

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ,
МОЛОДІ І СПОРТУ УКРАЇНИ

ХАРЬКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до РГР, СРС і практичних занять
з дисципліни «Технічна механіка», «Прикладна механіка»
для студентів денної і заочної форми навчання
напряму «Транспортні технології» – 6.070101,
напряму «Електромеханіка» – 6.050702

2012

Укладачі: Перегон В. А., Янютін Є. Г., Воропай О. В.,
Шарапата А. С.

Кафедра деталей машин і ТММ

ЗМІСТ

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ	4
1. ЗАДАЧА №1	6
1.1 Вказівки до розв'язку задачі №1	6
1.2 Вихідні дані для задачі №1	14
1.3 Приклад розв'язку задачі №1	18
2. ЗАДАЧА №2	23
2.1 Вказівки до розв'язку задачі №2	23
2.2 Вихідні дані для задачі №2	28
2.3 Приклад розв'язку задачі №2	34
3. ЗАДАЧА №3	37
3.1 Вказівки до розв'язку задачі №3	37
3.2 Вихідні дані для задачі №3	42
3.3 Приклад розв'язку задачі №3	45
4. ЗАДАЧА №4	50
4.1 Вказівки до розв'язку задачі №4	50
4.2 Вихідні дані для задачі №4	55
4.3 Приклад розв'язку задачі №4	57
Література.....	59

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Розрахунково-графічна робота (РГР) з дисципліни технічна механіка є самостійною роботою студента. Вона містить розв'язки чотирьох задач, які дозволять закріпити знання з трьох основних розділів курсу, що отримані на лекціях і практичних заняттях.

Крім розв'язку задач РГР і підготовки до занять (лекціям і практичним), студент повинен самостійно вивчити ті розділи дисципліни, які не передбачені робочим планом навчальних занять (ці розділи вказуються лектором на лекціях з технічної механіки).

У задачі №1 (розділ «Кінематика плоских важільних механізмів») РГР при кінематичному аналізі кривошипно-коромислового або кривошипно-повзунного механізму необхідно використовувати графо-аналітичний метод планів швидкостей і прискорень.

У задачі №2 (розділ «Зубчасті механізми») слід виконати кінематичне дослідження механізму багатоступінчастої зубчастої або зубчасто-черв'ячної передачі обертання й напрямком нарізки черв'яка (ліве або праве).

У задачі №3 (розділ «Опір матеріалів») студентові пропонується на основі міцнісного розрахунків підібрати сталеву балку двотаврового перетину. Для цього спочатку треба визначити реакції опор. Потім слід побудувати епюри поперечних (що перерізають) сил і згинальних моментів. Знайшовши максимальне значення згинального моменту, відповідно до рівняння міцності при вигині, остаточно можна підібрати необхідний перетин двотаврової балки за її моментом опору, зазначеному в таблиці 3.4.

У задачі №4 (розділ «Деталі машин») студентові пропонується на основі відповідного міцнісного розрахунків для болтового з'єднання вибрати необхідний діаметр різьби.

Крім теоретичних відомостей до окремих етапів виконання РГР, методичні вказівки (МВ) містять також варіанти завдань на РГР і розгорнуті докладні приклади розв'язку й оформлення чотирьох задач, що пропонуються.

Варіант завдання студентові призначає викладач, ведучий практичні заняття в академічній групі. Для вибору завдання може

використовуватися або порядковий номер студента в списку групи, або останні дві цифри номера його студентського квитка.

Кожна вирішена й оформлена задача повинна бути захищена студентом під час її здачі. При виявленні несаможитності розв'язку задач або пред'явленні до захисту задач не свого варіанта, студентові призначається новий варіант, по якому він повинен виконати завдання повторно.

Студент, що не виконав РГР або не захистив хоча б одну із чотирьох задач, до екзамену з технічної механіки не допускається.

На іспит виноситься весь матеріал, пророблений на лекціях, практичних заняттях, під час виконання РГР і СРС.

1. ЗАДАЧА №1

1.1 Вказівки до розв'язку задачі №1

Під час кінематичного аналізу механізмів необхідно виконати етапи, які перелічені нижче (див. приклад розв'язку задачі №1).

Початкове положення механізму можна побудувати у наступному порядку (див. рис. 1.4).

Розрахувати масштаб кінематичної схеми механізму:

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA} \left(\frac{\text{м}}{\text{мм}} \right),$$

де l_{OA} – дійсна довжина кривошипа, яка задана в таблиці вихідних даних і яка вимірюється в м;

OA – відстань між точками O і A , яке прийняте на кресленні в зменшеному виді (звичайно в 2 або в 4 рази) і яке вимірюється в мм.

Наприклад, якщо $l_{OA} = 0,1$ м, то можна вибрати на кресленні відрізок $OA = 50$ мм, і тоді масштаб довжин буде дорівнювати:

$$\mu_l = \frac{0,1}{50} = 0,002 \left(\frac{\text{м}}{\text{мм}} \right).$$

Розрахувати довжини відрізків в мм, які відображують на кінематичній схемі механізму його ланки в обраному масштабі: $OC = \frac{l_{OC}}{\mu_l}$ (мм); $AB = \frac{l_{AB}}{\mu_l}$ (мм); $BC = \frac{l_{BC}}{\mu_l}$ (мм). Тут у чисельник виразів підставляються дійсні довжини зазначених ланок в м.

Відкласти на кресленні відрізок OC . Потім з точки C , як з центра, провести дугу кола радіусом, який дорівнює довжині відрізка BC .

Зауважимо, що проведена дуга кола є можливою траєкторією руху точки B .

Тепер можна радіусом, рівним сумі довжин відрізків OA і AB , з точки O , провести другу дугу в місці перетину з траєкторією точки B . Отриманий перетин буде являтися правим крайнім положенням точки B , яке позначимо як B' .

Далі треба накреслити коло радіусом, який дорівнює довжині відрізка OA , з центром в точці O . Це коло, яке є траєкторією точки A , перетне лінію OB' у точці A' .

Здобута фігура $OA'B'C$ відповідає так званому правому мертвому положенню механізму, яке і потрібно прийняти за початкове.

Задане поточне положення механізму можна побудувати, відклавши заданий кут φ_1 від відрізка OA' в зазначеному напрямку (проти годинникової стрілки). При цьому кут φ_1 буде стягнутий дугою $A'A$, де A – положення кінця кривошипа 1, яке відповідає заданому поточному положенню механізму.

Тепер можна знайти поточне положення точки B , виконавши дугову засічку радіусом, який дорівнює відрізку AB , з точки A , як із центра.

Фігура $OABC$ буде шуканим поточним положенням механізму, для якого слід побудувати плани швидкостей і прискорень.

Плани швидкостей і прискорень є нашаруванням векторних багатокутників, які графічно відображають розв'язки векторних рівнянь руху точок ланок механізму.

Побудову плану швидкостей потрібно почати з визначення вектора швидкості точки A рухливого кінця кривошипа OA (ланка 1). Цей вектор \vec{V}_A спрямований за дотичною до траєкторії точки A в сторону обертання кривошипа ω_1 (тобто перпендикулярно радіусу $\vec{V}_A \perp OA$). Величина швидкості V_A може бути розрахована через вихідні дані за формулою:

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{OA} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right).$$

Вибравши полюс плану швидкостей (точку p_v), потрібно задатися довжиною відрізка $p_v a$ (рекомендується прийняти $p_v a = 50$ мм), який і буде зображувати вектор \vec{V}_A на плані швидкостей. При цьому можна розрахувати масштаб плану швидкостей за формулою:

$$\mu_v = \frac{V_A}{p_v a} \left(\frac{\text{м/с}}{\text{мм}} \right).$$

Слід підкреслити, що масштаб μ_v (як і інші масштаби) краще усього мати у вигляді числа, яке включає три значущі цифри після коми.

Швидкість точки B визначається шляхом графічного розв'язку векторного рівняння

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\vec{V}_B}} &= \underline{\underline{\vec{V}_A}} + \underline{\underline{\vec{V}_{B/A}}}; \\ &\perp OA \perp AB \\ (\overrightarrow{p_v b}) &= (\overrightarrow{p_v a}) + (\overrightarrow{ab}), \end{aligned}$$

де \vec{V}_A – швидкість точки A , яка вже є на плані швидкостей (це відрізок $p_v a$);

$\vec{V}_{B/A}$ – швидкість відносного обертального руху точки B навколо точки A , напрямлення $\vec{V}_{B/A}$ (лінії ab на плані швидкостей перпендикулярно радіусу обертання, тобто відрізку AB);

\vec{V}_B – швидкість точки B в обертальному чи поступальному її русі відносно стійки, напрям \vec{V}_B (лінії $p_v b$ на плані швидкостей перпендикулярно коромислу BC чи паралельно переміщенню повзуна).

Порядок побудови плану швидкостей:

- 1) Вибираємо полюс плану швидкостей p_v ;
- 2) Будуємо відрізок $p_v a$;
- 3) Проводимо лінію ab через точку a ;
- 4) Проводимо лінію $p_v b$ через точку p_v ;
- 5) На перетині ліній ab і $p_v b$ лежить точка b .

Використовуючи побудований план швидкостей, можна знайти швидкість будь-якої точки кожної ланки механізму, якщо помноживти відповідний відрізок з плану швидкостей на розрахунковий масштаб μ_v .

Крім того, легко визначити величину і напрям кутових швидкостей ланок, які мають обертальний рух. Наприклад, кутова швидкість шатуна 2:

$$\omega_2 = V_{B/A} / l_{AB} = (ab \cdot \mu_v) / l_{AB} \text{ (рад/с)},$$

а напрям ω_2 визначається переносом вектора $\vec{V}_{B/A}$ з плану швидкостей в точку B плану положення механізму (див. рис. 1).

Слід підкреслити, що під час побудови і оформлення плану швидкостей необхідно дотримуватися певних правил:

1) План швидкостей повинен бути розташований поруч з схемою механізму.

2) Розміри плану швидкостей повинні бути такими, щоб забезпечити необхідну точність розрахунків і побудов. Вектор \vec{V}_A повинен для цього відображатися відрізком $p, a \geq 50$ мм.

3) Розрахунки треба виконувати до 4-ої значущої цифри. Тоді 1-а значуща цифра буде відповідати, наприклад, сотням міліметрів, 2-а десяткам, 3-я – одиницям, а 4-а – десятим часткам міліметрів відрізків, які вимірюються і відкладаються на плані швидкостей і кінематичній схемі механізму. При розрахунках на калькуляторі потрібно округляти отримані числа також до 4-х значущих цифр, щоб не захарашувати результати розрахунків непотрібними цифровими знаками.

4) Вектори абсолютних швидкостей точок ланок механізму треба навести основними лініями, а вектори відносних швидкостей – тонкими лініями. Стрілки на кінцях векторів швидкостей можна не показувати.

5) На рисунку плану швидкостей поблизу полюса p , треба записати значення масштабу μ_v .

На основі побудованого плану швидкостей далі необхідно визначити лінійні швидкості усіх точок ланок і кутові швидкості шатуна AB і коромисла BC (для схеми 1 див. рис. 1.5 і табл. 1.3).

План прискорень будується аналогічним способом. Правила оформлення плану прискорень такі ж самі, що і сформульовані раніше для плану швидкостей.

Побудову плану прискорення слід починати з визначення прискорення точки A :

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau,$$

де \vec{a}_A – вектор повного прискорення точки A ;

\vec{a}_A^n – вектор нормального прискорення точки A :

$$a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA},$$

а відповідний відрізок на плані прискорень – $p_a n_1$. Нормальне прискорення направлене по радіусу до центру обертання, тобто $\vec{a}_A^n \parallel OA$ (паралельно OA) і направлене від точки A до точки O (див. рис. 1).

\vec{a}_A^τ – вектор дотичного прискорення точки A :

$$a_A^\tau = \varepsilon_1 \cdot l_{OA},$$

а відповідний відрізок на плані прискорень – $n_1 a$ ($n_1 a = a_A^\tau / \mu_a$). Дотичне прискорення спрямовуване перпендикулярно радіусу в сторону кутового прискорення ε_1 , тобто $\vec{a}_A^\tau \perp OA$ (див. рис. 1).

На кресленні вибираємо точку (полюс) p_a і паралельно OA (в напрямку від точки A до точки O) проводимо відрізок $p_a n_1$ (довжину відрізка рекомендується прийняти 50 мм).

Масштаб плану прискорень

$$\mu_a = \frac{a_A^n}{p_a n_1} \left(\frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}} \right).$$

Прискорення точки B визначається шляхом графічного розв'язку векторного рівняння:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\vec{a}_B}} &= \underline{\underline{\vec{a}_A^n}} + \underline{\underline{\vec{a}_A^\tau}} + \underline{\underline{\vec{a}_{B/A}^n}} + \underline{\underline{\vec{a}_{B/A}^\tau}}; \\ &\quad \parallel OA \perp OA \quad \parallel AB \perp AB \\ \overrightarrow{(p_a b)} &= \overrightarrow{(p_a n_1)} + \overrightarrow{(n_1 a)} + \overrightarrow{(a n_2)} + \overrightarrow{(n_2 b)}; \end{aligned}$$

де \vec{a}_B – прискорення точки B ;

$\vec{a}_{B/A}^n$ – вектор нормального прискорення відносного обертального руху т. B навколо т. A , величина якого визначається за формулою $a_{B/A}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AB}$ (напрявлений паралельно ланці AB від т. B до центру відносного обертання т. A);

$\vec{a}_{B/A}^\tau$ – вектор дотичного (тангенціального) прискорення відносного обертального руху т. B навколо т. A , (за величиною воно до побудови плану прискорень невідомо, а за напрямком перпендикулярно AB).

У відповідності до векторного рівняння з точки a плану прискорень, відкладаємо відрізок an_2 ($an_2 = a_{B/A}^n / \mu_a$), який зображує нормальне прискорення $\vec{a}_{B/A}^n$ у обраному масштабі μ_a . Відрізок an_2 паралельний AB і направлений від точки B до точки A (див. рис. 1). Далі через точку n_2 (кінець відрізка an_2) перпендикулярно AB проводимо пряму лінію, якій буде належати відрізок n_2b (який відповідає прискоренню $\vec{a}_{B/A}^\tau$).

В задачі №1 можливі 2 випадки:

а) для схеми 1 – кривошипно-коромислового механізму:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_B^n + \vec{a}_B^\tau ,$$

де \vec{a}_B – вектор повного прискорення точки B (див. рис. 1.6);

\vec{a}_B^n – вектор нормального прискорення точки B ($a_B^n = \omega_3^2 \cdot l_{BC}$), а відповідний відрізок на плані прискорень – $pa n_3$ ($pa n_3 = a_B^n / \mu_a$). Нормальне прискорення направлено уздовж радіусу до центру обертання, тобто \vec{a}_B^n паралельно BC і напрямлене від точки B до точки C ;

\vec{a}_B^τ – вектор дотичного прискорення точки B ($a_B^\tau = \varepsilon_3 \cdot l_{BC}$), а відповідний відрізок на плані прискорень – n_3b . Дотичне прискорення напрямлене перпендикулярно радіусу в сторону кутового прискорення ε_3 , тобто $\vec{a}_B^\tau \perp BC$.

З точки n_3 в напрямку вектора \vec{a}_B^τ проводимо пряму до перетинання її з прямою, яка була раніше проведена з точки n_2 . Точка перетину – т. b визначає величину відрізків n_2b і n_3b .

б) для схеми 2 і 3 – кривошипно-повзунного механізму: \vec{a}_B – вектор повного прискорення точки B , направлений паралельно напрямній $\vec{a}_B \parallel OB$.

З полюса p_a в напрямку вектора \vec{a}_B проводимо пряму (яка буде належати відрізкові $p_a b$) до перетину з прямою, яка була раніше проведена з точки n_2 . Точка перетину – т. b визначає величини відрізків $p_a b$ і $n_2 b$.

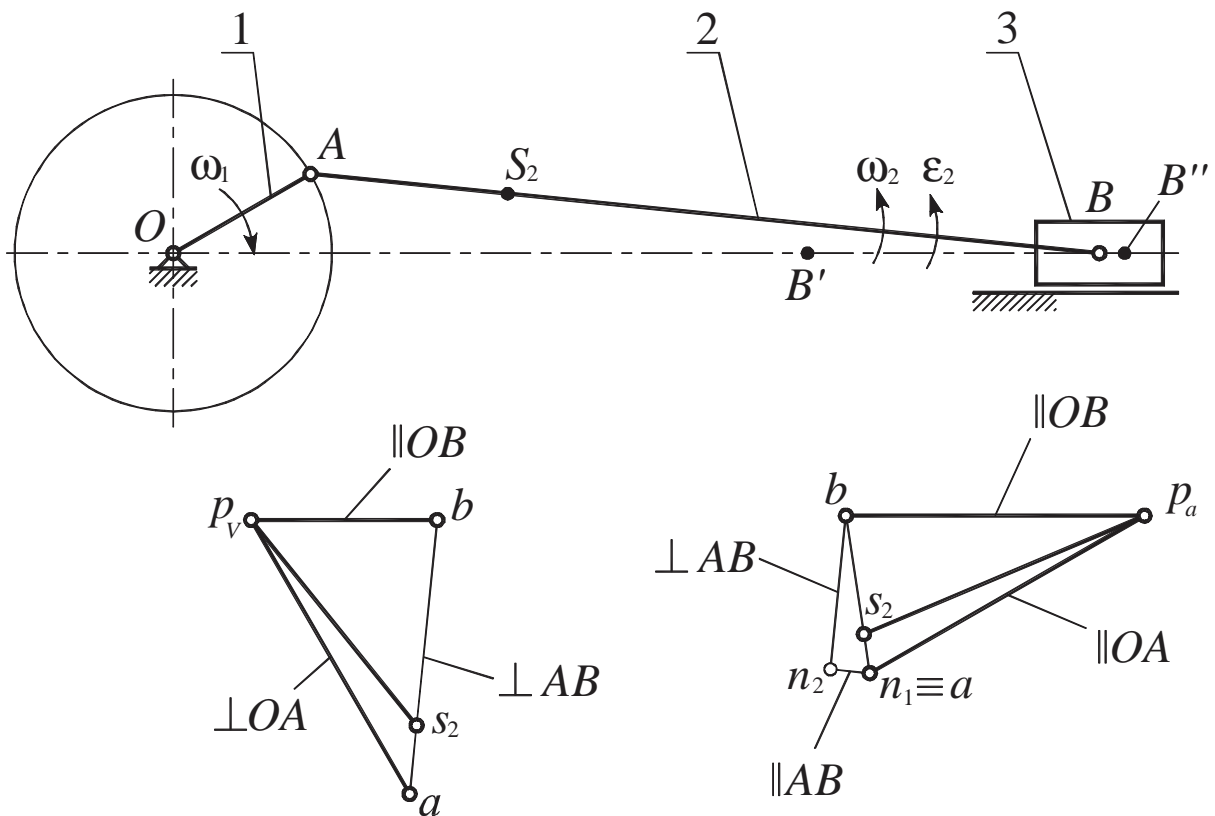


Рисунок 1 – Кінематичний аналіз методом планів

За допомогою плану прискорень можна знайти напрямок і величини кутових прискорень ланок, які здійснюють обертальний рух (відносно чи абсолютне). Наприклад, кутове прискорення шатуна 2 (рад/с^2) можна визначити за формулою:

$$\epsilon_2 = a_{B/A}^\tau / l_{AB} = (n_2 b \cdot \mu_a) / l_{AB},$$

де l_{AB} – відома довжина шатуна 2, м;

n_2b – відрізок плану прискорень, який відображає у масштабі вектор $\vec{a}_{B/A}^\tau$, вимірюваний у мм.

Для визначення напрямку ε_2 переносимо вектор $\vec{a}_{B/A}^\tau$ у точку B плану положення механізму (аналогічно вектору швидкості $\vec{V}_{B/A}$).

Напрямок ε_2 збігається з напрямком вектора $\vec{a}_{B/A}^\tau$.

Прискорення центрів ваги ланок 2 і 3 треба визначити відповідно до теореми подібності для плану прискорень. Наприклад, для ланки 2: $bs_2 = ab \cdot BS_2/AB$, тоді $a_{S_2} = (p_a s_2) \cdot \mu_a$.

Останній етап розв'язку задачі №1 полягає у визначенні лінійних прискорень усіх точок ланок механізму і кутових прискорень шатуна й коромисла (див. приклад розв'язку задачі №1).

1.2 Вихідні дані для задачі №1

1. Побудувати по заданим викладачем вихідним даним схеми і варіанту в масштабі крайнє положення механізму і прийняти його за початкове.

Схема №1 – рис. 1.1, таблиця 1.1 – крайнє праве положення.

Схема №2 – рис. 1.2, таблиця 1.2 – крайнє ліве положення.

Схема №3 – рис. 1.3, таблиця 1.2 – крайнє нижнє положення.

2. Побудувати необхідне поточне положення механізму по заданій координаті φ_1 кривошипа.

3. Побудувати для поточного положення механізму план швидкостей і визначити величини і напрямки лінійних швидкостей точок A , B , S_2 і S_3 (для схеми №1) і кутових швидкостей ланок 2 і 3 (для схеми №1).

4. Побудувати для поточного положення механізму план прискорень і визначити величини і напрямки лінійних прискорень точок A , B , S_2 і S_3 (для схеми №1) і кутових прискорень ланок 2 і 3 (для схеми №1).

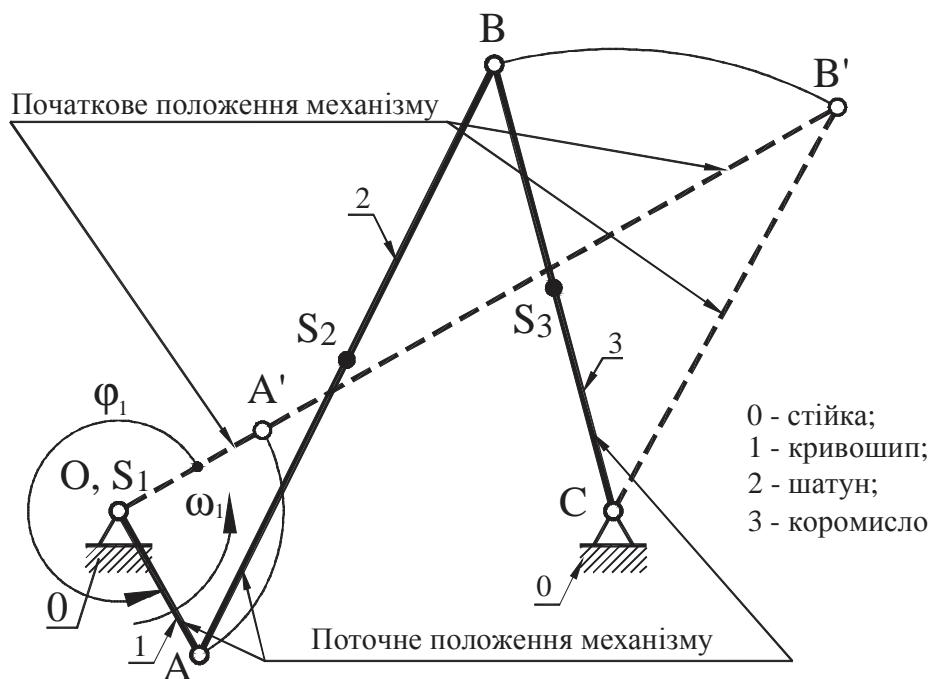


Схема №1

Рисунок 1.1 – Кінематична схема кривошипно-коромислового механізму

ПРИМІТКА. Центри мас S_2 і S_3 ланок 2 і 3, відповідно, розташовані на їх середині, тобто $l_{AS_2} = 0,5 \cdot l_{AB}$ і $l_{BS_3} = 0,5 \cdot l_{BC}$.

Таблиця 1.1 – Вихідні дані для схеми №1

№ варіанта	Довжини ланок, м				φ_1 , град.
	l_{OA}	l_{AB}	l_{BC}	l_{OC}	
1	0,1	0,2	0,15	0,2	150°
2	0,1	0,2	0,18	0,18	180°
3	0,1	0,2	0,18	0,17	30°
4	0,1	0,2	0,15	0,22	120°
5	0,1	0,22	0,21	0,15	120°
6	0,1	0,22	0,2	0,16	200°
7	0,1	0,22	0,22	0,18	270°
8	0,1	0,22	0,17	0,2	150°
9	0,1	0,22	0,16	0,22	240°
10	0,1	0,25	0,175	0,22	320°
11	0,1	0,25	0,15	0,24	20°
12	0,1	0,25	0,2	0,2	150°
13	0,1	0,25	0,14	0,26	210°
14	0,1	0,3	0,2	0,27	315°
15	0,1	0,3	0,21	0,3	285°
16	0,1	0,3	0,2	0,25	240°
17	0,1	0,3	0,23	0,25	120°
18	0,1	0,35	0,27	0,27	150
19	0,1	0,35	0,26	0,25	120°
20	0,1	0,35	0,22	0,3	240°
21	0,1	0,35	0,2	0,32	105°
22	0,1	0,4	0,25	0,35	30°
23	0,1	0,4	0,28	0,3	120°
24	0,1	0,4	0,24	0,32	270°
25	0,1	0,4	0,23	0,33	135°
26	0,1	0,45	0,34	0,29	75°
27	0,1	0,45	0,33	0,32	225°
28	0,1	0,45	0,27	0,4	105°
29	0,1	0,45	0,3	0,36	150°
30	0,1	0,38	0,25	0,3	240°
31	0,15	0,45	0,31	0,45	275°
32	0,15	0,45	0,3	0,4	320°
33	0,15	0,33	0,3	0,24	210°
34	0,15	0,33	0,32	0,22	120°
35	0,15	0,3	0,27	0,26	40°

Величина кутової швидкості кривошипа $\omega_1 = 10 \text{ c}^{-1}$, а значення кута φ_1 – згідно таблиці.

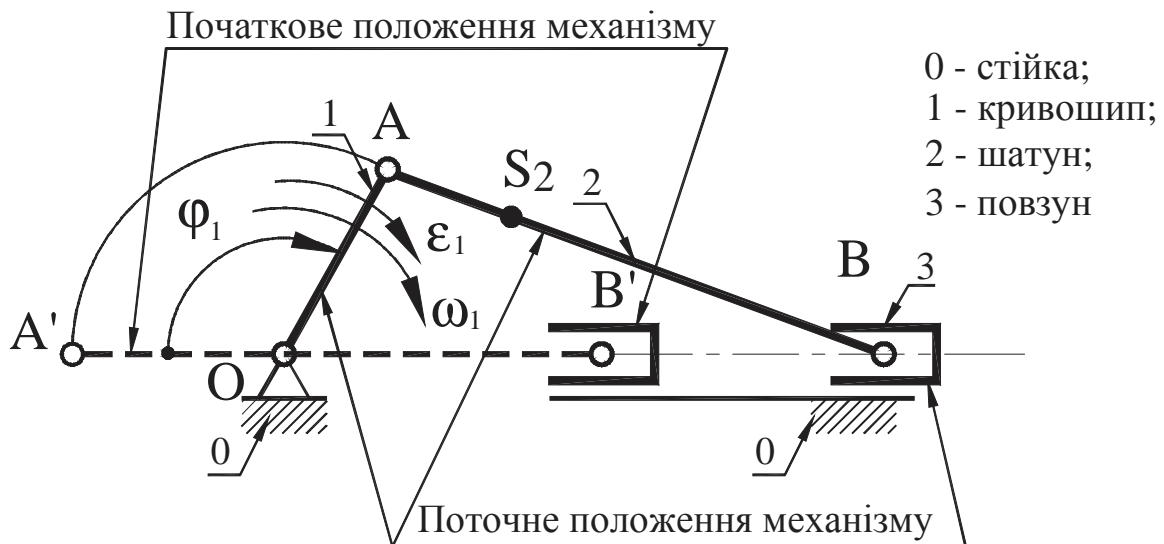


Схема №2

Рисунок 1.2 – Кінематична схема кривошипно-повзунного механізму

ПРИМІТКА. Центр мас S_2 ланки 2 розташований у співвідношенні:
 $l_{AS2} = l_{AB} / 3$.

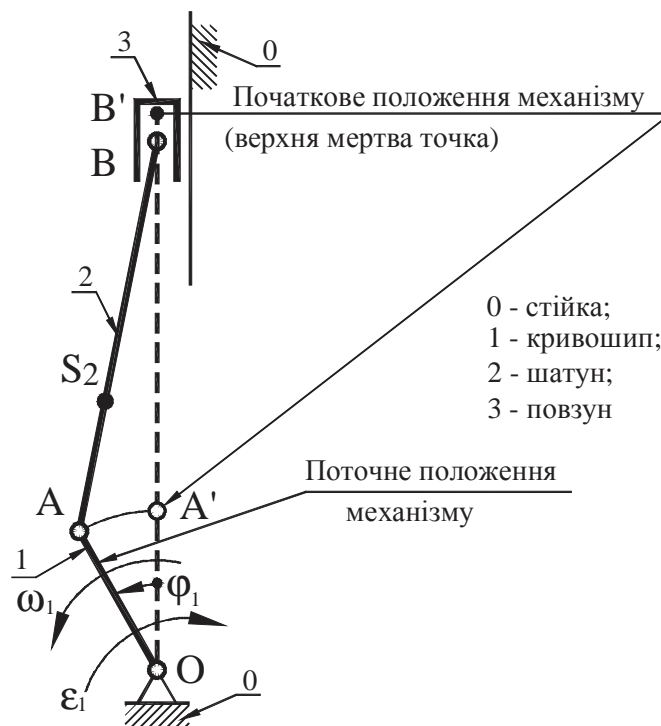


Схема №3

Рисунок 1.3 – Кінематична схема кривошипно-повзунного механізму

ПРИМІТКА. Центр мас S_2 ланки 2 розташований у співвідношенні:
 $l_{AS2} = 0,25 \cdot l_{AB}$.

Таблиця 1.2 – Вихідні дані для схем №2 і №3

№ варіанта	l_{OA} , м	l_{AB} , м	φ_1 , град.	ω_1 , с ⁻¹ .	ε_1 , с ⁻² .
1	0,1	0,3	30	5	20
2	0,11	0,32	60	6	24
3	0,12	0,34	120	7	28
4	0,13	0,36	150	8	32
5	0,14	0,38	210	9	36
6	0,15	0,4	240	10	40
7	0,1	0,39	300	11	44
8	0,11	0,38	330	12	48
9	0,12	0,37	45	13	52
10	0,13	0,36	135	14	56
11	0,14	0,35	225	15	60
12	0,15	0,34	315	5	8
13	0,1	0,33	15	6	16
14	0,11	0,32	30	7	24
15	0,12	0,31	45	8	32
16	0,13	0,3	60	9	40
17	0,14	0,3	75	10	48
18	0,15	0,32	105	11	56
19	0,1	0,34	120	12	64
20	0,11	0,36	135	13	72
21	0,12	0,38	150	14	80
22	0,13	0,4	165	15	88
23	0,14	0,39	195	5	10
24	0,15	0,38	210	6	14
25	0,1	0,37	225	7	18
26	0,11	0,36	240	8	22
27	0,12	0,35	255	9	26
28	0,13	0,34	285	10	30
29	0,14	0,33	300	11	34
30	0,15	0,32	315	12	38
31	0,1	0,31	330	13	42
32	0,11	0,3	345	14	46
33	0,12	0,32	30	15	50
34	0,13	0,34	60	5	54
35	0,14	0,36	120	8	58

Якщо викладачем варіант завдання не заданий, його слід вибрати за порядковим номером прізвища студента в журналі старости групи.

1.3 Приклад розв'язку задачі №1

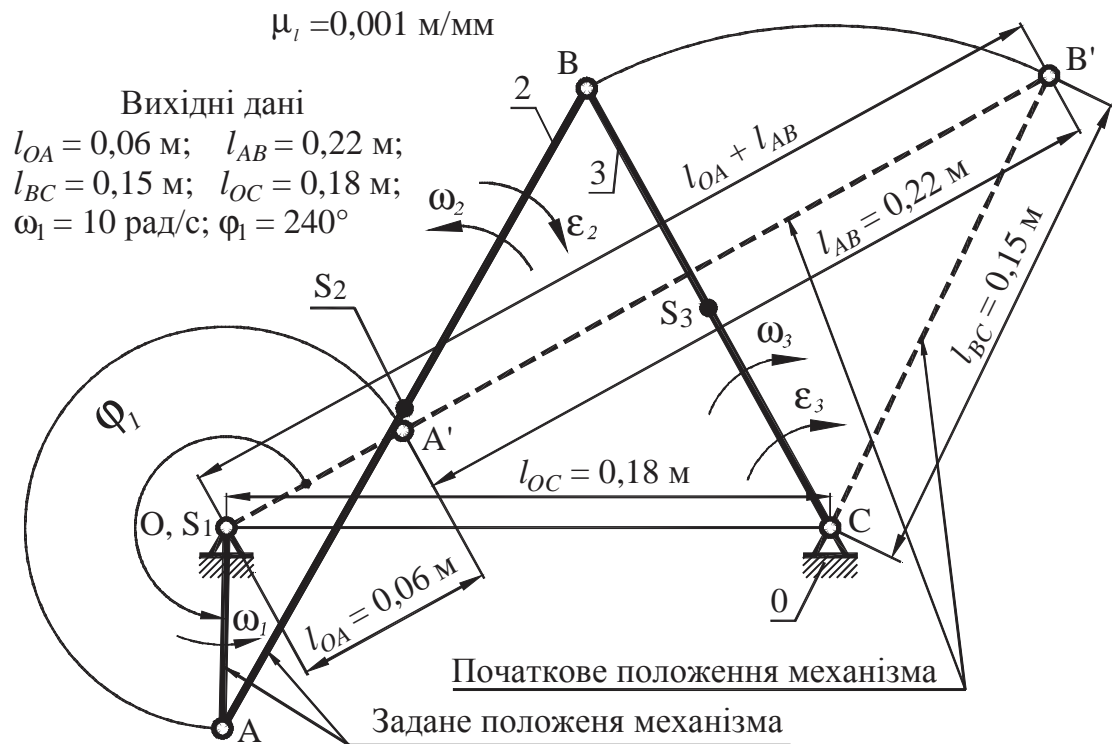


Рисунок 1.4 – Кінематична схема заданого механізму

1) Побудова заданого положення механізму

Положення механізму, для якого необхідно провести кінематичний аналіз методом планів, визначається координатою вхідної ланки 1 (кривошип) $\varphi_1 = 240^\circ$. Для побудови заданого положення спочатку необхідно побудувати початкове положення механізму, за яке рекомендується прийняти праве крайнє положення механізму (на рисунку початкове положення зображене пунктирною лінією). Практично це зводиться до побудови трикутника $OB'C$, дві сторони якого задані (l_{OC} і l_{BC}), а третя дорівнює сумі довжин 1-ї і 2-ї ланок, тобто $l_{OB'} = l_{OA} + l_{AB}$.

Далі будується задане поточне положення кривошипа. Для цього необхідно від початкового положення кривошипа відкласти проти годинникової стрілки кут φ_1 . Потім на перетині дуги радіуса l_{AB} із центром у точці A і дуги радіуса l_{BC} із центром у точці C знаходять положення точки B , а це означає і положення інших ланок механізму (2-ї і 3-ї).

2) Побудова плану швидкостей

Необхідно побудувати в масштабі план швидкостей, обчислити величини швидкостей точок B , S_2 і S_3 , визначити величини і напрямки кутових швидкостей ланок 2 і 3.

Визначаємо швидкість точки A :

$$V_A = V_{A2} = V_{A1} = \omega_1 \cdot l_{OA} = 10 \cdot 0,06 = 0,6 \text{ (м/с)}.$$

Задаємося масштабом плану швидкостей

$$\mu_V = \frac{V_A}{p_v a} = \frac{0,6}{50} = 0,012 \left(\frac{\text{м/с}}{\text{мм}} \right),$$

де $p_v a = 50$ мм – відрізок, який зображує в масштабі μ_V на плані швидкостей швидкість точки A .

Розглядаючи точку B , як точку ланки 2, що знаходиться у плоскопаралельному русі, і прийнявши за полюс точку A , складаємо векторне рівняння для визначення швидкості точки B :

$$\frac{\vec{V}_B}{\perp BC} = \frac{\vec{V}_A}{\perp OA} + \frac{\vec{V}_{B/A}}{\perp AB}.$$

У даному векторному рівнянні невідомими є тільки величини векторів \vec{V}_B і $\vec{V}_{B/A}$ – дві невідомих, тобто рівняння розв'язується. Вибираємо полюс плану швидкостей (точка p_v) і, виконавши графічне рішення векторного рівняння для точки B , одержуємо план швидкостей (рис. 1.5). Кінці векторів швидкостей точок S_2 і S_3 знаходимо за допомогою теореми подібності. Тому що точки S_2 і S_3 знаходяться на серединах відрізків, AB і BC відповідно, то і на плані швидкостей кінці векторів швидкостей цих точок (точки s_2 і s_3) знаходяться, на серединах відрізків ab і cb плану швидкостей відповідно.

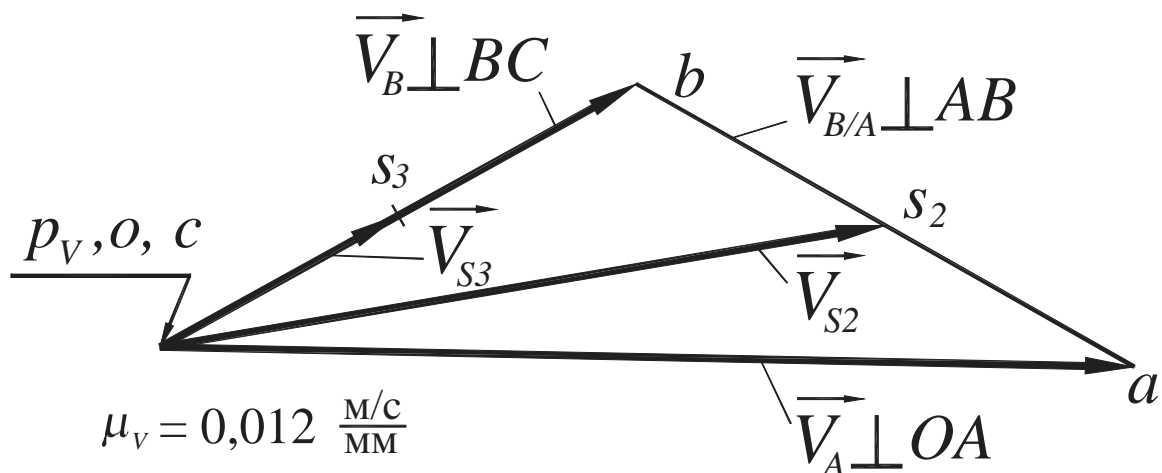


Рисунок 1.5 – План швидкостей

З плану швидкостей знаходимо швидкості точок як добуток довжини відповідного відрізка і масштабу плану швидкостей μ_v .

Далі визначаємо кутові швидкості ланок 2 і 3:

$$\omega_2 = \frac{V_{B/A}}{l_{AB}} = \frac{ab \cdot \mu_v}{l_{AB}} = \frac{29,385 \cdot 0,012}{0,22} = 1,603 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right);$$

$$\omega_3 = \frac{V_B}{l_{BC}} = \frac{p_V b \cdot \mu_v}{l_{BC}} = \frac{27,92 \cdot 0,012}{0,15} = 2,234 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right).$$

Напрямки кутових швидкостей ланок знаходимо в залежності від напрямків відповідних швидкостей двох точок кожної ланки. Так, наприклад, із плану швидкостей видно, що швидкість точки B ланки 2 щодо точки A спрямована ліворуч нагору, отже, кутова швидкість ланки 2 спрямована проти годинникової стрілки.

Результати розрахунків лінійних і кутових швидкостей зведені в таблицю 1.3.

Таблиця 1.3 – Величини кутових і лінійних швидкостей

$\omega_2, 1/\text{с}$	$\omega_3, 1/\text{с}$	$V_A, \text{м/с}$	$V_{B/A}, \text{м/с}$	$V_{S2}, \text{м/с}$	$V_{S3}, \text{м/с}$	$V_B, \text{м/с}$
1,603	2,234	0,6	0,353	0,453	0,1675	0,335

3) Побудова плану прискорень

Ця частина задачі аналогічна розглянутій раніше. Тут необхідно побудувати в масштабі план прискорень, обчислити величини прискорень точок B , S_2 і S_3 , а також визначити величини і напрямки кутових прискорень ланок 2 і 3.

Визначаємо нормальне прискорення точки A :

$$a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 10^2 \cdot 0,06 = 6 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Масштаб плану прискорень:

$$\mu_a = \frac{a_A^n}{p_a n_1} = \frac{6}{50} = 0,12 \left(\frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}} \right).$$

Розглядаючи точку B як точку ланки 2, що рухається плоскопаралельно, і прийнявши як полюс точку A , складаємо векторне рівняння для визначення прискорення т. B :

$$\frac{\vec{a}_B^n}{\|BC\|} + \frac{\vec{a}_B^\tau}{\perp BC} = \frac{\vec{a}_A^n}{\|OA\|} + \frac{\vec{a}_A^\tau}{\perp OA} + \frac{\vec{a}_{B/A}^n}{\|AB\|} + \frac{\vec{a}_{B/A}^\tau}{\perp AB}. \quad (1)$$

У даному векторному рівнянні невідомими є величини векторів \vec{a}_B^τ і $\vec{a}_{B/A}^\tau$, тобто всього 2 невідомих – це рівняння розв'язується.

Вибираємо полюс плану прискорень (точка p_a) і, виконавши графічний розв'язок векторного рівняння (1), визначаємо прискорення точки B . Кінці векторів прискорень точок S_2 і S_3 знаходимо за допомогою теореми подібності, як це викладено для плану швидкостей.

План прискорень показаний на рис. 1.6. При побудові плану прискорень відрізки, що зображують прискорення $a_{B/A}^n$ і a_B^n , визначалися зі співвідношень:

$$a_{B/A}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AB}, \quad a_{n_2} = \frac{a_{B/A}^n}{\mu_a} \text{ (мм)};$$

$$a_B^n = \omega_3^2 \cdot l_{BC}, \quad p_a n_3 = \frac{a_B^n}{\mu_a} \quad (\text{мм}).$$

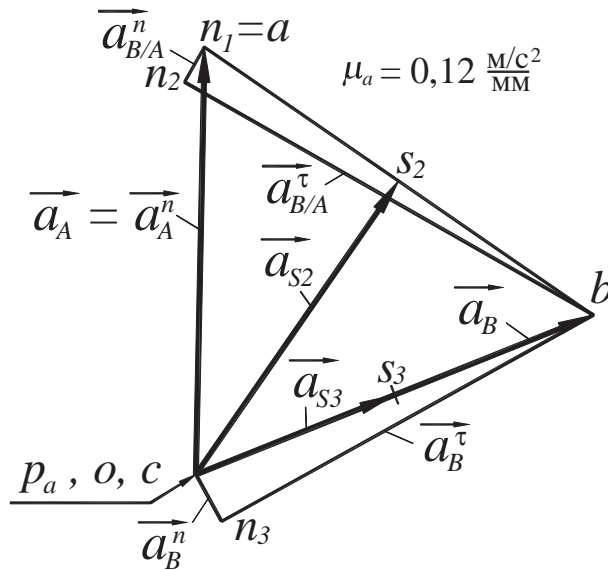


Рисунок 1.6 – План прискорень

Кутові прискорення ланок 2 і 3 рівні:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{B/A}^\tau}{l_{AB}} = \frac{n_2 b \cdot \mu_a}{l_{AB}} = \frac{51,42 \cdot 0,12}{0,22} = 28,047 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \right),$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_B^\tau}{l_{BC}} = \frac{n_3 b \cdot \mu_a}{l_{BC}} = \frac{49,833 \cdot 0,12}{0,15} = 39,866 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \right).$$

Напрямки кутових прискорень ланок 2 і 3 визначаються в залежності від напрямків прискорень $a_{B/A}^\tau$ і a_B^τ . Для цього їх необхідно перенести в точку B і, відповідно, щодо точок A і C визначити напрямки ε_2 і ε_3 .

Результати розрахунків лінійних і кутових прискорень зведені в таблицю 1.4.

Таблиця 1.4 – Величини кутових і лінійних прискорень

$a_{B/A}^n$, м/с ²	$a_{B/A}^\tau$, м/с ²	$a_{B/A}$, м/с ²	a_B^n , м/с ²	a_B^τ , м/с ²	a_B , м/с ²	a_{S2} , м/с ²	a_{S3} , м/с ²	ε_2 , 1/с ²	ε_3 , 1/с ²
0,565	6,17	6,196	0,7494	5,98	6,027	5,014	3,014	28,047	39,866

2. ЗАДАЧА №2

2.1 Вказівки до розв'язку задачі №2

У задачі №2 (розділ «Зубчасті механізми») варто виконати кінематичне дослідження механізму багатоступеневої зубчастої (або зубчасто-черв'ячної) передачі.

Для визначення загального передаточного відношення передачі спочатку треба виявити на загальній кінематичній схемі окремі її ступіні. Потім для кожної окремої ступіні необхідно розрахувати величину і знак передаточного відношення. Після цього можна знайти загальне передаточне відношення, перемноживши передаточні відношення окремих ступіней передачі, узятих зі своїми знаками. На просторових схемах (5, 7, 8 і 10) знак загального передаточного відношення втрачає зміст, тому він опускається, а напрямок обертання вихідного вала визначається, наприклад, методом «стрілок». Для черв'ячної пари напрямок обертання черв'ячного колеса можна визначити, знаючи напрямок обертання і напрямок нарізки черв'яка (ліве або праве).

Для визначення передаточного відношення між вхідною і вихідною ланками (тобто загального передаточного відношення $i_{\text{заг}}$) і його знака (останній варто визначати тільки для паралельних осей обертання вхідного і вихідного валів) спочатку треба на загальній кінематичній схемі зубчастої передачі виділити її окремі ступіні.

У даній задачі зустрічаються наступні окремі ступіні (таблиця 1):

- 1) Циліндрична ступінь зовнішнього зачеплення.
- 2) Циліндрична ступінь зовнішнього зачеплення з одним паразитним колесом.
- 3) Циліндрична ступінь внутрішнього зачеплення.
- 4) Циліндрична ступінь внутрішнього зачеплення з одним паразитним колесом.
- 5) Конічна ступінь.
- 6) Конічна ступінь з паразитним колесом.
- 7) Планетарна ступінь Джемса з одновінцевим сателітом.
- 8) Планетарна ступінь Джемса з двохвінцевим сателітом.

9) Планетарна ступінь Давида з двома зовнішніми зачепленнями.

10) Черв'ячна ступінь з циліндричним черв'яком.

Для кожної виділеної ступіні передачі необхідно розрахувати через задані числа зубів величину і знак її передаточного відношення. Попередньо для кожної ступіні необхідно ідентифікувати індекси коліс. У таблиці 1 колесам окремих ступіней умовно надані індекси: a, b, c, d, h . У кожному завданні ці індекси відповідають деяким номерним індексам коліс, що і варто установити, щоб правильно знайти в таблиці вихідні дані числа зубів відповідних коліс.

Формули для розрахунку величини і знака передаточних відношень, виділених ступіней приведені поруч з відповідним рисунком.

Перемноживши передаточні відношення всіх ступіней передач, узяті зі своїми знаками, одержують загальне передаточне відношення всієї передачі і його знак. Це справедливо для всіх схем завдання задачі №2, крім 5-й, 7-й, 8-й і 10-й, на яких представлені варіанти багатоступінчастих передач з непаралельними осями вхідного і вихідного валів. Для перерахованих вище схем напрямок обертання вихідного вала можна визначити, подумки простеживши за напрямком обертання кожного з коліс по методу «вузлових точок» або по методу «стрілок».

Визначення напрямку обертання вихідного вала по методу «стрілок» полягає в тім, що, починаючи з вхідної ланки, рух якої заданий, позначається напрямком переміщення видимих (верхніх) частин вінців усіх зубчастих коліс. У черв'ячній ступіні напрямок обертання вихідного вала залежить від напрямку нарізки черв'яка. При правій нарізці черв'яка уявне його вгвинчування по годинниковій стрілці супроводжується набіганням черв'ячного колеса в зону зачеплення з черв'яком, а вигвинчування проти годинникової стрілки – збіганням черв'ячного колеса з зони зачеплення. При лівій нарізці теж саме спостерігається при зворотних напрямках обертання черв'яка.

Величину кутової швидкості вихідного вала можна знайти, знаючи значення кутової швидкості вхідного вала і загального передаточного відношення передачі.

Тому що $i_{\text{заг}} = \omega_{\text{вх}} / \omega_{\text{вих}}$, знаходимо:

$$\omega_{\text{вих}} = \omega_{\text{вх}} / i_{\text{заг}}. \quad (2.1)$$

При цьому додатній знак $i_{\text{заг}}$ обумовить від'ємний знак $\omega_{\text{вих}}$, що буде означати протилежний напрямок обертання вихідного вала стосовно обертання вхідного.

При додатному знаку $i_{\text{заг}}$ вихідний і вхідний вали будуть мати той самий напрямок обертання.

Величина кутового прискорення вихідного вала може бути знайдена за допомогою диференціювання виразу (2.1) за часом:

$$\frac{d\omega_{\text{вих}}}{dt} = \frac{d\omega_{\text{вх}}}{dt} / i_{\text{заг}},$$

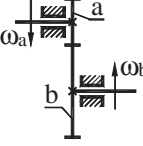
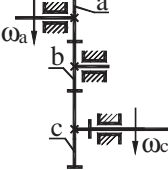
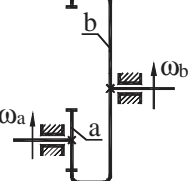
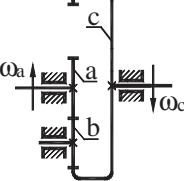
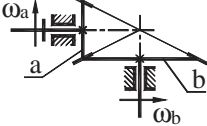
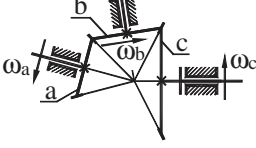
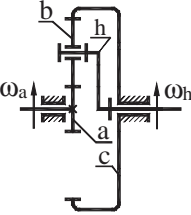
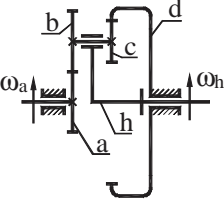
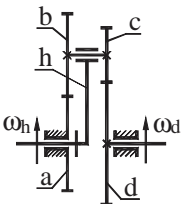
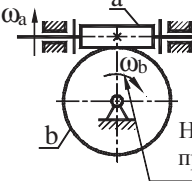
тобто

$$\epsilon_{\text{вих}} = \epsilon_{\text{вх}} / i_{\text{заг}}. \quad (2.2)$$

Аналіз формул (2.1) і (2.2) показує, що якщо $\epsilon_{\text{вх}}$ спрямоване в сторону $\omega_{\text{вх}}$, то і $\epsilon_{\text{вих}}$ буде спрямовано в сторону $\omega_{\text{вих}}$, і навпаки – різні напрямки $\epsilon_{\text{вх}}$ і $\omega_{\text{вх}}$ обумовить різні напрямки $\epsilon_{\text{вих}}$ і $\omega_{\text{вих}}$.

До того ж висновку можна прийти і на основі простої логіки: прискорене обертання на вході обумовить прискорене обертання і на виході, а відповідно, уповільнене обертання на вході буде супроводжуватися уповільненим обертанням і на виході.

Таблиця 2 – Визначення передаточного відношення ступені

 $i_{ab} = - \frac{z_b}{z_a}$ <p>1. Циліндрична ступінь зовнішнього зачеплення</p>	 $i_{ac} = \frac{z_c}{z_a}$ <p>2. Циліндрична ступінь зовнішнього зачеплення з одним паразитним колесом</p>
 $i_{ab} = \frac{z_b}{z_a}$ <p>3. Циліндрична ступінь внутрішнього зачеплення</p>	 $i_{ac} = - \frac{z_c}{z_a}$ <p>4. Циліндрична ступінь внутрішнього зачеплення з одним паразитним колесом</p>
 $i_{ab} = \frac{z_b}{z_a}$ <p>5. Конічна ступінь</p>	 $i_{ac} = \frac{z_c}{z_a}$ <p>6. Конічна ступінь з паразитним колесом</p>
 $\frac{\omega_a - \omega_h}{\omega_c - \omega_h} = - \frac{z_c}{z_a};$ <p>при $\omega_c = 0$:</p> $i_{ah}^{(c)} = 1 + \frac{z_c}{z_a}$ <p>7. Планетарна ступінь Джемса з одновінцевим сателітом</p>	 $\frac{\omega_a - \omega_h}{\omega_d - \omega_h} = - \frac{z_b \cdot z_d}{z_a \cdot z_c};$ <p>при $\omega_d = 0$:</p> $i_{ah}^{(d)} = 1 + \frac{z_b \cdot z_d}{z_a \cdot z_c}$ <p>8. Планетарна ступінь Джемса з двухвінцевим сателітом</p>
 $\frac{\omega_d - \omega_h}{\omega_a - \omega_h} = \frac{z_c \cdot z_a}{z_d \cdot z_b};$ <p>при $\omega_a = 0$:</p> $i_{hd}^{(a)} = \frac{z_b \cdot z_d}{z_b \cdot z_d - z_a \cdot z_c}$ <p>9. Планетарна ступінь Давида з двома зовнішніми зачепленнями</p>	 $i_{ab} = \frac{z_b}{z_a}$ <p>10. Черв'ячна ступінь з циліндричним черв'яком</p> <p>Направление ω_b при правой нарезке червяка</p>

Час, протягом якого кутова швидкість збільшиться в два рази, якщо рух рівноприскорений, можна підрахувати на основі виразу:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t. \quad (2.3)$$

Звідси знайдемо:

$$t = \frac{\omega - \omega_0}{\varepsilon} = \frac{2\omega_0 - \omega_0}{\varepsilon} = \frac{\omega_0}{\varepsilon}, \quad (2.4)$$

де t – час, протягом якого кутова швидкість збільшиться в два рази;
 ω – поточне значення кутової швидкості в момент часу t :

$$\omega = 2 \cdot \omega_0;$$

ω_0 – початкове значення кутової швидкості.

Помітимо, що формулу (2.4) можна застосувати хоч до $\omega_{\text{вх}}$, хоч до $\omega_{\text{вих}}$.

Час, протягом якого кутова швидкість зменшиться до нуля, якщо рух рівносповільнений, можна підрахувати на основі виразу:

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon \cdot t, \quad (2.5)$$

тобто $0 = \omega_0 - \varepsilon \cdot t$, звідси:

$$t = \frac{\omega_0}{\varepsilon}. \quad (2.6)$$

Природно, що формулу (2.6) можна застосувати як до $\omega_{\text{вх}}$, так і до $\omega_{\text{вих}}$.

Приклад розв'язку задачі №2 приведений далі, після вихідних даних.

2.2 Вихідні дані для задачі №2

На рис. 2.1–2.10 показані схеми зубчастих передач. Вхідне колесо 1 у даний момент має кутову швидкість ω_1 і постійне кутове прискорення ε_1 , спрямоване за рухом або проти руху. Визначити:

1) передаточне відношення між вхідною і вихідною ланками і його знак (якщо осі обертання вхідного і вихідного валів паралельні);

2) кутову швидкість і кутове прискорення вихідної ланки, і її напрямок (показати напрямки на схемі передачі);

3) час, протягом якого кутова швидкість збільшиться в два рази (якщо рух прискорений) або зменшиться до нуля (якщо рух уповільнений);

У таблицях 2.1 – 2.10 задані величини z_i – числа зубів коліс, де i – номер зубчастого колеса на схемі механізму, для черв'яка z_i – число заходів, а напрямок витків черв'яка зазначено буквами: $л$ – лівий, $п$ – правий.

ПРИМІТКА. Кінематичну схему механізму необхідно накреслити, приблизно дотримуючи співвідношення діаметрів зубчастих коліс (діаметр колеса пропорційний його числу зубів). Діаметр черв'яка прийняти рівним чверті діаметра черв'ячного колеса.

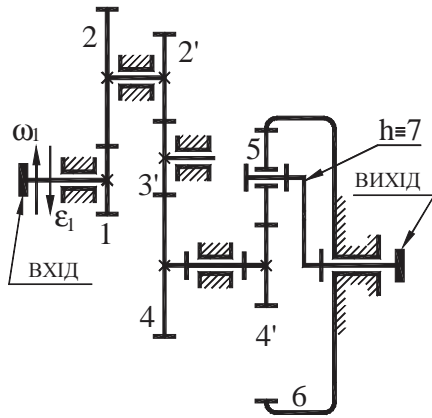


Рисунок 2.1 – Схема 1

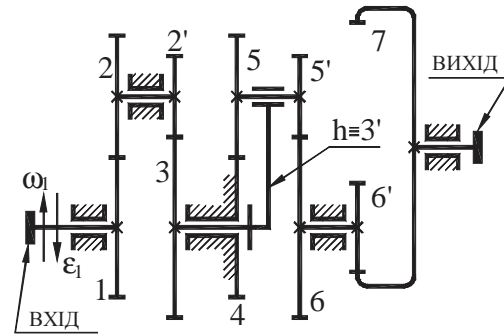


Рисунок 2.2 – Схема 2

Таблиця 2.1 – Вихідні дані до схеми 1

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_1, z_3'	16	18	14	14	17	18	14	15	16	14
z_2	20	30	24	20	34	24	20	30	28	26
z_2'	14	15	14	15	17	15	15	14	14	15
z_4	20	20	28	21	24	26	36	38	40	43
z_4'	15	14	14	16	15	18	14	18	19	20
z_5	21	22	21	22	21	25	22	26	25	40
z_6	57	58	56	60	57	68	58	70	69	100
ω_1 , рад/с	280	180	240	250	300	250	150	200	350	100
ε_1 , рад/с ²	50	60	180	126	75	50	100	50	40	20

Таблиця 2.2 – Вихідні дані до схеми 2

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_1	22	14	25	18	21	20	16	18	16	20
z_2	23	22	26	30	28	30	28	28	24	21
z_2'	22	16	25	16	17	18	16	15	18	20
z_3	23	26	26	26	30	28	24	32	30	21
z_4, z_5'	22	28	26	24	31	32	29	31	21	20
z_5, z_6	23	27	25	25	32	31	30	30	22	21
z_6'	32	29	26	28	30	25	22	23	24	20
z_7	42	39	38	37	40	37	45	42	40	65
ω_1 , рад/с	150	380	320	290	320	300	280	350	250	400
ε_1 , рад/с ²	75	285	160	100	80	100	210	70	50	200

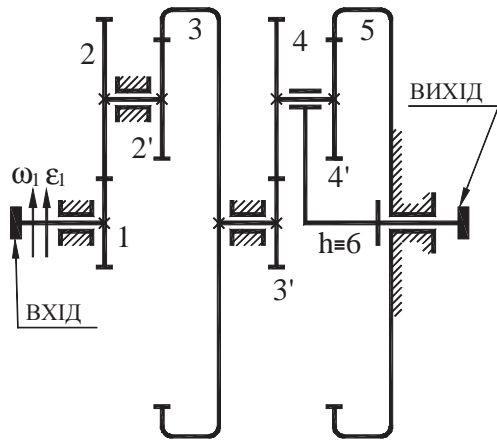


Рисунок 2.3 – Схема 3

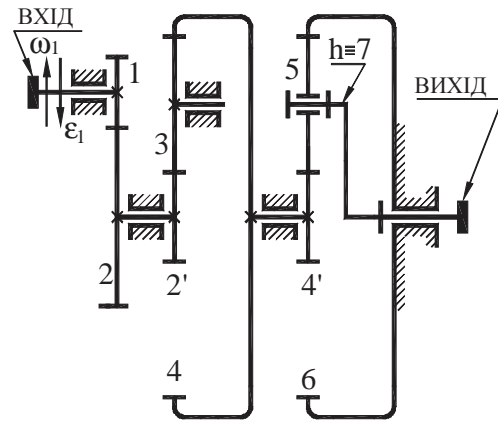


Рисунок 2.4 – Схема 4

Таблиця 2.3 – Вихідні дані до схеми 3

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$z_1, z_{3'}$	20	23	24	18	22	18	14	16	18	20
z_2, z_4	40	30	38	26	36	36	26	40	30	28
$z_{2'}, z_{4'}$	22	21	22	20	26	25	21	20	22	20
z_3, z_5	82	74	84	64	84	79	61	76	70	68
ω_1 , рад/с	320	190	220	180	200	240	300	260	340	280
ε_1 , рад/с ²	80	95	165	200	50	180	200	190	285	210

Таблиця 2.4 – Вихідні дані до схеми 4

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_1	15	17	14	19	16	18	14	18	14	18
z_2	24	32	24	28	30	27	21	31	19	25
$z_{2'}, z_{4'}$	30	25	20	20	25	21	30	29	34	42
z_3, z_5	20	30	40	30	21	20	21	21	20	20
z_4, z_6	70	85	100	80	67	61	72	71	74	82
ω_1 , рад/с	260	240	240	350	400	220	150	150	300	200
ε_1 , рад/с ²	195	100	100	200	50	65	60	200	200	50

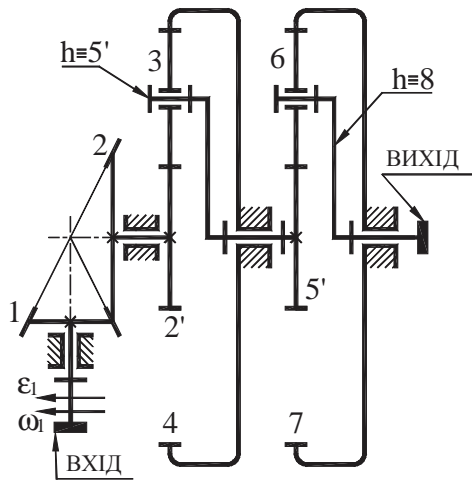


Рисунок 2.5 – Схема 5

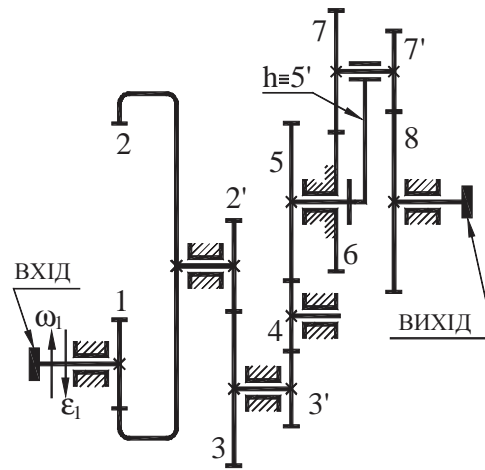


Рисунок 2.6 – Схема 6

Таблиця 2.5 – Вихідні дані до схеми 5

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_1	18	19	16	17	18	13	14	14	16	15
z_2	25	28	31	27	39	24	27	20	30	25
$z_{2'}, z_{5'}$	40	35	28	30	18	22	25	20	20	21
z_3, z_6	20	20	20	20	24	36	20	40	30	20
z_4, z_7	80	75	68	70	66	94	65	100	80	61
ω_1 , рад/с	320	360	400	180	350	320	280	120	300	250
ε_1 , рад/с ²	80	60	50	90	200	240	75	40	200	100

Таблиця 2.6 – Вихідні дані до схеми 6

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_1	29	30	27	26	25	24	23	22	21	20
z_2	39	40	40	36	37	40	42	46	56	65
$z_{2'}$	20	15	20	16	17	16	15	17	15	14
z_3	29	32	31	24	25	23	28	26	30	26
$z_{3'}, z_4$	19	21	22	16	16	15	16	13	14	15
z_5	29	31	30	22	23	21	22	20	24	25
$z_6, z_{7'}$	31	30	18	17	20	19	26	25	21	20
z_7, z_8	30	31	17	18	19	20	25	26	20	21
ω_1 , рад/с	300	260	120	280	225	100	350	150	300	200
ε_1 , рад/с ²	150	65	200	120	50	50	200	100	75	40

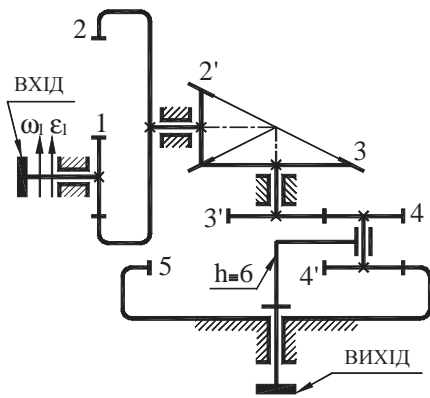


Рисунок 2.7 – Схема 7

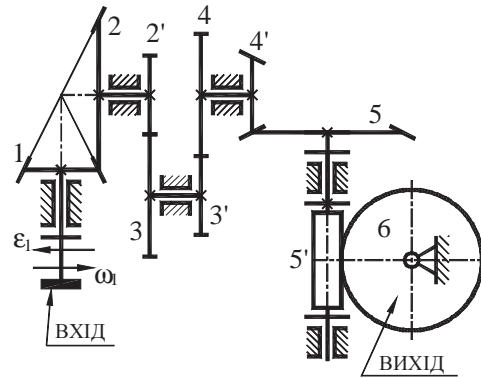


Рисунок 2.8 – Схема 8

Таблиця 2.7 – Вихідні дані до схеми 7

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_1	22	22	21	21	26	25	21	22	22	20
z_2, z_5	76	64	74	84	82	70	61	67	61	62
$z_{2'}$	18	14	18	17	16	14	15	16	17	15
z_3	29	26	32	30	24	26	24	24	30	28
$z_{3'}$	16	17	23	24	20	20	15	18	16	15
z_4	40	27	30	38	40	30	26	28	24	25
$z_{4'}$	20	20	21	22	22	20	20	21	21	22
ω_1 , рад/с	240	320	400	280	350	300	150	200	250	180
ε_1 , рад/с ²	180	240	100	210	200	75	25	100	50	90

Таблиця 2.8 – Вихідні дані до схеми 8

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_1	22	17	20	17	21	18	20	18	17	17
z_2	30	23	21	25	24	21	24	30	17	20
$z_{2'}, z_{3'}$	16	14	15	15	16	17	15	16	14	14
z_3	28	23	24	20	30	24	28	20	20	16
z_4	31	28	24	24	21	20	30	32	20	20
$z_{4'}$	19	18	17	18	19	18	17	18	17	18
z_5	28	27	32	31	32	28	30	32	26	28
$z_{5'}$	2, л	3, п	2, л	1, п	3, л	2, п	1, л	3, п	2, л	1, п
z_6	50	33	38	40	42	40	30	36	30	50
ω_1 , рад/с	380	320	350	320	280	250	300	400	150	350
ε_1 , рад/с ²	190	80	70	80	70	125	60	250	50	100

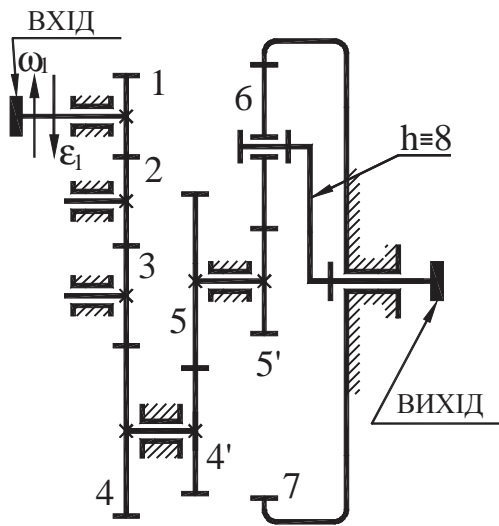


Рисунок 2.9 – Схема 9

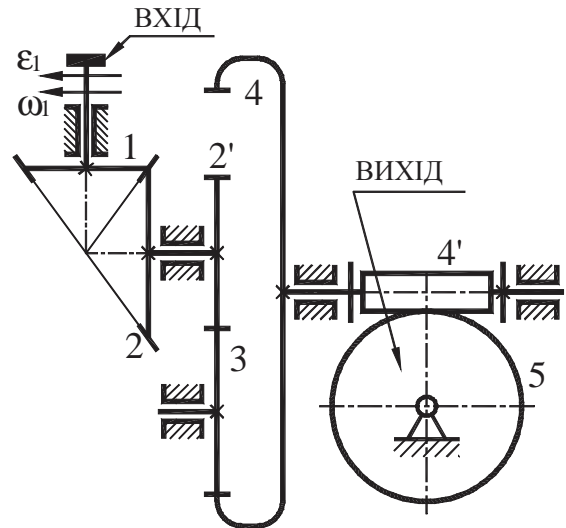


Рисунок 2.10 – Схема 10

Таблиця 2.9 – Вихідні дані до схеми 9

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_1, z_2	20	14	15	19	17	14	15	18	15	14
z_3, z_4'	18	14	15	18	16	17	16	14	15	14
z_4	30	26	25	26	28	21	20	30	21	30
z_5	24	26	27	30	24	24	23	21	30	26
z_5'	15	15	14	18	15	14	15	14	18	20
z_6	35	30	26	30	24	23	21	22	21	25
z_7	85	75	66	78	63	60	57	58	60	70
ω_1 , рад/с	210	280	400	180	220	240	250	350	200	150
ε_1 , рад/с ²	630	140	250	45	550	60	400	70	500	60

Таблиця 2.10 – Вихідні дані до схеми 10

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_1	19	18	20	17	18	19	17	18	18	17
z_2, z_3	27	24	32	30	25	30	27	30	25	28
z_2'	21	20	16	14	14	15	17	15	16	15
z_4	52	50	42	46	50	49	48	45	60	45
z_4'	3, п	2, л	1, п	2, л	1, п	3, л	2, п	1, л	2, п	3, л
z_5	33	34	50	32	29	36	40	28	28	30
ω_1 , рад/с	150	200	350	240	300	350	250	100	200	180
ε_1 , рад/с ²	500	250	700	600	500	175	125	60	50	60

2.3 Пример розв'язку задачі №2

Вихідні дані:

$$\omega_1 = 300 \text{ рад/с};$$

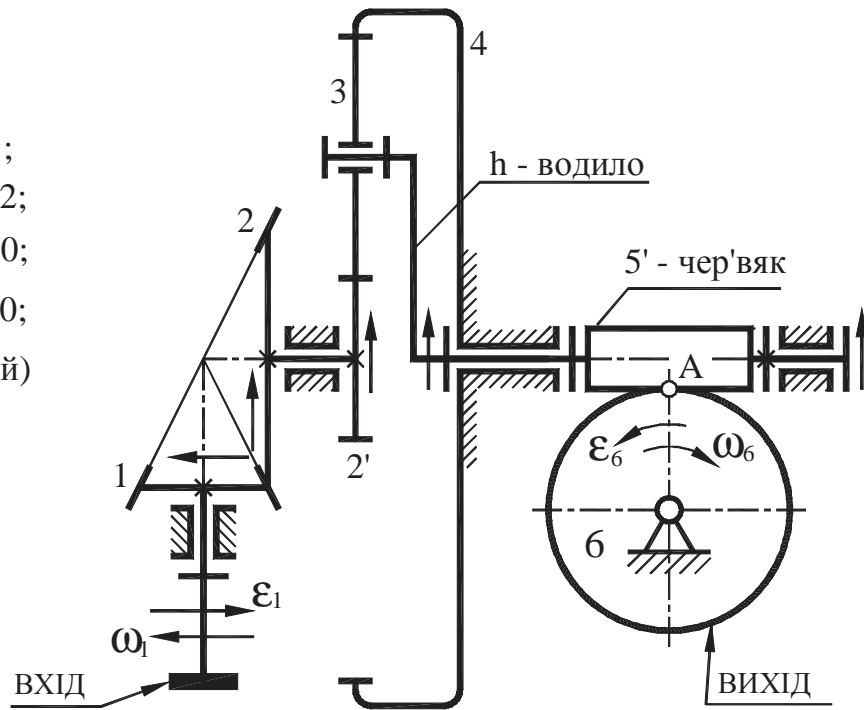
$$\epsilon_1 = 180 \text{ рад/с}^2;$$

$$z_1 = 16; \quad z_2 = 32;$$

$$z_2' = 20; \quad z_3 = 30;$$

$$z_4 = 80; \quad z_6 = 30;$$

$$z_5 = 2\pi \text{ (правий)}$$



ПРИМІТКА

Стрілками \uparrow і \leftarrow показані напрямки обертання ланок механізму (тобто напрямки руху верхніх частей коліс)

Рисунок 2.11 – Кінематична схема зубчастого механізму

1) Визначення передаточного відношення механізму

Зубчастий механізм (передача) містить три ступіні:

1-а *ступінь* – це конічна передача з колесами 1 і 2;

2-а *ступінь* містить колеса 2', 3, 4 і водило h – планетарний механізм Джемса з одновінцевим сателітом;

3-я *ступінь* є черв'ячною передачею з двухзахідним правим черв'яком (ланки 5' і 6).

Загальне передаточне відношення дорівнює добутку передаточних відношень окремих її ступіней:

$$i_{16} = i_{12} \cdot i_{2'h}^{(4)} \cdot i_{5'6} = 2 \cdot 5 \cdot 15 = 150, \quad (1)$$

де $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{32}{16} = 2$ – передаточне відношення конічної передачі;

$$i_{2'h}^{(4)} = 1 - i_{2'4}^{(h)} = 1 + \frac{z_4}{z_{2'}} = 1 + \frac{80}{20} = 5 \quad \text{– передаточне відношення}$$

планетарного механізму від колеса 2' до водила при загальмованому колесі 4 (формула для $i_{2'h}^{(4)}$ отримана на основі формули Вілліса за умови $\omega_4 = 0$);

$$i_{2'4}^{(h)} = \frac{\omega_{2'} - \omega_h}{\omega_4 - \omega_h} = -\frac{z_4}{z_{2'}} = -\frac{80}{20} = -4 \quad \text{– передаточне відношення}$$

оберненого механізму (формула Вілліса);

$$i_{5'6} = \frac{z_6}{z_{5'}} = \frac{30}{2} = 15 \quad \text{– передаточне відношення черв'ячної}$$

передачі.

Таким чином, загальне передатне відношення зубчастого механізму буде $i_{16} = 150$.

2) Визначення напрямків кутових швидкостей і прискорень

У даній передачі осі вхідного і вихідного валів не паралельні (перехрещуються під кутом 90°), тобто, знак передаточного відношення не визначається (у цьому випадку він втрачає зміст, тому що напрямки обертання вхідного і вихідного валів залежать від напрямку погляду спостерігача).

За умовою задачі вхідна ланка обертається уповільнено (ω_1 і ε_1 спрямовані в різні сторони), отже, і всі інші ланки зубчастого механізму будуть обертатися уповільнено, тобто для кожної ланки ω_i і ε_i будуть мати протилежні напрямки. Таким чином, досить визначити тільки напрямки кутових швидкостей усіх ланок.

Для пари коліс напрямки обертання визначаються виходячи з того, що точки початкових кіл коліс, що знаходяться в зачепленні, або «входять у зону зачеплення» або «виходять із зони зачеплення». З цього випливає, що напрямки обертання колеса 2 буде зображуватися стрілкою, спрямованою нагору, тому що аналогічна стрілка для колеса 1 спрямована вліво.

Центральне колесо планетарного механізму $2'$ обертається в ту ж сторону, що і колесо 2 (ці колеса утворюють одну ланку), а оскільки передаточне відношення планетарного механізму $i_{2'h}^{(4)} > 0$, то водило h і черв'як $5'$, що утворює з водилом одну ланку, теж будуть обертатися в ту ж сторону (стрілка нагору).

Отже, якщо дивитися на черв'як уздовж його осі ліворуч, то його кутова швидкість буде спрямована проти годинникової стрілки. Тому що черв'як правий (правий гвинт), то при обертанні його проти годинникової стрілки він відносно черв'ячного колеса буде рухатися вліво (буде вигвинчуватися). Отже, точка A черв'ячного колеса відносно черв'яка буде рухатися вправо, тобто ω_6 буде спрямована за годинниковою стрілкою (у площині креслення).

3) Визначення ω_6 , ε_6 і часу t до повної зупинки привода

Кутові швидкість і прискорення вихідної ланки (черв'ячного колеса) будуть відповідно рівні:

$$\begin{aligned}\omega_6 &= \omega_1 / i_{16} = 300 / 150 = 2 \text{ (рад/с);} \\ \varepsilon_6 &= \varepsilon_1 / i_{16} = 180 / 150 = 1,2 \text{ (рад/с}^2\text{)}.\end{aligned}$$

Далі визначимо час, за який кутова швидкість вхідної ланки зменшиться до нуля.

З рівняння руху вхідної ланки:

$$\omega_{1к} = \omega_1 + \varepsilon_1 \cdot t$$

знаходимо:

$$t = \frac{\omega_{1к} - \omega_1}{\varepsilon_1} = \frac{0 - 300}{-180} = 1,667 \text{ (с)},$$

де $\omega_{1к} = 0$ – кінцева кутова швидкість через відрізок часу t ,
 $\omega_1 = 300$ рад/с – початкова кутова швидкість.

3. ЗАДАЧА №3

3.1 Вказівки до рішення задачі №3

На елементи різних несучих конструкцій будівель (балки, колони, консолі, перекриття і т.д.), на деталі машин і механізмів (стійки, корпуси, вали, осі, колеса, лопатки і т.д.) впливають робочі навантаження (сили ваги устаткування, робочих тіл і матеріалів, сили взаємодії сполучених елементів конструкцій, інерційні навантаження, рушійні сили, сили тертя, сили корисного опору і т.д.)

Для забезпечення міцності конструкцій приходиться, відповідно до діючих навантажень, підбирати розміри перетинів несучих елементів об'єкта, що проектується.

Багато об'єктів проектування можуть бути з задовільною наближеністю описані умовною схемою балки на двох опорах (плити перекриття будинків, прольоти мостів, вали та осі і т.д.).

Одна з опор має звичайно такий пристрій, при якому вона сприймає навантаження в усіх напрямках (наприклад, ліва опора балки в прикладі рішення задачі №3).

Друга опора при цьому, як правило, сприймає навантаження тільки в одному поперечному напрямку (наприклад, права опора балки в прикладі рішення задачі №3).

Різні зовнішні навантаження можуть бути представлені на схемі балки у виді:

- зосередженої сили F (наприклад, вагове навантаження об'єкта з невеликою площею обпирання на балку);

- розподіленої (рівномірно або нерівномірно) навантаження q (насипний матеріал, вагове навантаження від об'єкта з великою площею обпирання на балку);

- зосередженого моменту сил M , що діє в деякому місці (точці) балки (наприклад, від пари сил, прикладених до колони з твердим закладенням у балці).

Поперечні сили викликають напруги зсуву в тілі балки, максимум яких, приходиться на так званий нейтральний шар балки (умовна середня горизонтальна площина перетину балки в її подовжньому напрямку). Ці напруги можна розрахувати,

наприклад, по формулі Журавського. Звичайно вони не є небезпечними.

Уся сукупність зовнішніх навантажень обумовлює перемінний вздовж довжини балки згинальний момент M , що викликає в тілі балки напруги вигину. Ці напруги дорівнюють нулеві в нейтральному шарі і мають максимальні значення на верхній або нижній поверхнях балки (найбільш віддалених від нейтрального шару). Відповідно до гіпотези плоских перетинів напруги вигину вважаються прямо пропорційними відстані від нейтрального шару. Тому небезпечним звичайно вважається поверхневий шар балки в місці дії максимального згинаючого моменту M_{\max} .

Здатність балки чинити опір руйнуванню від прикладеного до неї зовнішнього згинаючого моменту M характеризується, так називаним, осьовим моментом опору перетину W_z , що може бути розрахований за формулами опору матеріалів для будь-якої форми поперечного перерізу балки.

Для сталевих балок двотаврового перетину величина W_z приводиться в різних технічних довідниках (див. табл. 3.2).

При розв'язку задачі №3 необхідно послідовно виконати такі етапи (див. приклад рішення задачі №3):

1. Знайти в завданні свій варіант, виписати його вихідні дані, накреслити задану схему балки. Надати індекси опорам балки (наприклад, лівій опорі привласнити індекс A , а правій – B) і знайти сили реакцій опор, використовуючи три рівняння рівноваги (з розділу теоретичної механіки «Статика»).

2. Намітити ділянки балки, що мають той самий загальний вид рівнянь для епюри поперечних (перерізуючих) сил Q . Це будуть ділянки, у межах яких немає зміни зовнішніх навантажень, прикладених до балки (таких ділянок у заданих схемах чотири).

Для кожної з намічених ділянок написати рівняння для розрахунку епюри поперечних сил Q і побудувати цю епюру під схемою балки, починаючи з будь-якого кінця балки.

3. Написати рівняння для розрахунку згинальних моментів M для тих же ділянок балки, що були намічені при виконанні п. 2, і побудувати цю епюру під епюрою поперечних сил, починаючи з будь-якого кінця балки.

4. Знайти на епюрі M максимальне значення M_{\max} , по якому потім розрахувати необхідне (мінімально припустиме) значення осьового моменту опору W_z з рівняння міцності балки при вигині:

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma];$$

$$W_z \geq [W_z] = \frac{M_{\max}}{[\sigma]},$$

де σ – максимальне робоче напруження вигину в тілі балки, у МПа;

M – максимальний згинальний момент у небезпечному перерізі балки (Нм);

W_z – осьовий момент опору перетину обраної двотаврової сталевий балки в м^3 (відзначимо, що в табл. 3.2 осьовий момент опору перетину приведений у см^3);

$[W_z]$ – мінімально допустиме значення осьового моменту опору балки (м^3);

$[\sigma]$ – допустиме напруження вигину в тілі балки.

При рішенні задачі прийняти $[\sigma] = 160$ МПа.

Звертаємо увагу на необхідність приведення розмірностей величин, у формулах до єдиної системи (див. приклад рішення задачі №3).

Для побудови епюр перерізувачих сил і згинальних моментів скористаємося правилом знаків, приведенному на рис. 3.1.

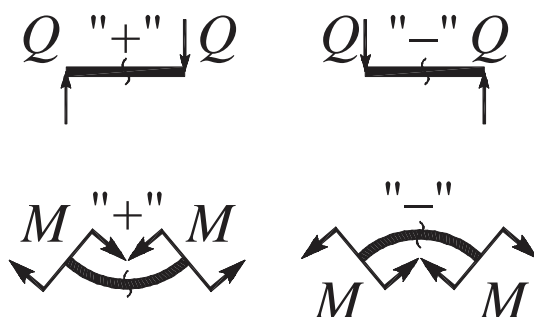


Рисунок 3.1 – Правило знаків

Приведемо кілька прикладів побудови епюр сил, що перерізають, і згинальних моментів для навантажень, що зустрічаються в задачі:

а) у випадку, коли на ділянці діє поперечна сила F , формули для сил, що перерізають, і згинальних моментів на ділянці будуть мати такий вигляд:

$$\begin{aligned}Q(x) &= -F; \\M(x) &= -F \cdot x,\end{aligned}$$

епюри для цього випадку представлені на рис. 3.2, а;

б) у випадку, коли на ділянці діє рівномірно розподілене навантаження q , формули для сил, що перерізають, і згинальних моментів на ділянці будуть мати такий вигляд:

$$\begin{aligned}Q(x) &= -q \cdot x; \\M(x) &= -q \cdot x \cdot (0,5 \cdot x),\end{aligned}$$

епюри для цього випадку представлені на рис. 3.2, б;

в) у випадку, коли на ділянці діє згинальний момент M , формули для сил, що перерізають, і згинальних моментів на ділянці будуть мати такий вигляд:

$$\begin{aligned}Q(x) &= 0 \text{ (перерізаюча сила відсутня);} \\M(x) &= M,\end{aligned}$$

епюри для цього випадку представлені на рис. 3.2, в;

г) у випадку, коли на ділянці діє одночасно поперечна сила F і рівномірно розподілене навантаження q , формули для сил, що перерізають, і згинальних моментів на ділянці будуть мати такий вигляд:

$$\begin{aligned}Q(x) &= R_A - q \cdot x; \\M(x) &= R_A \cdot x - q \cdot x^2 / 2.\end{aligned}$$

Епюри для цього випадку представлені на рис. 3.2, з;

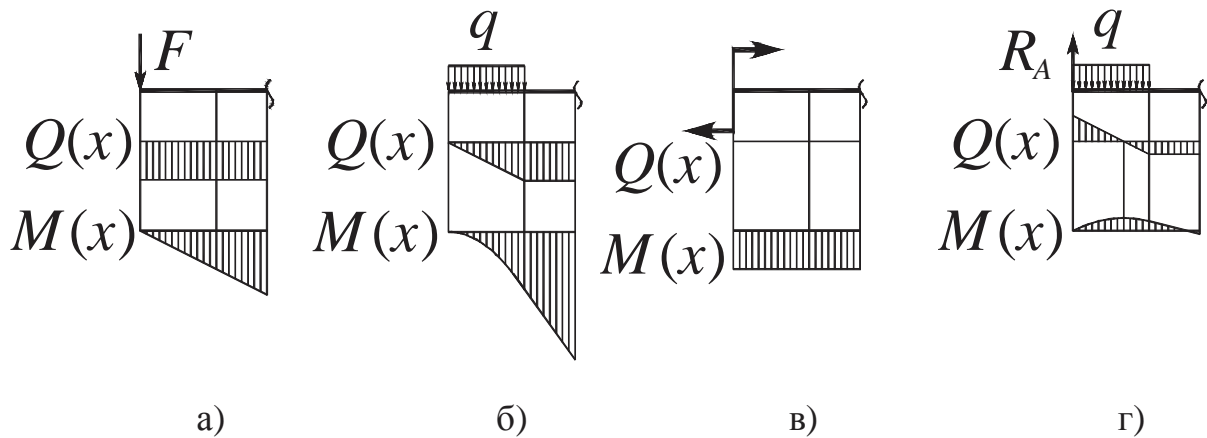


Рисунок 3.2 – Приклади епюр

тому що залежність $M(x)$ – квадратична парабола, то її екстремум (у розглянутому випадку – максимум) можна визначити по наступній залежності:

$$M(x_m) = R_A \cdot x_m - q \cdot (x_m)^2 / 2,$$

а значення x_m можна визначити зі співвідношення:

$$\frac{\partial M(x)}{\partial x} = 0,$$

$$\text{а так як } \frac{\partial M(x)}{\partial x} = Q(x), \text{ то}$$

$$Q(x) = 0,$$

тобто екстремум згинаючого моменту виникає в тій точці балки де сила, що перерізує змінює знак. Ця точка знаходиться з рівняння:

$$R_A - q \cdot x_m = 0;$$

$$x_m = R_A / q.$$

3.2 Вихідні дані для задачі №3

- 1) Для заданої схеми балки (вихідні дані задачі приведені в таблиці 3.1 нижче) потрібно визначити невідомі реакції.
- 2) Написати в загальному вигляді вирази для сил, що перерізують (поперечних) на кожній ділянці балки і побудувати епюри $Q = Q(x)$.
- 3) Написати в загальному вигляді вирази згинальних моментів (M) для кожної ділянки балки і побудувати епюри $M = M(x)$.
- 4) Знайти M_{max} і підібрати балку двотаврового перетину при $[\sigma] = 160$ МПа.

Довідкові дані для балок двотаврового перетину приведені в таблиці 3.2.

Таблиця 3.1 – Вихідні дані до задачі №3

Варіанти	Дані величини						
	$a, \text{ м}$	$b, \text{ м}$	$c, \text{ м}$	$l, \text{ м}$	Згинаючий момент $M, \text{ кН}\cdot\text{м}$	Зосереджена сила $F, \text{ кН}$	Рівномірно розподілене навантаження $q, \text{ кН/м}$
1	2,0	3,0	1,8	10	40	20	22
2	2,2	3,4	1,9	10	44	19	21
3	2,4	3,6	2,0	11	42	18	20
4	2,6	3,8	2,1	11	50	16	19
5	2,8	4,0	2,2	12	48	15	18
6	3,0	4,2	2,3	12	46	14	17
7	3,2	4,4	2,4	13	38	13	16
8	3,4	4,6	2,5	13	36	12	15
9	3,6	4,8	2,6	14	34	11	14
10	3,8	5,0	2,7	14	32	10	13

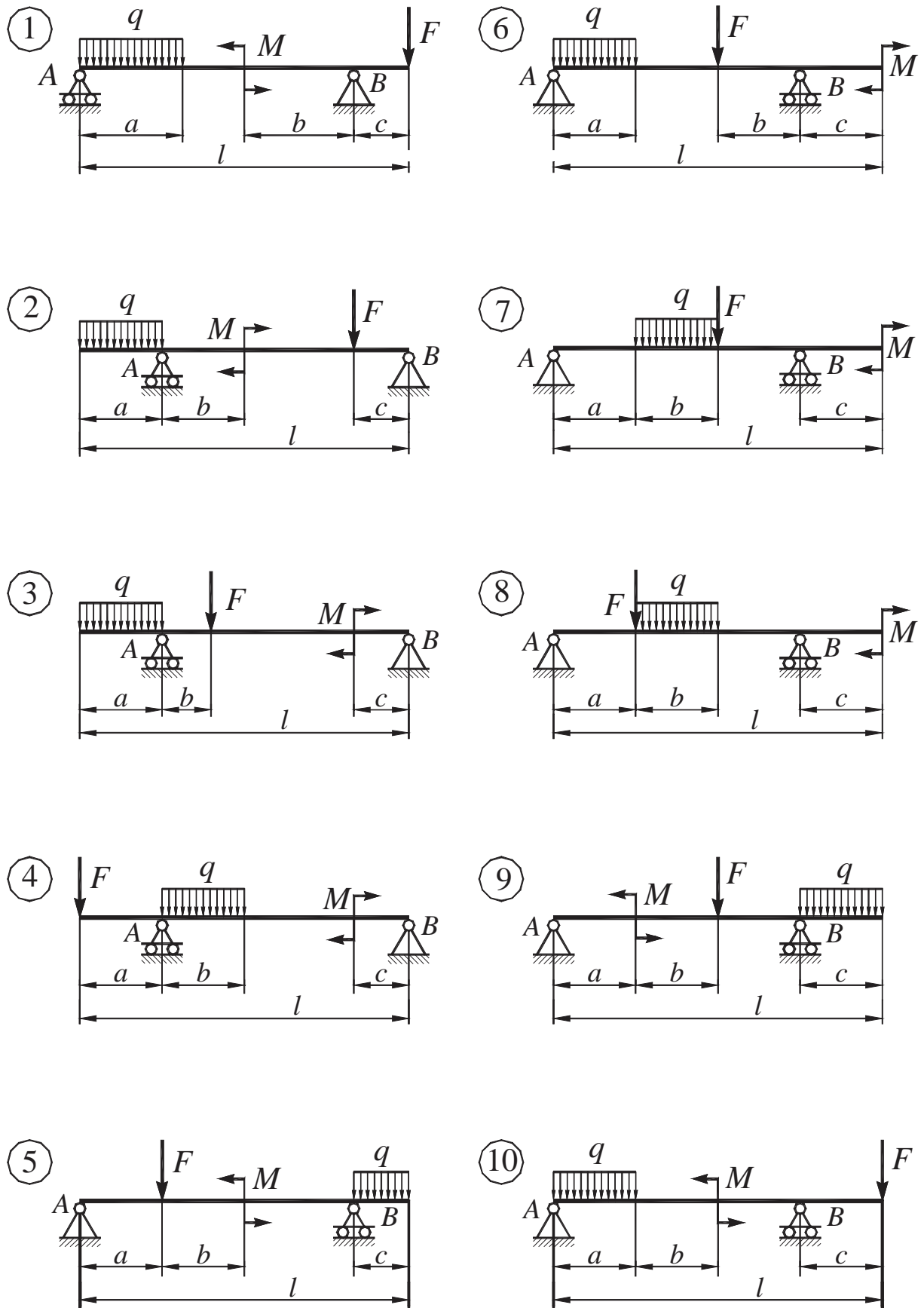
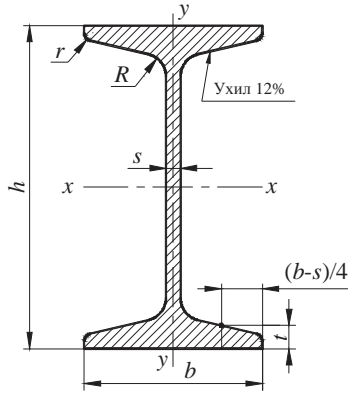


Рисунок 3.3 – Розрахункові схеми балок

Балки двотаврові. Сортамент (ДСТ 8239-72)



- h – висота балки;
- r – радіус закруглення полиці;
- b – ширина полиці;
- J – момент інерції;
- s – товщина стінки;
- W – момент опору;
- t – середня товщина полиці;
- S – статичний момент напівперетину;
- R – радіус внутрішнього закруглення;
- i – радіус інерції

Таблиця 3.2 – Параметри двотаврової балки по ДСТ 8239-72

Номер балки	h	b	s	t	R	r	Площина перетину, см ²	Маса 1 м, кг	Справочні величини для осі $z - z$				
									J_z , см ⁴	$W_{z,3}$, см ³	I_z , см	$S_{z,3}$, см ³	J_y , см ⁴
ММ													
10	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9
12	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	11,5	350	58,4	4,88	33,7	27,9
14	140	73	4,9	7,0	8,0	3,0	17,4	13,7	572	81,7	5,73	46,8	41,9
16	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	15,9	873	109	6,57	62,3	58,6
18	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	18,4	1290	143	7,42	81,4	82,6
18a	180	100	5,1	8,3	9,0	3,5	25,4	19,9	1430	159	7,51	89,8	114
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	21,0	1840	184	8,28	104	115
20a	200	110	5,2	8,6	9,5	4,0	28,9	22,7	2030	203	8,37	114	155
22	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	24,0	2550	232	9,13	131	157
22a	220	120	5,4	8,9	10,0	4,0	32,8	25,8	2790	254	9,22	143	206
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	27,3	3460	289	9,97	163	198
24a	240	125	5,6	9,8	10,5	4,0	37,5	29,4	3800	317	10,1	178	260
27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	31,5	5010	371,	11,2	210	260
27a	270	135	6,0	10,2	11,0	4,5	43,2	33,9	5500	407	11,3	229	337
30	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	36,5	7080	472	12,3	268	337
30a	300	145	6,5	10,7	12,0	5,0	49,9	39,2	7780	518	12,5	292	436
33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	42,2	9840	597	13,5	339	419
36	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	48,6	13380	743	14,7	423	516
40	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	57,0	19062	953	16,2	545	667
45	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	66,5	27696	1231	18,1	708	808
50	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100	78,5	39727	1589	19,9	919	1043
55	550	180	11,0	16,5	13,0	7,0	118	92,6	55962	2035	21,8	1181	1356
60	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138	108	76806	2560	23,6	1491	1725

3.3 Приклад розв'язку задачі №3

Вихідні дані:

$$a = 1,5 \text{ м}; b = 4 \text{ м}; c = 2,5 \text{ м}; l = 10 \text{ м};$$

$$d = l - a - b - c = 10 - 1,5 - 4 - 2,5 = 2 \text{ (м)}$$

$$F=20 \text{ кН}; q=10 \text{ кН/м}; M=30 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Схема завдання приведена на рис. 3.4.

1) Визначення реакцій опор А і В:

$$\sum M_B(F_i, M_i) = -R_{Ay} \cdot (a+b+c) + q \cdot a \cdot (0,5 \cdot a + b + c) - M + q \cdot c \cdot 0,5 \cdot c - F \cdot d = 0$$

$$R_{Ay} = \frac{q \cdot a \cdot (0,5 \cdot a + b + c) - M + q \cdot c \cdot 0,5 \cdot c - F \cdot d}{(a + b + c)} =$$
$$= \frac{10 \cdot 1,5 \cdot (0,5 \cdot 1,5 + 4 + 2,5) - 30 + 10 \cdot 2,5 \cdot 0,5 \cdot 2,5 - 20 \cdot 2}{(1,5 + 4 + 2,5)} = 8,75 \text{ (кН)}$$

$$\sum M_A(F_i, M_i) = -F \cdot l + R_{By} \cdot (a+b+c) - q \cdot c \cdot (a+b+0,5 \cdot c) - M - q \cdot a \cdot 0,5 \cdot a = 0$$

$$R_B \equiv R_{By} = \frac{F \cdot l + q \cdot c \cdot (a+b+0,5 \cdot c) + M + q \cdot a \cdot 0,5 \cdot a}{(a + b + c)} =$$
$$= \frac{20 \cdot 10 + 10 \cdot 2,5 \cdot (1,5 + 4 + 0,5 \cdot 0,25) + 30 + 10 \cdot 0,5 \cdot 1,5}{(1,5 + 4 + 2,5)} = 51,25 \text{ (кН)}$$

Перевірка виконання умови $\sum F_{iy} = 0$.

$$\sum F_{iy} = R_{Ay} - q \cdot a - q \cdot c + R_{By} - F = 8,75 - 10 \cdot 1,5 - 10 \cdot 2,5 + 51,25 - 20 = 0.$$

Умова виконується.

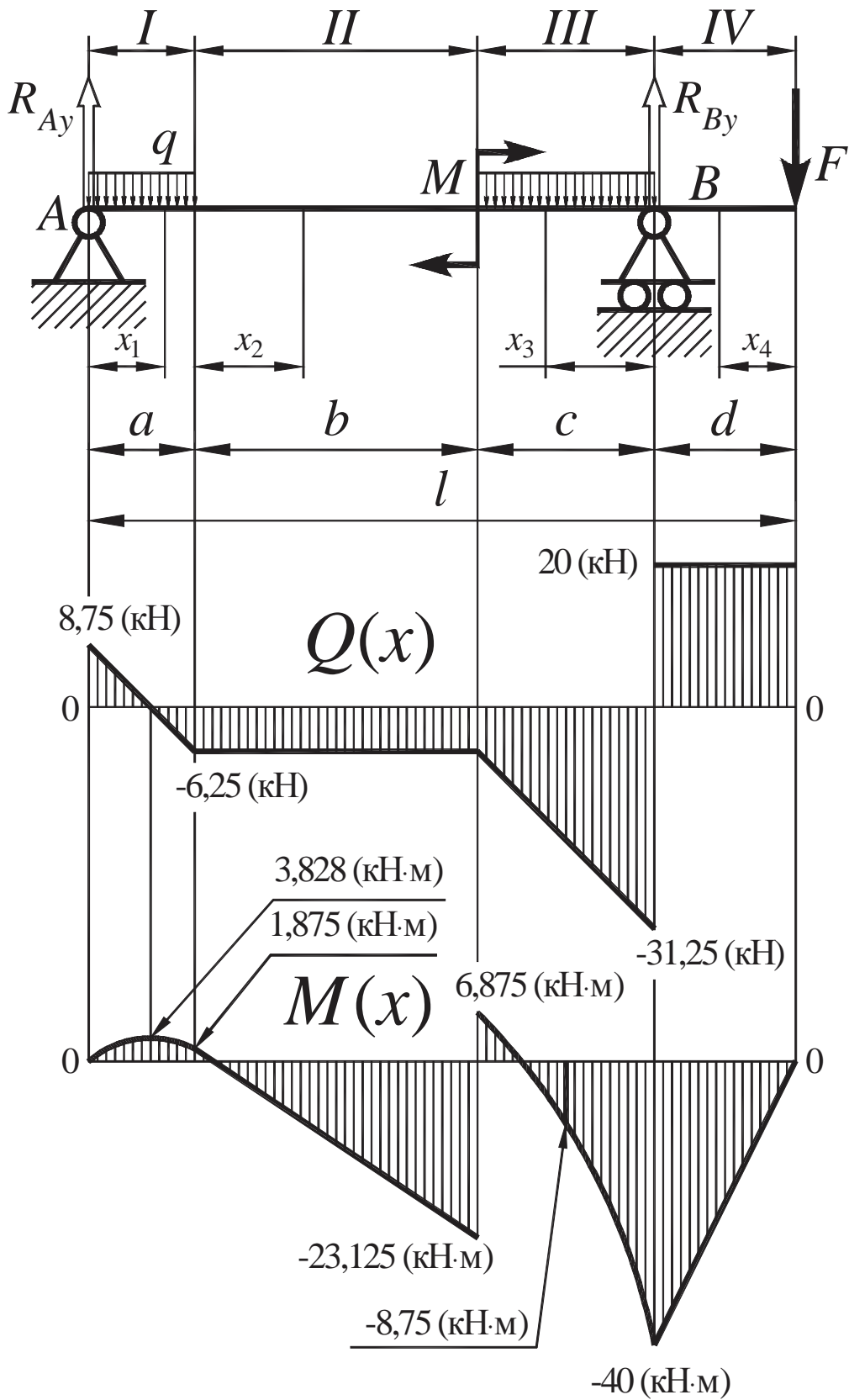


Рисунок 3.4 – Розрахункова схема балки з епюрами Q і M

2) Визначення поперечних сил

На рис. 3.4 виділено всього 4 ділянки для визначення поперечних сил і згинальних моментів.

Ділянки I і II будемо аналізувати зліва праворуч, а ділянки IV і III – зправа ліворуч, тоді перевірка розрахунків буде виконуватися автоматично при збігу значень для правого краю II ділянки з лівим краєм III.

Ділянка I

Координата x_1 змінюється в межах $0 \leq x_1 \leq a$ зліва праворуч

$$Q(x_1) = R_{Ay} - q \cdot x_1;$$

$$Q(0) = R_{Ay} = 8,75 \text{ (кН)} ;$$

$$Q(a) = Q(1,5) = R_{Ay} - q \cdot a = 8,75 - 10 \cdot 1,5 = - 6,25 \text{ (кН)}.$$

Ділянка II

Координата x_2 змінюється в межах $0 \leq x_2 \leq b$ зліва праворуч

$$Q(x_2) = R_A - q \cdot a;$$

$$Q(0) = Q(b) = 8,75 - 10 \cdot 1,5 = - 6,25 \text{ (кН)}.$$

Ділянка IV

Координата x_4 змінюється в межах $0 \leq x_4 \leq d$ зправа ліворуч

$$Q(x_4) = F;$$

$$Q(0) = Q(d) = F = 20 \text{ (кН)}.$$

Ділянка III

Координата x_3 змінюється в межах $0 \leq x_3 \leq c$ зправа ліворуч

$$Q(x_3) = F - R_{By} + q \cdot x_3;$$

$$Q(0) = F - R_{By} = 20 - 51,25 = - 31,25 \text{ (кН)} ;$$

$$Q(c) = Q(2,5) = F - R_{By} + q \cdot c = 20 - 51,25 + 10 \cdot 2,5 = - 6,25 \text{ (кН)}.$$

Значення $Q(b)$ для II ділянки збігається зі значенням $Q(c)$ для III ділянки, що підтверджує правильність розрахунків.

3) Визначення згинальних моментів

Ділянка I $0 \leq x_1 \leq a$

$$M(x_1) = R_{Ay} \cdot x_1 - q \cdot x_1 \cdot 0,5 \cdot x_1;$$

$$M(0) = 0;$$

$$M(a) = R_{Ay} \cdot a - q \cdot a \cdot 0,5 \cdot a;$$

$$M(1,5) = 8,75 \cdot 1,5 - 10 \cdot 1,5 \cdot 0,5 \cdot 1,5 = 1,875 \text{ (кН}\cdot\text{м)}.$$

Визначимо екстремум параболи:

$$R_{Ay} - q \cdot x_m = 0; x_m = R_{Ay} / q = 8,75 / 10 = 0,875 \text{ (м)}.$$

$$M(x_m) = M(0,875) = 8,75 \cdot 0,875 - 10 \cdot 0,875 \cdot 0,5 \cdot 0,875 = 3,828 \text{ (кН}\cdot\text{м)}.$$

Ділянка II $0 \leq x_2 \leq b$

$$M(x_2) = R_{Ay} \cdot (x_1 + a) - q \cdot a \cdot (0,5 \cdot a + x_2);$$

$$M(0) = R_{Ay} \cdot a - q \cdot a \cdot 0,5 \cdot a = 8,75 \cdot 1,5 - 10 \cdot 1,5 \cdot 0,5 \cdot 1,5 = 1,875 \text{ (кН}\cdot\text{м)};$$

$$M(b) = R_{Ay} \cdot (a + b) - q \cdot a \cdot (0,5 \cdot a + b);$$

$$M(4) = 8,75 \cdot (1,5 + 4) - 10 \cdot 1,5 \cdot (0,5 \cdot 1,5 + 4) = -23,125 \text{ (кН}\cdot\text{м)}.$$

Ділянка IV $0 \leq x_4 \leq d$ (з права ліворуч)

$$M(x_4) = -F \cdot x_4;$$

$$M(0) = 0; M(d) = -F \cdot d; M(2) = -20 \cdot 2 = -40 \text{ (кН}\cdot\text{м)}.$$

Ділянка III $0 \leq x_3 \leq c$ (з права ліворуч)

$$M(x_3) = -F \cdot (d + x_3) + R_{By} \cdot x_3 - q \cdot x_3 \cdot 0,5 \cdot x_3;$$

$$M(0) = -F \cdot d = -20 \cdot 2 = -40 \text{ (кН}\cdot\text{м)};$$

$$M(c) = -F \cdot (d + c) + R_{By} \cdot c - q \cdot c \cdot 0,5 \cdot c;$$

$$M(2,5) = -20 \cdot (2 + 2,5) + 51,25 \cdot 2,5 - 10 \cdot 2,5 \cdot 0,5 \cdot 2,5 = 6,875 \text{ (кН}\cdot\text{м)};$$

$$M(0,5 \cdot c) = M(1,25) = -20 \cdot (2 + 1,25) + 51,25 \cdot 1,25 - 10 \cdot 1,25 \cdot 0,5 \cdot 1,25 = -8,75 \text{ (кН}\cdot\text{м)}.$$

Значення $M(b) + M = -23,125 + 30 = 6,875$ (кН·м) для II ділянки збігається зі значенням $M(c) = 6,875$ (кН·м); для III ділянки, що підтверджує правильність розрахунків.

4) Вибір балки (двотавр)

З епюри згинальних моментів видно, що найбільш небезпечним є перетин наприкінці ділянки III (опора B). У цьому перетині $M_B = -40$ кНм. Для розрахунків нас цікавить тільки абсолютна величина згинаючого моменту M_{\max} , тому ми беремо модуль M_B : $M_{\max} = |M_B|$.

Балку вибираємо з умови $\sigma_{\max} \leq [\sigma] = 160$ МПа або $W_z > [W_z]$.

Мінімальне (припустиме) значення моменту опору балки визначається з умови:

$$[W_z] = M_{\max} / [\sigma] = 40 \cdot 10^3 / 160 \cdot 10^6 = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 250 \text{ см}^3.$$

ПРИМІТКА: $1 \text{ м}^3 = 1 \cdot 10^6 \text{ см}^3$.

По таблиці 3.2 вибираємо двотаврову балку №22а, для якої $W_z = 254 \text{ см}^3 > [W_z] = 250 \text{ см}^3$.

4. ЗАДАЧА №4

4.1 Указівки до розв'язку задачі №4

Вихід з ладу болтів, гвинтів і шпильок відбувається внаслідок розриву стрижня по різьбленню, ушкодження або руйнування різьблення. Крім того, у болтів і гвинтів іноді відбувається руйнування голівок.

З розрахунку на міцність визначається номінальний діаметр болта. Довжина болта приймається в залежності від товщини деталей, що з'єднуються. Інші розміри болта, а також гайки і шайби приймаються в залежності від діаметра різьблення відповідно стандартам. Розглянемо розрахунок болтових з'єднань, навантажених силами, що зсувають (поперечними) для двох варіантів:

- а) болтове з'єднання з зазором (рис. 4.1);
- б) болтове з'єднання без зазору (рис. 4.2).

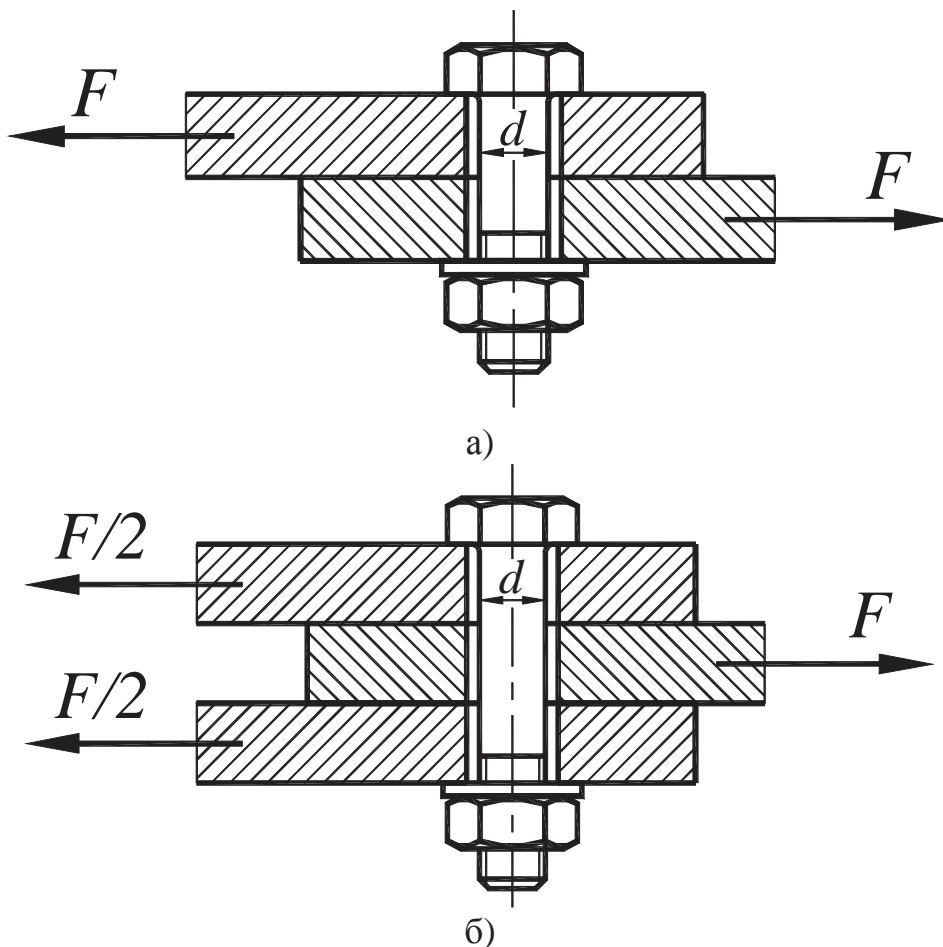


Рисунок 4.1 – Розрахункова схема болтового з'єднання з зазором

а) болтове з'єднання з зазором

Болт затягується такою силою затягування F_3 , щоб виникаюча при цьому сила тертя $F_{тр}$ на поверхні стику деталей, що з'єднуються, була більше зовнішньої поперечної сили, що зсуває F (рис. 4.1, а).

Умова міцності з'єднання:

$$F_3 \cdot f > F,$$

де f – коефіцієнт тертя між деталями, що з'єднуються; для чавунних і сталевих деталей $f = 0,15 \div 0,20$.

Для граничного випадку:

$$F_3 = F/f.$$

Розрахункова сила затягування:

$$F_p = 1.3F \cdot K_3 / f,$$

де числовий коефіцієнт 1.3 враховує напруги зкручування. Тоді:

$$\sigma_p = \frac{4 \cdot F_p}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 1.3 \cdot K_3 \cdot F}{\pi \cdot d^2 \cdot f} \leq [\sigma_p],$$

де $[\sigma_p]$ – напруга, що допускається, при розтяганні болта.

Відкіля діаметр болта в загальному випадку:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 1.3 \cdot K_3 \cdot F}{\pi \cdot [\sigma_p] \cdot f \cdot i}},$$

тому що для двох і більш стиків (рис. 4.1, б)

$$F = F / f \cdot i,$$

де i – число стиків.

б) болтове з'єднання без зазору

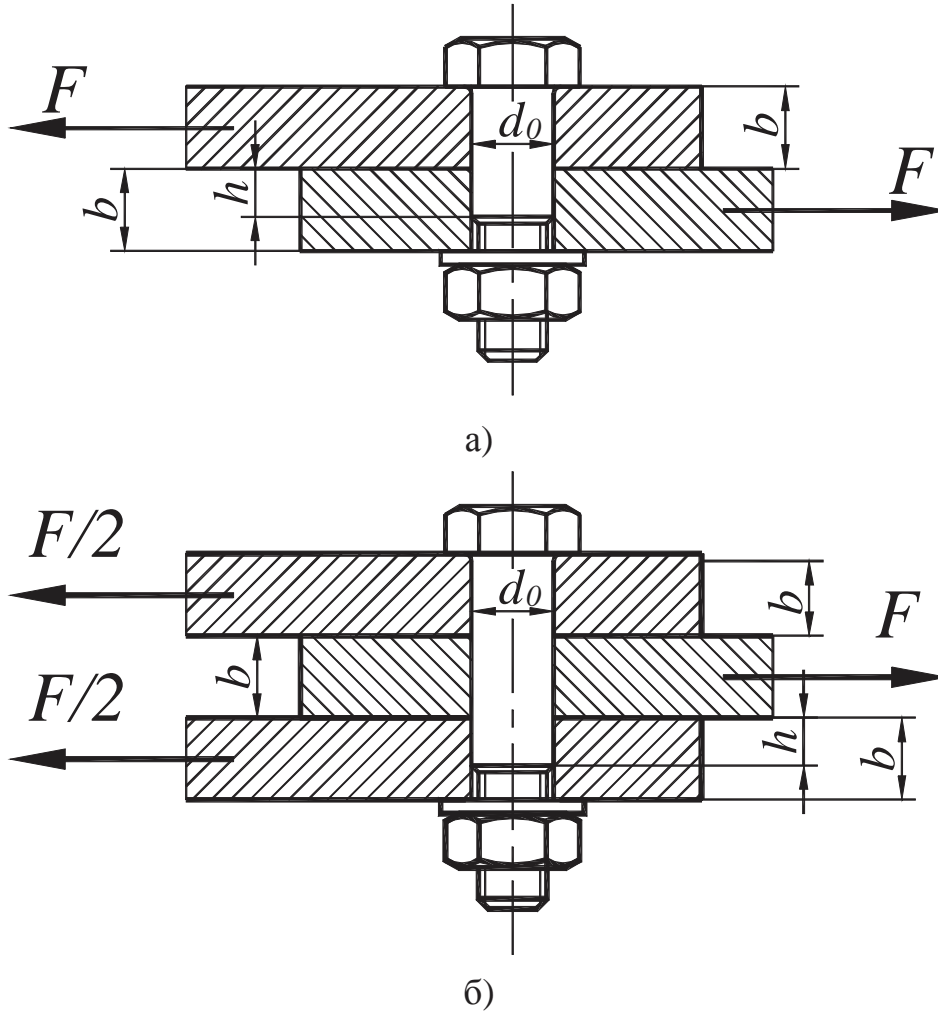


Рисунок 4.2 – Розрахункова схема болтового з'єднання без зазору

У цьому випадку (рис. 4.2, а) стрижень болта піддається напругам зрізу і зминання.

На зріз болт розраховують по наступній залежності:

$$\tau_3 = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d_0^2} \leq [\tau_c],$$

де d_0 – діаметр стрижня болта в небезпечному перерізі;
 $[\tau_3]$ – напруга, що допускається, на зріз.

Проектний розрахунок виконується по формулі:

$$d_0 = \sqrt{\frac{4 \cdot K_3 \cdot F}{\pi \cdot [\tau_3]}}.$$

Якщо порівняти цей варіант установки болтів з попереднім, то одержимо діаметр болта майже в 2 рази меншим, однак цей варіант застосовується не часто через складність забезпечення збирання з'єднання з групою болтів. Застосовувати з'єднання з болтами, поставленими без зазору можливо лише тоді, коли може бути забезпечені спільне розсвердлювання і розгорнення отворів деталей, що скріплюються.

Умова міцності на зминання:

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{F}{d_0 \cdot h} \leq [\sigma_{\text{зм}}],$$

де h – довжина частини стрижня болта, яка найбільш зминається (рис. 4.2, а);

$[\sigma_{\text{зм}}]$ – напруга, що допускається, на зминання.

Тоді

$$d_0 = \frac{F}{h \cdot [\sigma_{\text{зм}}]}.$$

Для двох і більш стиків необхідно враховувати максимальну величину сили, що викликає зминання, а також висоту ділянки, що мнеться. Наприклад, при розрахунку за схемою, представленою на рис. 4.2, б, потрібно розглянути два варіанти розрахунку на зминання:

$$1) \sigma_{\text{зм1}} = \frac{F/(i-1)}{d_0 \cdot b} \leq [\sigma_{\text{зм}}];$$

$$2) \sigma_{\text{зм2}} = \frac{F/i}{d_0 \cdot h} \leq [\sigma_{\text{зм}}],$$

де i – число стиків.

Розрахунок на зріз виконується по наступній залежності:

$$d_0 = \sqrt{\frac{4 \cdot K_3 \cdot F}{\pi \cdot i \cdot [\tau_3]}}$$

Розрахунок виконується для найбільш небезпечного випадку, тобто з отриманих діаметрів вибирають найбільший.

Приклад розв'язку задачі №4 дивиться в п. 4.3.

При виборі болтів необхідно враховувати:

а) ряд стандартних болтів

(М4, М5, М6, М8, М10, М12, М16, М20, М24);

б) ряд стандартних метричних різьблень для нестандартних болтів **(М4, М5, М6, М8, М10, М12, М14, М16, М18, М20, М22, М24);**

с) деякі геометричні параметри різьблень див. таблицю 4.

Таблиця 4 – Основні діаметри різьблень

$d=D$	$d_2=D_2$	$d_1=D_1$	$d=D$	$d_2=D_2$	$d_1=D_1$
2	1,740	1,567	18	16,376	15,294
2,2	1,908	1,713	20	18,376	17,294
2,5	2,208	2,013	22	20,376	19,294
3	2,675	2,459	24	22,051	20,752
3,5	3,110	2,850	27	25,051	23,752
4	3,546	3,242	30	27,727	26,211
4,5	4,013	3,688	33	30,727	29,211
5	4,480	4,134	36	33,402	31,670
6	5,350	4,918	39	36,402	34,670
7	6,350	5,918	42	39,077	37,129
8	7,188	6,647	45	42,077	40,129
9	8,188	7,647	48	44,752	42,587
10	9,026	8,376	52	48,752	46,587
11	10,026	9,376	56	52,428	50,046
12	10,863	10,106	60	56,428	54,046
14	12,701	11,835	64	60,103	57,505
16	14,701	13,835	68	64,103	61,505

4.2 Вихідні дані для задачі №4

Для заданої розрахункової схеми болтового з'єднання (вихідні дані задачі приведені в таблиці 4.1 і 4.2 нижче) потрібно визначити діаметр болта і метричного різьблення.

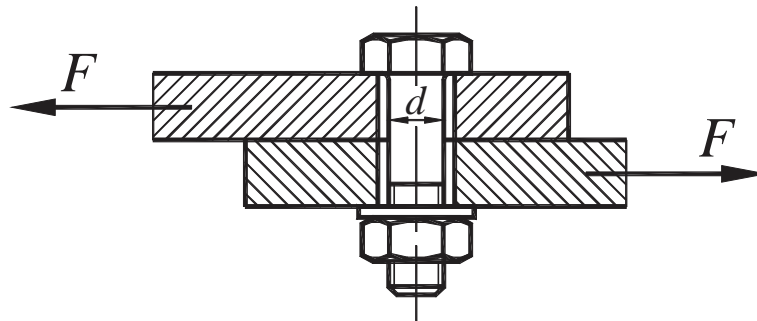


Схема 1

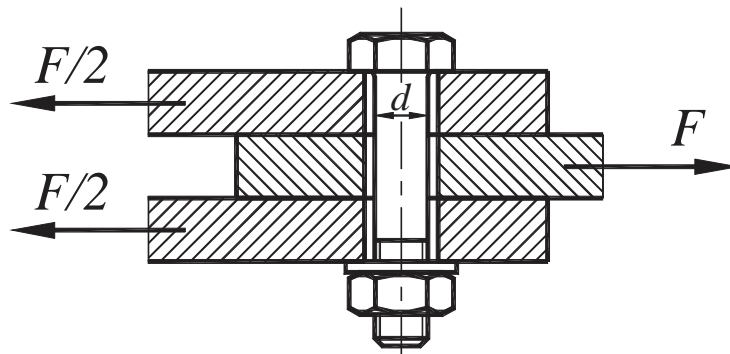


Схема 2

Рисунок 4.3 – Розрахункові схеми болтового з'єднання з зазором

Таблиця 4.1 – Вихідні дані до схеми 1 і 2

Найменування	Обзнач., од. вим.	Варіанти									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Величина сили	F , кН	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5
Коефіцієнт тертя між деталями	f	0,15	0,24	0,17	0,28	0,19	0,2	0,21	0,25	0,23	0,24
Коефіцієнт запасу	K_3	1,2	1,24	1,28	1,32	1,36	1,4	1,44	1,48	1,5	1,3
Напруга, що допускається	$[\sigma_p]$, МПа	100	110	105	120	115	130	125	140	135	150

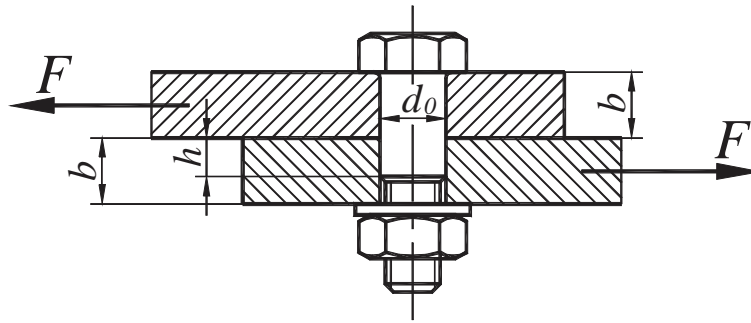


Схема 3

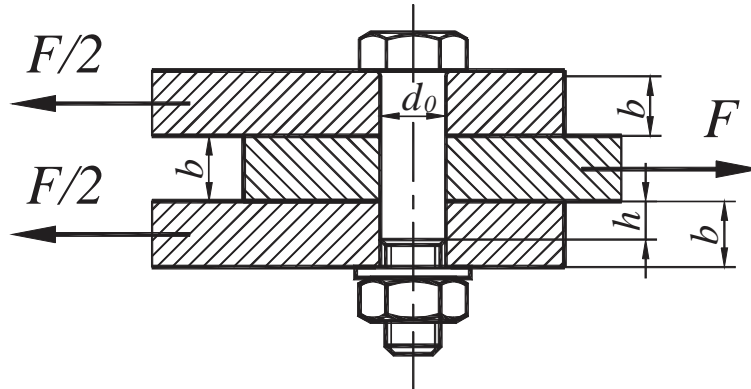


Схема 4

Рисунок 4.4 – Розрахункова схема болтового з'єднання без зазору

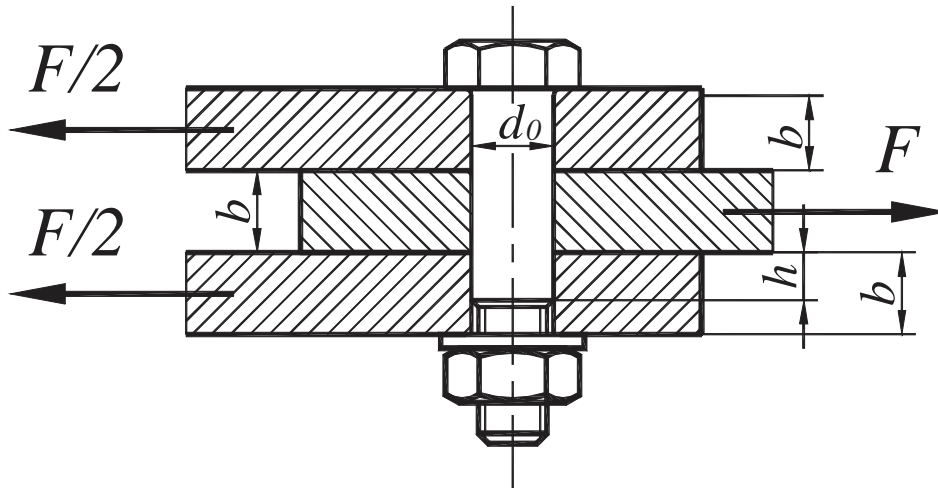
Таблиця 4.2 – Вихідні дані до схеми 3 і 4

Найменування	Обознач., од. вим.	Варіанти									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Величина сили	F , кН	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5
Коефіцієнт запасу	K_3	1,2	1,24	1,28	1,32	1,36	1,4	1,44	1,48	1,5	1,3
Напруга на зріз, що допускається	$[\tau_3]$, МПа	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64
Напруга на зминання, що допускається	$[\sigma_{зм}]$, МПа	100	110	105	120	115	130	125	140	135	150
Товщина деталей, які з'єднуються	b , мм	20	24	22	16	18	20	22	24	26	28
Відношення довжини на зминання до товщині деталі	h/b	0,6	0,7	0,8	0,7	0,6	0,7	0,8	0,7	0,6	0,8

4.3 Приклад розв'язку задачі №4

Вихідні дані:

$$F=10 \text{ кН}; K_3 = 1.5; [\tau_3]=80 \text{ МПа}; [\sigma_{3M}]=100 \text{ МПа}; b = 25; h/b = 0,9.$$



Розрахунок діаметра болта потрібно виконувати на зріз і зминання, тому що болт установлений без зазору.

Проектний розрахунок виконується по формулі:

$$d_0 = \sqrt{\frac{4 \cdot K_3 \cdot F}{\pi \cdot i \cdot [\tau_3]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,5 \cdot 10 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 2 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 0,0109 \text{ (м)}.$$

Приймаємо діаметр болта $d_0 = 11 \text{ мм}$.

Зробимо розрахунок на зминання. При розрахунку за заданою схемою потрібно розглянути два варіанти розрахунку:

$$1) \sigma_{3M1} = \frac{F/(i-1)}{d_0 \cdot b} \leq [\sigma_{3M}];$$

$$2) \sigma_{3M2} = \frac{F/i}{d_0 \cdot h} \leq [\sigma_{3M}].$$

Тоді необхідний по зминанню діаметр:

$$1) d_0 = \frac{F/(i-1)}{b \cdot [\sigma_{3M}]} = \frac{10 \cdot 10^3 / (2-1)}{0,025 \cdot 100 \cdot 10^6} = 0,004 \text{ (м)} = 4 \text{ (мм)};$$

$$2) d_0 = \frac{F/i}{h \cdot [\sigma_{3M}]} = \frac{10 \cdot 10^3 / 2}{0,9 \cdot 0,25 \cdot 100 \cdot 10^6} = 0,0022 \text{ (м)} = 2,2 \text{ (мм)},$$

а проектний діаметр (по зрізу) $d_0 = 11 \text{ (мм)} > 4 \text{ (мм)}$

Остаточно приймаємо діаметр болта $d_0 = 11 \text{ (мм)}$, а діаметр різьблення цього болта М10.

Література

1. Заблонский К. И. и др. Прикладная механика. – Киев, 1984.
2. Иосилевич Г. Б. и др. Прикладная механика. – М.: Машиностроение, 1985.
3. Осецкий В. И. и др. Прикладная механика. – М.: Машиностроение, 1977.
4. Гречко Л. П. Рычажные механизмы, передачи и зацепления. – Харьков, 2000.
5. Гречко Л. П. Синтез механизмов и динамика машин. – Харьков, 1998.
6. Яблонский А. А. Курс теоретической механики (части 1 и 2). – М.: Высшая школа, 1977.
7. Писаренко Г. С. и др. Сопротивление материалов. – Киев: Высшая школа, 1975.

Навчальне видання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до РГР, СРС та практичних занять
для студентів денної та заочної форм навчання
з дисципліни «Технічна механіка»
напряму «Транспортні технології» 6.070101,
з дисципліни «Прикладна механіка»
напряму «Електромеханіка» – 6.050702

Укладачі: ПЕРЕГОН Володимир Андрійович,
ЯНЮТИН Євген Григорович,
ВОРОПАЙ Олексій Валерійович,
ШАРАПАТА Андрій Сергійович

Відповідальний за випуск *О.О. Коряк*

Авторська редакція

Комп'ютерна верстка *О.В. Воропай*