

Лекція 20

Тема: Діаграма енергомас

- Зміст: 1. Чинники, що впливають на закон руху машини.
2. Застосування рівняння руху в інтегральній та диференціальній формах.
3. Побудова діаграми енергомас. Їх властивості.
4. Визначення закону руху головного вала машини.
5. Контрольні запитання.

1. Чинники, що впливають на закон руху машини

Закон руху машини залежить від двох чинників: від зміни роботи зовнішніх сил, що діють на ланки механізмів машини, і від зміни інертності машини.

Перший чинник може бути поданий інтегралом зведеної сили $P_{зв}$ по шляху точки A , у якій вона прикладена, тобто по dS_A .

Другий чинник може бути поданий зведеною масою $m_{зв}$, що і несе в собі інформацію про сукупну інертність відкинутих рухомих ланок механізмів машини.

Як уже було відзначено, зручніше користуватися другою динамічною моделлю машини (рис. 2. 1б), відповідно до котрої перший чинник будемо мати у вигляді інтеграла $M_{зв}$ по $d\varphi$, а другий чинник - у вигляді $J_{зв}$.

При вирішенні інженерних задач виникають ситуації, коли не всі зовнішні сили, що діють на ланки механізмів машини, відомі.

Так, наприклад, при проектному розрахунку машини необхідно вирішувати задачу вибору потужності двигуна для здійснення заданого робочого процесу.

У цьому випадку зовнішні сили корисного опору будуть відомі, а зовнішні рушійні сили - невідомі. Оскільки робочий процес, як правило, здійснюється в усталеному режимі руху, коли швидкість обертання головного вала в середньому не змінюється, виникає можливість скористатися умовою рівності за цикл роботи сил рушійних A_y^p і роботи сил опору A_y^o :

$$A_y^p = A_y^o . \quad (2.6)$$

Інакше цю умову можна записати так

$$\Delta A_y = A_y^p - A_y^o = 0. \quad (2.7)$$

Протягом циклу рівності A^p й A^o , як правило, не спостерігається.

Різниця $\Delta A = A^o - A^p$ називається надлишковою роботою.

Надлишкова робота ΔA переходить (без урахування тертя) в зміну кінетичної енергії

$$\Delta A = \Delta E. \quad (2.8)$$

2. Застосування рівняння руху в інтегральній формі

Останній вираз ($\Delta A = \Delta E$) у теоретичній механіці називається законом живих сил або законом кінетичної енергії, що є фактично рівнянням руху машини в інтегральній формі. Воно справедливе як при усталеному, так і при неусталеному русі. І, якщо відомі всі зовнішні сили, в тому числі сили рушійні і сили опору, рівняння (2.8) дозволяє визначити закон руху машини, яким би він не був - усталеним або неусталеним.

Усе ж усталений рух, як основний режим руху машини, більш інформативний. Його розгляд дозволяє вирішувати такі інженерні задачі, як вибір потужності і характеристик двигуна машини, як розрахунок додаткових махових мас, установлених, як правило, на головному валі машини для обмеження нерівномірності ходу машини, як вибір типу і характеристик відцентрового регулятора руху та деякі інші.

Відзначимо ще одну обставину, пов'язану з урахуванням сил тяжіння ланок.

У швидкісних машинах сили тяжіння ланок можуть не враховуватися, тому що вони мають другий або навіть третій порядок малості в порівнянні з заданими зовнішніми силами і виникаючими при роботі інерційними динамічними навантаженнями.

У середньошвидкісних і тихохідних машинах із масивними ланками їхні сили тяжіння можуть бути сумірні з зовнішніми силами і динамічними інерційними навантаженнями. У цьому випадку не враховувати сили тяжіння ланок не можна, тому що, не впливаючи на середню швидкість усталеного руху, вони будуть впливати на закон руху головного вала машини в межах циклу, тобто на нерівномірність ходу машини.

Рушійні сили за цикл виконують додатну роботу.

Сили опору за цикл виконують від'ємну роботу.

Сили тяжіння за цикл, як сили потенційні, не виконують ніякої роботи. На окремих ділянках руху всередині циклу сили тяжіння можуть бути рушійними (коли центри мас ланок опускаються). На інших ділянках - вони можуть бути силами опору (коли центри мас ланок піднімаються).

Тому сили тяжіння можна приєднати умовно як до відомих рушійних сил, так і до відомих сил опору.

3. Побудова діаграми енергомас. Її властивості

Графік залежності кінетичної енергії E машини від її зведеної маси

m_{36} або від її зведеного моменту інерції J_{36} називається діаграмою енергомас (діаграмою Віттенбауера - по імені німецького вченого, що розробив цей метод розрахунку руху машин).

Діаграма енергомас називається повною, якщо вона враховує повну кінетичну енергію E машини і її повний зведений момент інерції J_{36}^{Σ} , і неповною (або урізаною) - якщо на діаграмі подана частина кінетичної енергії (ΔE) та деяка часткова величина J_{36} .

Прийнято J_{36}^{Σ} подавати як таку величину, яка складається з двох частин

$$J_{36}^{\Sigma} = J_{36}^I + J_{36}^{II},$$

де J_{36}^I - зведений момент інерції ланок I-ї групи, що володіє сталістю ($J_{36}^I = const$),

J_{36}^{II} - зведений момент інерції ланок II-ї групи, що має змінну величину ($J_{36}^{II} = var$).

Надалі під J_{36} будемо розуміти тільки J_{36}^{II} , а J_{36}^I будемо індексувати просто як J^I .

Урізана діаграма енергомас, що враховує тільки ланки другої групи, будується в тих випадках, коли ще невідомі махові маси головного вала машини, а також рушійний момент, або коли машина характеризується невеликою зміною кінетичної енергії ΔE при великому значенні середньої величини її кінетичної енергії.

Для побудови урізаної діаграми енергомас варто виконати зведення мас ланок важільного механізму машини, що володіє змінним J_{36} , в n положеннях механізму.

Для цих же n положень механізму варто здійснити зведення заданих зовнішніх сил (приклад зведення мас і сил див. у задачі 2.1).

На підставі знайдених n значень P_{36}^o знайдемо також n значень

$$M_{36}^o = P_{36}^o \cdot l_{OA} (H_M)$$

і побудуємо графік (рис. 2.3)

$$M_{36}^o = f_I(\varphi),$$

де φ - кут повороту кривошипного вала машини.

Нижче приведено приклад побудов для робочої машини-знаряддя, що споживає для здійснення робочого процесу енергію від двигуна з невідомим постійним, зведеним до головного вала, моментом рушійних сил M_{36}^P .

Після графічного інтегрування M_{36}^o по $d\varphi$ одержимо графік залежності

$$A^o = f_2(\varphi).$$

При цьому сили опору за цикл виконують від'ємну роботу A_{φ}^o .

Для здійснення усталеного руху машин рушійні сили повинні будуть виконати таку ж, тільки додатну, роботу

$$A_{\varphi}^p = A_{\varphi}^o.$$

Тому що момент рушійних сил за умовою постійний, робота рушійних сил A^p протягом циклу буде змінюватися по лінійному закону.

Диференціювання графіка A^p дозволяє визначити невідомий момент рушійних сил M_{36}^p , зведений до головного вала машини.

Якщо з точки O^* , що відстоїть униз від точки O на відстані $(-M_{36}^p)$ провести нову вісь φ^* , то графік M_{36}^o у системі координат (M_{36}, O^*, φ^*) буде графіком сумарно зведеного моменту M_{36}^{Σ} всієї сукупності сил (рушійних і опору), що діють на ланки механізмів машини.

Цей графік нижче буде використано при підрахунку кутового прискорення головного вала по рівнянню руху в диференціальній формі.

Далі виконаємо вирахування з роботи рушійних сил A^o роботи сил опору A^c . В результаті матимемо залежність

$$\Delta A = f_3(\varphi).$$

Вирахування можна виконати графічно. Для цього необхідно з початку координат O другого графіка залежності $A^c = f_2(\varphi)$ провести лінію $(-A^o)$, від якої у вертикальних напрямках до кривої A^c і одержимо шукані значення ΔA_i (тут $i=0, 1, 2, 3, \dots, 11, 12$).

На підставі зведення мас побудуємо четвертий графік залежності

$$J_{36} = f_4(\varphi),$$

де

$$J_{36} = m_{36} \cdot l_{OA}^2.$$

На рис. 2.3 графік $J_{36} = f_4(\varphi)$ розташований так, щоб можна було графічно шляхом виключення аргументу φ із третього і четвертого графіків побудувати п'ятий графік

$$\Delta E = f_5(J_{36}).$$

Побудови ясні з рисунка. Однойменні промені з третього і четвертого графіків у перетинаннях дають вузлові точки урізаної діаграми енергомас.

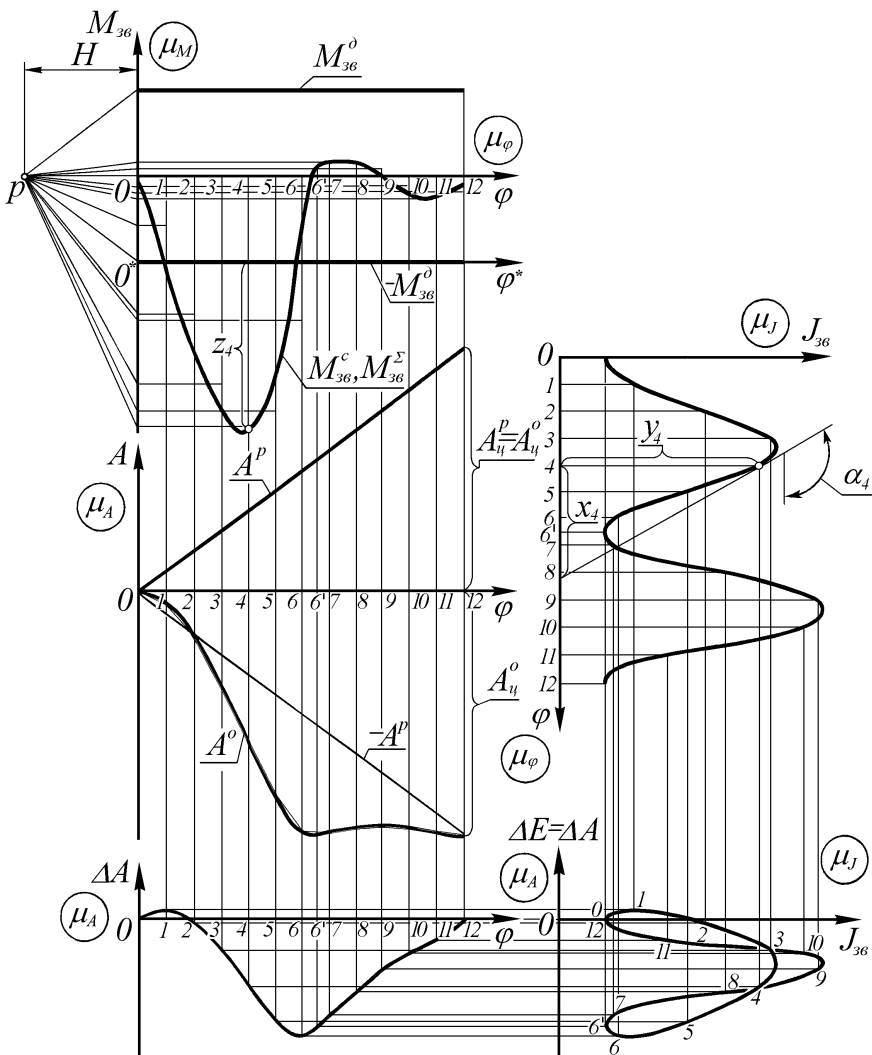


Рис. 2.3. Побудова урізаної діаграми енергомас

Для побудови повної діаграми енергомас необхідно використовувати урізану діаграму, тільки її осі потрібно зрушити: вісь ΔE - зрушити вліво на величину J^I (в масштабі μ_J), а вісь J_{36} - зрушити униз на величину E_0 (в масштабі μ_A). Самий вигляд петлі Вітгенбауера при цьому ніяк не зміниться, тому що $J^I = \text{const}$ і $E_0 = \text{const}$.

На рис. 2.4 показана повна діаграма енергомас, побудована в такий

спосіб. Діаграма дозволяє визначити кутову швидкість ω_i головного вала машини в будь-якому i -му її положенні.

Запишемо для довільної i -ої точки петлі (i -го положення машини) значення

$$\operatorname{tg} \psi_i = \frac{a_i}{b_i},$$

де ψ_i - кут між віссю J_{36}^Σ і променем, що йде з точки O в точку i петлі;

$a_i = E_i / \mu_A$ - відрізок у мм, що зображає повну кінетичну енергію машини E_i в i -му положенні;

$b_i = J_i^\Sigma / \mu_J$ - відрізок у мм, що зображає повний зведений момент інерції машини J_{36i}^Σ в i -му положенні.

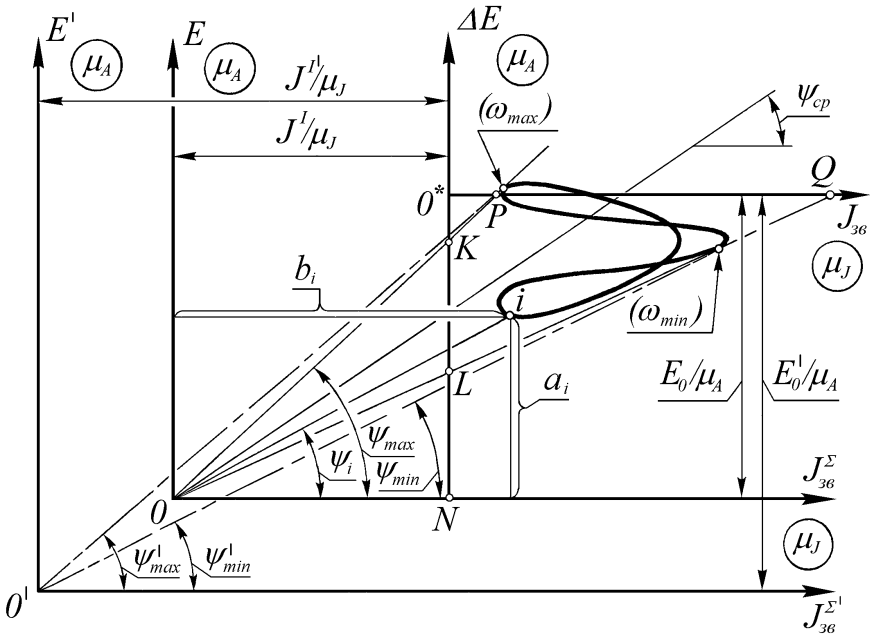


Рис. 2.4. Повна діаграма енергомас

4 Визначення закону руху головного вала машини

Для динамічної моделі машини можна записати

$$E_i = \frac{J_{36i}^{\Sigma} \cdot \omega_i^2}{2}.$$

Тоді

$$\operatorname{tg} \psi_i = \frac{J_{36i}^{\Sigma} \cdot \omega_i^2 \cdot \mu_1}{2 \cdot \mu_A \cdot J_{36i}^{\Sigma}} = \frac{1}{2} \omega_i^2 \frac{\mu_1}{\mu_A}. \quad (2.9)$$

Звідси

$$\omega_i = \sqrt{\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \psi_i \cdot \mu_A}{\mu_1}}. \quad (2.10)$$

Вимірявши кути ψ_i у всіх n положеннях машини можна підрахувати значення ω_i для цих положень. Потім можна побудувати графік залежності $\Delta\omega = f_6(\varphi)$ (рис. 2.5).

Зауважимо, що тому, що ω головного вала змінюється незначно, графік зміни її повної величини був би ненаглядним.

Більш наглядним є графік $\Delta\omega = \Delta\omega(\varphi)$, де $\Delta\omega_i = \omega_i - \omega_0$.

Продиференціювавши графічно графік $\Delta\omega$, можна одержати графік аналога кутового прискорення головного вала машини $d\omega/d\varphi = f_7(\varphi)$.

Потім знаходять кутове прискорення головного вала машини

$$\varepsilon_i = \left(\frac{d\omega}{d\varphi} \right)_i \cdot \omega_i. \quad (2.11)$$

Графіки аналога кутового прискорення $d\omega/d\varphi = f_7(\varphi)$ і кутового прискорення $\varepsilon = f_8(\varphi)$ головного вала машини показані на рис. 2.5 нижче графіка $\Delta\omega = f_6(\varphi)$.

Діаграма енергомас (рис. 2.3) дозволяє також установити так званий ступінь нерівномірності ходу машини δ .

Якщо з початку координат O повної діаграми енергомас провести дві дотичні до петлі під кутами ψ_{max} і ψ_{min} , тоді, використовуючи формули

$$\operatorname{tg} \psi_{max} = \frac{1}{2} \omega_{max}^2 \frac{\mu_1}{\mu_A} \quad (2.12)$$

$$\operatorname{tg} \psi_{min} = \frac{1}{2} \omega_{min}^2 \frac{\mu_1}{\mu_A}, \quad (2.13)$$

можна підрахувати максимальну ω_{max} і мінімальну ω_{min} кутові швидкості головного вала.

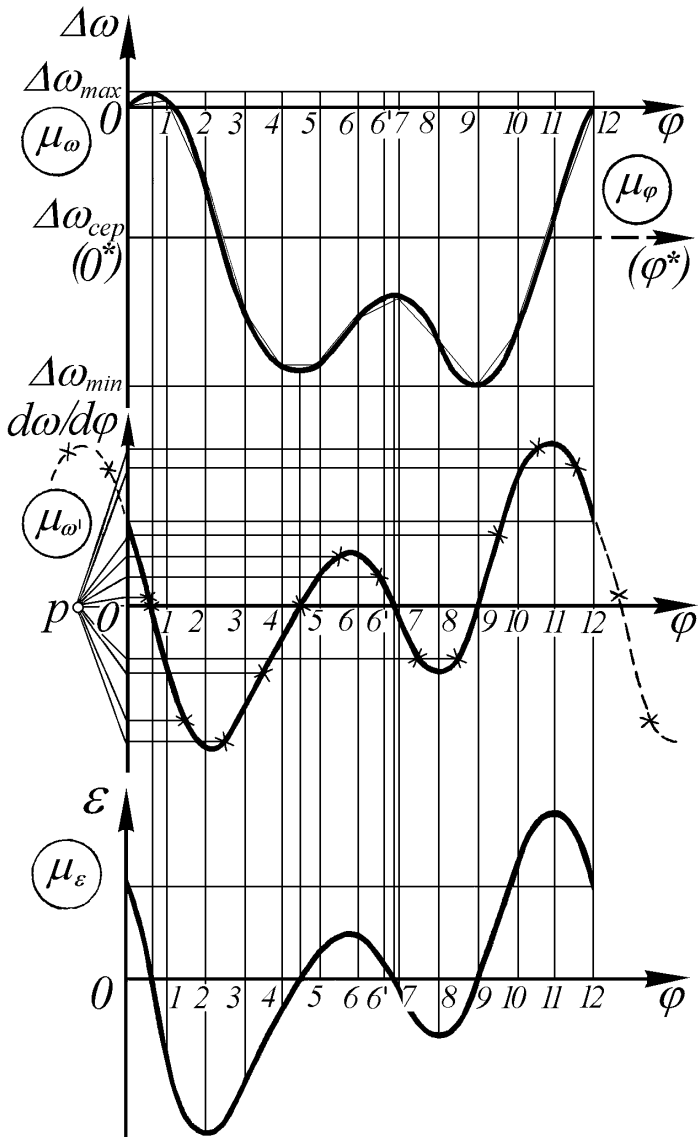


Рис. 2.5. Залежності зміни кутової швидкості ($\Delta\omega$) і кутового прискорення (ε) головного вала машини

Нерівномірність ходу машини прийнято характеризувати ступенем (коефіцієнтом) нерівномірності ходу машини δ , що підраховується за формулою

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{сеп}}} . \quad (2.14)$$

Середню кутову швидкість головного вала машини $\omega_{\text{сеп}}$ звичайно підраховують за наближеною формулою

$$\omega_{\text{сеп}} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2} . \quad (2.15)$$

На графіку $\Delta\omega$ (рис. 2.5) показані значення $\Delta\omega_{\max}$, $\Delta\omega_{\min}$ і $\Delta\omega_{\text{сеп}}$, відповідно рівні

$$\Delta\omega_{\max} = \omega_{\max} - \omega_0, \quad (2.16)$$

$$\Delta\omega_{\min} = \omega_{\min} - \omega_0, \quad (2.17)$$

$$\Delta\omega_{\text{сеп}} = \omega_{\text{сеп}} - \omega_0. \quad (2.18)$$

Тут $\Delta\omega_{\text{сеп}}$ дорівнює середній величині між $\Delta\omega_{\max}$ і $\Delta\omega_{\min}$.

Іноді графік $\Delta\omega = f_0(\varphi)$ будують, вважаючи

$$\Delta\omega_i = \omega_i - \omega_{\text{сеп}},$$

тоді:

$$\Delta\omega_{\max} = \omega_{\max} - \omega_{\text{сеп}}, \quad (2.19)$$

$$\Delta\omega_{\min} = \omega_{\min} - \omega_{\text{сеп}} \quad (2.20)$$

Зауважимо, що маючи тільки графік $\Delta\omega$ і знаючи величину $\omega_{\text{сеп}}$, можна використовуючи формули (2.16), (2.17) зробити підрахунок величин ω_{\max} і ω_{\min} , а потім по формулі (2.14) підрахувати величину коефіцієнта нерівномірності ходу машини δ .

5. Контрольні запитання

1. Від чого залежить закон руху головного вала машини?
2. Які властивості має діаграма енергомас?
3. Чим відрізняється від повної урізана діаграма енергомас?
4. У чому полягає умова усталеного руху машини?
5. Назвіть причини нерівномірного обертання головного вала машини.
6. Як визначити кутову швидкість головного вала машини в будь-якому його положенні по діаграмі енергомас?
7. Як можна визначити кутове прискорення \mathcal{E} головного вала машини по заданій діаграмі його кутової швидкості ω у залежності від кута повороту φ ?
8. Що таке ступінь (коефіцієнт) нерівномірності ходу машини?
9. Як визначається середня кутова швидкість головного вала машини?