Лекція 10
Тема: Планетарні зубчасті передачі

Зміст:

1. Ознаки планетарної передачі.
2. Найпростіші циліндричні планетарні передачі.
3. Кінематичний аналіз циліндричних планетарних передач. Метод уявної зупинки водила.
4. Задачі з кінематичного аналізу найпростіших планетарних передач.
5. Контрольні запитання.

1. Ознаки планетарної передачі

Як уже говорилося вище, *планетарними передачами називаються такі, у яких є колеса, що чинять складний рух у просторі*, тобто колеса - з рухомими в просторі осями валів.

Можна сказати інакше: планетарна передача має дві корпусних ланки. Одна з них нерухома - стояк. Другий корпус - рухомий. Його називають *водилом,* тому що цей рухомий корпус водить зубчасті колеса, називані сателітами (супутниками або планетами), по їхніх просторових орбітах.

Наявність складного руху сателітів обумовлює підвищену складність кінематичного аналізу планетарних передач у порівнянні з кінематичним аналізом простих (рядових або не планетарних) передач.

Планетарні передачі в порівнянні з простими мають *дві суттєві особливості*.

Перша з них полягає в тому, що планетарна передача в двоступінчастому виконанні може забезпечувати практично будь-яке велике передаточне відношення (теоретично - необмежене). При цьому з ростом величини передаточного відношення виявляється суттєве зниження ККД передачі, що необхідно враховувати при виборі тієї або іншої схеми планетарної передачі для силового приводу.

Друга особливість планетарних зубчастих механізмів - можливість інтегрування (сумування) рухів або диференціювання (розділення) обертових моментів.

2. Найпростіші циліндричні планетарні передачі

На рис. 3.17 показані кінематичні схеми найпростіших планетарних зубчастих механізмів п'ятьох типів, що знайшли достатньо широке застосування в машинах, які відрізняються одна від одної комбінаціями зовнішніх і внутрішніх зачеплень.

Тут позначено: 1, 2, 3, 4 - зубчасті колеса (1 і 4 - центральні; 2 і 3 - сателіти; H - водило; 0 - стояк.

Зауважимо, що схема ***а*** походить зі схеми ***б***, якщо прийняти $z_2=z_3$.

Ці дві схеми (***а*** і ***б***) представляють так званий планетарний механізм Джемса (з одновінечними і двовінечними сателітами).

Схеми ***в, г*** і ***д*** представляють планетарні механізми Давида. Як ми переконаємося нижче, усі вони мають те саме так зване генеральне рівняння руху (або по іншому - формулу Вілліса). Це і послужило підставою для їхньої загальної назви.

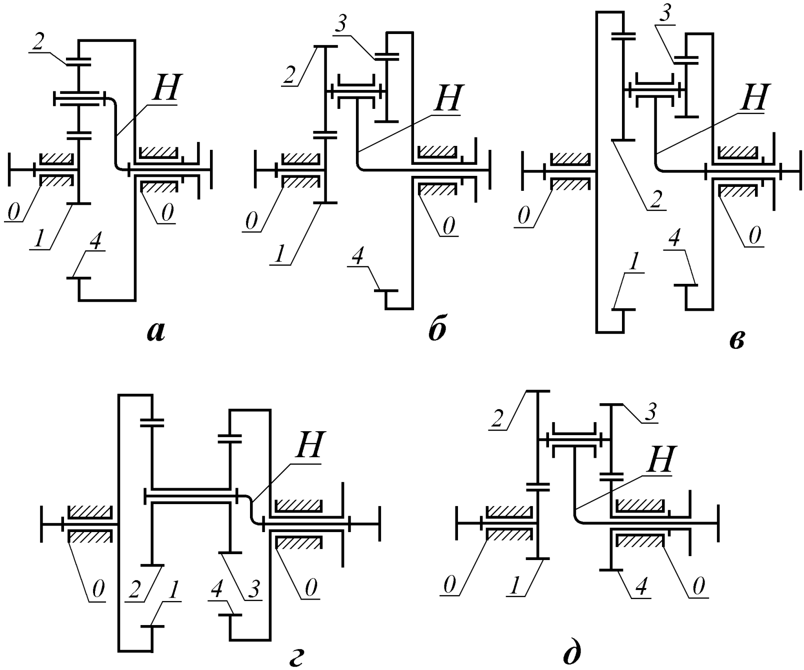

Рис. 3.17. Схеми найпростіших планетарних зубчастих механізмів

Всі подані на рис. 3.17 механізми мають по три зовнішніх вала. При цьому можна комбінувати: два входи - один вихід (інтегрування рухів); один вхід - два виходи (диференціювання обертових моментів); один вал - зупинений, другий вал - вхід, третій вал - вихід (редуктор або прискорювач, у залежності від величини передатного відношення).

Як бачимо, кожна схема дозволяє набрати досить багато варіантів її використання.

Кожна зі схем при використанні її в якості редуктора має практичний діапазон передаточних чисел. У цьому ми зможемо переконатися, розглянувши кінематику планетарних зубчастих механізмів.

Кінематичний аналіз планетарних механізмів здійснюється за методом Вілліса, який полягає у виборі такої системи відліку кутових швидкостей, у котрій би не спостерігалося складних рухів усіх його ланок.

3. Кінематичний аналіз циліндричних планетарних передач. Метод уявної зупинки водила

Розглянемо докладніше метод уявної (мисленої) зупинки водила (метод Вілліса) на прикладі одноступінчастого планетарного механізму Джемса.

Зобразимо механізм у двох проекціях (рис. 3.18). На рисунку позначено: 1 - центральне *«сонячне»* зубчасте колесо; 2 - «*сателіт*»; 4 - центральне *«коронне»* або *«вінечне»* зубчасте колесо; Н - «*водило*».

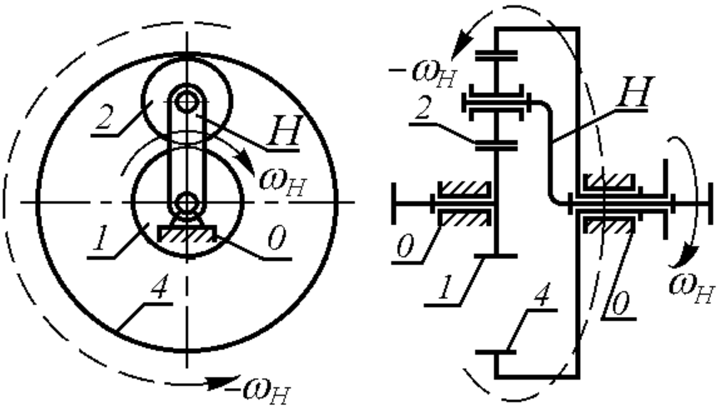

Рис. 3.18. Кінематична схема одноступінчастого планетарного механізму (планетарного механізму Джемса з одновінечним сателітом)

Механізм Джемса відноситься до сімейства плоских механізмів. Його число ступенів свободи можна підрахувати по формулі (1.3) Чебишева

$$w = 3n - 2p_н - p_в = 3\cdot 4 - 2\cdot 4 - 2 = 2,$$

де $n = 4$ (1, 2, 4, Н);

$p_н = 4$ (0 - 1, 2 - Н, 0 - 4, 4 - Н);

$p_в = 2$ (1 - 2, 2 - 4).

Тому що механізм має два ступені свободи, у ньому може спостерігатися велика розмаїтість сполучень кутових швидкостей усіх рухомих ланок. Необхідно знайти рівняння, якому всі ці швидкості повинні підпорядковуватися.

Будемо вважати відомим напрямок обертання водила (нехай навіть умовно).

Відзначимо, що відносно нерухомого корпуса 0 сателіт 2 має складний рух (суму обертання навколо власної осі й обертання разом з цією віссю навколо центральної осі механізму). Це ускладнює пошук рівняння руху в нерухомій системі відліку.

Відносно рухомого корпуса Н сателіт 2 має просте обертання. Всі інші ланки мають просте обертання як відносно стояка, так і відносно водила Н. Звідси можна зробити очевидний простий висновок - відносно рухомого корпуса Н (водила) усі ланки разом мають прості обертання, тоді загальний закон руху (рівняння, що зв'язує абсолютні кутові швидкості валів) варто шукати у взаємозв'язку відносних кутових швидкостей валів механізму відносно водила Н, тобто у рухомій системі відліку кутових швидкостей, зв'язаній з водилом Н.

Для виділення в чистому вигляді відносного руху всіх ланок механізму відносно водила Н необхідно мислено зупинити водило, не порушуючи відносного руху всіх ланок механізму.

Наочно метод уявної зупинки водила можна продемонструвати на прикладі механічного годинника з секундною стрілкою. Будемо умовно вважати секундну стрілку водилом годинника. Не порушуючи ходу годинника (тобто, відносного руху в механізмі годинника) повідомимо всьому механізму годинника додаткове обертання з кутовою швидкістю секундної стрілки, але протилежного її обертанню напрямку (тобто проти годинникової стрілки).

Що при цьому відбулося? Годинник як йшов, так і йде, але спостерігач бачить нерухомою секундну стрілку. Колишній раніше нерухомий корпус годинника обертається проти годинникової стрілки. Всі інші рухомі ланки годинникового механізму також одержали додаткове обертання, протилежне обертанню секундної стрілки з її кутовою швидкістю. Це додаткове обертання треба відняти з абсолютного обертання кожної рухливої ланки, і тоді можна побачити в чистому вигляді відносний рух усіх ланок відносно секундної стрілки, що стала нерухомою. Все це ми проробили мислено.

Стосовно до планетарного зубчастого механізму Джемса метод уявної зупинки водила можна сформулювати в такий спосіб.

Не порушуючи відносного руху ланок механізму, мислено повідомимо всьому механізму додаткову кутову швидкість, рівну ω_H*, але протилежно їй спрямовану. При цьому будемо спостерігати водило зупиненим, а механізм* *не планетарним, для якого не важко записати вирази для відношень кутових швидкостей, що спостерігаються (зворотно пропорційно числам зубців відповідних коліс). Всі ланки спостерігаються обертовими відносно нерухомого водила з кутовими швидкостями, які можна визначити шляхом вирахування з величини абсолютної кутової швидкості кожної ланки величини кутової швидкості* ω_H.

Позначимо швидкості обертання ланок відносно водила штрихом, тоді будемо мати

$$\omega_1' = \omega_1 - \omega_H;$$

$$\omega_2' = \omega_2 - \omega_H;\ (\omega_3' = \omega_3 - \omega_H);$$

$$\omega_4' = \omega_4 - \omega_H;$$

$$\omega_H' = \omega_H - \omega_H = 0;$$

$$\omega_0' = 0 - \omega_H = -\omega_H.$$

Кутові швидкості $\omega_1', \omega_2', \ldots$ являють собою відносні кутові швидкості ланок відносно водила, передаточні відношення яких можна виразити так само, як у звичайних простих (не планетарних) механізмах, через відношення чисел зубців відповідних коліс.

Наприклад,

$$i_{1-2}^{(H)} = \frac{\omega_1'}{\omega_2'} = -\frac{z_2}{z_1};$$

$$i_{2-4}^{(H)} = \frac{\omega_2'}{\omega_4'} = \frac{z_4}{z_2};$$

$$i_{1-4}^{(H)} = \frac{\omega_1'}{\omega_4'} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(\frac{z_4}{z_2}\right) = -\frac{z_4}{z_1}.$$

Зауважимо, що в позначенні передаточного відношення для планетарних передач у дужках вказується індекс зупиненої ланки.

При вирішенні різних задач іноді використовуються всі записані рівняння, але останнє рівняння найбільш ємне, тому що включає у свій склад усі абсолютні кутові швидкості зовнішніх валів механізму Джемса. Перепишемо це рівняння в такий спосіб

$$\frac{\omega_1'}{\omega_4'} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = i_{1-4}^{(H)} = -\frac{z_4}{z_1}.$$

Формула Вілліса, іноді називана генеральним рівнянням руху планетарного механізму, у загальному вигляді записується так

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = i_{1-4}^{(H)}. \tag{3.9}$$

Ця формула справедлива для всіх п'яти схем планетарних механізмів, зображених на рис. 3.17, і може відрізнятися для окремих схем тільки знаком і величиною передатного відношення в правій частині, яку іноді називають передаточним відношенням *оберненого планетарного зубчастого механізму* (тобто перетвореного мислено в не планетарний - із зупиненим водилом).

Для одноступінчастої схеми планетарного механізму Джемса

$$i_{1-4}^{(H)} = -\frac{z_4}{z_1}.$$

Аналогічно можемо записати передаточне відношення обернених планетарних механізмів інших схем.

Так, для схеми (рис. 3.17***б***) двохступінчатого планетарного механізму Джемса

$$i_{1-4}^{(H)} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(\frac{z_4}{z_3}\right) = -\frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}. \tag{3.10}$$

Для схем (рис. 3.17 ***в, г, д)*** планетарних механізмів Давида

$$i_{1-4}^{(H)} = \left(\pm\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(\pm\frac{z_4}{z_3}\right) = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}. \tag{3.11}$$

Нагадаємо, що знаки “–” записані для відношень чисел зубців коліс у зовнішніх зачепленнях, а знаки “+” записані для відношень чисел зубців у внутрішніх зачепленнях.

Невеличка різниця (тільки в знаку $i_{1-4}^{(H)}$) формул Вілліса планетарних механізмів Джемса і Давида обумовлює дуже різні їхні кінематичні можливості.

Вирішимо декілька задач на визначення передаточних чисел деяких варіантів планетарних передач Джемса і Давида.

4. Задачі з кінематичного

4. Задачі з кінематичного аналізу найпростіших планетарних передач

<u>*Задача 1.*</u> Визначити величину передаточного відношення $i_{1-H}^{(4)}$ планетарного механізму за схемою (рис. 3.19). Числа зубців коліс: $z_1=20$, $z_2=20$, $z_4=60$. Колесо 4 виконано заодно з корпусом передачі.

<u>*Рішення:*</u>

1. Запишемо формулу Вілліса в загальному вигляді

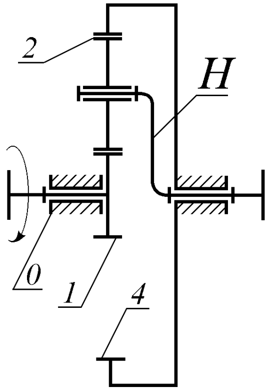

Рис. 3.19. Схема редуктора Джемса з одновінечним сателітом

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = i_{1-4}^{(H)}.$$

2. Тому що за умовою задачі $\omega_4 = 0$, перетворимо формулу Вілліса шляхом почленного ділення чисельника лівої частини на знаменник до вигляду

$$-\frac{\omega_1}{\omega_H} + 1 = i_{1-4}^{(H)}$$

або

$$i_{1-H}^{(4)} = 1 - i_{1-4}^{(H)}. \qquad (3.12)$$

3. Знайдемо значення передаточного відношення оберненого механізму

$$i_{1-H}^{(4)} = -\frac{z_4}{z_1} = -\frac{60}{20} = -3$$

і після підстановки величини $i_{1-H}^{(4)}$ у вираз (3.12) знайдемо

<u>*Відповідь*</u>:

$$i_{1-H}^{(4)} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - i_{1-4}^{(H)} = 1 - (-3) = 4.$$

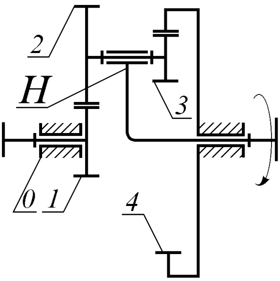

Рис. 3.20. Схема двоступінчастого прискорювача Джемса (з двовінечним сателітом)

<u>*Задача 2.*</u> Визначити передаточне відношення $i_{H-1}^{(4)}$ планетарного двохступінчастого механізму Джемса за схемою (рис. 3.20). Числа зубців коліс: $z_1 = 30$; $z_2 = 40$; $z_3 = 20$; $z_4 = 90$. Колесо 4 нерухоме.

<u>*Рішення:*</u>

1. Запишемо формулу Вілліса (3.9)

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = i_{1-4}^{(H)}.$$

2. Визначимо значення передаточного відношення оберненого механізму по формулі (3.10)

$$i_{1-4}^{(H)} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(\frac{z_4}{z_3}\right) = -\frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = -\frac{40 \cdot 90}{30 \cdot 20} = -6.$$

3. Знайдемо з формули Вілліса відношення $\frac{\omega_H}{\omega_1} = i_{H-1}^{(4)}$. Для цього перепишемо формулу Вілліса з урахуванням $\omega_4 = 0$ у вигляді

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = i_{1-4}^{(H)}$$

і виконаємо послідовно наступні алгебраїчні перетворення:

$$-\frac{\omega_1}{\omega_H} + 1 = i_{1-4}^{(H)}; \quad \frac{\omega_1}{\omega_H} = i_{1-H}^{(4)} = 1 - i_{1-4}^{(H)};$$

$$\frac{\omega_H}{\omega_1} = i_{H-1}^{(4)} = \frac{1}{i_{1-H}^{(4)}} = \frac{1}{1 - i_{1-4}^{(H)}} \ . \qquad (3.13)$$

Після підстановки у вираз (3.13) значення $i_{1-4}^{(H)}$ одержимо

<u>*відповідь:*</u> $i_{H-1}^{(4)} = \frac{\omega_H}{\omega_1} = \frac{1}{1 - i_{1-4}^{(H)}} = \frac{1}{1 - (-6)} = \frac{1}{7}.$

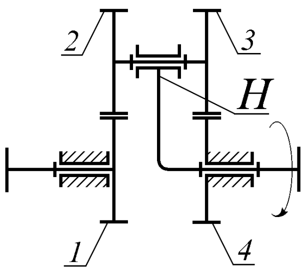

Рис. 2.21. Схема планетарного редуктора Давида з двома зовнішніми зачепленнями

<u>*Задача 3.*</u> Визначити передаточне відношення $i_{H-1}^{(4)}$ планетарного двохступінчастого механізму Давида з двома зовнішніми зачепленнями за схемою (рис. 3.21). Числа зубців коліс: $z_1 = z_3 = 100;\ z_2 = 99;\ z_4 = 101$. Колесо 4 - нерухоме.

<u>*Рішення:*</u>

1. Визначимо значення передаточного відношення оберненої передачі по формулі (3.11)

$$i_{1-4}^{(H)} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = = \frac{99 \cdot 101}{100 \cdot 100} = 0{,}9999.$$

2. Скористаємося виразом (3.13), отриманим у задачі 3.5 із перетворення формули Вілліса загального вигляду, тоді знайдемо

<u>*відповідь:*</u>

$$i_{H-1}^{(4)} = \frac{\omega_H}{\omega_1} = \frac{1}{1 - i_{1-4}^{(H)}} = \frac{1}{1 - 0{,}9999} = \frac{1}{0{,}0001} = 10000.$$

Задача 4. Визначити передаточне відношення $i_{H-1}^{(4)}$ планетарного двохступінчатого механізму Давида з двома внутрішніми зачепленнями за схемою (рис. 3.22). Числа зубців коліс: $z_1 = 160$; $z_2 = 150$; $z_3 = 110$; $z_4 = 120$. Колесо 4 нерухоме.

Рішення:

Тому що дана задача відрізняється від попередньої тільки чисельними розрахунками, зробимо їх за схемою рішення попередньої задачі.

1. Визначимо $$i_{1-4}^{(H)} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = \frac{150 \cdot 120}{160 \cdot 110} = \frac{45}{44}.$$

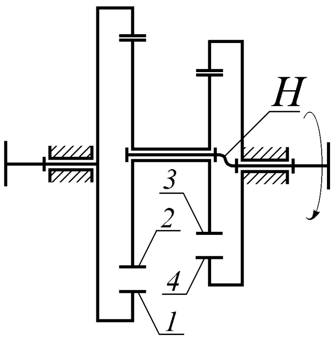

Рис. 3.22. Схема планетарного редуктора Давида з двома внутрішніми зачепленнями

2. Знайдемо *відповідь:*

$$i_{H-1}^{(4)} = \frac{1}{1 - i_{1-4}^{(H)}} = \frac{1}{1 - \frac{45}{44}} = -44.$$

На прикладі задач 3.6 і 3.7 приходимо до висновку, що для механізмів ***в***, ***г*** і ***д*** (рис. 3.17)

$$i_{H-1}^{(4)} = \frac{1}{1 - i_{1-4}^{(H)}}.$$

При $i_{1-4}^{(H)} \to 1$ одержуємо $i_{H-1}^{(4)} \to \infty$.

Якщо буде $i_{1-4}^{(H)} < 1$, то тоді виявиться $i_{H-1}^{(4)} > 0$.

Якщо ж буде $i_{1-4}^{(H)} > 1$, то тоді знаходимо $i_{H-1}^{(4)} < 0$.

З аналізу розглянутих прикладів виявляємо великі кінематичні можливості планетарних зубчастих механізмів зі схемами ***в***, ***г*** і ***д***.

Після узагальнення отриманих результатів рішення задач дійдемо висновку, що кожна зі схем при використанні її в якості редуктора має практичний діапазон передаточних відношень. При цьому, як уже було сказано вище, виявляється, що з ростом передаточного числа зменшується коефіцієнт корисної дії (див. в [8] розділ IV).

Зазначимо для всіх п'ятьох схем орієнтовні, практично використовувані діапазони передаточних відношень і відповідні їм діапазони ККД.

Схема ***а***:

$$i_{1-H}^{(4)} = 3 \ldots 9 \text{ при } \eta = 0{,}99 \ldots 0{,}97;$$

$$i_{4-H}^{(1)} = 1{,}13 \ldots 1{,}5 \text{ при } \eta = 0{,}996 \ldots 0{,}99;$$

$$i_{1-4}^{(H)} = -(2\ ...\ 8) \text{ при } \eta = 0{,}985\ ...\ 0{,}96.$$

<u>*Схема*</u> ***б***:

$$i_{1-H}^{(4)} = 2\ ...\ 17 \text{ при } \eta = 0{,}99\ ...\ 0{,}97.$$

<u>*Схема*</u> ***в***:

$$i_{H-1}^{(4)} = 8\ ...\ 30 \text{ при } \eta = 0{,}90\ ...\ 0{,}75.$$

<u>*Схема*</u> ***г***:

$$i_{H-1}^{(4)} = 25\ ...\ 300 \text{ при } \eta = 0{,}80\ ...\ 0{,}40.$$

<u>*Схема*</u> ***д***:

$$i_{H-1}^{(4)} = 1\ ...\ \pm\infty \text{ при } \eta = 0{,}9\ ...\ 0{,}0$$

(наприклад, при $i_{H-1}^{(4)} = 10000$; $\eta = 0{,}015$).

5. Контрольні запитання

1. Які найпростіші схеми планетарних передач Ви знаєте?
2. Які основні переваги планетарних передач у порівнянні з не планетарними?
3. Які кінематичні можливості мають планетарні передачі?
4. Яка планетарна передача називається диференціальною?
5. Сформулюйте метод уявної зупинки водила (метод Вілліса).
6. Яка планетарна передача називається оберненою?
7. Як визначити передаточне відношення оберненої планетарної передачі?
8. Як визначити відносні кутові швидкості зубчастих коліс планетарної передачі відносно водила?