

Тема: Расчет валов на жесткость и колебания.

Содержание:

1. Расчет валов на жесткость.
2. Расчет валов на колебание.
3. Контрольные вопросы.

**1. Расчет валов на жесткость.**

Потребная жесткость определяется условиями правильной работы передач и подшипников. Прогибы валов мало сказываются на работе передач гибкой связью (ременных и цепных передач), поэтому их валы не рассчитывают на жесткость. Упругие перемещения валов зубчатых передач вызывают взаимный наклон колес и концентрацию напряжений по длине зубьев, а также вызывают раздвигание осей – неблагоприятные для передач Новикова. Для работы подшипников жесткость валов тоже важна. Угол наклона упругой линии в опоре вала  $\beta$  (в рад.) выбирают равным  $\frac{1}{2}$  диаметральному зазору в подшипнике, деленному на длину подшипника – это упрощенный расчет.

Особенно важно это для роликоподшипников.

В последнее время ролики делают бомбиной – бочкообразные, что снижает чувствительность подшипника к переносам.

Существует эмпирическая зависимость допустимых прогибов  $y$  и углов наклона упругих линий валов  $\beta$ .

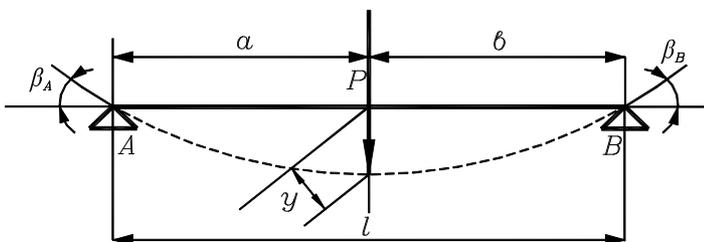


Рис. 15.1 Схема вала для расчета на жесткость

$$[y] = (0,0002 \div 0,0003) l$$

$$[y] = 0,01 m \text{ – под шестерней.}$$

$$[\beta] = 0,001 \text{ рад. под шестерней и в подшипнике скольжения.}$$

$$[\beta] = 0,01 \text{ – в радиальном шарикоподшипнике.}$$

$$[\beta] = 0,05 \text{ – в сферическом шарикоподшипнике.}$$

$y$  и  $\beta$  - определяются методами сопротивления материалов.

Для простых случаев в справочниках есть готовые формулы (вал рассматривается как брус постоянного приведенного сечения).

Для расчета ступенчатых валов и при сложных нагружениях следует пользоваться интегралами Мора.

Например, для случая изображенного на схеме из справочника:

$$y = \frac{Pa^2b^2}{3EI}; \quad \beta_A = \frac{Pab(l+b)}{6EI}; \quad \beta_B = \frac{Pab(l+a)}{6EI}.$$

Потребная крутильная жесткость валов определяется различными критериями.

Упругие угловые деформации, например, ходовых валов тяжелых станков допускает до 5' на 1 м длины.

В трансмиссионных валах механизмов перемещения мостовых кранов допускается угол до 15-20' на 1 м длины.

Для вала-шестерни – крутильная эластичность вала приводит к концентрации напряжений по длине зубьев.

Для большинства валов крутильная жесткость не играет существенной роли и проверять валы на жесткость нет необходимости.

Часто допускают 30' на 1 м длины – в технической литературе.

Угол закручивания обратно пропорционален четвертой степени диаметра вала, а напряжение – кубу d – отсюда, для малых d – большие углы закручивания.

Угол закручивания цилиндрического участка вала

$$\varphi = \frac{T \cdot l}{GI_0},$$

где T – крутящий момент;

l – длина вала;

G – модуль сдвига;

I<sub>0</sub> – полярный момент инерции сечения вала.

Для уменьшения y и β следует детали, посаженные на вал, располагать поближе к опорам, облегчать конструкции шкивов.

## 2. Расчеты валов на колебания.

Оказывается, иногда недостаточно рассчитывать вал на прочность и жесткость.

При определенных скоростях вращения могут возникнуть опасные поперечные или крутильные резонансные колебания, которые могут привести к разрушению вала. В 1973 году в «Литературной газете» описывался случай разрушения вала ротора турбины мощностью 300 тыс. кВт. После разрушения, части ротора весом в несколько тонн разлетелись на несколько километров.

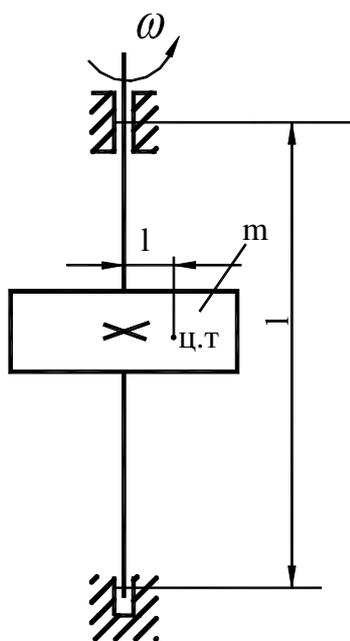
Из сопромата вам известно понятие устойчивости стержня под действием осевых нагрузок.



При некотором значении  $P=P_{кр}$ . наступает потеря устойчивости.

Рассмотрим вращающийся с угловой скоростью  $\omega$  вал по следующей схеме.

Рис. 15.2 Схема стержня при расчете на устойчивость



Масса диска  $m$ , массой вала пренебрегаем, т.к. она значит  $\ll m$ .

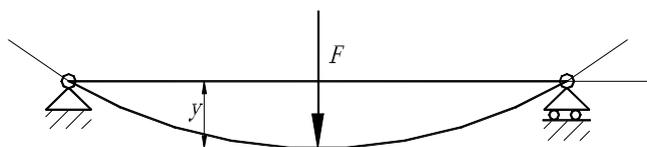
При вращении вала возникает центробежная сила  $F = m\omega^2 \cdot l$ , которая в свою очередь вызовет дополнительный прогиб вала на величину  $y$ . С увеличением  $\omega$ , центробежная сила и прогиб будут все возрастать, но до каких пор?

Приведем случай к схеме прогиб вала определим по формуле:

$$y = \frac{Fl^3}{48EI} = \frac{F}{C},$$

Рис. 15.3 Схема вращающегося диска

где  $C = \frac{48EI}{l^3}$  – жесткость вала.



$F = m\omega^2 (y + l)$  – центробежная сила.

Тогда  $y = \frac{m\omega^2 (y + l)}{C}$ . Решим это уравнение относительно  $y$  в явном виде

Рис. 15.4 Схема вала для расчета на колебания

$$Cy = m\omega^2 y + m\omega^2 l,$$

$$y = \frac{m\omega^2 l}{C - m\omega^2}.$$

Сократим числитель и знаменатель на  $m\omega^2$ .

$$y = \frac{l}{\frac{C}{m\omega^2} - 1}.$$

Известно, что собственная круговая частота вала:  $\omega_{кр.} = \sqrt{\frac{C}{m}}$ , тогда можем записать

$$y = \frac{l}{\frac{\omega_{кр.}^2}{\omega^2} - 1}.$$

При  $\omega = \omega_{кр.}$   $y \rightarrow \infty$ , т.е. прогиб вала бесконечно растет. Это и означает разрушение вала.

Построим график  $y=f(\omega)$ .

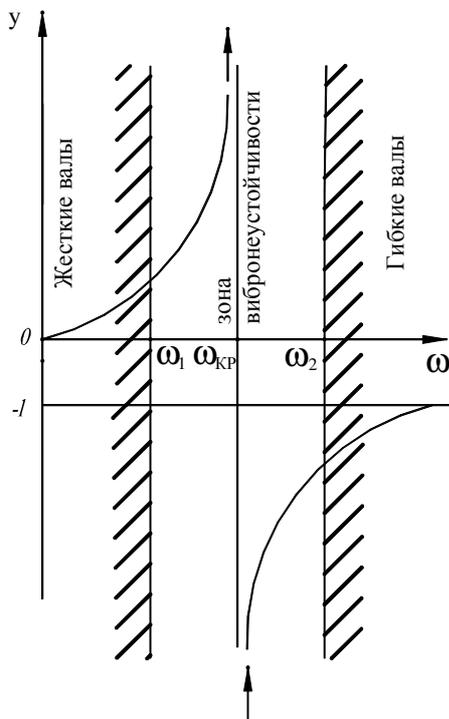


Рис. 15.5 Зависимость  $y=f(\omega)$

Нельзя допускать  $\omega = \omega_{кр.}$ . Это и есть условие виброустойчивости. Надо так спроектировать вал, чтобы:

1.  $\omega_1 < \omega_{кр.}$
2.  $\omega_2 > \omega_{кр.}$

Во втором случае разгон вращающегося вала должен осуществляться очень быстро, иначе может возникнуть опасность появления резонансных колебаний.

Принимается обычно

$$\omega_{кр.} K \leq \omega \leq \frac{\omega_{кр.}}{K},$$

где  $K=1,3$  — обычно принимается, но в принципе значение  $K$  — выбирает конструктор. Это зависит от точности расчетной схемы и расчетов.

При многомассовых валах имеется несколько критических частот вращения.

В этом случае условие виброустойчивости будет выражено в виде

$$\frac{\omega_{кр \cdot i}}{K_i} \geq \omega \geq \omega_{кр \cdot i} \cdot K_i.$$

При  $\omega > \omega_{кр}$ . отклонение вала  $y$  направленно противоположно  $l$  и при  $\omega \gg \omega_{кр}$ .  $y \rightarrow -l$ , т.е. за критической зоной центр тяжести несбалансированной массы приближается к геометрической оси вращения.

Это явление используется в высокоскоростных машинах, когда для сохранения устойчивости устанавливают гибкий вал с низкой собственной частотой  $\omega_{кр}$ .

При действии переменных крутящих моментов в системе возбуждаются крутильные колебания, которые можно проанализировать подобным же образом.

Если частота действия переменной составляющей  $T$  совпадает с критической частотой, вал закручивается (согласно формул) на бесконечно большие углы и при этом теряется устойчивость вала.

### **3. Контрольные вопросы.**

1. От чего зависит жесткость вала ?
2. Как определяется прогиб вала ?
3. Как определяется угол закручивания вала ?
4. Как влияет жесткость вала на работу подшипников ?
5. Что такое потеря устойчивости стержня ?
6. Условие виброустойчивости вала.
7. Что такое критическая частота вращения ?