

Лекція 1

Тема: Структурний аналіз механізмів

Зміст:

1. Задачі структурного аналізу.
2. Кінематичні пари і їхня класифікація.
3. Кінематичні ланцюги.
4. Структурні формули механізмів.
5. Розв'язання задач структурного аналізу
6. Контрольні запитання.

1. Задачі структурного аналізу

Структурний аналіз механізму включає такі **задачі**:

1. Побудова кінематичної схеми механізму.
2. Нумерація і найменування ланок.
3. Найменування і класифікація кінематичних пар і структурних кінематичних ланцюгів.
4. Визначення ступеня рухливості механізму, у т. ч. місцевих рухливостей.
5. Виявлення надлишкових зв'язків у механізмі.
6. Розчленовування кінематичної схеми механізму на початкові механізми і нормальні структурні кінематичні ланцюги (групи Ассура) і їхню класифікацію.
7. Класифікація механізму.

Перша і **друга** задачі тут окремо не розглядаються, але нижче буде показано багато прикладів кінематичних схем механізмів із нумерацією і найменуванням ланок, що дозволить студенту при необхідності складати кінематичні схеми інших механізмів і виконувати їхню обробку за аналогією з розглянутими в даному посібнику.

2. Кінематичні пари і їхня класифікація

У механізмах застосовується широкий ряд кінематичних пар. Нижче будуть показані найбільш поширені кінематичні пари і на їхньому прикладі пояснені принципи класифікації.

Позначимо:

H - число ступенів свободи у відносному русі ланок у кінематичній парі;

S - число умов зв'язку, накладених на відносний рух ланок у кінематичній парі.

Тому що тверде тіло в просторі має 6 ступенів свободи, то очевидно буде

$$S + H = 6.$$

Очевидно також, що кінематична пара буде існувати тільки тоді, коли

$$1 \leq S \leq 5$$

і, відповідно,

$$5 \geq H \geq 1.$$

Адже при $S=0$ ланки не зв'язані одна з одною, а при $S=6$ ланки зв'язуються одна з одною жорстко, тобто вони стають одною ланкою.

По Артоблевському І. І. всі кінематичні пари діляться на класи в залежності від числа умов зв'язку S .

Усього існує п'ять класів кінематичних пар: *I, II, III, IV* і *V*.

У таблиці 1.1 показані приклади найбільш поширених кінематичних пар різних класів. Клас кінематичної пари можна підрахувати по формулі

$$S = 6 - H. \quad (1.1)$$

Іноді кінематичні пари по числу H називають: однорухомою, дворухомою, трирухою, чотирирухою або п'ятирухою.

Вищою кінематичною парою називається така пара, у якій ланки контактують тільки по лініях або по точках. Прикладом вищої кінематичної пари можуть служити пари "куля - площина" або "ролик - площина".

Нижчою кінематичною парою називається пара, у якій ланки контактують по якійсь поверхні. Прикладом нижчої кінематичної пари може служити пара: "сферична" або "циліндрична".

Студент може самостійно знайти інші вищі і нижчі кінематичні пари в таблиці 1.1.

Варто підкреслити, що характер контакту ланок деяких пар не завжди можна визначити за схемою. Схематичне зображення кінематичної пари може ввести в помилку в цьому питанні, тому в сумнівних випадках необхідно звернутися до креслення або до рисунка пари.

Для того, щоб ланки в кінематичній парі знаходилися в постійному контакті, вона повинна бути замкнутою.

Замикання кінематичних пар може бути або геометричним, або силовим.

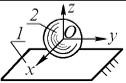
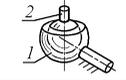
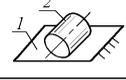
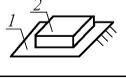
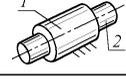
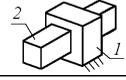
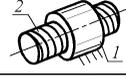
Як приклад геометричного замикання можна привести замикання "обертальної" або "гвинтової" кінематичних пар.

Силowe замикання звичайно здійснюється силою пружності пружин, іноді силою тяжіння.

Студент може самостійно визначити, як вирішене питання замикання кінематичних пар, наведених у таблиці 1.1.

Приклади кінематичних пар різних класів
по Артоблевському

Таблиця 1.1

Рисунок	Схема	Назва	S	H	Клас
		Куля-площина	1	5	I
		Сферична	3	3	III
		Сферична з пальцем	4	2	IV
		Ролик-площина	2	4	II
		Площинна	3	3	III
		Циліндрична	4	2	IV
		Поступальна	5	1	V
		Гвинтова	5	1	V
		Обертальна	5	1	V
		Кулачкова	4	2	IV
		Зубчаста	4	2	IV

3. Кінематичні ланцюги

Будь-який механізм являє собою кінематичний ланцюг, одна ланка якого (стояк) нерухома, а інші здійснюють відносно неї упорядкований рух.

Найпростішим кінематичним ланцюгом є ланцюг, який включає всього лише дві ланки, що утворюють кінематичну пару. Число ланок і кінематичних пар у кінематичному ланцюзі може бути більшим.

Нижче показаний ряд прикладів кінематичних ланцюгів.

Кінематичні ланцюги діляться на *прості* і *складні*.

Простим називається кінематичний ланцюг, у котрого кожна ланка входить не більш ніж у дві кінематичні пари (рис. 1.1 *а, б* і *з*).

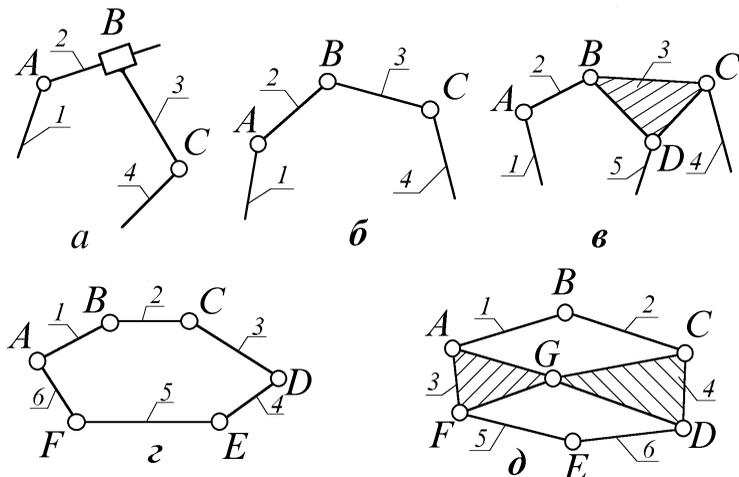


Рис. 1.1. Кінематичні ланцюги

Складним кінематичним ланцюгом називається ланцюг, у якому є хоча б одна ланка, що входить більш ніж у дві кінематичні пари (рис. 1.1 *в* і *д*).

Прості і складні кінематичні ланцюги у свою чергу діляться на *замкнуті* і *незамкнуті*.

Замкнутим кінематичним ланцюгом називається кінематичний ланцюг, у котрого немає ланок, що входять тільки в одну кінематичну пару (рис. 1.1 *з* і *д*).

Незамкнутим кінематичним ланцюгом називається кінематичний ланцюг, у якого є хоча б одна ланка, що входить тільки в одну кінематичну пару. Прикладами таких ланцюгів можуть служити ланцюги, показані на рис. 1.1 *а, б* і *в*.

Більшість механізмів робочих машин є замкнутими кінематичними ланцюгами.

Незамкнуті кінематичні ланцюги застосовуються в механізмах роботів, маніпуляторів, крокуючих машин.

4. Структурні формули механізмів

Спочатку розглянемо просторовий механізм, на ланки якого не накладено ніяких спільних зв'язків.

Нехай механізм включає у свій склад k ланок, із котрих n ланок рухливі, а одна (стояк) - нерухома. Тоді буде

$$n = k - 1.$$

Позначимо:

w - шукане число ступенів свободи механізму;

p_1 - число кінематичних пар *I*-го класу;

p_2 - число кінематичних пар *II*-го класу;

p_3 - число кінематичних пар *III*-го класу;

p_4 - число кінематичних пар *IV*-го класу;

p_5 - число кінематичних пар *V*-го класу.

Будемо спочатку вважати механізм розібраним на окремі ланки. Кожна ланка при цьому має 6 ступенів свободи. А k ланок будуть мати загальне число ступенів свободи $6k$.

Виберемо наступний порядок складання механізму.

Спочатку закріпимо нерухомо стояк, відібравши у нього 6 ступенів свободи.

Потім з'єднаємо ланки, що утворюють кінематичні пари *I*-го класу, відібравши у кожній парі 1 ступінь свободи, а у всіх цих парах - p_1 ступенів свободи.

Після цього, з'єднаємо ті ланки, що утворюють кінематичні пари *II*-го класу, відібравши у них сумарно $2p_2$ ступенів свободи, тому що в кожній такій парі буде відібрано 2 ступеня свободи.

З'єднавши далі ланки в кінематичні пари *III*-го, *IV*-го і *V*-го класів, відберемо в них відповідно $3p_3$, $4p_4$ і $5p_5$ ступенів свободи.

Завершивши з'єднання всіх ланок у кінематичні пари, одержимо зібраний механізм із w ступенями свободи, число яких можна підрахувати по формулі

$$w = 6k - 6 - p_1 - 2p_2 - 3p_3 - 4p_4 - 5p_5.$$

Зручніше для використання формули перші два члени правої частини уявити у вигляді $6k - 6 = 6(k - 1) = 6n$, а інші члени поміняти місцями. Тоді одержимо формулу

$$w = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (1.2)$$

Ця формула носить ім'я Сомова - Малишева. По ній можна вести підрахунок ступенів рухливості сімейства просторових механізмів, які не мають загальних обмежень, накладених на рух усіх ланок.

Для ілюстрації використання формули Сомова - Малишева вирішимо таку задачу.

5. Розв'язання задач структурного аналізу

Задача 1. Визначити число ступенів свободи w і маневреність m механізму промислового робота за схемою (рис. 1.2).

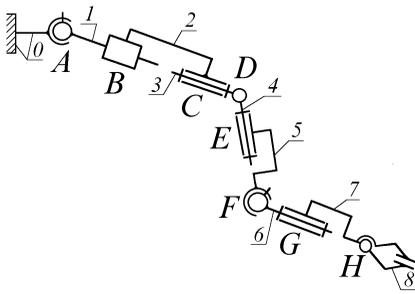


Рис. 1.2. Механізм маніпулятора

ються "сферична з пальцем";

-шість кінематичних пар V класу: (1 - 2) - ("поступальна") і (2 - 3, 3 - 4, 4 - 5, 6 - 7, 7 - 8) - ("обертальна").

3. По формулі Сомова - Малишева знайдемо ступінь рухливості механізму

$$w = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 = 6 \cdot 8 - 5 \cdot 6 - 4 \cdot 2 - 3 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 0 = 10.$$

Проте, з отриманих 10 ступенів свободи одна призначена для захвату робочого тіла, тому прийнято визначати число ступенів свободи робота при зімкнутому захваті 8. Якщо захват вважати зімкнутим, тоді будемо мати: $n = 7$; $p_5 = 5$; $p_4 = 2$, а число ступенів свободи робота

$$w = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 = 6 \cdot 7 - 5 \cdot 5 - 4 \cdot 2 - 3 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 0 = 9.$$

4. Визначимо маневреність механізму промислового робота m .

Будемо вважати захват нерухомим. При цьому ланки 7 і 8 зіллються зі стояком.

Розрахунок здійснимо по тій же формулі Сомова - Малишева, порахувавши: $n = 6$ (а $k = 7$); $p_5 = 5$ (1 - 2, 2 - 3, 3 - 4, 4 - 5, 6 - 7); $p_4 = 2$ (0 - 1, 5 - 6).

Тоді

$$m = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 = 6 \cdot 6 - 5 \cdot 5 - 4 \cdot 2 - 3 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 0 = 3.$$

Відповідь: $w = 9$; $m = 3$.

Серед просторових механізмів є такі, у яких на рух всіх ланок накладається одне або більше загальних обмежень. Для урахування цих обмежень застосовуються структурні формули, що походять з формули Сомова - Малишева за рахунок зменшення всіх чисельних коефіцієнтів на число загальних обмежень і відкидання членів правої частини, що подають неіснуючі кінематичні пари.

Покажемо такий перехід від формули Сомова - Малишева до структурної формули так званого сімейства плоских механізмів.

Пояснення.

Під маневреністю m механізму робота або маніпулятора розуміється його число ступенів свободи при нерухомому захваті.

Рішення:

1. Нумерація ланок показує, що $k = 9$, а $n = 8$.

2. Ланки утворюють:

- дві кінематичні пари IV класу: (0 - 1) і (5 - 6), що назива-

Назва "плоский механізм" - умовна. Це, насправді, просторовий механізм, на рух ланок якого накладено три певні загальні умови зв'язку. Цими обмеженнями будуть: неможливість лінійного руху всіх ланок уздовж осі Z просторової декартової системи координат і їхнього обертання навколо осей x і y . Тоді точки ланок "плоского" механізму можуть здійснювати рух лише в площині xOy або в паралельних їй площинах.

Іншими словами, плоским механізмом будемо вважати такий, точки ланок якого рухаються в паралельних площинах.

Очевидно, що для рішення задачі кінематичного аналізу такого механізму цілком достатньо розглянути одну єдину з цих взаємно паралельних площин. Звідси походять і назва механізмів і ілюзія їхнього плоского руху.

У плоскому русі тверде тіло має 3 ступеня свободи, отже кінематичні пари плоского механізму повинні задовольняти вимозі $2 \geq H \geq 1$, тобто вони можуть бути тільки *IV* і *V* класу.

Віднімемо число 3 із числових коефіцієнтів правої частини формули Сомова - Малишева, а також врахуємо, що в плоских механізмах відсутні кінематичні пари *III*, *II* і *I* класів.

Тоді одержимо структурну формулу у вигляді

$$w = 3n - 2p_5 - p_4.$$

Плоскі механізми включають у свій склад тільки чотири різновиди кінематичних пар: обертальну, поступальну, кулачкову і зубчасту. Відзначимо, що дві останні пари по своїй суті є одним і тим самим, але одержали кожна свою назву по типу механізмів, у яких вони використовуються.

Зауважимо, що пари *V* класу - обертальна і поступальна - є нижчими, а пари *IV* класу - кулачкова і зубчаста - вищими.

Перепишемо останню формулу з урахуванням сказаного у вигляді

$$w = 3n - 2p_n - p_v, \tag{1.3}$$

де p_n - число нижчих кінематичних пар;

p_v - число вищих кінематичних пар.

Дана формула носить ім'я Чебишева П. Л.

Підрахуємо по формулі Чебишева число ступенів свободи деяких плоских механізмів.

Задача 2. Підрахувати число ступенів свободи кривошипно-повзунного механізму за схемою (рис. 1.3).

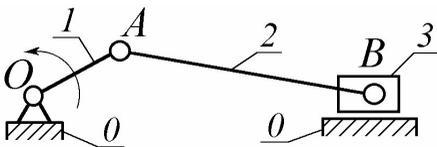


Рис. 1.3. Кривошипно-повзунний механізм

Рішення:

1. Підраховуємо:

$$n=3;$$

$$p_n = 4 (0 - 1; 1 - 2; 2 - 3; 3 -$$

0); $p_e = 0$.

2. Знаходимо

$$w = 3n - 2p_n - p_e = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

3. Перевіряємо отриманий результат.

Припустимо, що повзун 3 заклинив на направляючій. Тоді точка B не зможе рухатися. Рух першої ланки супроводжується рухом точки A по окружності з радіусом траєкторії, рівним довжині 1-ї ланки, з центром окружності в точці O .

З іншого боку, рух шатуна був би можливим, якби точка A рухалася по окружності з радіусом l_{AB} із центром у т. B . Маємо, що точка A повинна рухатися одночасно по двох траєкторіях. Тому що таке неможливо, то звідси слідує висновок, що отриманий результат $w=1$ вірний. Відібравши цей єдиний ступінь рухливості в повзуна, одержуємо замість механізму нерухому конструкцію.

Відповідь: $w=1$.

Задача 3. Підрахувати число ступенів свободи шарнірного п'ятиланкового механізму за схемою (рис. 1.4).

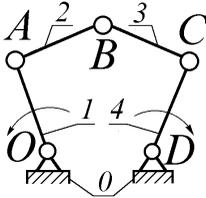


Рис. 1.4. Механізм шарнірного п'ятиланковика

Рішення:

1. Підраховуємо $n = 4$; $p_n = 5 (0 - 1; 1 - 2; 2 - 3; 3 - 4; 4 - 0)$; $p_e = 0$;

$$w = 3n - 2p_n - p_e = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 5 - 0 = 2.$$

2. Перевіряємо отриманий результат.

Припустимо, що ланка 4 заклинила в шарнірі D . Одержуємо змінену схему у вигляді (рис. 1.5), для котрої $n=3$, $p_n=4$, а

$$w^* = 3n - 2p_n - p_e = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

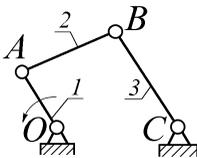


Рис. 1.5. Механізм шарнірного чотириланковика

Після заклинення шарніра D початкова кінематична схема перетворилась у кінематичну схему шарнірного чотириланкового механізму, який має $w = 1$.

Щоб переконатися, що отриманий результат вірний, припустимо, що також заклинив і шарнір O , тоді одержимо схему у вигляді (рис. 1.6).

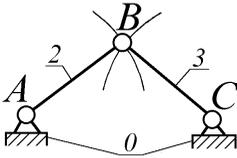


Рис. 1.6. Шарнірний триланковик

З останньої схеми слідує, що відібравши другий ступінь свободи за рахунок заклинення шарніра O , одержуємо нерухому конструкцію, для руху якої точка B повинна була б переміщатися одночасно по двох траєкторіях.

По останній схемі, де $n=2$, а $p_n=3$ ($0-2$; $2-3$; $3-0$),

$$w^{**} = 3n - 2p_n - p_6 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - 0 = 0,$$

що свідчить не тільки про нерухомість ланок 2 і 3 відносно 0-ї ланки, але і про статичну визначеність конструкції, що залишилась.

Як відомо, статично визначеною є така конструкція, для якої справедливі рівняння статки. При цьому число рівнянь рівноваги сил і моментів збігається з числом невідомих у цих рівняннях.

Відповідь: $w=2$.

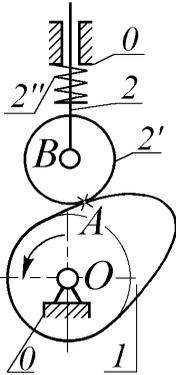


Рис. 1.7. Кулачковий механізм

Задача 4. Підрахувати число ступенів свободи кулачкового механізму з роликовим штовхачем, що поступально рухається, за схемою (рис. 1.7).

Рішення:

1. Підраховуємо $n = 3$; $p_n = 3$ ($0-1$; $2'-2$; $0-2$); $p_6 = 1$.

2. Знаходимо

$$w = 3n - 2p_n - p_6 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2.$$

3. Перевіримо отриманий результат.

Припустимо, що ведена ланка 2 заклинила в направляючій, тоді, очевидно, що рух механізму стане неможливим.

Створюється враження, що відповідь $w=2$ помилкова, але це не так.

Справді, після заклинення штовхача 2 у направляючій рух кулачка в зазначеному напрямку стає неможливим, проте, залишається можливість обертання ролика 2' навколо осі B .

Це і є другим додатковим ступенем рухливості, необхідним для заміни тертя сковзання у вищій кінематичній парі ($1-2'$) на тертя кочення, що веде до підвищення *ККД*, до зниження зносу і до підвищення довговічності механізму.

Отже, маємо $w=2$ (1 ступінь свободи - основний і 1 ступінь свободи - додатковий або допоміжний, а іноді навіть говорять - зайвий).

Відповідь: $w=2$.

Задача 5. Підрахувати число ступенів свободи механізму зубчастої шестиланкової передачі за схемою (рис. 1.8).

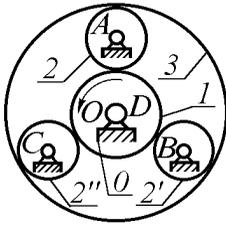


Рис. 1.8. Зубчаста шестиланкова передача

Рішення:

1. Підрахуємо

$$n=5; p_n=5 (0 - 1; 0 - 2; 0 - 2'; 0 - 2''; 0 - 3);$$

$$p_e = 6 (1 - 2; 1 - 2'; 1 - 2''; 3 - 2; 3 - 2'; 3 - 2'').$$

2. Знайдемо

$$w = 3n - 2p_n - 2p_e = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 5 - 6 = -1.$$

Отриманий результат $w=-1$ означає, що розглянута схема як би не є схемою механізму, тому що має статичну невизначеність першого порядку.

Як відомо, при силовому розрахунку статично невизначеної конструкції крім рівнянь статики необхідно використовувати додаткові рівняння спільних деформацій елементів конструкції. Число цих додаткових рівнянь дорівнює порядку статичної невизначеності.

Пояснити це можна на такому прикладі: коли трое несуть колоду, то невідомо, хто її несе - один середній чи двоє крайніх. Відповідь на це питання дає розгляд деформацій плечей несучих. Де більша деформація - там буде більше і навантаження.

Механізм повинен володіти одним або декількома ступенями рухливості, тобто повинно бути $w \geq 1$.

З практики відомо, що така схема, проте, використовується в реальних конструкціях, наприклад, у бортових передачах автомобілів. І володіє вона реально $w=1$.

Як же розв'язати це протиріччя?

Зауважимо, що зубчасті колеса 2' і 2'' точно такі ж, як і колесо 2.

Тому вони фактично не перешкоджають руху механізму, що відбувався б і без них.

Справді, якщо не враховувати колеса 2' і 2'', тоді будемо мати:

$$n = 3; p_n = 3 (0 - 1; 0 - 2; 0 - 3); p_e = 2 (1 - 2; 2 - 3).$$

Підрахуємо

$$w^* = 3n - 2p_n - p_e = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1.$$

Якщо припустити, що зубчасті колеса 2' і 2'' відрізняються одне від одного і від колеса 2 по числу зубців, то тоді дійсно передача не зможе рухатися через кінематичну невідповідність зубчастих коліс і буде реально володіти $w=-1$.

Точність виготовлення зубчастих коліс для забезпечення рухливості механізму повинна бути високою, а використання трьох рівноцінних проміжних зубчастих коліс 2, 2', 2'' дозволяє передавати потужність трьома рівними потоками, що знижує навантаженість окремих зубців і, отже, підвищує їхню довговічність.

Зв'язки (накладені в даному прикладі наявністю двох додаткових проміжних коліс) називаються пасивними, якщо вони не висувають нових кінематичних вимог і їхнє усунення не збільшує ступінь рухливості механізму.

Оскільки ці ж зв'язки через неповну кінематичну відповідність можуть призводити до невиправданого зростання навантаженості ланок або навіть до заклинення механізму, то проф. Л. Н. Решетов і проф. О. Г. Озол пропонують називати їх надлишковими.

Названі учені вважають, що проблема полягає не у визначенні числа ступенів свободи механізму w (це неважко визначити інтуїтивно), а у визначенні числа надлишкових зв'язків, щоб потім їх виявити і по можливості усунути.

Число надлишкових зв'язків у плоскому механізмі можна підрахувати по формулі

$$q = w - (3n + 2p_5 + p_4) = 1 - (-1) = 2.$$

Як бачимо, поняття *пасивні і надлишкові зв'язки* є назвами того самого, як "два боки медалі".

Відповідь: $w^* = 1$, якщо не враховувати пасивні (надлишкові) зв'язки;
 $w = -1$, якщо розглядати схему в повному вигляді при $q = 2$.

Задача 6. Підрахувати число ступенів свободи механізму клинового преса за схемою (рис. 1.9). Тут: 1 - клин; 2 - плунжер.

Рішення:

1. Підрахуємо

$$n = 2; p_n = 3 (0 - 1; 1 - 2; 2 - 0); p_e = 0.$$

2. Знайдемо

$$w = 3n - 2p_n - p_e = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - 0 = 0.$$

3. Перевіряємо отриманий результат.

Значення $w = 0$ свідчить про відсутність руху механізму, проте, із практики відомо, що це не так. Насправді цей механізм має $w = 1$.

Тоді в чому ж причина помилкового результату?

Довго це було загадкою. Але після поділу механізмів на сімейства з однаковими числами додаткових обмежень, накладених на рух усіх ланок, виявилося, що механізм клинового преса є представником останнього сімейства механізмів, у якого на рух усіх ланок накладено чотири додаткових обмеження.

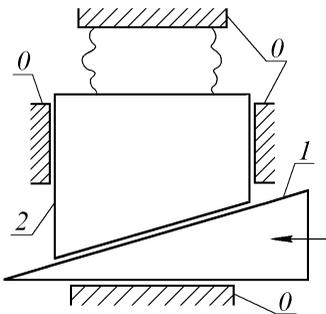


Рис. 1.9. Схема клинового преса

Пресс є плоским механізмом, ланкам котрого додатково заборонене обертання в площині креслення. Тоді структурна формула для клинового преса набуває вигляду

$$w = 2n - p_n.$$

Так, із чисельних коефіцієнтів формули Чебишева віднято 1, а число вищих кінематичних пар $p_e = 0$.

Отримана формула називається формулою Добровольського, який уперше її застосував.

Маємо

$$w = 2n - p_n = 2 \cdot 2 - 3 = 1.$$

Відповідь: $w=1$.

6. Контрольні запитання

1. Що вивчається в курсі теорії механізмів і машин?
2. Чим відрізняються аналіз і синтез механізмів?
3. Дайте визначення понять: механізм, машина, ланка, кінематична пара, кінематичний ланцюг.
4. Як називаються ланки важільних механізмів і чому?
5. Що являє собою кінематична схема?
6. На які дисципліни спирається курс ТММ і для вивчення яких дисциплін він є опорним?
7. По яких ознаках класифікують кінематичні пари?
8. Як визначається клас кінематичної пари по Артоболовському?
9. Які кінематичні пари називаються вищими та нижчими і чому?
10. Як здійснюється замикання кінематичних пар?
11. Які різновиди кінематичних ланцюгів Ви знаєте?
12. Які структурні формули механізмів Ви знаєте і чиє ім'я вони носять?
13. Запишіть формулу Чебишева і визначте з її допомогою число ступенів свободи будь-якого плоского механізму.
14. Які механізми називаються "плоскими" і чому?
15. Які сімейства механізмів Вам відомі?