

# Лекція 13

## Тема: Геометричні та якісні показники евольвентного зачеплення

Зміст:

1. Геометрія евольвентного зубчастого колеса.
2. Геометрія зовнішнього нульового евольвентного зачеплення.
3. Особливості геометрії внутрішнього евольвентного зачеплення.
4. Коефіцієнт перекриття.
5. Питоме сковзання евольвентних профілів.
6. Контрольні запитання.

### 1. Геометрія евольвентного зубчастого колеса

На рис. 4.5 показано евольвентне зубчасте колесо з  $z=8$ .

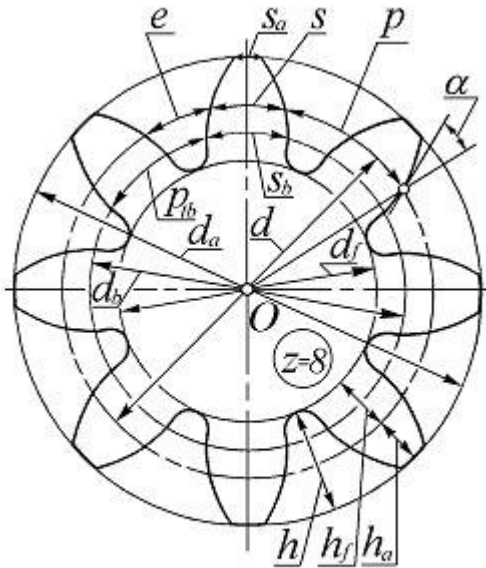


Рис. 4.5. Евольвентне зубчасте колесо

зуба;

$e$  - ділильна ширина впадини;

$h_a$  - ділильна висота голівки зуба;

Позначені на рисунку розміри мають такі назви:

$d$  - діаметр ділильної окружності (котра була початковою в так званому верстатному зачепленні - тобто при нарізуванні колеса - і прийняла на себе стандартні параметри зубонарізного інструмента);

$p$  - окружний ділильний шаг зубців, тобто відстань по дузі ділильної окружності між однойменними точками сусідніх зубців;

$p_b$  - окружний основний шаг, тобто відстань по дузі основної окружності між однойменними точками сусідніх зубців;

$s$  - ділильна товщина

$h_f$  - ділильна висота ніжки зуба;

$h$  - висота зуба;

$\alpha$  - профільний кут евольвенти на ділильній окружності (сучасні зубчасті колеса мають величину кута  $\alpha=20^0$ , а раніше ще зустрічалися зубчасті колеса, які мали  $\alpha=28^0$  або  $\alpha=15^0$ );

$d_b$  - діаметр основної окружності (еволюти);

$d_a$  - діаметр окружності вершин зубців;

$d_f$  - діаметр окружності впадин зубців;

$s_a$  - товщина зуба по окружності вершин (яка ще називається шириною стрічки зуба);

$s_b$  - основна товщина зуба.

Зауважимо, що всім геометричним розмірам привласнені стандартні індекси:

$a$  - розмірам, зв'язаним з окружністю вершин зубців ( $d_a, r_a, p_a, h_a, s_a, \alpha_a$  і т. д.);

$f$  - розмірам, зв'язаним з окружністю впадин зубців ( $d_f, r_f, p_f, h_f$  і т. д.);

$b$  - розмірам, зв'язаним з основною окружністю ( $d_b, r_b, p_b, s_b$  і т. д.);

$w$  - розмірам, зв'язаним із початковою окружністю, що як уже було сказано виникає тільки в зачепленні пари коліс, тобто при монтажі передачі ( $d_w, r_w, p_w, s_w, e_w, a_w, \alpha_w$  і т. д.).

І тільки розміри, що відносяться до ділильної окружності, записуються без якого б то не було індексу ( $d, r, p, s, e, a, \alpha$  і т. д.).

Всі розміри колеса і зубців взаємозалежні. Покажемо цей взаємозв'язок.

Для цього знайдемо довжину ділильної окружності

$$L_{00} = \pi d = p \cdot z.$$

Звідси виразимо величину діаметра ділильної окружності

$$d = \frac{p}{\pi} \cdot z.$$

Виникає питання: яку величину покласти в основу стандартизації зубчастих коліс?

Очевидно, що нормально зачіплятися одне з одним можуть тільки зубчасті колеса з однаковим шагом зубців.

Можна було б покласти в основу стандарту величину ділильного шагу зубців  $p$ , але тоді, при стандартному раціональному значенні  $p$  і при цілому числі  $z$ , ділильний діаметр  $d$  буде ірраціональним числом.

Ірраціональність  $d$  пояснюється числом  $\pi$ , що входить у формулу для визначення  $d$ . Як відомо з математики, число  $\pi$  - є ірраціональним трансцендентним числом, яке виражається нескінченно убитим десятковим неперіодичним дробом.

Завжди виникає питання, скільки знаків після коми у числі  $\pi$  слід враховувати при розрахунку?

Однозначної відповіді на поставлене питання бути не може, тому що в однім випадку достатньо взяти усього лише два знаки після коми (одержимо звичне  $\pi = 3,14$ ), а в іншому буде недостатньо і восьми знаків. Усе залежить від необхідної точності розрахунків.

Як ми побачимо надалі, бажано мати ділильний діаметр  $d$  у вигляді раціонального числа, але тоді обов'язково ірраціональним вийде ділильний шаг зубців  $p$ .

Вихід із цього замкнутого порочного кола, що виникло через наявність числа  $\pi$  у формулі для визначення діаметра ділильної окружності  $d$ , був знайдений у тому, що в основу стандарту була покладена величина відношення  $\frac{p}{\pi}$ , названа *модулем зачеплення*:

$$m = \frac{p}{\pi}. \tag{4.8}$$

Є два ряди значень модуля зачеплення  $m$  (перед другим рядом значень  $m$  слід віддавати перевагу першому). Модуль зачеплення  $m$  - це раціональне число, що є деяким еталонним розміром (в мм). Геометричні параметри (розміри) колеса виражають у долях модуля  $m$ .

Так, формула для розрахунку ділильного діаметра буде:

$$d = m \cdot z. \tag{4.9}$$

Окружний ділильний шаг зубців можна підрахувати по формулі

$$p = \pi \cdot m \tag{4.10}$$

Тепер можна сформулювати поняття “ділильна окружність”. *Ділильна окружність* - це така уявлювана окружність, яка перетинає евольвентний профіль зуба в точці, для якої кут профілю дорівнює стандартному значенню  $\alpha = 20^\circ$ , і по якій шаг зубців відповідає стандартному модулю зачеплення  $m$ .

З рис. 4.5 очевидно, що

$$s + e = p. \tag{4.11}$$

Нормальні (так звані - нульові) колеса мають

$$s = e = \frac{p}{2} = \frac{\pi \cdot m}{2}. \tag{4.12}$$

Ненульові колеса можуть мати

$$s \neq e.$$

Ділильну висоту голівки зубців виражають залежністю

$$h_a = h_a^* \cdot m, \quad (4.13)$$

де  $h_a^*$  - безрозмірний коефіцієнт висоти голівки зуба.

Звичайно  $h_a^* = 1,0$ , але іноді  $h_a^*$  відрізняється від  $1,0$  у більшу або меншу сторону (при  $h_a^* = 1,0$  - утворюється нормальний по висоті зуб; при  $h_a^* > 1,0$  - утворюється подовжений зуб, при  $h_a^* < 1,0$  - утворюється укорочений зуб).

Ділильну висоту ніжки зуба виражають залежністю

$$h_f = (h_a^* + c^*) \cdot m, \quad (4.14)$$

де  $c^*$  - коефіцієнт радіального зазору.

Звичайно  $c^* = 0,25$ , іноді  $c^* = 0,2$  (наприклад, у черв'ячних передачах).

Дуже рідко застосовують  $c^* < 0,2$ , тому що зменшення радіального зазору, особливо при широких вінцях зубчастих коліс і рясному змащенню зачеплення, може призводити до неприпустимих сплесків гідравлічного тиску в замкнутих об'ємах мастила між зубцями.

З рис. 4.5 також очевидно, що

$$h = h_a + h_f = (2h_a^* + c^*) \cdot m. \quad (4.15)$$

Діаметр окружності вершин зубців нульового колеса можна підрахувати по формулі

$$d_a = d + 2h_a = m(z + 2h_a^*). \quad (4.16)$$

Для нульових коліс із нормальним по висоті зубом ( $h_a^* = 1,0$ )

$$d_a = m(z + 2). \quad (4.17)$$

Діаметр окружності впадин зубців нульового колеса обчислюють по формулі

$$d_f = d - 2h_f = m(z - 2h_a^* - 2c^*). \quad (4.18)$$

Для нульових коліс із нормальним по висоті зубом

$$d_f = m(z - 2,5). \quad (4.19)$$

Діаметр основної окружності  $d_b$  на підставі першого параметричного рівняння евольвенти (4.6) можна підрахувати по формулі

$$d_b = d \cdot \cos \alpha = m \cdot z \cdot \cos \alpha. \quad (4.20)$$

Радіус довільної окружності колеса  $r_\gamma$  на підставі формул (4.6) і (4.20) через відоме значення кута  $\alpha_\gamma$  виражається в такий спосіб

$$r_Y = r \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_Y} = \frac{mz}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_Y}. \quad (4.21)$$

Тому що шаги зубців пропорційні радіусам, то шаг зубців по основній окружності

$$p_b = p \cdot \cos \alpha = \pi m \cdot \cos \alpha, \quad (4.22)$$

а шаг зубців по окружності довільного радіуса

$$p_Y = p \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_Y} = \pi m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_Y}. \quad (4.23)$$

Формули (4.38) і (4.39) для підрахунку товщин зубців  $s_a$  - по окружності вершин і  $s_b$  - по основній окружності, показаних на рис. 4.2, будуть виведені нижче (у п. 4.3.12).

## 2. Геометрія зовнішнього нульового евольвентного зачеплення

На рис. 4.6 показане зовнішнє полюсне нульове евольвентне зачеплення.

На рис. 4.6 додатково, в порівнянні з рис. 4.5 і з урахуванням рис. 4.4 позначено:

$a_w$  - монтажна міжосьова відстань;

$a$  - ділильна міжосьова відстань,

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}; \quad (4.24)$$

$\alpha_w$  - монтажний кут зачеплення;

$N_1N_2$  - теоретична ділянка лінії зачеплення;

$AB$  - робоча (дійсна, активна) ділянка лінії зачеплення, обмежена на лінії зачеплення окружностями вершин зубців коліс 1 і 2;

$A_1B_1$  - робоча частина евольвентного профілю зуба колеса 1;

$A_2B_2$  - робоча частина евольвентного профілю зуба колеса 2.

Зображені на рис. 4.6 зубці ввійшли в зачеплення (почали роботу) у точці  $A$  на лінії зачеплення.

У той момент у контакті знаходилися спряжені точки  $A_1$  і  $A_2$  зубців 1 і 2 (робочі сторони зубців 1 і 2 у момент їхнього входу в зачеплення показані пунктирно зліва).

При виході з зачеплення зубці 1 і 2 будуть контактувати в точці  $B$  на лінії зачеплення.

У цей момент у контакті виявляться спряжені точки зубців  $B_1$  і  $B_2$  (робочі сторони зубців 1 і 2 у момент їхнього виходу з зачеплення показані пунктирно справа).

Очевидно, що на зубці колеса 1 точка  $A_1$  лежить на окружності з центром  $O_1$ , яка проходить через точку  $A$  лінії зачеплення.

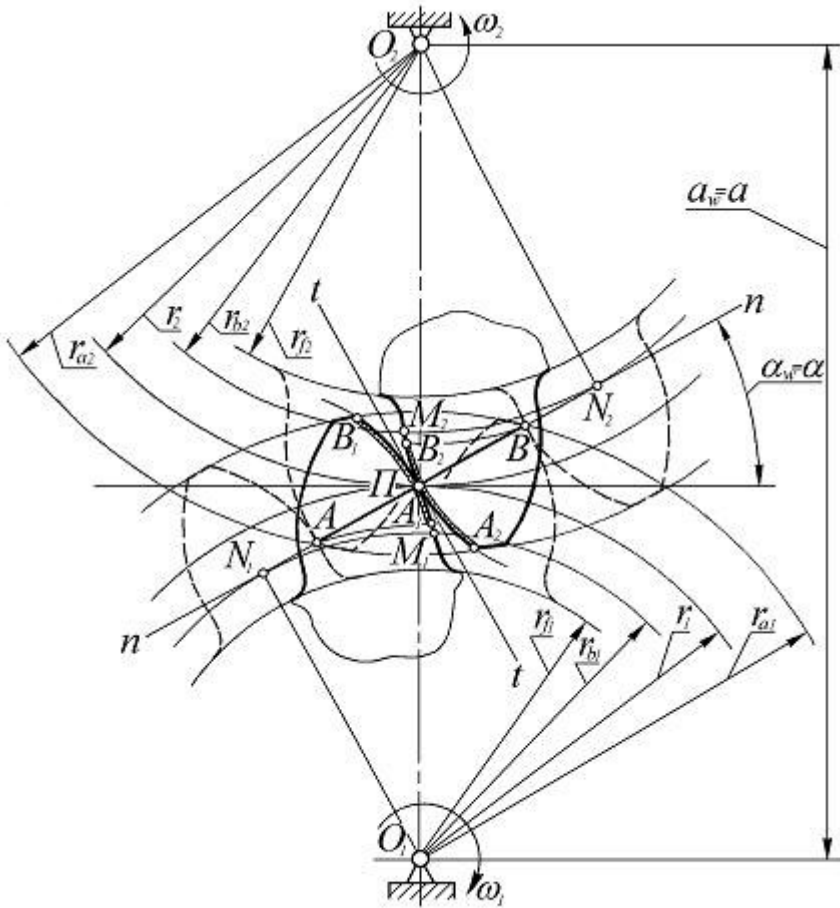


Рис. 4.6. Зовнішнє полюсне нульове евольвентне зачеплення

Точно так само можна закоординувати на робочій стороні зуба колеса 2 точку  $B_2$ . Вона лежить на окружності з центром  $O_2$ , яка проходить через точку  $B$  лінії зачеплення.

Що стосується точок  $B_1$  і  $A_2$ , то вони лежать на вершинах зубців.

Таким чином, помічаємо, що не весь евольвентний профіль (у обох зубців) бере участь у зачепленні.

Евольвенти профілів зубців 1 і 2 починаються в точках  $M_1$  і  $M_2$ . Ділянки евольвент  $M_1A_1$  зуба 1 і  $M_2B_2$  зуба 2 у передачі навантаження не беруть участі.

Зі зменшенням чисел зубців коліс 1 і 2 робочі ділянки евольвент усе ближче підходять до точок  $M_1$  і  $M_2$ , а точки  $N_1$  і  $N_2$  лінії зачеплення усе наближаються до точок  $A$  і  $B$ .

Як було показано в п. 4.3.3, поки робоча ділянка лінії зачеплення  $AB$  знаходиться усередині теоретичної ділянки лінії зачеплення  $N_1N_2$  зачеплення зберігає працездатність, але як тільки в якомусь місці робоча ділянка  $AB$  вийде за межі теоретичної ділянки  $N_1N_2$ , так відразу ж відбудеться заклинення зачеплення, тому що за межами теоретичної ділянки лінії зачеплення евольвентні профілі не мають загальної нормалі (тобто там порушується основний закон зачеплення).

Взагалі небажано, щоб евольвента вступала в зачеплення поблизу точки  $M$ , де кривизна евольвенти прагне до нескінченності, адже це може призвести до неприпустимого росту контактних тисків у зачепленні.

З практики відомо, що ніжка зуба є більш уразливою і з погляду контактної втоми, і з погляду зносостійкості.

Розгляд геометрії евольвентного зачеплення пояснює це практичне спостереження.

Якщо при нарізуванні коліс із малими числами зубів у верстатному зачепленні інструментального колеса і заготовки робоча ділянка лінії зачеплення  $AB$  вийде за межі теоретичної ділянки лінії зачеплення  $N_1N_2$ , тоді відбудеться підріз ніжок зубців нарізованого колеса, що неприпустимо.

### **3. Особливості геометрії внутрішнього евольвентного зачеплення**

На рис. 4.7 показане нульове внутрішнє евольвентне зачеплення.

Очевидно, що опуклий профіль зуба малого колеса 1 контактує з увігнутим профілем зуба великого колеса 2 (із внутрішніми зубцями). Це призводить до менших контактних тисків і до підвищення навантажувальної спроможності внутрішнього зачеплення в порівнянні з зовнішнім.

Тому що окружність вершин зубців великого колеса загнута донизу і відтинає нижню межу робочої ділянки лінії зачеплення  $AB$  (точку  $A$ ), ближче до точки  $N_1$ , ніж у зовнішньому зачепленні, відзначимо, що у внутрішньому зачепленні за інших рівних умов із зовнішнім зачепленням, виникають більш небезпечні умови для заклинення (інтерференції профілів) зубців або для різку вершин зубців внутрішнього колеса при його нарізуванні. Цим і пояс-

нуються необхідність перевірки умови відсутності інтерференції зубців у внутрішніх зачепленнях при синтезі планетарних передач.

Відзначимо також ту обставину, що велике колесо має на відміну від малого значно більш міцну форму зубців на згин (дуже широку основу). Це створює передумови для перерозподілу згинної міцності зубців за рахунок технологічних прийомів до користь зубців шестерні (малого колеса).

Виявляємо, що теоретична ділянка лінії зачеплення зліва від полюса обмежена точками  $N_1$  і  $N_2$ , а справа від полюса необмежена взагалі.

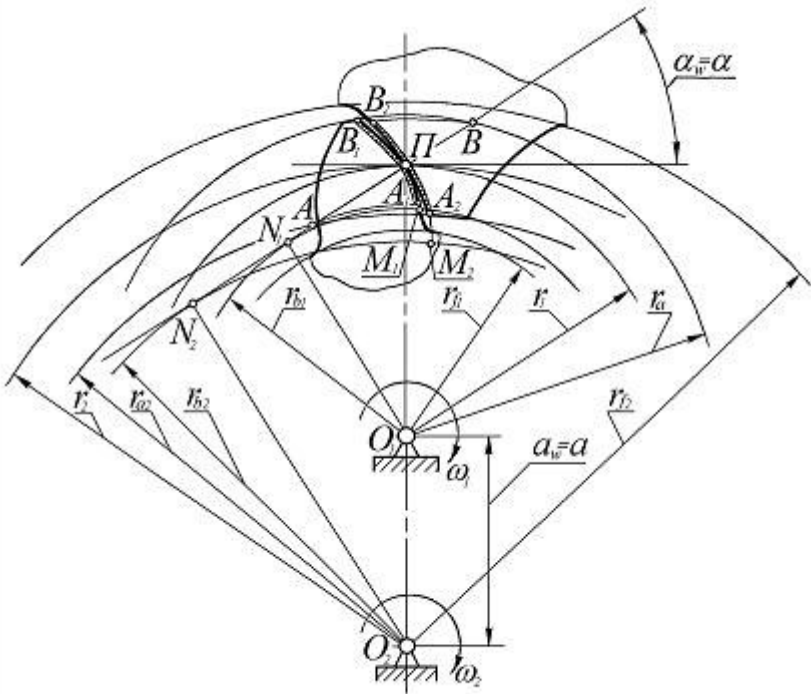


Рис. 4.7.

У сполученні з меншими втратами потужності на подолання сил тертя при профільному сковзанні, підвищена контактна і згинна міцність зубців внутрішнього зачеплення обумовлює його широке застосування в планетарних передачах Давида з двома внутрішніми зачепленнями.

#### 4. Якісні показники евольвентного зачеплення

Розглянемо якісні показники евольвентного зачеплення, які дозволяють оцінити передачу у відношенні плавності і безшумності роботи зачеп-



лення, можливого зносу і міцності зубців, а також порівняти ряд передач по тим же показникам. До якісних показників відносяться:

коефіцієнт (ступінь) перекриття зачеплення (враховує безперервність і плавність зачеплення зубців у передачі);

коефіцієнт питомого сковзання профілів (враховує вплив геометричних і кінематичних факторів на величину відносного прослизання профілів у процесі зачеплення);

коефіцієнт питомого тиску зубців (враховує вплив геометрії профілів зубців на величину контактних напруг у місцях контакту зубців).

Зупинимося докладніше на перших двох з них, як більш важливих.

## 5. Коефіцієнт перекриття зачеплення

При роботі зубчастих коліс обов'язково повинно мати місце перекриття в зачепленні пар зубців, що змінюються: перед тим, як попередня пара зубців вийде з зачеплення, наступна пара зубців повинна в зачеплення ввійти.

Покажемо одну й ту саму пару зубців на початку (т.  $A$ ) і наприкінці (т.  $B$ ) зачеплення (рис. 4.8).

За час роботи одного зуба колесо 1 повернеться на кут, що стягається дугою початкової окружності, яка називається *дугою зачеплення*.

Відповідно до сучасного стандарту *коефіцієнт перекриття чисельно виражається як відношення кута повороту колеса  $\delta$  за час роботи одного зуба до кутового шагу зубців  $\gamma$* , тобто

$$\varepsilon = \frac{\delta}{\gamma}. \quad (4.25)$$

Практичне користування даною формулою утруднено, тому що утруднене визначення кута  $\delta$ .

Кут  $\gamma$  при необхідності може бути легко підрахований по формулі

$$\gamma = \frac{2\pi}{z} \text{ (рад)}. \quad (4.26)$$

Для графоаналітичного визначення коефіцієнта перекриття  $\varepsilon$  краще замінити відношення кутів відношенням довжин дуг, що стягають ці кути (величина радіуса обраної окружності при цьому скорочується).

Зручно коефіцієнт перекриття  $\varepsilon$  виразити через відношення довжин відповідних дуг основної окружності

$$\varepsilon = \frac{CC'}{P_b}, \text{ де}$$

$CC'$  - дуга зачеплення по основній окружності колеса 1,  
 $p_b$  - окружний основний шаг зубців (визначається по формулі 4.22).

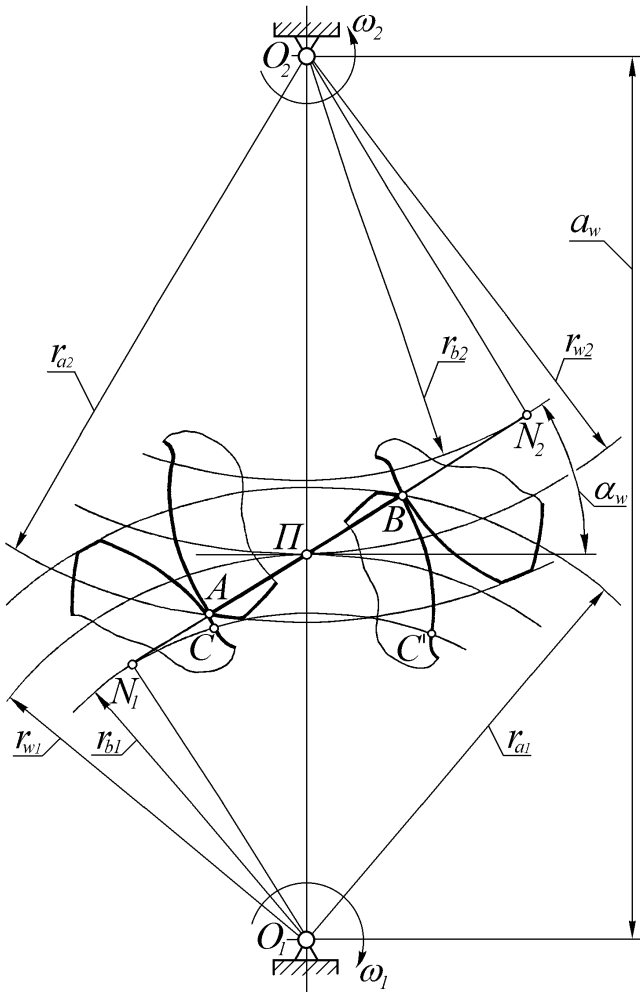


Рис. 4.8. До визначення коефіцієнта перекриття евольвентного зачеплення

З властивостей евольвенти слідує, що довжина дуги зачеплення  $CC'$  дорівнює довжині робочої ділянки лінії зачеплення  $AB$ .

А тому що

$$p_b = \pi \cdot m \cdot \cos \alpha, \text{ то}$$

$$\varepsilon = \frac{AB}{\pi \cdot m \cdot \cos \alpha}. \quad (4.27)$$

Проаналізуємо отриману формулу (4.27).

Відрізок  $AB$  робочої ділянки лінії зачеплення легко визначити графічно. У знаменнику ж стоять усі відомі для даного зачеплення постійні величини.

На перший погляд величина модуля зачеплення  $m$  може впливати на коефіцієнт перекриття.

Але це не так.

Модуль зачеплення лише задає лінійний масштаб, у якому відтворюються всі пропорції коліс.

Іншими словами, за інших рівних умов, у скільки разів зміниться модуль зачеплення  $m$ , у стільки ж разів зміниться і відрізок  $AB$ , а їхнє відношення залишиться незмінним.

Інші величини в знаменнику:  $\pi$  - константа, а профільний кут переважного числа евольвентних сучасних зубчастих коліс  $\alpha = 20^\circ$ .

Отже, коефіцієнт перекриття визначається практично тільки відносною довжиною робочої ділянки лінії зачеплення  $AB$ .

Розглянемо, від чого і як залежить довжина відрізка  $AB$ .

1. Застосування подовжених або укорочених зубців вчиняє істотний вплив на коефіцієнт перекриття  $\varepsilon$ .

Збільшення  $h_a^*$  подовжує не тільки зубці, але і збільшує  $AB$  і, отже, збільшує  $\varepsilon$ .

Навпаки, зменшення  $h_a^*$  спричиняє за собою зниження ступеня перекриття.

2. При збільшенні  $\alpha_w$  довжина робочої ділянки  $AB$  лінії зачеплення скорочується. Отже, із ростом  $\alpha_w$  коефіцієнт перекриття  $\varepsilon$  зменшується.

Навпаки, зменшення  $\alpha_w$  веде до росту  $\varepsilon$ .

3. При незмінному  $i_{1-2}$  зростання  $z_1$  і  $z_2$  збільшує  $\varepsilon$ .

Максимальний ступінь перекриття, що досягається в зовнішньому зачепленні,  $\varepsilon < 1,981$ .

Це можна довести, розглянувши рис. 4.9.

При дуже великих числах зубців коліс 1 і 2 зовнішнього зачеплення їхня форма наближається до форми зубців зубчастої рейки.

У цьому випадку в масштабі зображення теоретична ділянка лінії зачеплення  $N_1N_2$  ні зліва ні справа не обмежена, довжина ж робочої ділянки лінії зачеплення  $AB$  може бути підрахована з  $\Delta ABC$  по формулі

$$AB = 2 h_a^* m / \sin \alpha$$

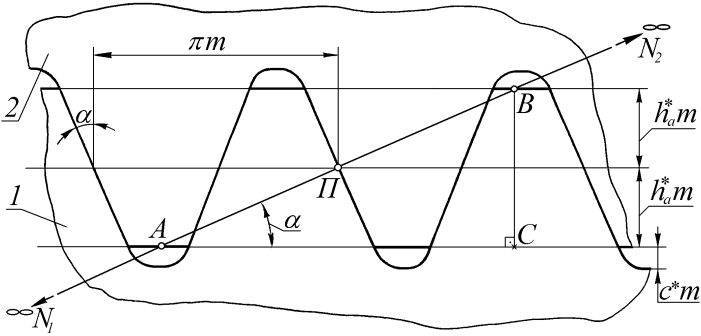


Рис. 4.9. Зовнішнє зачеплення евольвентних зубчастих коліс при  $z_1 \rightarrow \infty$  і  $z_2 \rightarrow \infty$

Тоді

$$\epsilon_{max} = \frac{AB}{\pi \cdot m \cdot \cos \alpha} = \frac{2 h_a^*}{\pi \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha}$$

При  $h_a^* = 1,0$  і  $\alpha = 20^\circ$  знаходимо

$$\epsilon_{max} = 1,9808 < 1,981.$$

В внутрішньому зачепленні коефіцієнт перекриття може бути  $\epsilon \leq 2$ .

Іноді, щоб пояснити фізичний зміст коефіцієнта перекриття, говорять, що число  $\epsilon$  - це середнє число пар зубців, що одночасно знаходяться в зачепленні. У якійсь мірі це відбиває сутність поняття коефіцієнта перекриття.

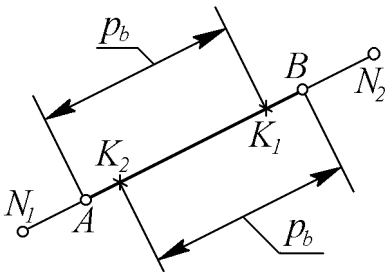


Рис. 4.10. Зони двопарного і однопарного зачеплення

Наприклад, якщо  $\epsilon = 1,5$ , то можна сказати, що приблизно 50% часу роботи в зачепленні знаходиться усього лише одна пара зубців, а 50% часу роботи в зачепленні знаходиться дві пари зубців.

На рис. 4.10 на робочій ділянці лінії зачеплення  $AB$  виділена ділянка однопарного зачеплення  $K_2K_1$ . У межах довжини  $AK_2$  і  $K_1B$  робочої ділянки лінії зачеплення буде спостерігатися двопарне зачеплення зубців.

Справді, між точками контакту попередньої пари зубців та наступної пари зубців по лінії зачеплення буде спостерігатися відстань, рівна окружно-му основному шагу зубців  $p_b = \pi m \cos \alpha$ .

При вході в контакт у точці  $A$  наступної пари зубців попередня пара зубців уже буде знаходитися в контакті в точці  $K_1$  на лінії зачеплення.

Спільна їхня робота буде спостерігатися доти, поки точка контакту наступної пари буде переміщатися від  $A$  до  $K_2$ , а точка контакту попередньої пари - від  $K_1$  до  $B$ . У межах же  $K_2K_1$  залишаться в зачепленні лише наступна пара, тому що попередня пара зубців уже вийде з зачеплення, а третя пара зубців, що знаходиться на підході, ще не ввійде в зачеплення.

Очевидно, що не повинно бути перерви в передачі навантаження зубцями, тобто коефіцієнт перекриття не може бути менше  $1,0$ .

Якщо припустити, що  $\varepsilon = 0,9$ , тоді приблизно 90% часу роботи в зачепленні знаходилася б одна пара зубців, а 10% - жодної.

При цьому колеса могли б обертатися незалежно одне від одного з довільними (залежними від інших факторів, а не від профілів зубців) швидкостями.

При вході в контакт такої пари зубців знову повинен був би відновитися взаємозв'язок кутових швидкостей (відповідно до передаточного відношення).

Це супроводжувалося б дуже жорсткими ударами (великими стрибками кутових прискорень коліс, які викликали б великі стрибки інерційних динамічних навантажень).

Тому на практиці повинна виконуватися вимога

$$\varepsilon \geq 1,1.$$

І лише для високоточних кінематичних зачеплень допускається

$$\varepsilon \geq 1,05.$$

Це можна пояснити так. При невисокій точності виготовлення і зборки передачі відхилення реального коефіцієнта перекриття може бути й у меншу й у більшу сторону дуже значимим. Відхилення у більшу сторону навіть корисне, а от відхилення в меншу сторону дуже небезпечне.

$\varepsilon = 1,1$  означає 10%-ний запас на можливе зниження  $\varepsilon$ .

Тут варто мати на увазі, що  $\varepsilon$  буде знижуватися також при зносі зубців, підшипників і інших деталей у процесі експлуатації передачі.

10%-ний запас - гарантія, що  $\varepsilon$  буде не менше  $1,0$ .

При більш високій точності передачі може вистачити і 5%-ного запасу коефіцієнта перекриття відносно його граничного мінімального значення  $\varepsilon_{min} = 1,0$ .

## 6. Питоме сковзання евольвентних профілів

Сковзання різних точок робочих ділянок евольвентних профілів прийнято характеризувати так званим коефіцієнтом питомого сковзання.

*Коефіцієнтом питомого сковзання являється відношення швидкості сковзання  $V_{ск}$  профілів до проекції  $V^τ$  окружної швидкості точки профілю, що знаходиться в контакті, на загальну дотичну в точці контакту.*

Коефіцієнт питомого сковзання будемо позначати грецькою буквою  $\sigma$  з індексами:

$\sigma_{1-2}$  - коефіцієнт питомого сковзання профілю зуба колеса 1 відносно профілю зуба колеса 2;

$\sigma_{2-1}$  - коефіцієнт питомого сковзання профілю зуба колеса 2 відносно профілю зуба колеса 1.

Пояснимо фізичний смисл коефіцієнта питомого сковзання на прикладі жорсткого колеса з нерухомою віссю, що котиться по рухомій жорсткій платформі в різних режимах.

Позначимо через  $\sigma_{к-п}$  і  $\sigma_{п-к}$  відповідно коефіцієнти питомого сковзання колеса і платформи у відносному сковзанні.

Якщо спостерігається чисте кочення колеса з кінцевою швидкістю  $V_{окр}=V^τ$ , тоді  $V_{ск}=0$ , а коефіцієнт питомого сковзання колеса відносно платформи буде

$$\sigma_{к-п} = \frac{V_{ск}}{V^τ} = \frac{0}{V_{окр}} = 0.$$

Очевидно, що при цьому також буде  $\sigma_{п-к}=0$ .

Зауважимо, що  $V_{окр}$  цілком проектується в точці контакту на дотичний напрямок.

Якщо колесо буксує на місці (колесо обертається, а платформа загальмована), тоді буде

$$V_{ск}=V_{окр}=V^τ, \quad \text{а} \quad \sigma_{к-п}=1.$$

При цьому одержимо  $\sigma_{п-к} \rightarrow \infty$ , тому що при нерухомій платформі вся робота сил тертя здійснюється в одній її точці (в нерухомій точці контакту).

Якщо ж колесо загальмоване ( $V_{окр}=V^τ=0$ ), а платформа рухається з кінцевою швидкістю  $V$ , тоді швидкість ковзання  $V_{ск}=V$ , а коефіцієнт питомого ковзання

$$\sigma_{к-п} = \frac{V_{ск}}{V^τ} = \frac{V}{0} \rightarrow \infty.$$

У це ж самий час знаходимо  $\sigma_{п-к}=1$ .

Про що говорить величина коефіцієнта питомого сковзання  $\sigma$ ?

При чистому коченні ( $\sigma_{к-п} = \sigma_{п-к} = 0$ ) абразивний знос колеса і платформи від дотичних сил тертя спостерігатися не буде (відсутнє відносне сковзання в контактї, при якому сили тертя могли б виконати роботу по зношуванню тіл колеса і платформи).

При буксуванні колеса на місці ( $\sigma_{к-п} = 1$ ,  $\sigma_{п-к} \rightarrow \infty$ ) сили тертя виконують роботу по зношуванню колеса і платформи. Робота сил тертя розподіляється рівномірно по всій довжині окружності колеса, тобто знос у кожній точці периметра колеса буде невеликий. Платформа ж буде зношуватися в однім місці екстремально.

При юзі загальмованого колеса по платформі  $\sigma_{к-п} \rightarrow \infty$ , а  $\sigma_{п-к} = 1$ .

Це означає, що вся робота сил тертя прийдеться на одну точку колеса і його знос у цьому місці буде носити екстремальний характер, а платформа буде рівномірно і незначно зношуватися по всій довжині.

З розглянутого приклада бачимо, що бажано обмежувати величину коефіцієнта питомого сковзання.

Там, де цей коефіцієнт буде великим, там і знос буде вище.

Там же, де він буде невеликим, там і знос буде обмеженим.

Тепер виведемо формули для розрахунку коефіцієнтів питомого сковзання  $\sigma_{1-2}$  і  $\sigma_{2-1}$  профілів зубців коліс 1 і 2, що знаходяться в зачепленні (рис. 4.11).

Зубці зачіпаються (контактують) у точці  $C$  лінії зачеплення. Матеріальна точка зуба 1, що знаходиться в контактї, позначена як  $C_1$ , а - матеріальна точка зуба 2, що знаходиться в контактї, позначена як  $C_2$ .

Вектори окружних швидкостей точок  $C_1$  і  $C_2$  позначені на рисунку як  $\bar{V}_{C_1}$  і  $\bar{V}_{C_2}$ . Їхні проекції на загальну нормаль  $n-n$  з умови безвіддривності торкання профілів однакові, а вектори відносних швидкостей  $\bar{V}_{C_2-C_1}$  і  $\bar{V}_{C_1-C_2}$  рівні одна одній і протилежно направлені уздовж загальної дотичної  $t-t$  (по модулю  $V_{C_2-C_1} = V_{C_1-C_2} = V_{ск}$ ).

Відповідно до загального визначення коефіцієнта питомого сковзання  $\sigma$  можемо записати:

$$\sigma_{1-2} = \frac{V_{C_1-C_2}}{V_{C_1}^\tau}, \quad \sigma_{2-1} = \frac{V_{C_2-C_1}}{V_{C_2}^\tau}.$$

Зауважимо, що проекції векторів окружних швидкостей точок профілів, що контактують, на загальну дотичну  $t-t$   $\bar{V}_{C_1}^\tau$  і  $\bar{V}_{C_2}^\tau$  мають одини і той же напрямок, а вектори  $\bar{V}_{C_2-C_1}$  і  $\bar{V}_{C_1-C_2}$  направлені протилежно.

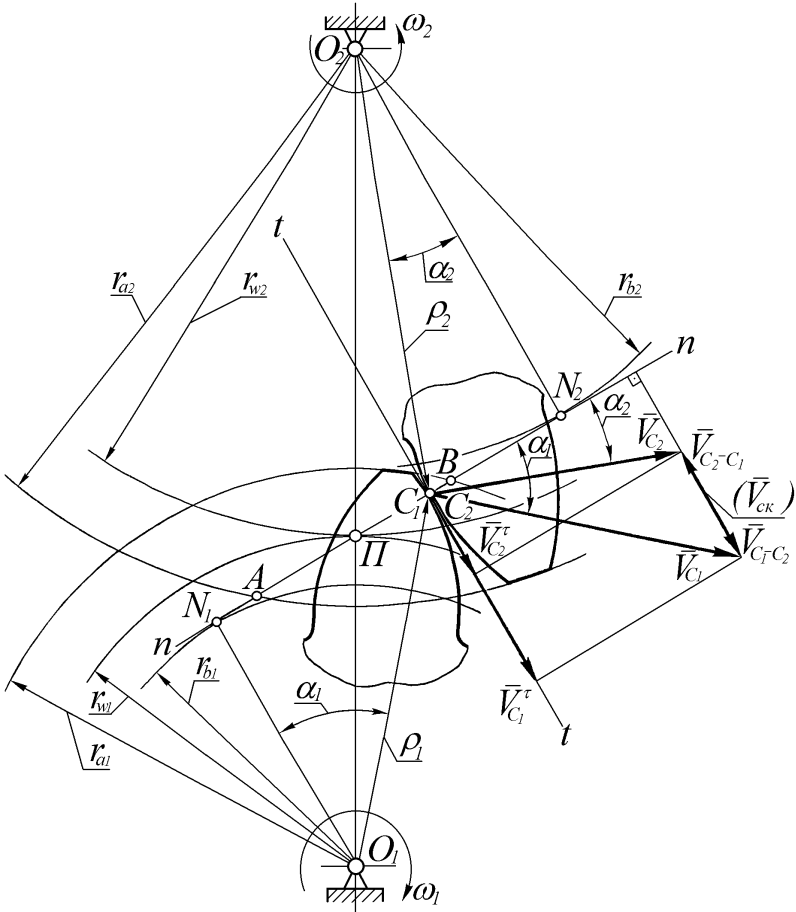


Рис. 4.11. До визначення коефіцієнтів питомого сковзання евольвентних профілів

Звідси слідує, що  $\sigma_{1-2}$  і  $\sigma_{2-1}$  мають різний знак, який буде змінюватися на протилежний при переході зачеплення зубців через полюс  $\Pi$ .

Відповідно до формули (4.3)

$$V_{CK} = \Pi C \cdot (\omega_1 + \omega_2).$$

Модулі векторів швидкостей  $\vec{V}_{C_1}^\tau$  і  $\vec{V}_{C_2}^\tau$  знайдемо, спроектувавши швидкості

$$V_{C_1} = \omega_1 \cdot \rho_1 \quad \text{і} \quad V_{C_2} = \omega_2 \cdot \rho_2$$



на загальну дотичну  $t-t$ .

Тоді буде

$$\sigma_{1-2} = \frac{V_{C_1-C_2}}{V_{C_1}^\tau} = \frac{PC \cdot (\omega_1 + \omega_2)}{\omega_1 \cdot \rho_1 \cdot \sin \alpha_1} = \frac{PC}{N_1 C} \cdot \frac{(\omega_1 + \omega_2)}{\omega_1};$$

$$\sigma_{2-1} = \frac{V_{C_2-C_1}}{V_{C_2}^\tau} = \frac{PC \cdot (\omega_1 + \omega_2)}{\omega_2 \cdot \rho_2 \cdot \sin \alpha_2} = \frac{PC}{N_2 C} \cdot \frac{(\omega_1 + \omega_2)}{\omega_2}.$$

Остаточно запишемо формули для визначення  $\sigma_{1-2}$  і  $\sigma_{2-1}$  у вигляді:

$$\sigma_{1-2} = \frac{n_{,,}}{N_1 C} (i_{2-1} + 1); \quad (4.28)$$

$$\sigma_{2-1} = \frac{n_{,,}}{N_2 C} (i_{1-2} + 1). \quad (4.29)$$

На рис. 4.12 показані криві значень коефіцієнтів питомого сковзання  $\sigma_{1-2}$  і  $\sigma_{2-1}$  по довжині теоретичної ділянки лінії зачеплення  $N_1 N_2$ , розраховані по формулах (4.28) і (4.29).

Додатні гілки  $\sigma_{1-2}$  і  $\sigma_{2-1}$  відносяться до голівок зубців. Видно, що на голівках зубців значення коефіцієнтів питомого сковзання знаходяться в межах від  $0$  до  $+1,0$ , тобто невеликі. Знос голівок зубців і колеса 2 і колеса 1 (шестерні), у зв'язку з цим, буде незначний.

Від'ємні гілки  $\sigma_{1-2}$  і  $\sigma_{2-1}$  відносяться до ніжок зубців. Видно, що поблизу точок  $N_1$  і  $N_2$  лінії зачеплення значення коефіцієнтів питомого сковзання йдуть до  $-\infty$ . Через це знос ніжок зубців носить більш небезпечний характер.

Особливо зносу схильна ніжка зуба шестерні (малого колеса 1), тому що точка  $A$  (початку робочої ділянки лінії зачеплення) знаходиться ближче до точки  $N_1$ , ніж точка  $B$  до точки  $N_2$ , і коефіцієнт  $\sigma_{1-2}$  у межах робочої ділянки лінії зачеплення  $AB$  досягає більших значень, ніж коефіцієнт  $\sigma_{2-1}$ .

Крім того, кожен зуб колеса 1 частіше входить в зачеплення і має менш міцну форму, ніж зуб колеса 2.

Тому звичайно, шестерня виготовляється з більш міцного матеріалу, ніж колесо.

Очевидно, що було б непогано, якби яким-небудь способом вдалося дещо змістити робочу ділянку лінії зачеплення  $AB$  у напрямку від  $N_1$  до  $N_2$ . Далі побачимо, що це можливо.

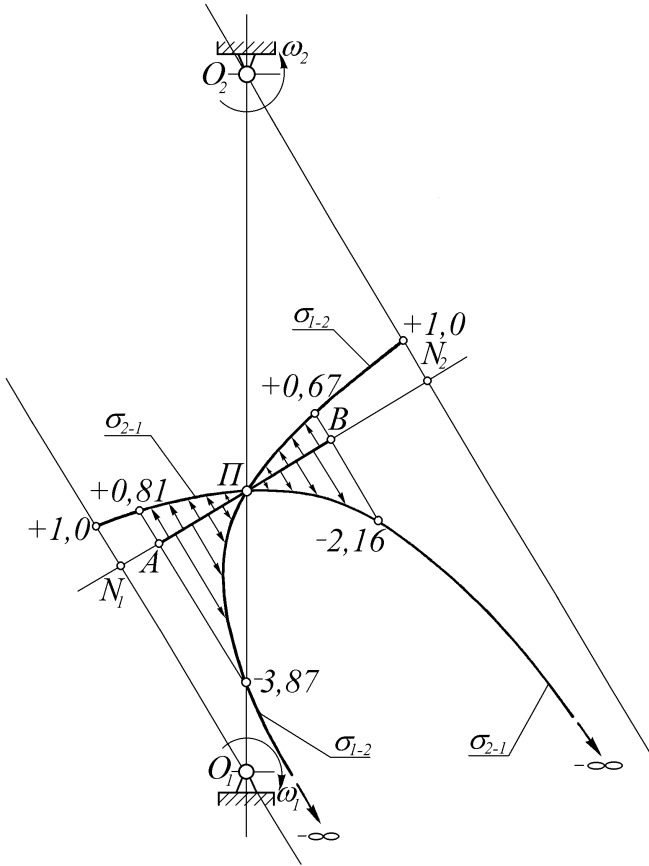


Рис. 4. 12. Криві значень коефіцієнтів  
питомого сковзання  $\sigma_{1-2}$  і  $\sigma_{2-1}$

### 7. Контрольні запитання

1. Опишіть геометрію евольвентного зубчастого колеса.
2. Що таке модуль зачеплення?
3. Що таке кут зачеплення?
4. Опишіть геометричні особливості зовнішнього евольвентного зачеплення.
5. Опишіть геометричні особливості внутрішнього евольвентного зачеплення.
6. Що таке коефіцієнт перекриття евольвентного зачеплення і як він визначається графоаналітично?

7. Що таке зони однопарного і двопарного зачеплення?
8. Від яких факторів залежить величина коефіцієнта перекриття?
9. Визначте коефіцієнти питомого сковзання евольвентних профілів.