

## Лекція 17

### Тема: Особливості кіничного евольвентного зачеплення

Зміст:

1. Геометрія кіничного колеса і кіничного зачеплення.
2. Наближене профілювання кіничних евольвентних коліс.
3. Особливості покращання кіничного евольвентного зачеплення.
4. Сили в кіничному прямозубому і косозубому зачепленні.
5. Контрольні запитання.

#### 1. Геометрія кіничного колеса і кіничного зачеплення

Як уже говорилося в попередніх лекціях, за допомогою кіничних зубчастих коліс здійснюється передача між пересічними осями валів під кутом  $\delta$  (як правило,  $\delta=90^\circ$ ).

Це просторова передача.

Евольвентні теоретично правильні профілі кіничних зубців утворюються на сферичній поверхні (рис. 4.38).

Кінематика кіничного зачеплення і деякі питання зовнішньої геометрії кіничних коліс були описані в пункті 3.1.

Важливо ще раз підкреслити, що правильне кіничне евольвентне зачеплення може бути здійснене тільки при збігу уявлених вершин початкових конусів зачіплюваних зубчастих коліс (т.  $O$ , рис. 3.6 та рис. 4.38).

Цю вимогу можна виконати, тільки передбачивши осьове регулювання обох коліс.

Якість регулювання оцінюється за формою так званої плями контакту зубців.

Регулювання є непростою операцією.

Якщо пригадати, що виготовлення кіничних зубчастих коліс більш складне (в порівнянні з виготовленням циліндричних зубчастих коліс, які до того ж не потребують осьового регулювання), то кіничне зачеплення перед циліндричним явно програє.

Проте, у силу монтажних вимог по розташуванню двигунів і виконавчих механізмів кіничне зачеплення знаходить широке застосування.

Усе ж варто підкреслити: якщо можна обійтися застосуванням циліндричних зубчастих коліс, то краще кіничне зачеплення не застосовувати.

Нижче розглянемо особливості кінцевого евольвентного зачеплення на прикладі коліс із прямими зубцями з деякими зауваженнями, що відносяться до непрямокутих кінчних коліс.

## 2. Наближене профілювання кінчних евольвентних коліс

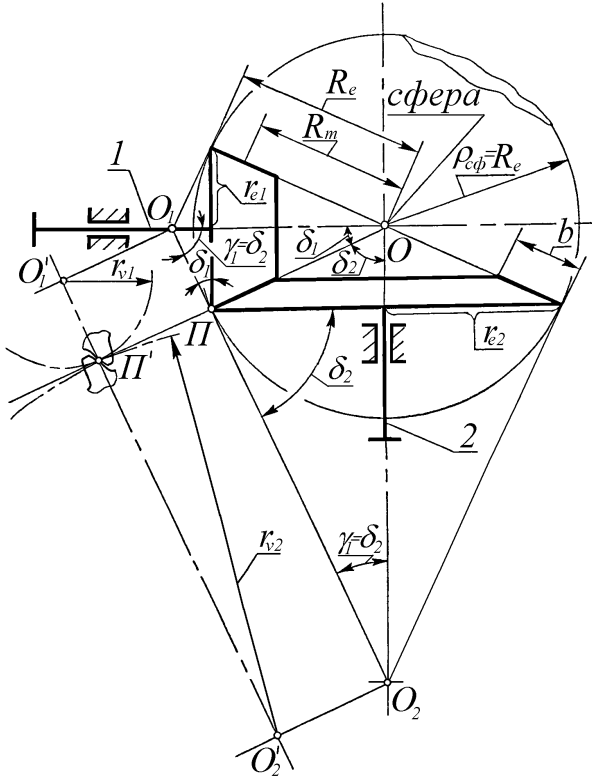


Рис. 4.38. Наближене профілювання зубців кінчних евольвентних коліс

Отже, точне профілювання евольвентних зубців кінчних коліс, як уже було сказано, можна виконати на поверхні сфери.

Графічні прийоми для цього випадку відповідають, тому що сфера не розвертається на площину, а сферичних ватману і креслярських дощок з комбайнами ще ніхто не придумав.

Аналітичні точні розрахунки, у принципі, можливі, але також практично не застосовуються, через їхню громіздкість і ненаочність. На

практиці застосовується наближене профілювання конічного евольвентного зачеплення на плоских розгортках додаткових конусів (рис. 4.38).

Твірні додаткових конусів перпендикулярні твірним відповідних початкових конусів.

Картина теоретично правильного зачеплення на сфері замінюється картиною на додаткових конусах.

На рисунку кут пересічення осей валів прийнятий рівним  $90^\circ$ .

Додаткові зовнішні конуси з вершинами  $O_1$  і  $O_2$  як би надіті на поверхню сфери зовні - це уявлювані конуси з довжинами твірних  $O_1\Pi$  і  $O_2\Pi$ .

Осі додаткових конусів збігаються з осями початкових конусів коліс, а їхні конусні кути  $\gamma_1$  і  $\gamma_2$  є додатковими до  $90^\circ$  із конусними кутами  $\delta_1$  і  $\delta_2$  конічних зубчастих коліс.

Зліва від основної проекції конічних коліс у проекційному зв'язку показаний фрагмент наближених профілів зубців конічних коліс, виконаних на розгортках додаткових конусів.

Прямозубі конічні колеса мають стандартне значення модуля зачеплення в зовнішніх торцях, для яких прийнятий індекс  $e$  (від слова "end" - кінець), тобто -  $m_e$ .

Уявлювані прямозубі циліндричні колеса з таким же модулем зачеплення  $m=m_e$  і радіусами ділільних окружностей

$$r_1 = r_{v1} = O_1\Pi \quad \text{і} \quad r_2 = r_{v2} = O_2\Pi$$

в точності співпадуть по профілю зубців і радіусам ділільних окружностей із зображеними на розгортках додаткових конусів.

Підрахуємо числа зубців цих уявлюваних коліс, названих еквівалентними:

$$\begin{aligned} r_{v1} &= r_e / \cos \delta_1; \\ \frac{1}{2} m_e z_{v1} &= \frac{1}{2} m_e z_1 / \cos \delta_1; \\ z_{v1} &= z_1 / \cos \delta_1. \end{aligned}$$

Точно так само знайдемо

$$z_{v2} = z_2 / \cos \delta_2,$$

тобто в загальному випадку для будь-якого конічного прямозубого колеса буде справедливий вираз

$$z_v = z / \cos \delta \tag{4.74}$$

Розрахунок на міцність прямозубих конічних коліс, які мають перемінний переріз по довжині зубців, який убуває до вершини колеса, прийнято виконувати по середньому перерізу зубця.

Як відомо, для середнього перерізу конічного колеса присвоюється індекс  $m$  (від слова “mid” - середній). Тоді в розрахунках на міцність слід застосовувати значення середнього модуля зачеплення  $m_m$ .

Тому що модуль прямого зуба конічного колеса лінійно убуває від величини стандартного модуля зачеплення  $m_e$  у зовнішньому торці до  $0$  на вершині конуса (т.  $O$ ), середній модуль конічного зачеплення  $m_m$  можна підрахувати з пропорції

$$\frac{m_e}{R_e} = \frac{m_m}{R_m}.$$

Тому що  $R_m = R_e - b/2$ , що слідує з рис. 4.38, одержуємо формулу для підрахунку  $m_m$

$$m_m = m_e \left( 1 - \frac{b}{2R_e} \right). \quad (4.75)$$

У конічних коліс із непрямым (тангенціальним, спіральним, круговим) зубом міцність зуба оцінюється також по величині середнього перерізу зуба з нормальним середнім модулем зачеплення  $m_{nm}$  і середнім кутом нахилу  $\beta_m$ , що є для названих коліс стандартними величинами.

При цьому по величині  $z_v$  оцінюється форма зуба, тобто відповідно до  $z_v$  по таблицях (номограмах) вибирається так званий коефіцієнт форми зуба  $Y_F$ , що є характеристикою згинної міцності зуба.

### **3. Особливості покращання конічного евольвентного зачеплення**

Конічне евольвентне зачеплення так само може піддаватися виправленню (поліпшенню, корекції) евольвентного профілю. Проте, у конічному зачепленні неможливо застосувати виправлення методом зсуву зубонарізного інструмента з довільними коефіцієнтами зсуву  $x_1$  і  $x_2$ . Це викликало б довільну зміну конусних кутів  $\delta_1$  і  $\delta_2$ .

Тому що звичайно  $\delta_1 + \delta_2 = \delta = 90^\circ$ , то можливе тільки таке виправлення, при котрім би не змінювалася сума конусних кутів ( $\delta_1 + \delta_2$ ).

Цій умові задовольняє тільки рівнозміщене зачеплення, при котрому

$$\begin{aligned} x_2 &= -x_1, \\ x_\Sigma &= x_1 + x_2 = 0. \end{aligned}$$

Величини коефіцієнтів зсуву  $x_1$  і  $x_2 = -x_1$  вибираються з міркування вирівнювання коефіцієнтів питомого сковзання зубців  $\sigma_{1-2}$  і  $\sigma_{2-1}$  шестерні 1 і колеса 2.

Згинну ж міцність зубців шестерні 1 і колеса 2 вирівнюють за допомогою так званої тангенціальної корекції. Вона полягає в тому, що різці різцевої голівки, що прорізає впадини між зубцями, розсовують на деякий додатковий розмір при нарізуванні западин колеса 2.

Тому що шаг зубців змінений бути не може, то розширення впадини супроводжується потоншенням зубця колеса 2, тобто зниженням згинної міцності зубців колеса 2.

При нарізуванні шестерні 1 усе роблять навпаки: впадину звужують, а зубець на той же самий розмір потовщують. Це досягається зближенням різців різцевої голівки на ту ж величину.

Таким чином, не змінивши ніяк форму самих профілів, домагаються перерозподілу згинної міцності зубців шестерні 1 і колеса 2 (зайва частина запасу міцності передається від більш міцного зуба до більш слабкого зуба, чим досягається підвищення загальної міцності конічного зачеплення).

Розглянемо тепер окремі особливості конічного евольвентного зачеплення.

Визначимо мінімальне число зубців прямозубого конічного колеса  $z_{min}^{кон}$ , яке можна нарізати без підрізу евольвентного профілю інструментом із стандартним початковим контуром ( $h_a^* = 1,0; \alpha = 20^\circ$ ). Конусний кут колеса  $\delta$  відомий.

Для цього виконаємо наступні дії.

1. Визначимо мінімальне еквівалентне число зубців конічного колеса по формулі (4.74)

$$z_v = z_{vmin} = z_{min}^{кон} / \cos \delta.$$

2. Знайдемо  $z_{vmin}$ , яке могло бути нарізаним стандартним інструментом по формулі (4.30), виведеній для циліндричного прямозубого колеса,

$$z_{vmin} = z_{min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha} = \frac{2 \cdot 1,0}{\sin^2 20^\circ} \approx 17.$$

3. Підрахуємо  $z_{min}^{кон}$  по формулі

$$z_{min}^{кон} = z_{vmin} \cdot \cos \delta = 17 \cos \delta \quad (4.72)$$

4. Побудуємо графік залежності  $z_{min}^{кон}$  від  $\delta$  (рис. 4.39).

Аналіз залежності  $z_{min}^{кон}$  від величини  $\delta$  показує, що при великих передаточних числах конічної передачі, при котрих  $\delta_I$  невелике, особливого виграшу в зменшенні числа зубців шестерні 1 у порівнянні з циліндричною передачею не спостерігається.

Якщо ж передаточне відношення зменшується, то виграш від зниження числа зубців шестерні 1 стає помітним.

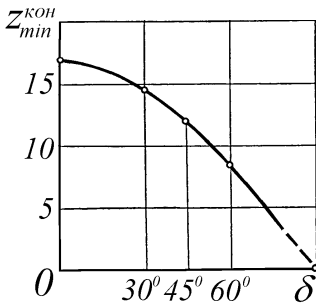


Рис. 4.39. Залежність  $z_{min}^{кон}$  від величини конусного кута  $\delta$

Наприклад, при  $u=1$  кут  $\delta_1 = \delta_2 = 45^\circ$  і тоді  $z_{min}^{кон} = 12$  замість  $z_{min}^4 = 17$  у циліндричній шестерні.

У конічних коліс із криволінійними зубцями  $z_{min}^{кон}$  може бути істотно знижено.

Так, наприклад, при  $\beta_m = 30^\circ$  з урахуванням формули (4.69)

$$z_{min}^{кон} = 17 \cdot \cos \delta \cdot \cos^3 \beta_m = 11 \cdot \cos \delta.$$

При  $u=1$  одержимо

$$z_{min}^{кон} = 7,78 \approx 8.$$

#### 4. Сили в конічному прямозубому і косозубому зачепленні

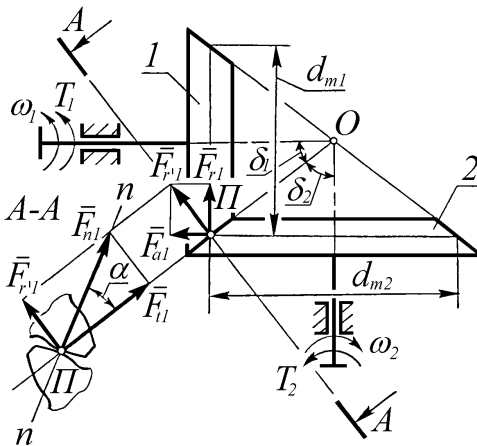


Рис. 4.40. До визначення сил в прямозубому конічному зачепленні

Визначимо сили в ортогональному конічному прямозубому зачепленні, якщо відомі: зовнішній торцевий модуль зачеплення  $m_e$ , ширина вінця зубців  $b$ , числа зубців коліс  $z_1$  і  $z_2$ , ведучий обертовий момент  $T_1$ .

Для цього: 1. Покажемо (рис. 4.40) конічне прямозубе зачеплення на виді збоку з нормальним середнім перерізом зубців у зачепленні  $A-A$ .

2. Прикладемо до зуба колеса 1 (у нормальному перерізі  $A-A$  в полюсі зачеплення  $\Pi$  по напрямку нормалі до евольвентного профілю) результуючу (повну) силу тиску  $\bar{F}_{n1}$  з боку зуба колеса 2.

Розкладемо  $\bar{F}_{n1}$  на дві взаємно перпендикулярні складові сили: окружну -  $\bar{F}_{t1}$  і розпірну -  $\bar{F}_{r1}$ .

3. Перенесемо силу  $\overline{F}_{r1}$  в натуральну величину на головний вид.

У свою чергу розкладемо силу  $\overline{F}_{r1}$  на складові  $\overline{F}_{r1}$  і  $\overline{F}_{a1}$ .

4. Визначимо всі складові  $\overline{F}_{t1}$ ,  $\overline{F}_{r1}$ ,  $\overline{F}_{a1}$  і результуючу  $\overline{F}_{n1}$  сили в зачепленні.

Окружна сила  $\overline{F}_{t1}$  на головному виді направлена всередину креслення. Її величина може бути знайдена по формулі

$$F_{t1} = \frac{T_1}{d_{m1} / 2}, \quad (4.76)$$

де  $d_{m1}$  - середній ділильний діаметр колеса 1.

З урахуванням формули (4.75) знайдемо

$$d_{m1} = m_m \cdot z_1 = m_e \left( 1 - \frac{b}{2R_e} \right) \cdot z_1, \quad (4.77)$$

де

$R_e$  - зовнішня конусна відстань, яку можна відшукати по формулі

$$R_e = r_{e1} / \sin \delta_1 = \frac{1}{2} m_e \cdot z_1 / \sin \delta_1. \quad (4.78)$$

$\sin \delta_1$  можна знайти з урахуванням формули (3.4)

$$i_{1-2} = \frac{z_2}{z_1} = \operatorname{ctg} \delta_1, \text{ звідкіля}$$

$$\delta_1 = \operatorname{arcctg} \left( \frac{z_2}{z_1} \right). \quad (4.79)$$

З перерізу  $A-A$  знайдемо

$$F_{r1} = F_{t1} \cdot \operatorname{tg} \alpha; \quad (4.80)$$

$$F_{n1} = F_{t1} / \cos \alpha. \quad (4.81)$$

Далі з розкладання вектора сили  $\overline{F}_{r1}$  на головному виді відшукаємо

$$F_{r1} = F_{r1} \cdot \cos \delta_1 = F_{t1} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \delta_1; \quad (4.82)$$

$$F_{a1} = F_{r1} \cdot \sin \delta_1 = F_{t1} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \delta_1. \quad (4.83)$$

5. Без урахування сил тертя в зачепленні знайдемо сили, що діють на колесо 2 із боку колеса 1.

У повній відповідності з 3-м законом Ньютона запишемо

$$\overline{F}_{t2} = -\overline{F}_{t1}; \quad \overline{F}_{r2} = -\overline{F}_{a1}; \quad \overline{F}_{a2} = -\overline{F}_{r1}; \quad \overline{F}_{n2} = -\overline{F}_{n1}. \quad (4.84)$$

Тут  $\overline{F}_{n2} \{ \overline{F}_{t2}; \overline{F}_{r2}; \overline{F}_{a2} \}$

так само як і

$$\bar{F}_{n1} \{ \bar{F}_{t1}; \bar{F}_{r1}; \bar{F}_{a1} \}.$$

6. Визначимо обертовий момент на колесі 2 відповідно до формули (3.8)

$$T_2 \approx T_1 \cdot (z_2/z_1). \quad (4.85)$$

Знак  $\approx$  у формулі (4.85) означає, що  $T_2$  знайдено без урахування сил тертя, тобто без урахування відмінності ККД передачі від 1.

Обертовий момент  $T_2$  також можна відшукати по формулі

$$T_2 = F_{t2} \cdot d_{m2}/2, \quad (4.86)$$

де

$$d_{m2} = m_m \cdot z_2 = m_e (1 - b/(2Re)) \cdot z_2,$$

$$R_e = 0,5 m_e \cdot z_2 / \sin \delta_2,$$

$$\sin \delta_2 = \cos \delta_1.$$

## 5. Контрольні запитання

1. Опишіть наближене профілювання зубців конічних евольвентних коліс.
2. Визначте еквівалентне число зубців конічного евольвентного колеса і розкрийте його фізичний зміст.
3. Чому мінімальне число зубців конічного евольвентного зачеплення менше, ніж у циліндричного?
4. Які існують види покращення конічного евольвентного зачеплення?
5. Розкладіть повну силу взаємодії зубців конічного прямозубого зачеплення на три складові (окружну, радіальну й осьову).
6. Запишіть формули для їхнього визначення.