

Лекція 7

Тема: Кінематика просторового універсального сферичного шарнірного механізму (шарнір Гука)

- Зміст: 1. Загальна характеристика та призначення шарніра Гука.
2. Одинарний шарнір Гука.
3. Здвоєний шарнір Гука.
4. Контрольні запитання.

1. Загальна характеристика та призначення шарніра Гука

Шарнір Гука широко застосовується в карданних передачах різних машин. Він дозволяє здійснити передачу обертального руху під перемінним кутом.

Одинарний шарнір Гука володіє одним суттєвим недоліком - нерівномірним обертанням вихідного вала при рівномірному обертанні вхідного вала, що буде показано нижче. Внаслідок цього одинарний шарнір Гука знаходить обмежене застосування.

Використання здвоєного шарніра Гука дозволяє уникнути при дотриманні певних умов нерівномірності вихідного руху. Здвоєний шарнір Гука застосовується дуже широко.

Основний його недолік - великі осьові розміри.

Тому в обмежених осьових розмірах використовуються спеціальні шарніри рівних кутових швидкостей, які тут не розглядаються.

2. Одинарний шарнір Гука

Будемо вважати (рис. 2.20) вхідний рух вала 1 рівномірним, тобто $\omega_1 = \text{const}$.

Знайдемо формулу для визначення перемінної функції передаточного відношення $i_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$.

Для цього уявимо механізм у такому положенні (рис. 2.21): вісь вала звилкою 1 знаходиться в площині креслення; вісь вала 2 знаходиться в площині креслення, а його вилка в площині, перпендикулярній до площини креслення.

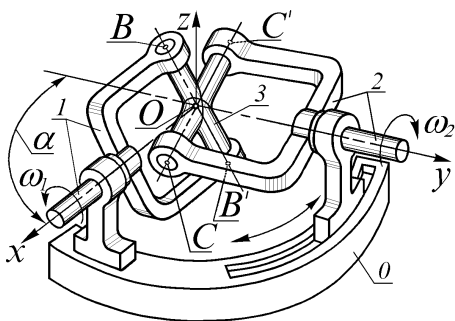


Рис. 2.20. Модель шарніра Гука

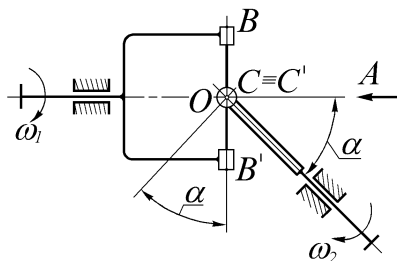


Рис 2.21. Схема шарніра Гука

Зобразимо траєкторії руху шарнірів B і C на виді по стрілці A (рис. 2.22).

Відповідно до відомостей із нарисної геометрії, проекції поперечини хрестовини на виді A будуть складати прямий кут у будь-якому положенні механізму, тому що одна з поперечин (із шарнірами B і B') увесь час буде видна в натуральній величині.

У початковому положенні шарніри B і C займають положення B_0 і C_0 .

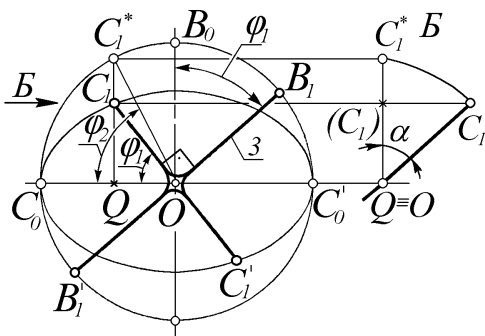


Рис. 2.22. Траєкторії шарнірів В і С

Після повороту вала 1 на довільний кут φ_1 шарніри B і C займуть положення B_1 і C_1 .

Кут φ_2 повороту вала 2 можна визначити, якщо траєкторію шарніра C розглянути в натуральну величину.

Для цього її треба мислено повернути на кут α навколо горизонталі, що проходить через центр хрестовини 3 (тобто через точку O).

Тому що траєкторія шарніра C кругова, кут φ_2 буде координуватися променем OC_1^* , проведеним із центру хрестовини в точку C_1^* (який показує положення точки C_1 на круговій траєкторії, що спостерігається в натуральну величину). У положенні 1 механізму кут φ_2 більше кута φ_1 . У інших положеннях може виявитися $\varphi_2 < \varphi_1$, тому що в середньому за велике число обертів пройдені валами кути φ_2 і φ_1 рівні.

Тому що відношення відрізків C_1Q і C_1^*Q буде $C_1Q/C_1^*Q = \cos \alpha$ із розгляду рис. 2.22 слідує, що

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \operatorname{tg} \varphi_2 \cdot \cos \alpha \quad (2.5)$$

Продиференціюємо вираз (2.5), прийнявши значення α незмінним, тоді одержимо

$$\frac{\omega_1}{\cos^2 \varphi_1} = \frac{\omega_2}{\cos^2 \varphi_2} \cdot \cos \alpha.$$

Перепишемо останній вираз у вигляді функції зворотного передаточного відношення

$$i_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\cos^2 \varphi_2}{\cos^2 \varphi_1} \cdot \frac{1}{\cos \alpha}. \quad (2.6)$$

Позбудемося від φ_2 у функції (2.6), використовуючи вираз (2.5). З тригонометрії відома формула

$$\cos^2 \varphi_2 = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_2}.$$

Тоді можемо записати

$$\cos^2 \varphi_2 = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_1 / \cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \varphi_1}. \quad (2.7)$$

Підставимо (2.7) у (2.6), в результаті будемо мати

$$\begin{aligned} i_{21} &= \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \varphi_1 \cdot (\cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \varphi_1)} \cdot \frac{1}{\cos \alpha} = \\ &= \frac{\cos \alpha}{\cos^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \alpha + \sin^2 \varphi_1}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Підставимо в (2.8) вираз ($\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$) і після нескладних перетворень одержимо

$$i_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\cos \alpha}{1 - \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin^2 \alpha}. \quad (2.9)$$

Проаналізуємо отриману залежність (2.9).

Очевидно, що функція $i_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$ є періодичною. Максимальні значення

функції i_{21} будуть відповідати значенням аргументу $\varphi_1 = 0, \pi, 2\pi, \dots$

Причому

$$i_{21}^{max} = \frac{1}{\cos \alpha}.$$

Мінімальні значення функції i_{21} будуть відповідати значенням аргументу $\varphi_1 = \pi/2; 3\pi/2; \dots$. При цьому $i_{21}^{min} = \cos \alpha$.

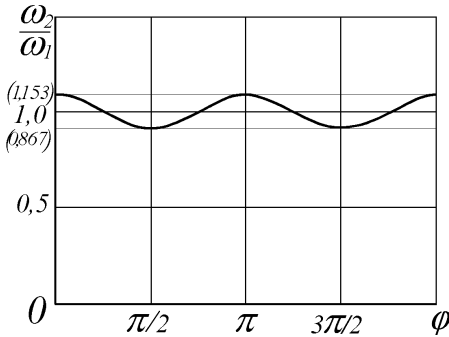


Рис. 2.23. Графік зміни функції i_{21} шарніра Гука при значенні кута $\alpha=30^\circ$

На рис. 2.23 показаний графік функції i_{21} при значенні $\alpha=30^\circ$ ($\cos \alpha \approx 0,87$).

Кутова швидкість вихідного вала 2 шарніра Гука буде змінюватися в межах

$$\omega_1 \cdot \cos \alpha \leq \omega_2 \leq \omega_1 / \cos \alpha$$

Коливання кутової швидкості ω_2 відносно ω_1 будуть тим більшими, чим більше значення кута α між валами 2 і 1.

На рис. 2.24 показаний графік залежності максимальних значень функції i_{21} від значення

кута α . Очевидний прогресивний характер залежності. Якщо при зростанні α від 0 до 20° ω_2 від ω_1 відрізняється не більше ніж на 6% , то при зростанні α від 20° до 40° , ця відмінність досягає 32% .

З наведеного вище аналізу можна зробити висновок, що одинарний шарнір Гука можна застосовувати при невеликих значеннях кута α , а також при невисоких швидкостях обертання карданного вала і малих масах, що рухаються з валом 2 (малих зведених моментах інерції вала 2).

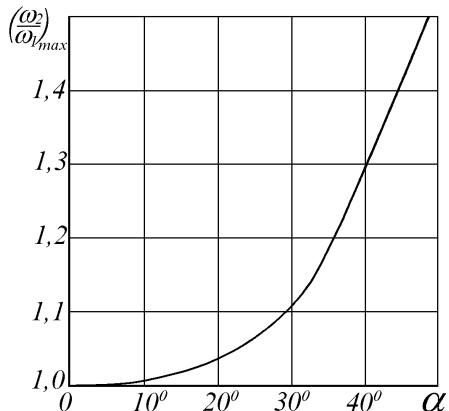


Рис. 2.24. Графік залежності максимальних значень функції i_{21} від α

3. Здвоєний шарнір Гука

На рис. 2.25 показана кінематична схема здвоєного шарніра Гука. Обертання від вхідного вала 1 на вихідний вал 3 передається через складовий

вал 2-2'. Складовий вал 2-2' дозволяє під час руху змінювати свою довжину при зміні відстані H (наприклад, у карданній передачі автомобіля). Частина вала 2 зв'язана з частиною вала 2' шліцьовим рухомим з'єднанням.

Легко довести навіть без застосування математичних викладень, що при рівномірному обертанні вхідного вала 1 також рівномірно буде обертатися вихідний вал 3. І звісно ж, при цьому вал 2-2' буде обертатися нерівномірно.

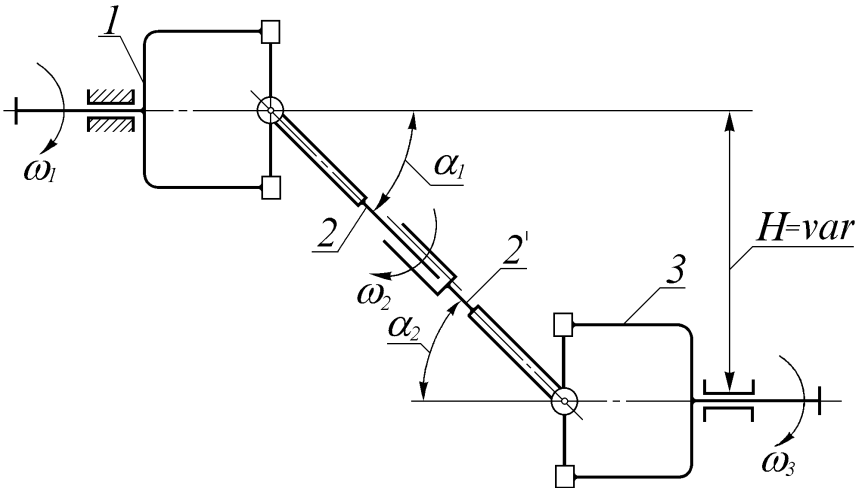


Рис. 2.25. Кінематична схема здвоеного шарніра Гука

Будемо міркувати так. Якщо мислено роз'єднати карданний вал у шліцьовому з'єднанні, а потім вал 3 (разом із валом 2') повернути в площині креслення на 180° і перенести його на місце вала 1, то при рівності $\alpha_1 = \alpha_2$ одержимо повне накладення один на одного валів 1 і 3, а також валів 2 і 2'. Очевидно, що при однаковій рівномірній швидкості обертання валів 1 і 3, вали 2 і 2' одержать абсолютно збіжне нерівномірне обертання.

Отже, за умови $\alpha_1 = \alpha_2$, а також розташуванні вилок проміжного вала 2-2' в одній площині, здвоєний шарнір Гука забезпечить постійну рівність значень ω_1 і ω_3 .

При нерівності α_1 і α_2 може з'явитися невисока нерівномірність обертання вихідного вала 3.

Якщо ж вилок проміжного вала установити у взаємно перпендикулярних площинах, тоді нерівномірність обертання вихідного вала 3 зведеться в квадрат, а максимальне і мінімальне значення кутової швидкості вихідного вала 3 будуть досягати величин

$$\omega_3^{\max} = \omega_1 / (\cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2) \text{ і } \omega_3^{\min} = \omega_1 \cdot (\cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2).$$

Бажано так конструктивно виконати проміжний вал 2-2', щоб він міг збиратися тільки при розташуванні його вилок в одній площині.

У крайньому випадку необхідно на торцях валів 2 і 2' зробити відповідні мітки, по яких можна було б здійснити правильне збирання проміжного вала.

4. Контрольні запитання

1. Приведіть схему просторового універсального сферичного шарнірного механізму (шарніра Гука).
2. Яке його призначення?
3. У чому полягає недолік одинарного шарніра Гука?
4. Визначте передаточну функцію шарніра Гука і проаналізуйте її.
5. Викресліть кінематичну схему здвоєного шарніра Гука.
6. Якими властивостями вона володіє?
7. Як уникнути нерівномірності обертання вихідного вала?