масса газа.

Теплоемкость зависит от процесса, при котором телу передается тепло. Молярные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении соответственно равны

$$C_V = \frac{i}{2}R;\; C_p = \frac{i+2}{2}R,$$

где i - число степеней свободы; R - молярная газовая постоянная.

Уравнение Майера

$$C_p - C_V = R.$$

Удельные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении соответственно равны

$$c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M},\; c_p = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M}.$$

Показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}, \text{ или } \gamma = \frac{i+2}{i}.$$

Работа газа

Работа, связанная с изменением объема газа, в общем случае вычисляется по формуле

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV,$$

где V_1 - начальный объем газа; V_2 - его конечный объем.

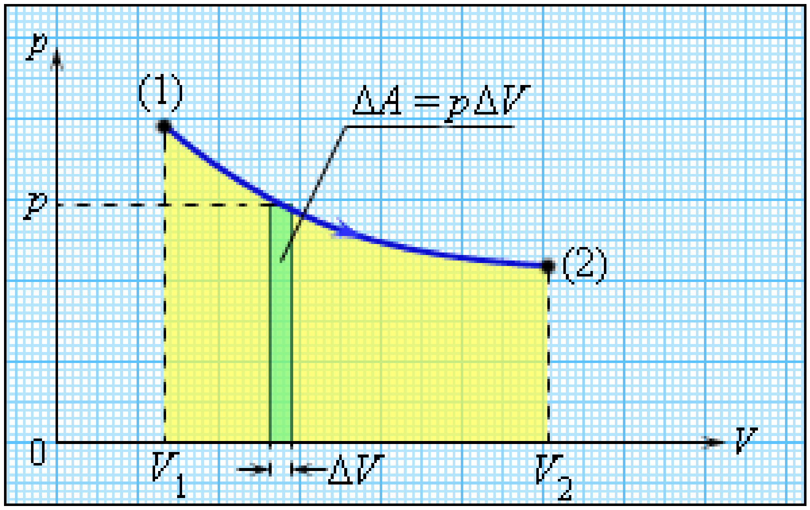


Рисунок 13.2 - Работа идеального газа в произвольном процессе

Работа газа при различных процессах:

а) при изобарном процессе (p=const)

$$A=p(V_2 - V_1);$$

б) при изотермическом процессе (T=const)

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

в) при адиабатном процессе

$$A = \frac{m}{M} C_V \left(T_1 - T_2\right), \text{ или } A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{M} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right],$$

где T_1 - начальная температура газа; T_2 - его конечная температура.

Первый закон термодинамики:

а) при изобарном процессе

$$Q = \Delta U + A = \frac{m}{M} C_V \Delta T + \frac{m}{M} R\Delta T = \frac{m}{M} C_p \Delta T;$$

б) при изохорном процессе (A=0)

$$Q = \Delta U = \frac{m}{M} C_V \Delta T;$$

в) при изотермическом процессе (ΔU=0)

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1};$$

г) при адиабатном процессе (Q=0)

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{M} C_V \Delta T.$$

Вопросы для самопроверки

1. Что такое внутренняя энергия? Как определяется внутренняя энергия идеального газа?
2. Сформулируйте первый закон термодинамики.
3. Какой процесс называется адиабатным? Чему равен показатель адиабаты?
4. Что такое теплоемкость? Приведите формулы молярной теплоемкости при изохорном и изобарном процессах.
5. Как рассчитывается работа расширения идеального газа?

Лекция 14

Обратимые и необратимые процессы. Тепловые двигатели. Энтропия

План занятия:

1. Обратимые и необратимые процессы.
2. Круговые процессы (циклы). Работа цикла. КПД тепловой машины.
3. Энтропия и её свойства. Неравенство Клаузиуса.
4. Второй закон (начало) термодинамики

Если в результате какого-либо процесса система переходит из состояния A в другое состояние B, и если возможно вернуть систему хотя бы одним способом в исходное состояние A и при том так, чтобы во внешней среде не произошло никаких изменений, то этот процесс называется **обратимым.** Обратимым может быть только равновесный процесс. В противном случае процесс называется **необратимым.**

Все реальные процессы в природе – **необратимы**

Круговые процессы (циклы). Работа цикла. КПД тепловой машины.

Особое место в термодинамике занимают круговые процессы (циклы), т. к. на их основе работают все тепловые машины. ***Тепловым двигателем*** называется устройство, способное превращать полученное количество теплоты в механическую работу. Механическая работа в тепловых двигателях производится в процессе расширения некоторого вещества, которое называется **рабочим телом**. В качестве рабочего тела обычно используются газообразные вещества (пары бензина, воздух, водяной пар). Рабочее тело получает (или отдает) тепловую энергию в процессе теплообмена с телами, имеющими большой запас внутренней энергии. Эти тела называются ***тепловыми резервуарами***.

Круговым процессом (циклом) называют такой процесс, в результате которого термодинамическая система возвращается в исходное состояние. На диаграммах состояния равновесные круговые процессы изображаются в виде замкнутых кривых.

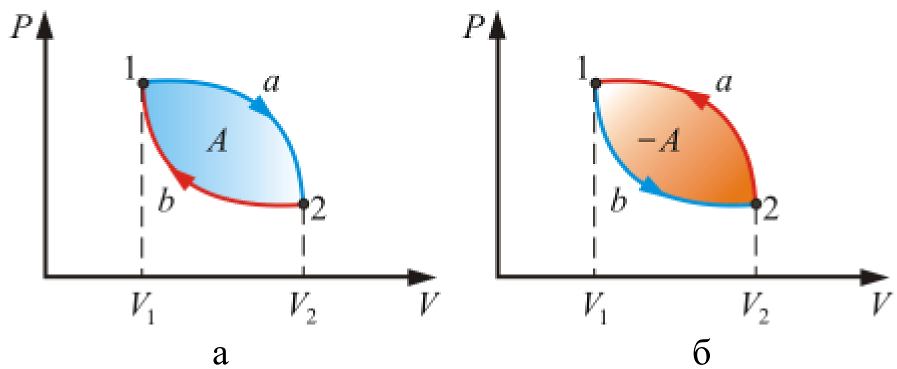


Рис. 14.1. Круговой процесс: а – прямой цикл; б – обратный цикл

Цикл, который выполняется идеальным газом, можно разбить на процессы расширения (1-2) и сжатия (2-1) газа.

Работа расширения (определяется площадью фигуры $1a2$) положительна ($dV > 0$), работа сжатия (определяется площадью фигуры $2b1$) отрицательная ($dV < 0$).

Итак, работа, совершаемая газом за цикл, определяется площадью, охватываемой замкнутой кривой.

Если за цикл осуществляется положительная работа

$$A = \oint pdV > 0$$

(цикл протекает по часовой стрелке), то он называется *прямым* (рис. 15.1а).

Если за цикл осуществляется отрицательная работа

$$A = \oint pdV < 0$$

(цикл протекает против часовой стрелки), то он называется обратным (рис. 15.1б).

Прямой цикл используется в тепловых двигателях –

периодически действующих установках, совершают работу за счет получения извне теплоты. Обратный цикл используется в холодильных машинах – периодически действующих установках, в которых за счет работы внешних сил теплота переносится к телу с более высокой температурой.

В результате кругового процесса система возвращается в начальное состояние и, следовательно, полное изменение внутренней энергии газа равна нулю. Поэтому первое начало термодинамики для кругового процесса

$$Q = \Delta U + A = A_1,$$

то есть работа, совершаемая за цикл, равно количеству полученной извне теплоты. Однако в результате кругового процесса система может теплоту как получать, так и отдавать, поэтому $Q = Q_1 - Q_2$, где Q_1 – количество теплоты, полученное системой, Q_2 – количество теплоты, отданное системой.

Поэтому термический коэффициент полезного действия (КПД) для кругового процесса

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 - количество теплоты, полученное рабочим телом (газом) от нагревателя; Q_2 - количество теплоты, переданное рабочим телом охладителю.

Если бы Q_2=0, то η=1=100%. Первый закон термодинамики не запрещает строить такой тепловой двигатель – вечный двигатель второго рода. Но многочисленные эксперименты показывают, что такой двигатель невозможен. И об этом говорит второй закон термодинамики.

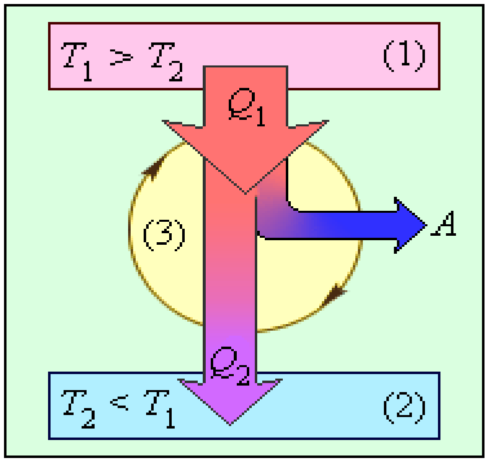


Рисунок 14.2.

Энергетическая схема тепловой машины: 1 – нагреватель; 2 – холодильник; 3 – рабочее тело, совершающее круговой процесс. $Q_1 > 0$, $A > 0$, $Q_2 < 0$; $T_1 > T_2$

Второй закон термодинамики запрещает существование вечного двигателя второго рода, т.е. такого периодически действующего двигателя, который получал бы тепло от одного источника и превращал это тепло полностью в работу.

В тепловом двигателе работу совершает газ в процессе расширения. Но этот процесс не может быть бесконечным. После расширения газ необходимо сжать, т. е. вернуть газ в исходное состояние. Следовательно, газ должен совершать **круговой процесс**.

Рассмотрим мысленную (идеальную) модель, демонстрирующую, как может быть осуществлен такой цикл – **цикл Карно** с идеальным газом в качестве рабочего вещества.

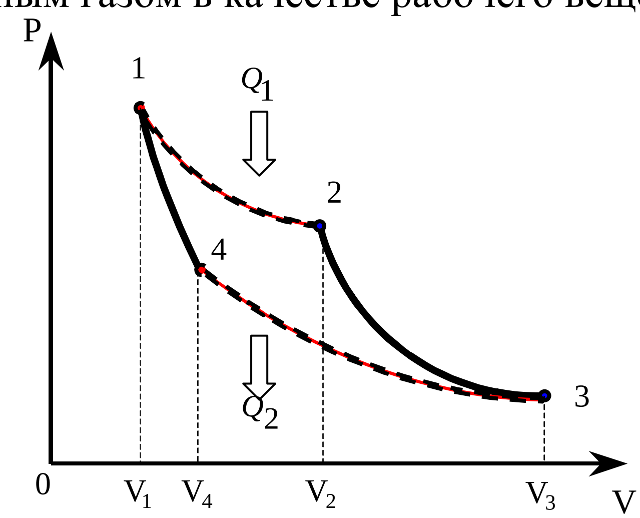


Рисунок 14.3 - График цикла Карно.

Изобразим на графике цикл Карно (рис. 14.3). Он состоит из двух изотерм (1-2 и 3-4) и двух адиабат (2-3 и 4-1), которые образуют криволинейный четырехугольник.

КПД идеального цикла Карно зависит только от температуры нагревателя и холодильника. КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \text{ или } \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 - температура нагревателя; T_2 - температура охладителя.

Термический коэффициент полезного действия любой тепловой машины, работающей в интервале температур T_1 и T_2, не может быть больше КПД машины, работающей по циклу Карно в том же интервале температур.

Если круговой процесс осуществляется в противоположном направлении (против часовой стрелки в координатах p-V), то он соответствует работе холодильной машины.

Энтропия и её свойства. Неравенство Клаузиуса

Из второго начала термодинамики следует существование еще одного свойства термодинамической системы, обладающего, как и внутренняя энергия, двумя особенностями:

1. Изменение этого свойства не зависит от пути перехода системы из одного состояния в другое, а зависит лишь от начального и конечного состояний.

2. Если система совершает равновесный круговой процесс, то суммарное изменение свойства системы равно нулю.

Свойства системы, обладающие такими особенностями, называются **функциями состояния**. Следовательно, из второго начала вытекает существование еще одной функции состояния.

Для обратимого кругового процесса Карно

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}, \text{ или } \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Из сравнения этих равенств следует, что

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}, \text{ или } \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

Отношение количества теплоты, полученного системой в изотермическом процессе, к температуре этого процесса называется **приведенной теплотой.**

Приведенная теплота при переходе системы из состояния 1 в состояние 3 (рисунок 12.2) по пути 1 - 2 - 3 равна приведенной теплоте при переходе системы из состояния 1 в состояние 3 по пути 1 - 4 - 3. Это дает право утверждать, что существует некоторое физическое свойство системы, являющейся функцией состояния. Это свойство принято называть **энтропией.** Оно присуще всякой термодинамической системе, а не только системе, совершающей цикл Карно.

Учитывая, что отдаваемая системой теплота отрицательна, можно записать:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

Это условие означает, что сумма приведенных теплот системы, совершившей круговой равновесный процесс, равна нулю.

Строгий теоретический анализ показывает, что в *любом обратимом* круговом процессе

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0,$$

т.е. для *любого обратимого* процесса подынтегральное выражение в формуле можно представить как приращение **энтропии** dS

$$\frac{dQ}{T} = dS$$

В результате интегрирования по всей последовательности процессов передачи тепла получим в общем случае

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T},$$

где A и B - пределы интегрирования, соответствующие начальному и конечному состояниям системы. Так как процесс равновесный, то интегрирование проводится по любому пути.

Энтропия изолированной системы может либо возрастать (в случае *необратимых* процессов), либо оставаться постоянной (в случае *обратимых* процессов):

$$\Delta S = \oint \frac{dQ}{T} \geq 0$$

Это неравенство называется **неравенством Клаузиуса**.

Примечание. Если процесс протекает в изолированной системе (*адиабатический* процесс), то dQ=0 и ΔS=0, т.е. S=const. Поэтому адиабатный процесс часто называют **изоэнтропным** процессом**.**

Формула Больцмана

$$S=k\cdot\ln W,$$

где S - энтропия системы; W - термодинамическая вероятность ее состояния, т.е. число способов, которыми может быть реализовано данное состояние макросистемы; k - постоянная Больцмана.

Второй закон (начало) термодинамики.

Первый закон термодинамики – закон сохранения и превращения энергии – не позволяет установить направление протекания термодинамических процессов. Открытие второго закона термодинамики связано с необходимостью ответить на вопрос о том, какие процессы в природе возможны, а какие – нет.

Второй закон термодинамики определяет направление протекания термодинамических процессов:

невозможно протекание самопроизвольного процесса, сопровождающееся уменьшением энтропии системы.

Второй закон термодинамики может быть сформулирован и так:

невозможен процесс, единственным результатом которого был бы переход тепла от тела менее нагретого к телу более нагретому (формулировка Клаузиуса);

невозможен процесс, единственным результатом которого было бы превращение всей полученной теплоты полностью в работу (формулировка Томсона).

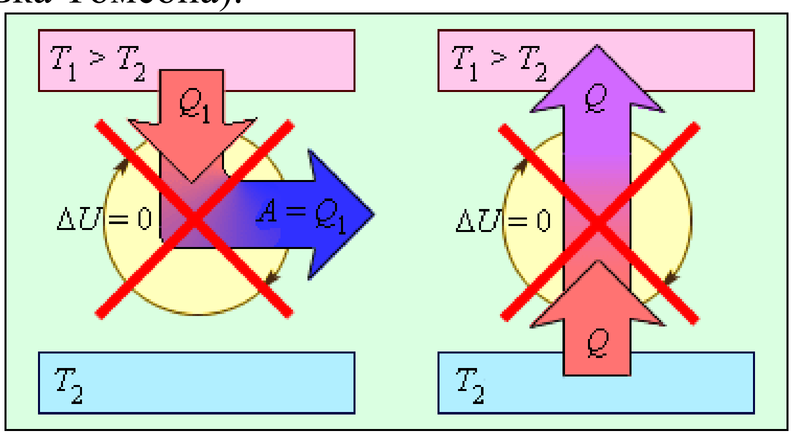


Рис. 14.4. Процессы, которые не противоречат первому закону термодинамики, но запрещаются вторым законом: 1 - вечный двигатель второго рода; 2 - самопроизвольный переход тепла от холодного тела к более теплому (идеальная холодильная машина)

Вопросы для самопроверки

1. Какие процессы называются обратимыми?
2. Опишите принцип работы теплового двигателя. Как найти его КПД?
3. Что такое цикл Карно?
4. Сформулируйте второй закон термодинамики.

Лекция 15

Реальные газы. Свойства жидкостей

План занятия:

1. Испарение и конденсация
2. Изотермы реальных газов. Уравнение Ван-дер-Ваальса
3. Критические параметры
4. Молекулярное строение жидкостей
5. Поверхностное натяжение, давление под изогнутой поверхностью
6. Краевой угол. Капиллярные явления

Любое вещество при определенных условиях может находиться в различных агрегатных состояниях – твердом, жидком и газообразном. Переход из одного состояния в другое называется ***фазовым переходом***. **Испарение** и **конденсация** являются примерами фазовых переходов.

Все **реальные газы** (кислород, азот, водород и т. д.) при определенных условиях способны превращаться в жидкость. Однако такое превращение может происходить только при температурах ниже определенной, так называемой ***критической температуры*** $T_{кр}$. Например, для воды критическая температура равна 647,3 К, для азота 126 К, для кислорода 154,3 К. При комнатной температуре (≈ 300 К) вода может находиться и в жидком, и в газообразном состояниях, а азот и кислород существуют только в виде газов.

Испарением называется фазовый переход из жидкого состояния в газообразное. С точки зрения молекулярно-кинетической теории, испарение – это процесс, при котором с поверхности жидкости вылетают наиболее быстрые молекулы, кинетическая энергия которых превышает энергию их связи с остальными молекулами жидкости. Это приводит к уменьшению средней кинетической энергии оставшихся молекул, т. е. к охлаждению жидкости (если нет подвода энергии от окружающих тел).

Конденсация – это процесс, обратный процессу испарения. При конденсации молекулы пара возвращаются в жидкость.

В закрытом сосуде жидкость и ее пар могут находиться в состоянии **динамического равновесия**, когда число молекул, вылетающих из жидкости, равно числу молекул, возвращающихся в жидкость из пара, т. е. когда скорости процессов испарения и конденсации одинаковы. Такую систему называют ***двухфазной***. **Пар, находящийся в равновесии со своей жидкостью, называют насыщенным.**

Число молекул, вылетающих с единицы площади поверхности жидкости за одну секунду, зависит от температуры жидкости. Число молекул, возвращающихся из пара в жидкость, зависит от концентрации молекул пара и от средней скорости их теплового движения, которая определяется температурой пара. Отсюда следует, что для данного вещества концентрация молекул пара при равновесии жидкости и ее пара определяется их равновесной температурой. Установление динамического равновесия между процессами испарения и конденсации при повышении температуры происходит при более высоких концентрациях молекул пара. Так как давление газа (пара) определяется его концентрацией и температурой, то можно сделать вывод: **давление насыщенного пара p_0 данного вещества зависит только от его температуры и не зависит от объема**. Поэтому изотермы реальных газов на плоскости (p,V) содержат горизонтальные участки, соответствующие двухфазной системе (рис.16.1).

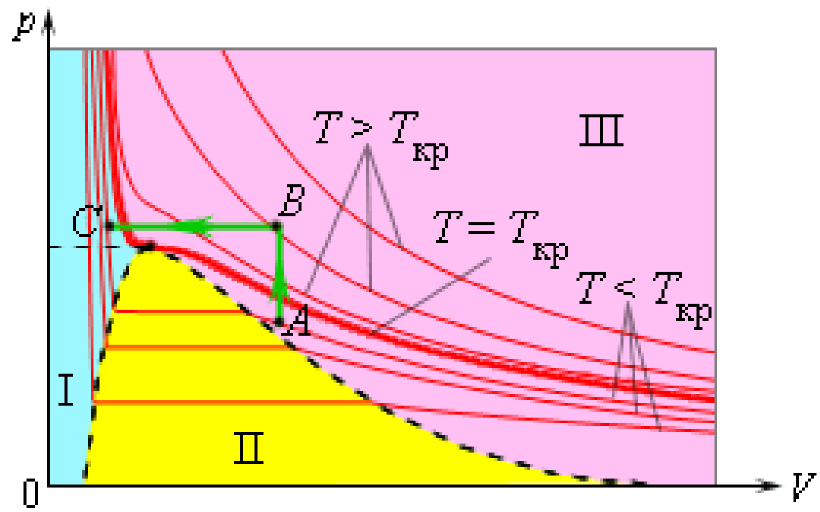


Рисунок 15.1. Изотермы реального газа. Область I – жидкость, область II – двухфазная система «жидкость + насыщенный пар», область III – газообразное вещество. *K* – критическая точка

При повышении температуры давление насыщенного пара и его плотность возрастают, а плотность жидкости уменьшается из-за теплового расширения. При температуре, равной критической температуре $T_{кр}$ для данного вещества, плотности пара и жидкости становятся одинаковыми. При $T>T_{кр}$ исчезают физические различия между жидкостью и ее насыщенным паром.

Если изотермически сжимать ненасыщенный пар при $T<T_{кр}$, то его давление будет возрастать, пока не станет равным давлению насыщенного пара. При дальнейшем уменьшении объема на дне сосуда образуется жидкость и устанавливается динамическое равновесие между жидкостью и ее насыщенным паром. С уменьшением объема все большая часть пара конденсируется, а его давление остается неизменным (горизонтальный участок на изотерме). Когда весь пар превращается в жидкость, давление резко возрастает при дальнейшем уменьшении объема вследствие малой сжимаемости жидкости.

Учитывая собственный объем молекул и силы межмолекулярного взаимодействия, Ван - дер - Ваальс вывел уравнение состояния реального газа.

В уравнение Клапейрона - Менделеева введены две поправки.

• Учет собственного объема молекул.

Наличие сил отталкивания, которые противодействуют проникновению в занят молекулой объем других молекул, сводится к тому, что фактический свободный объем, в котором могут двигаться молекулы реального газа, будет не V_m, а $V_m - b$, где b - *поправка, учитывающая объем, занимаемый самими молекулами*.

• Учет притяжения молекул.

Действие сил притяжения между молекулами газа приводит к появлению дополнительного давления на газ, называется внутренним давлением.

По вычислениям Ван-дер-Ваальса, внутреннее давление обратно пропорционалльно квадрату молярного объема

$$p' = \frac{a}{V_m^2}$$

где a - *постоянная Ван дер -Ваальса, характеризующий силы межмолекулярного притяжения*; V_m - молярный объем.

Уравнение Ван-дер-Ваальса для одного моля газа

$$\left(p + \frac{a}{V_m{}^2}\right)(V_m - b) = RT ,$$

для произвольного количества вещества v газа

$$\left(p + \frac{v^2 a}{V^2}\right)(V - vb) = vRT ,$$

где a и b - постоянные Ван-дер-Ваальса (рассчитанные на один моль газа); V - объем, занимаемый газом; V_m - молярный объем; p - давление газа на стенки сосуда. Величины a и b в уравнении Ван-дер-Ваальса для каждого газа могут быть измерены экспериментально.

Кривые, соответствующие уравнению Ван-дер-Ваальса для разных температур, представлены на рисунке 16.2. Эти кривые называются изотермами Ван-дер-Ваальса.

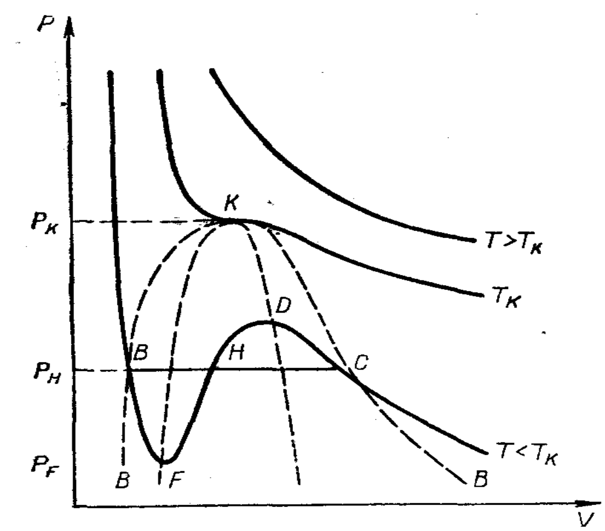


Рис. 15.2 - Изотермы Ван-дер-Ваальса

Критические параметры

Точка ***K*** на рис.15.2 называется критической точкой. Соответствующая ей температура называется критической температурой. Для критической изотермы точка ***K*** служит точкой перегиба.

Участок ***BF*** на изотерме соответствует состоянию растянутой (перегретой жидкости), участок ***DC*** – состоянию пересыщенного пара. Участок ***FD*** не может быть реализован ни при каких условиях.

Соответствующие критической точке значения давления $P_К$ и объема $V_К$. называют критическим давлением и критическим объемом вещества. Связь критических параметров – объема, давления и температуры газа – с постоянными a и b Ван-дер-Ваальса:

$$V_{m\text{К}} = 3b;\; p_\text{К} = \frac{a}{27b^2};\; T_\text{К} = \frac{8a}{27Rb}.$$

Внутренняя энергия реального газа определяется по формуле

$$U = \nu\left(C_V T - \frac{a}{V_m}\right),$$

где C_V - молярная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Молекулярное строение жидкостей

Молекулы вещества в жидком состоянии расположены почти вплотную друг к другу. В отличие от твердых кристаллических тел, в которых молекулы образуют упорядоченные структуры во всем объеме кристалла и могут совершать тепловые колебания около фиксированных центров, молекулы жидкости обладают большей свободой. Каждая молекула жидкости, так же, как и в твердом теле, «зажата» со всех сторон соседними молекулами и совершает тепловые колебания около некоторого положения равновесия. Однако, время от времени любая молекула может переместиться в соседнее вакантное место. Такие перескоки в жидкостях происходят довольно часто; поэтому молекулы не привязаны к определенным центрам, как в кристаллах, и могут перемещаться по всему объему жидкости. Этим объясняется текучесть жидкостей. Из-за сильного взаимодействия между близко расположенными молекулами они могут образовывать локальные (неустойчивые) упорядоченные группы, содержащие несколько молекул. Это явление называется **ближним порядком** (рис. 15.3).

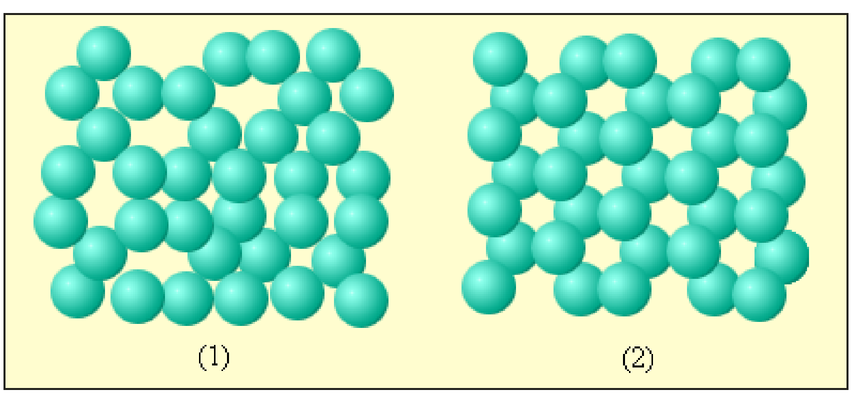


Рисунок 15.3. Пример ближнего порядка молекул жидкости и дальнего порядка молекул кристаллического вещества: 1 – вода; 2 – лед

Рис.15.4 иллюстрирует отличие газообразного вещества от жидкости на примере воды. Молекула воды H_2O состоит из одного атома кислорода и двух атомов водорода, расположенных под углом 104°. Среднее расстояние между молекулами пара в десятки раз превышает среднее расстояние между молекулами воды. В отличие от рис. 16.3, где молекулы воды изображены в виде шариков, рис.16.4 дает представление о структуре молекулы воды.

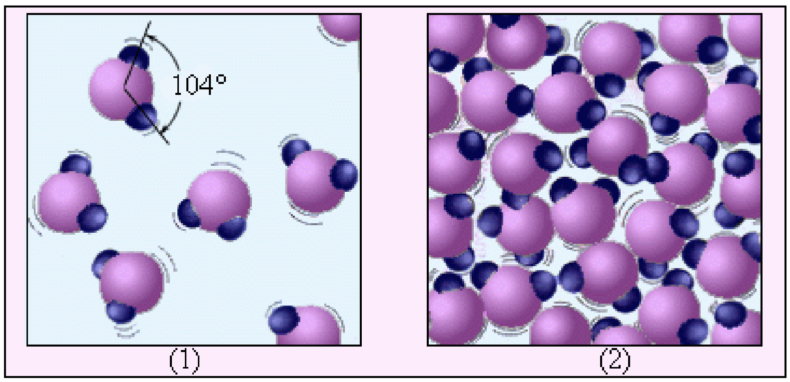


Рисунок 15.4. Водяной пар (1) и вода (2). Молекулы воды увеличены примерно в $5 \cdot 10^7$ раз

Поверхностное натяжение, давление под изогнутой поверхностью

Молекулы жидкости располагаются настолько близко друг к к другу, что силы притяжения между ними имеют значительную величину. Поверхностное натяжение в жидкостях обусловлено межмолекулярным взаимодействием на границе раздела. Каждая молекула испытывает притяжение со стороны всех соседних с ней молекул. Равнодействующая всех этих сил для молекулы, находящейся далеко от поверхности жидкости, в среднем равна нулю (рис.15.5).

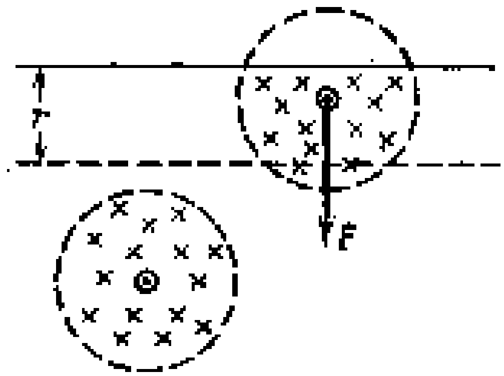


Рисунок 15.5. Молекулы жидкости на поверхности и в глубине

Иначе обстоит дело, если молекула находится на поверхности. На каждую молекулу, находящуюся в поверхностном слое, действует сила, направленная внутрь жидкости.

Итак, молекулы в поверхностном слое обладают дополнительной потенциальной энергией.

Сила поверхностного натяжения стремится сократить площадь поверхности жидкости и направлена перпендикулярно к границе поверхности.

Поверхностное натяжение

$$\sigma = F/l,$$

где F - сила поверхностного натяжения, действующая на контур l, ограничивающий поверхность жидкости, или

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta S},$$

где ΔW - изменение свободной энергии поверхностной пленки жидкости, связанное с изменением площади ΔS поверхности этой пленки.

Если поверхность жидкости не плоская, то стремление ее к сокращению приведет к возникновению давления, дополнительного к тому, которое испытывает жидкость с плоской поверхностью.

Формула Лапласа в общем случае записывается в виде

$$\Delta p = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где p – давление, создаваемое изогнутой поверхностью жидкости; σ - поверхностное натяжение; R_1 и R_2 – радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных сечений поверхности жидкости. Радиус считается положительным для выпуклой поверхности и отрицательным для вогнутой.

В случае сферической поверхности

$$p = \frac{2\sigma}{R}.$$

Краевой угол.

Вблизи границы между жидкостью, твердым телом и газом форма свободной поверхности жидкости зависит от сил взаимодействия молекул жидкости с молекулами твердого тела. Если эти силы больше сил взаимодействия между молекулами самой жидкости, то жидкость **смачивает** поверхность твердого тела. В этом случае жидкость подходит к поверхности твердого тела под некоторым острым углом θ, характерным для данной пары жидкость – твердое тело. Угол θ называется ***краевым углом***. Если силы взаимодействия между молекулами жидкости превосходят силы их взаимодействия с молекулами твердого тела, то краевой угол θ оказывается тупым (рис.15.6). В этом случае говорят, что жидкость **не смачивает** поверхность твердого тела. При **полном смачивании** θ = 0, при **полном несмачивании** θ = 180°.

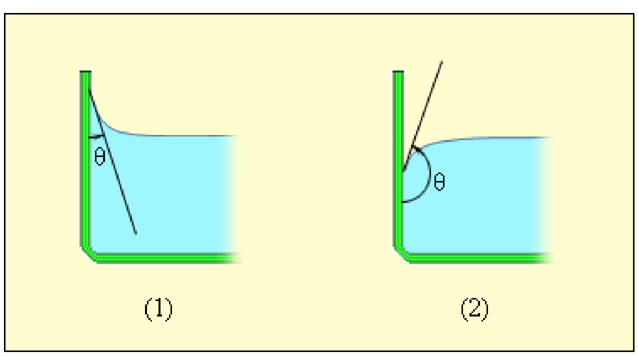


Рисунок 15.6. Краевые углы смачивающей (1) и несмачивающей (2) жидкостей

Капиллярность – это явление, которое обусловлено силами поверхностного натяжения искривленной поверхности жидкости. ***Капиллярными явлениями*** называют подъем или опускание жидкости в трубках малого диаметра – **капиллярах**. Смачивающие жидкости поднимаются по капиллярам, несмачивающие – опускаются.

На рис.15.7 изображена капиллярная трубка некоторого радиуса r, опущенная нижним концом в смачивающую жидкость плотности ρ. Верхний конец капилляра открыт. Подъем жидкости в капилляре продолжается до тех пор, пока сила тяжести $F_т$, действующая на столб жидкости в капилляре, не станет равной по модулю результирующей $F_н$ сил поверхностного натяжения, действующих вдоль границы соприкосновения жидкости с поверхностью капилляра: $F_т=F_н$, где $F_т=mg=\rho h\pi r^2 g$, $F_н=\sigma 2\pi r\cos\theta$.

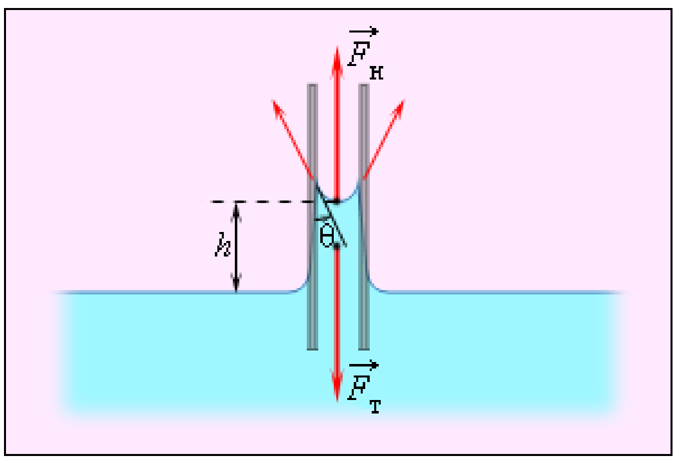


Рисунок 15.7. Подъем жидкости в капилляре

Отсюда следует, что высота подъема жидкости в капиллярной трубке

$$h=\frac{2\sigma\cos\vartheta}{\rho g r},$$

где θ - краевой угол; r - радиус канала трубки; p - плотность жидкости; g - ускорение свободного падения.

Высота подъема жидкости между двумя близкими и параллельными плоскостями

$$h = \frac{2\sigma \cos}{\rho g d},$$

где d - расстояние между плоскостями.

Вопросы для самопроверки

1. Опишите, чем отличается реальный газ от идеального.
2. Что учитывают постоянные a и b в уравнении Ван-дер-Ваальса?
3. Какая изотерма называется критической?
4. Что называется насыщенным паром?
5. Почему возникает поверхностное натяжение жидкостей?
6. Чем объясняется возникновение дополнительного давления под изогнутой поверхностью жидкости?
7. Что такое краевой угол смачивания?

Тема 16

Элементы механики сплошных сред.

План занятия:

1. Давление жидкости**.** Закон Архимеда
2. Принципы работы гидравлических машин
3. Уравнение Бернулли
4. Вязкость. Ламинарность и турбулентность.

Давление жидкости. Закон Архимеда

Основным отличием жидкостей от твердых (упругих) тел является способность легко изменять свою форму. Части жидкости могут свободно сдвигаться, скользя друг относительно друга. Поэтому жидкость принимает форму сосуда, в который она налита. В жидкость, как и в газообразную среду, можно погружать твердые тела. В отличие от газов жидкости практически несжимаемы.

На тело, погруженное в жидкость или газ, действуют силы, распределенные по поверхности тела. Для описания таких распределенных сил вводится новая физическая величина – ***давление***.

Давление определяется как отношение модуля силы $\vec{F}$, действующей перпендикулярно поверхности, к площади S этой поверхности:

$$p = \frac{F}{S}$$

В системе СИ давление измеряется в **паскалях (Па)**: **1 Па** равен давлению, создаваемому силой **1 Н**, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью **1 м^2** (**1 Па=1 Н/м^2**).

Французский ученый Б.Паскаль в середине XVII века эмпирически установил закон, названный ***законом Паскаля***: **Давление в жидкости или газе передается во всех направлениях одинаково и не зависит от ориентации площадки, на которую оно действует.**

Давление жидкости на дно или боковые стенки сосуда зависит от высоты столба жидкости. Сила давления на дно цилиндрического сосуда высоты h и площади основания S равна весу столба жидкости mg, где $m=\rho ghS$ – масса жидкости в сосуде, ρ – плотность жидкости. Следовательно

$$p = \frac{\rho hSg}{S} = \rho gh$$

Такое же давление на глубине h в соответствии с законом Паскаля жидкость оказывает и на боковые стенки сосуда. Давление столба жидкости ρgh называют ***гидростатическим давлением***.

Из-за разности давлений в жидкости на разных уровнях возникает ***выталкивающая*** или ***архимедова*** сила $\vec{F}_A$. Рис. 16.1 иллюстрирует появление архимедовой силы.

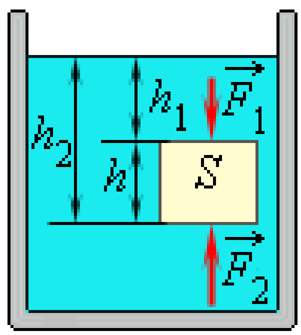


Рисунок 16.1. Выталкивающая, или архимедова сила.

В жидкость погружено тело в виде прямоугольного параллелепипеда высотой h и площадью основания S.

Разность давлений на нижнюю и верхнюю грани есть:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \rho gh_2 - \rho gh_1 = \rho gh$$

Поэтому выталкивающая сила $\vec{F}_A$ будет направлена вверх, и ее модуль равен

$$F_A = F_2 - F_1 = \rho gh_2 - \rho gh_1 = \rho gh$$

где V – объем вытесненной телом жидкости, а ρV – ее масса.

Архимедова сила, действующая на погруженное в жидкость (или газ) тело, равна весу жидкости (или газа), вытесненной телом. Это утверждение, называемое ***законом Архимеда***, справедливо для тел любой формы.

Из закона Архимеда следует, что если средняя плотность тела $\rho_т$ больше плотности жидкости (или газа) ρ, тело будет опускаться на дно. Если же $\rho_т<\rho$, тело будет плавать на поверхности жидкости. Объем погруженной части тела будет таков, что вес вытесненной жидкости равен весу тела. Для подъема воздушного шара в воздухе его вес должен быть меньше веса вытесненного воздуха. Поэтому воздушные шары заполняют легкими газами (водородом, гелием) или нагретым воздухом.

Из выражения для полного давления в жидкости $p=p_0+\rho gh$ вытекает, что в **сообщающихся сосудах** любой формы, заполненных однородной жидкостью, давления в любой точке на одном и том же уровне одинаковы.

Принципы работы гидравлических машин

Если оба вертикально расположенных цилиндра сообщающихся сосудов закрыть поршнями, то с помощью внешних сил, приложенных к поршням, в жидкости можно создать большое давление p, во много раз превышающее гидростатическое давление ρgh в любой точке системы. Тогда можно считать, что во всей системе устанавливается одинаковое давление p. Если поршни имеют разные площади S_1 и S_2, то на них со стороны жидкости действуют разные силы $F_1=pS_1$ и $F_2=pS_2$. Такие же по модулю, но противоположно направленные внешние силы должны быть приложены к поршням для удержания системы в равновесии. Таким образом,

$$\frac{F_1}{S_1}=\frac{F_2}{S_2} \text{ или } F_2=F_1\frac{S_1}{S_2}$$

Если $S_2>>S_1$, то $F_2>>F_1$. Устройства такого рода называют ***гидравлическими машинами*** (рис 16.2). Они позволяют получить значительный выигрыш в силе. Если поршень в узком цилиндре переместить вниз под действием внешней силы F_1 на расстояние h_1, то поршень в широком цилиндре переместится на расстояние $h_2 = h_1 \frac{S_2}{S_1}$, поднимая тяжелый груз. Таким образом, выигрыш в силе в n раз обязательно сопровождается таким же проигрышем в расстоянии. При этом произведение силы на расстояние остается неизменным: $F_1 h_1 = F_2 h_2$, т.е. $A_1 = A_2$. Это правило выполняется для любых идеальных машин, в которых не действуют силы трения. Оно называется «***золотым правилом механики***». В реальных гидравлических прессах вследствие потерь $A_2 < A_1$, и КПД гидравлического пресса $\eta = \frac{A_2}{A_1} = \frac{F_2 h_2}{F_1 h_1}$.

Гидравлические машины, используемые для подъема грузов, называются домкратами. Они широко применяются также в качестве гидравлических прессов. В качестве жидкости обычно используются минеральные масла.

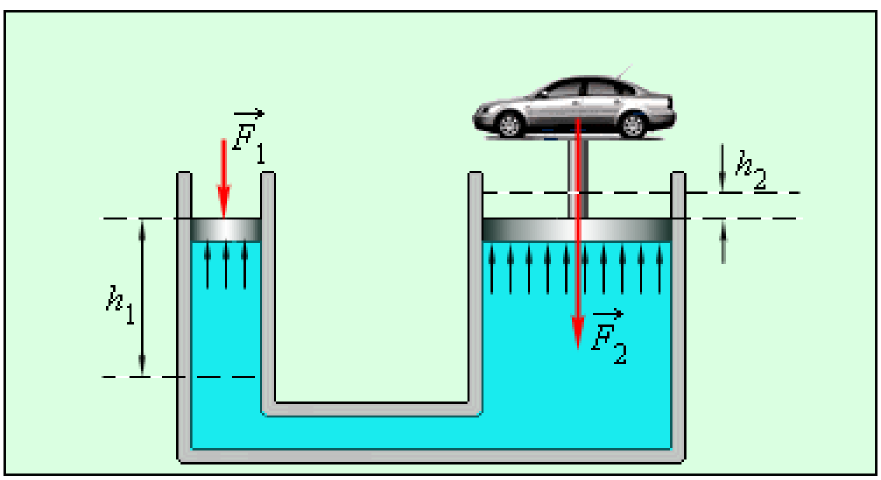


Рисунок 16.2. Гидравлическая машина

Движение жидкостей или газов представляет собой сложное явление. Для его описания используются различные упрощающие предположения (модели). В простейшей модели жидкость (или даже газ) предполагается **несжимаемыми** и **идеальными** (т.е. без внутреннего трения между движущимися слоями). При движении идеальной жидкости не происходит превращения механической энергии во внутреннюю, поэтому выполняется закон сохранения механической энергии. Следствием этого закона для ***стационарного потока*** идеальной и несжимаемой жидкости является **уравнение Бернулли**. Стационарным принято называть такой поток жидкости, в котором не образуются вихри. В стационарном потоке частицы жидкости перемещаются по неизменным во времени траекториям, которые называются ***линиями тока***. Опыт показывает, что стационарные потоки возникают только при достаточно малых скоростях движения жидкости.

Рассмотрим стационарное движение идеальной несжимаемой жидкости по трубе переменного сечения (рис.16.3). Различные части трубы могут находиться на разных высотах.

За промежуток времени Δt жидкость в трубе сечением S_1 переместится на $l_1=v_1\Delta t$, а в трубе сечением S_2 – на $l_2=v_2\Delta t$, где v_1 и v_2 – скорости частиц жидкости в трубах. Если жидкость несжимаема, то объем жидкости, протекшей через сечения S_1 и S_2, одинаков, т.е.

$$l_1S_1=l_2S_2 \quad \text{или} \quad v_1S_1=v_1S_1$$

Таким образом, при переходе жидкости с участка трубы с большим сечением на участок с меньшим сечением скорость течения возрастает, т.е. жидкость движется с ускорением. Следовательно, на жидкость действует сила. В горизонтальной трубе эта сила может возникнуть только из-за разности давлений в широком и узком участках трубы. Давление в широком участке трубы должно быть больше чем в узком участке. Если участки трубы расположены на разной высоте, то ускорение жидкости вызывается совместным действием силы тяжести и силы давления.

Так как жидкость предполагается идеальной, то она течет по трубе без трения. Поэтому к ее течению можно применить закон сохранения механической энергии.

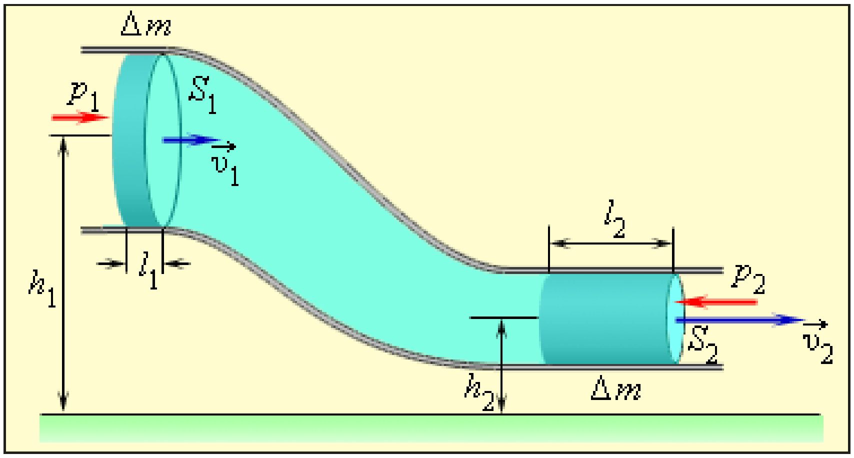


Рисунок 16.3. Течение идеальной жидкости по трубе переменного сечения

При перемещении жидкости силы давления совершают работу:

$$A=p_1S_1l_1-p_2S_2l_2=p_1S_1v_1\Delta t-p_2S_2v_2\Delta t=(p_1-p_2)\Delta V.$$

Изменения, произошедшие за время Δt в выделенной части жидкости, заключенной между сечениями S_1 и S_2 в начальный момент времени, при стационарном течении сводятся к перемещению массы жидкости $\Delta m=\rho\Delta V$ (ρ – плотность жидкости) из одной части трубы сечением S_1 в другую часть сечением S_2 (затемненные объемы на рис.16.3). Закон сохранения механической энергии для этой массы имеет вид:

$$E_2-E_1=A=(p_1-p_2)\Delta V,$$

где E_1 и E_2 – полные механические энергии массы Δm в поле тяготения:

$$E_1=\frac{\Delta m v_1^2}{2}+\Delta mgh_1; \quad E_2=\frac{\Delta m v_2^2}{2}+\Delta mgh_2$$

Тогда получаем:

$$\frac{\rho v_1^2}{2}+\rho gh_1+p_1=\frac{\rho v_2^2}{2}+\rho gh_2+p_2$$

Это и есть ***уравнение Бернулли***. Из него следует, что сумма

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const}$$

остается неизменной вдоль всей трубы. Величина p – статическое давление в жидкости. Уравнение Бернулли выражает закон сохранения энергии применительно к установившемуся течению идеальной жидкости.

Из уравнения Бернулли следует, что давление в жидкости, текущей по горизонтальной трубе переменного сечения, больше в тех сечениях потока, в которых скорость ее движения меньше, и наоборот, давление меньше в тех сечениях, в которых скорость больше.

Вязкость (внутреннее трение). Ламинарность и турбулентность.

Вязкость (внутреннее трение) – это свойство реальных жидкостей оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости относительно другой.

При перемещении одних слоев реальной жидкости относительно других возникают силы внутреннего трения, направленные по касательной к поверхности слоев. Действие этих сил проявляется в том, что со стороны слоя, движущегося быстрее, на слой, движущийся медленнее, действует ускоряющая сила. Со стороны же слоя, движущегося медленнее, на слой, движущийся быстрее, действует тормозящая сила.

Сила внутреннего трения F тем больше, чем больше рассматриваемая площадь поверхности слоя S, и зависит от того, насколько быстро меняется скорость течения жидкости при переходе от слоя к слою.

Пусть имеется два слоя, отстоящие друг от друга на расстоянии Δx и движущиеся со скоростями v_1 и v_2. При этом $v_1 - v_2 = \Delta v$. Величина $\frac{\Delta v}{\Delta x}$ называется градиентом скорости. Она показывает, как быстро меняется скорость при переходе от слоя к слою в направлении *x*, перпендикулярном направлению движения слоев.

Модуль силы внутреннего трения будет равен:

$$F = \eta\left|\frac{\Delta v}{\Delta x}\right|S,$$

где коэффициент пропорциональности η, зависящий от природы жидкости, называется **динамической вязкостью** (или просто вязкостью).

Единица вязкости – Паскаль-секунда (Па·с). 1 Па·с равен динамической вязкости среды, в которой при ламинарном течении и градиенте скорости с модулем, равным 1 м/с на 1 м, возникает сила внутреннего трения 1 Н на 1 $м^2$ поверхности касания слоев (1 Па·с= 1 Н·с/$м^2$).

Экспериментально для определения вязкости жидкости можно использовать метод Стокса, основанный на измерении скорости медленно движущихся в жидкости небольших тел сферической формы.

Существует два режима течения жидкостей.

Течение называется ***ламинарным*** (слоистым), если вдоль потока каждый выделенный тонкий слой скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними.

Ламинарное течение жидкости наблюдается при небольших скоростях ее движения. Внешний слой жидкости, примыкающий к поверхности трубы, в которой она течет, из-за сил молекулярного сцепления прилипает к ней и остается неподвижным. Скорости последующих слоев тем больше, чем больше их расстояние до поверхности трубы, и наибольшей скоростью обладает слой, движущийся вдоль оси трубы.

Течение называется ***турбулентным*** (вихревым), если вдоль потока происходит интенсивное вихреобразование и перемешивание жидкости.

При турбулентном течении частицы жидкости приобретают составляющие скоростей, перпендикулярные течению, поэтому они могут переходить из одного слоя в другой. Скорость частиц жидкости быстро возрастает по мере удаления от поверхности трубы, затем изменяется довольно незначительно. Так как частицы жидкости переходят из одного слоя в другой, то их скорости в различных слоях мало отличаются. Из-за большого градиента скоростей у поверхности трубы обычно происходит образование вихрей.

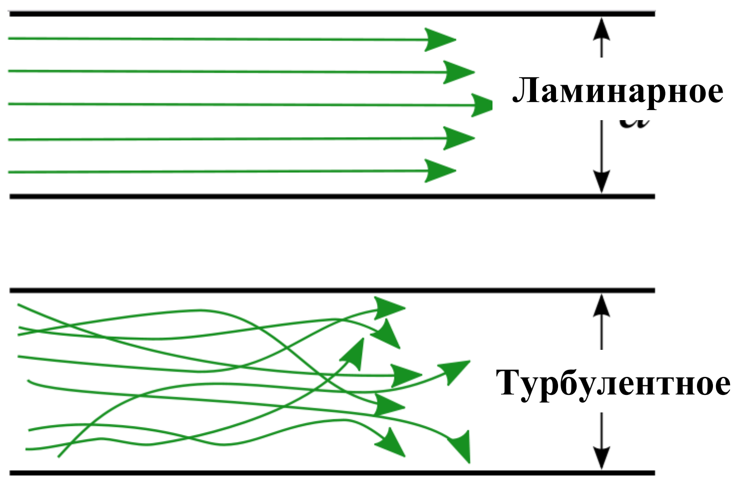


Рисунок 16.4. Ламинарное и турбулентное течение жидкости

Характер течения определяется безразмерной величиной, называемой **числом Рейнольдса**

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \cdot \bar{v} \cdot d}{\eta} = \frac{\bar{v} \cdot d}{\nu}$$

где $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ – кинематическая вязкость; ρ – плотность жидкости; $\bar{v}$ – средняя по сечению трубы скорость жидкости; d – характерный линейный размер, например диаметр трубы.

При малых значениях числа Рейнольдса ($\mathrm{Re} \le 1000$) наблюдается ламинарное течение, переход от ламинарного течения к турбулентному происходит в области $1000 \le \mathrm{Re} \le 2000$ а при $\mathrm{Re} \ge 2300$ (для гладких труб) течение – турбулентное.

Если число Рейнольдса одинаково, то режим течения различных жидкостей (газов) в трубах разных сечений одинаков.

В заключение следует отметить, что все выводы вышеприведенного анализа будут справедливыми не только для жидкостей, но и газов. Это означает, что подобному рассмотрению можно подвергнуть и вопросы оптимального построения формы автомобильного кузова с точки зрения аэродинамического обтекания. Практически, в первую очередь, – это достижение максимума скорости и экономичности современного автомобиля.

Вопросы для самопроверки

1. Сформулируйте закон Паскаля. Опишите принцип действия гидравлического пресса.

2. Что такое гидростатическое давление. Чему оно равно?

3. Из-за чего возникает выталкивающая сила? Сформулируйте закон Архимеда.

4. Что выражает уравнение Бернулли?

5. Опишите различия между ламинарным и турбулентным течением.