

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

ДЛЯ СРС ПРИ КУСОВОМ  
ПРОЕКТИРОВАНИИ ПО ТММ

(Раздел «Проектирование беззазорного эвольвентного зацепления»)

для студентов специальностей 7.090210, 7.090211, 7.090214,  
7.090215 дневной и заочной форм обучения

**ХАРЬКОВ 2007**

Составители: Перегон В.А.  
Коряк А.А.

Кафедра деталей машин и ТММ

## Вступление

«Проектирование эвольвентного беззазорного зацепления» является одним из разделов курсового проекта по ТММ. По этому разделу студент выполняет расчет геометрических параметров пары зубчатых колес и вычерчивает в масштабе картину эвольвентного зацепления. Обычно, картина зацепления вычерчивается на листе формата А1. Для получения наглядной картины зацепления, как правило, в исходных данных числа зубьев колес задаются в диапазоне  $z=8\div 18$ , что на практике редко имеет место. Необходимость задавать малые значения  $z$  особенно актуальна, если студент вычерчивает зацепление на ватмане вручную.

Трудоемкость графической части этого раздела проекта в несколько раз выше (более чем в 10 раз) трудоемкости расчета. Поэтому очень важно, чтобы расчет, на основе которого выполняются графические построения, был правильным. Перед вычерчиванием зацепления студенту рекомендуется с помощью преподавателя проверить правильность выполненного расчета. На кафедре разработаны программы, которые позволяют быстро выполнить расчет геометрических параметров пары зубчатых колес, параметров зацепления и сопоставить этот расчет с расчетом студента.. Альтернативой этому может быть взаимопроверка, которой студенты пользовались ранее.

Следует отметить, что постановка задачи проектирования эвольвентного беззазорного зацепления в курсовом проекте по ТММ носит чисто учебный характер. Имеется в виду критерий, по которому назначается смещение инструментальной рейки при изготовлении зубчатого колеса. В курсовом проекте (КП) по ТММ студенту рекомендуется назначать минимально необходимое смещение из условия отсутствия подреза зубьев колеса, хотя на практике такая постановка задачи встречается редко. На практике величины смещений часто назначают с помощью блокировочных контуров, которые для конкретной пары колес учитывают целый ряд факторов (подрез, заострение головки зуба, коэффициент перекрытия и др.). Кроме того, есть рекомендации ГОСТа по выбору смещений для пары колес. Зачастую смещения для пары колес назначают из условия получения стандартного значения межосевого расстояния.

# 1. Геометрические параметры эвольвентного зубчатого колеса

Благодаря целому ряду эксплуатационных и технологических преимуществ в настоящее время в современной технике наибольшее распространение получили эвольвентные колеса. Эвольвента в качестве профиля зуба зубчатого колеса (рис. 1) в свое время была предложена Леонардом Эйлером.

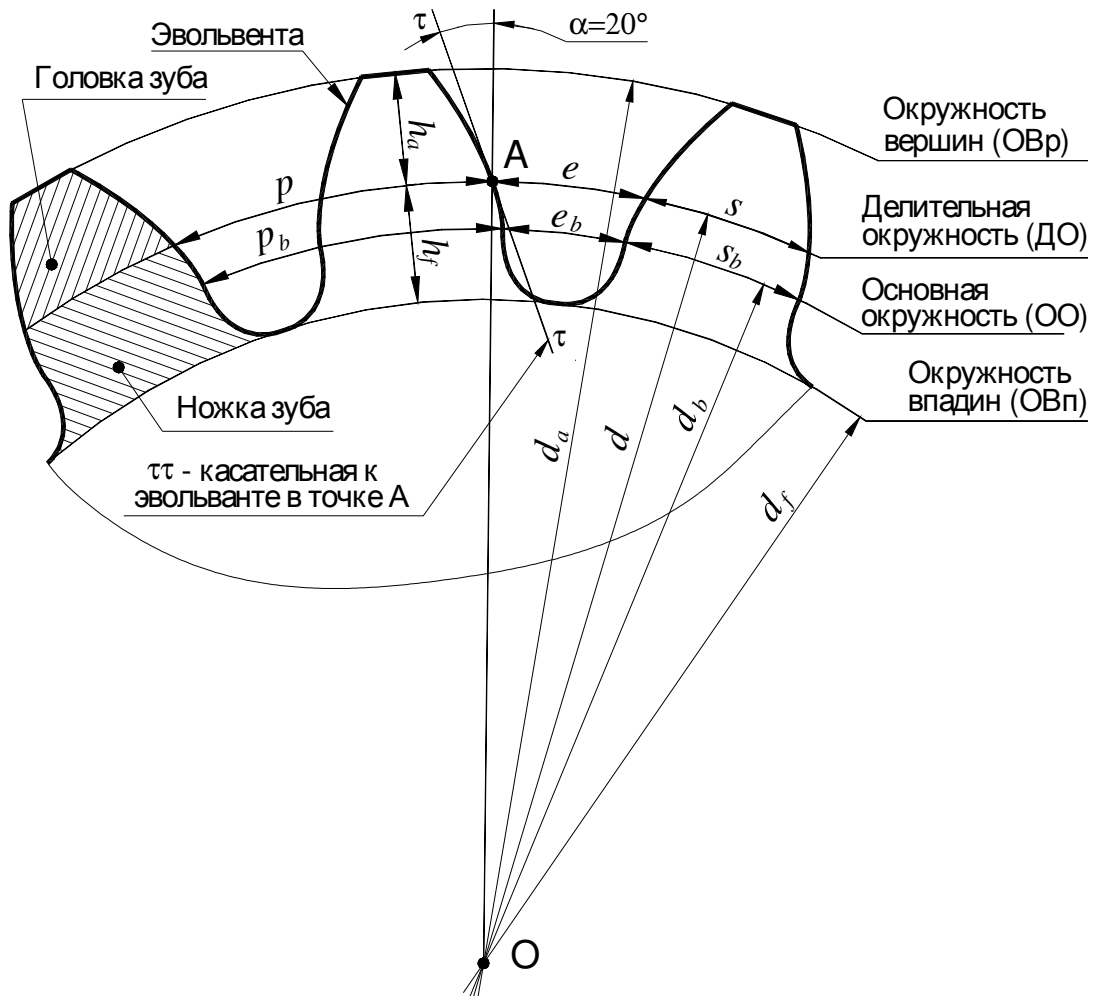


Рисунок 1 - Эвольвентное цилиндрическое колесо

На рисунке:

$p = m\pi$  - шаг зубчатого колеса;

$m$  - модуль зубчатого колеса;

$s$  - толщина зуба зубчатого колеса;

$e$  - ширина впадины зубчатого колеса;

$h_a = h_a^* \cdot m$  – высота головки зуба;

$h_f = (h_a^* + c^*) \cdot m$  – высота ножки зуба;

$h_a^* = 1,0$  – коэффициент высоты головки зуба;

$c^* = 0,25$  – коэффициент радиального зазора;

$d = mz$  – диаметр делительной окружности (ДО);

$d_a$  – диаметр окружности вершин (ОВр);

$d_f$  – диаметр окружности впадин (ОВп);

$d_b$  – диаметр основной окружности (ОО).

Для обозначения параметров зубчатого колеса предусмотрено применение следующих индексов:

$a$  – индекс, относящийся к параметрам окружности вершин и головки зуба ( $d_a, h_a, s_a, e_a$  и т. д.);

$b$  – индекс, относящийся к параметрам основной окружности ( $d_b, s_b, e_b, p_b$  и т. д.);

$f$  – индекс, относящийся к параметрам окружности впадин и ножки зуба ( $d_f, h_f, s_f, e_f$  и т. д.);

$w$  – индекс, относящийся к параметрам начальной окружности ( $d_w, h_w, s_w, e_w, p_w, \alpha_w$  и т. д.). Примечание: понятие «начальная окружность колеса» применимо только для колеса, которое находится в зацеплении с другим колесом. Для отдельного колеса понятие «начальная окружность колеса» не существует.

Параметры, относящиеся к делительной окружности, индексов не содержат ( $d, s, e, p, \alpha$ ).

В ГОСТе, который действует сейчас на Украине, дается следующее определение понятия делительная окружность – *это окружность, по которой шаг стандартный, а профильный угол эвольвенты  $\alpha = 20^0$ .*

## **2. Теоретический исходный и производящий контуры**

В качестве теоретического исходного контура (ТК) принята эвольвентная рейка, которую можно рассматривать как сектор зубчатого колеса с  $z = \infty$ . При  $z = \infty$  радиус кривизны эвольвенты равен  $\infty$ , т.е. эвольвента превращается в прямую линию. Таким образом,

эвольвентная часть профиля рейки очерчена прямыми линиями. Производящий контур (ПК) - инструмент для нарезания зубчатых колес. Производящий контур от теоретического отличается наличием заштрихованной части контура (рис. 2).

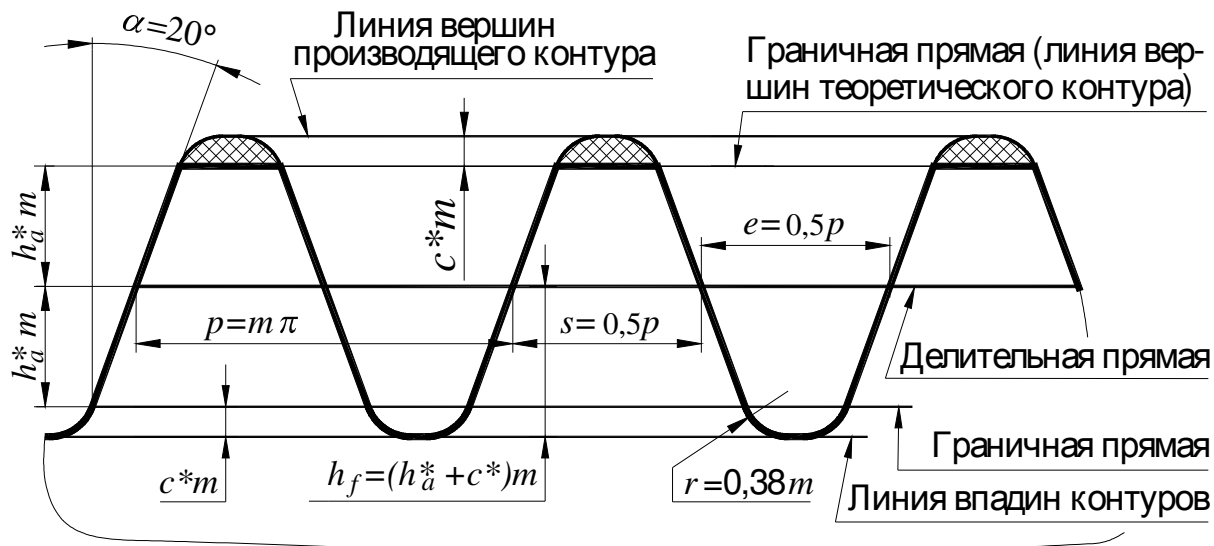


Рисунок 2 - Теоретический исходный и производящий контуры

Граничные прямые (ГП) это такие прямые, между которыми профиль зуба рейки очерчен прямыми линиями. Часть профиля зуба рейки заключенная между граничной прямой и линией вершин очерчена дугой окружности радиуса  $\rho$ . Из рисунка 3 имеем

$$\rho = (c^* \cdot m) / (1 - \sin \alpha) \approx 0,38m.$$

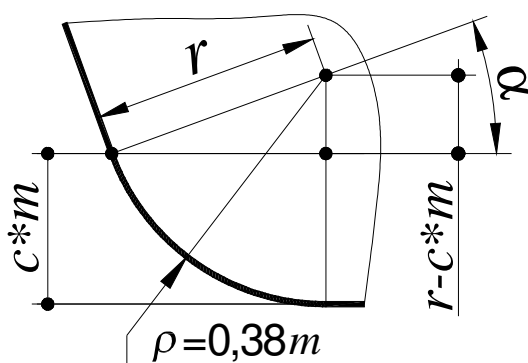


Рисунок 3 - Определение радиуса галтели рейки

По делительной прямой рейки толщина зуба рейки и ширина впадины равны, т.е.  $s = e = 0,5p$

### 3. Изготовление зубчатых колес со смещением

В большинстве случаев зубчатые колеса изготавливают со смещением. Смещение существенно влияет на целый ряд параметров колес и зацепления (подрезание зубьев, заострение зубьев, коэффициент перекрытия, прочность зубьев колес и др.). Коэффициент смещения инструментальной рейки (или червячной фрезы) может назначаться по

разным соображениям. Наибольшее число факторов можно учесть, назначив смещения с помощью блокировочного контура. Часто смещения назначают из условия, чтобы значение межосевого расстояния  $a_w$  было стандартным

$$a_w = a \cdot \cos \alpha / \cos \alpha_w,$$

где  $\alpha_w$  – угол беззазорного зацепления выбирается из условия, чтобы значение  $a_w$  было стандартным.

Смещение может быть назначено из условия отсутствия подреза, т.е. смещение назначается, если  $z < 17$ . В курсовых проектах при  $z \geq 17$  студенты принимают коэффициент смещения равный нулю. В КП по ТММ студентам рекомендуется назначать смещение из условия отсутствия подреза, хотя на практике это применяется редко. Коэффициент минимально необходимого смещения из условия отсутствия подреза равен  $x_{min} = (17 - z) / 17$ .

При нарезании колес инструментом реечного типа (гребенка, червячная фреза) делительная окружность нарезаемого колеса всегда будет начальной окружностью в станочном зацеплении «рейка – колесо». Положение начальной прямой рейки определяется величиной абсолютного смещения  $x \cdot m$ . При  $x = 0$  начальной прямой рейки является делительная прямая рейки. Если  $x \neq 0$ , то начальной прямой будет прямая, отстоящая от делительной прямой на величину  $x \cdot m$ . На рисунке 4 показаны взаимные положения нарезаемого колеса и инструментальной рейки соответственно при  $x = 0$  и при  $x > 0$ .

На рисунке 4  $s_k$  и  $e_k$  – соответственно толщина зуба и ширина впадины нарезаемого колеса,  $s_p$  и  $e_p$  – соответственно толщина зуба и ширина впадины рейки по начальной прямой,  $x \cdot m$  – абсолютная величина смещения рейки.

При  $x > 0$  (рейка смещается от центра колеса) толщина зуба нарезаемого колеса  $s > 0,5p$ , а ширина впадины  $e < 0,5p$ . При отрицательном смещении рейки (к центру колеса), наоборот,  $s < 0,5p$ , а  $e > 0,5p$ .

В общем случае  $s = 0,5 \cdot m \cdot \pi + 2mx \cdot \operatorname{tg} \alpha$ . Из этой зависимости наглядно видно как изменяется толщина зуба колеса в зависимости от  $x$ .

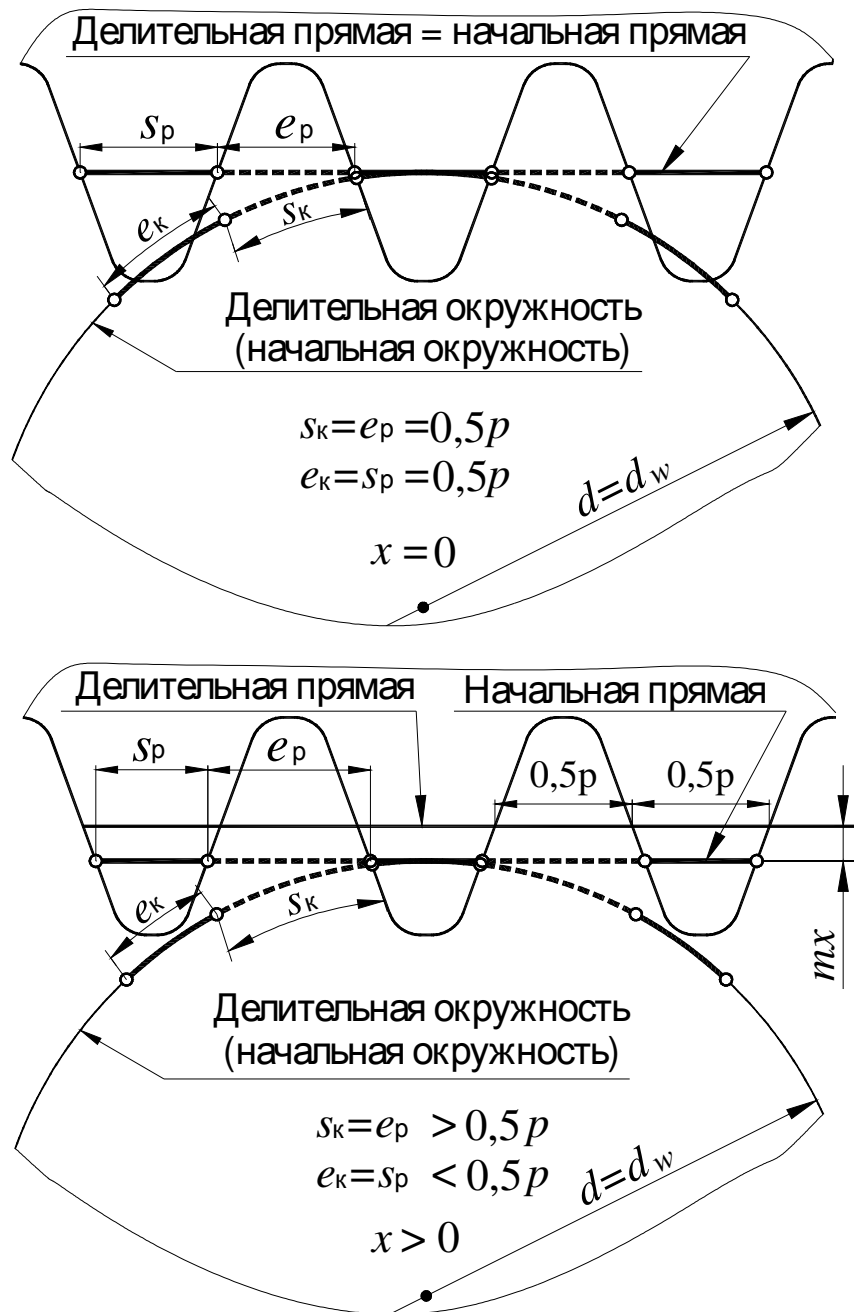


Рисунок 4 - Положения нарезаемого колеса и инструментальной рейки при  $x=0$  и при  $x>0$

#### 4. Зубчатая передача с колесами, изготовленными со смещением

Для передачи, составленной из нулевых колес (изготовленных без смещения), а так же при  $x_\Sigma = x_1 + x_2 = 0$  межосевое расстояние равно делительному межосевому расстоянию, т.е.  $a_w = a = r_1 + r_2$ . Таковую пе-



редачу называют нулевой или равносмещенной (рис. 5а). При  $x_\Sigma > 0$  межосевое расстояние  $a_w > a$  и передачу называют положительной (рис. 5б). При  $x_\Sigma < 0$  (отрицательная передача) будет  $a_w < a$ . Величина, на которую изменяется межосевое расстояние  $a_w$  по сравнению с делительным межосевым расстоянием  $a$ , называется воспринимаемым смещением, т.е.  $a_w - a = m\gamma$  – воспринимаемое смещение, а величина  $\gamma = (a_w - a) / m$  – коэффициент воспринимаемого смещения.

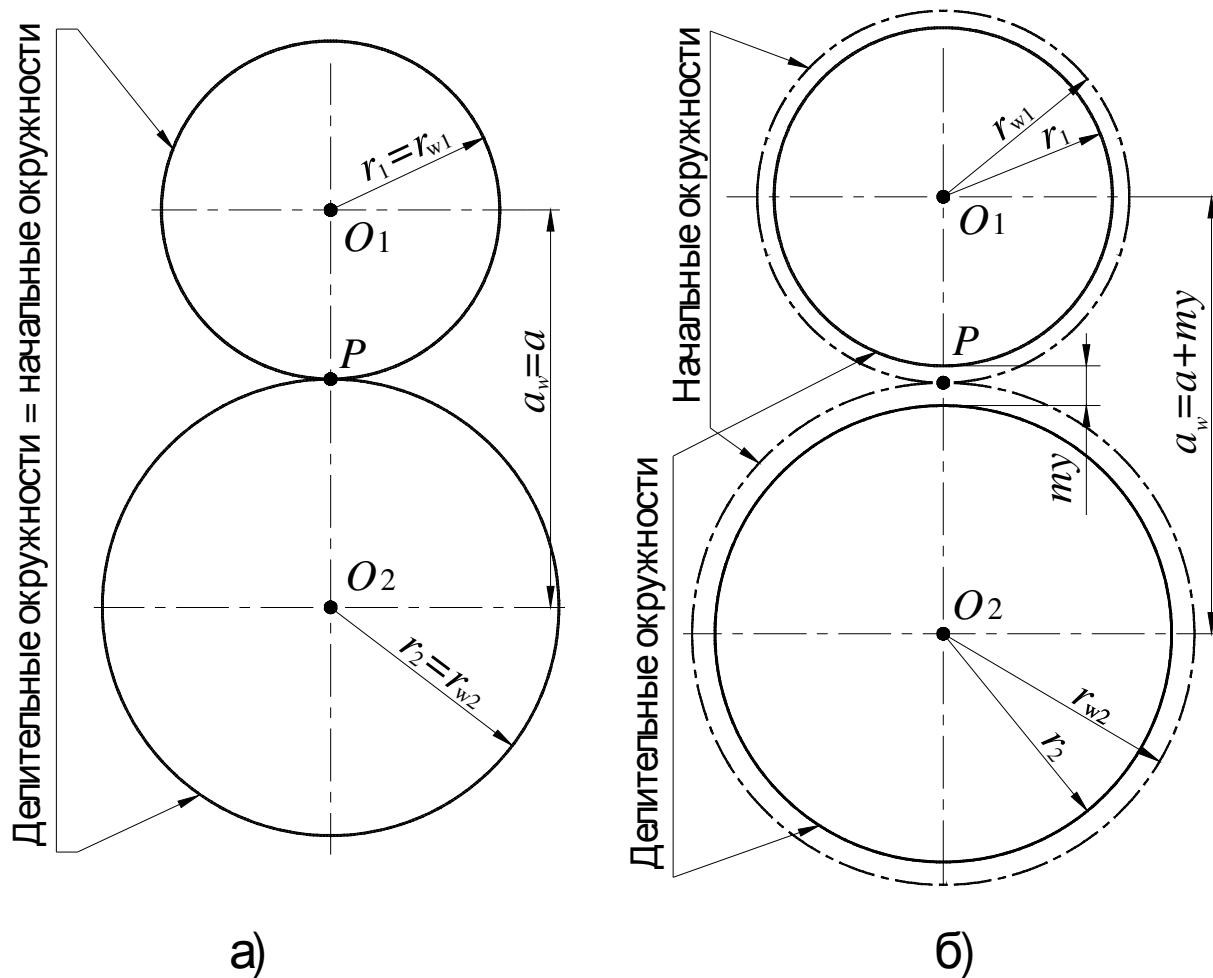


Рисунок 5 - Нулевая и положительная передачи

## 5. Геометрические параметры эвольвентной беззазорной передачи

Приведем зависимости для определения параметров беззазорной передачи, составленной из колес, изготовленных с минимально необходимым смещением из условия отсутствия подреза  $x = x_{\min}$ .

Колеса изготовлены стандартным инструментом реечного типа с параметрами:  $\alpha = 20^\circ$ ;  $h_a^* = 1,0$ ;  $c^* = 0,25$ . Исходными параметрами являются:  $z_1, z_2, m$ .

- 1) диаметр делительной окружности

$$d_i = mz_i; \quad (1)$$

- 2) шаг зубчатого колеса

$$p = m\pi; \quad (2)$$

- 3) угловой шаг зубчатого колеса

$$\varphi_{pi} = 360^\circ / z_i; \quad (3)$$

- 4) диаметр основной окружности

$$d_{bi} = d_i \cos \alpha; \quad (4)$$

- 5) коэффициент минимально необходимого смещения из условия отсутствия подреза

$$(x_{\min})_i = (17 - z_i) / 17; \quad (5)$$

- 6) толщина зуба по делительной окружности

$$s_i = 0,5 \cdot m\pi + 2mx_i \cdot \operatorname{tg} \alpha; \quad (6)$$

- 7) ширина впадины колеса по делительной окружности

$$e_i = p - s_i; \quad (7)$$

- 8) суммарный коэффициент смещения

$$x_\Sigma = x_1 + x_2; \quad (8)$$

- 9) суммарное число зубьев

$$z_\Sigma = z_1 + z_2; \quad (9)$$

- 10) инволюта угла беззазорного зацепления  $\alpha_w$

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{inv} \alpha + 2 \frac{x_\Sigma}{z_\Sigma} \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (10)$$

где -  $\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha \cdot \frac{\pi}{180} \approx 0,0149$  (при  $\alpha = 20^\circ$ ).

- 11) Угол  $\alpha_w$  определяется по значению  $\operatorname{inv} \alpha_w$ .

Для определения  $\alpha_w$  можно воспользоваться таблицами инволютных функций или номограммами. Более быстро, удобно и с более высокой точностью  $\alpha_w$  можно определить по следующим зависимостям, полученными преподавателями кафедры. Зависимость

$$\alpha_w = 76,8 \cdot (\text{inv } \alpha_w)^{0,32} \quad (11.a)$$

позволяет вычислить  $\alpha_w$  в диапазоне от 18 до 27 градусов с точностью до 1 минуты, что полностью удовлетворяет требованиям к КП. Следующая, более сложная зависимость, в диапазоне  $\alpha_w$  от 20 до 30 градусов, позволяет определить  $\alpha_w$  с точностью до 1 секунды, т. е. точнее примерно в 60 раз. Эта зависимость имеет вид:

$$\alpha_w = 106,97 \cdot (\text{inv } \alpha_w)^{0,36} - 38,85 \cdot (\text{inv } \alpha_w)^{0,57}. \quad (11.б)$$

Первой зависимостью (11.a) рекомендуется пользоваться студентам, которые выполняют проект вручную, а второй (11.б) – при выполнении проекта в среде AutoCAD.

- 12) делительное межосевое расстояние

$$a = 0,5mz_\Sigma; \quad (12)$$

- 13) межосевое расстояние беззазорного зацепления

$$a_w = a \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_w); \quad (13)$$

- 14) диаметр начальной окружности

$$d_{wi} = d_i (\cos \alpha / \cos \alpha_w); \quad (14)$$

- 15) коэффициент воспринимаемого смещения

$$y = (a_w - a) / m; \quad (15)$$

- 16) коэффициент уравнительного смещения

$$\Delta y = x_\Sigma - y; \quad (16)$$

- 17) высота головки зуба

$$h_{ai} = h_a^* \cdot m + mx_i - m\Delta y; \quad (17)$$

- 18) высота ножки зуба

$$h_{fi} = m \cdot (h_a^* + c^*) - mx_i; \quad (18)$$

- 19) высота зуба

$$h = m \cdot (2h_a^* + c^* - \Delta y); \quad (19)$$

- 20) диаметр окружности вершин

$$d_{ai} = m \cdot (z_i + 2h_a^* + 2x_i - 2\Delta y); \quad (20)$$

- 21) диаметр окружности вершин

$$d_{fi} = m \cdot (z_i - 2h_a^* - 2c^* + 2x_i); \quad (21)$$

22) длина рабочего участка линии зацепления

$$ab = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - \operatorname{tg} \alpha_w \cdot (r_{b1} + r_{b2}); \quad (22)$$

23) коэффициент перекрытия

$$\varepsilon = ab/p_b; \quad (23)$$

24) коэффициенты скольжения профилей зубьев

$$\lambda_1 = KP / KN_1 \cdot (i_{12} + 1); \quad \lambda_2 = KP / KN_2 \cdot (i_{12} + 1), \quad (24)$$

где  $K$  – точка контакта профилей;  $P$  – полюс зацепления;  $N_1$  и  $N_2$  – границы теоретического участка линии зацепления;  $i_{12} = z_2/z_1$  – передаточное отношение.

Кроме перечисленных выше параметров, которые необходимо определять, целесообразно будет выполнить расчет некоторых дополнительных параметров. Эти параметры весьма полезны для облегчения и контроля точности графических построений:

1) угловая толщина зуба по делительной окружности

$$\varphi_{si} = \frac{s_i}{r_i} \cdot \frac{180}{\pi} \quad (\text{в градусах}); \quad (25)$$

2) угловая координата начальной точки эвольвенты (рис. 6)

$$\varphi_w = \alpha_w + \theta_w = (\tan \alpha_w) \cdot \frac{180}{\pi} \quad (\text{в градусах}); \quad (26)$$

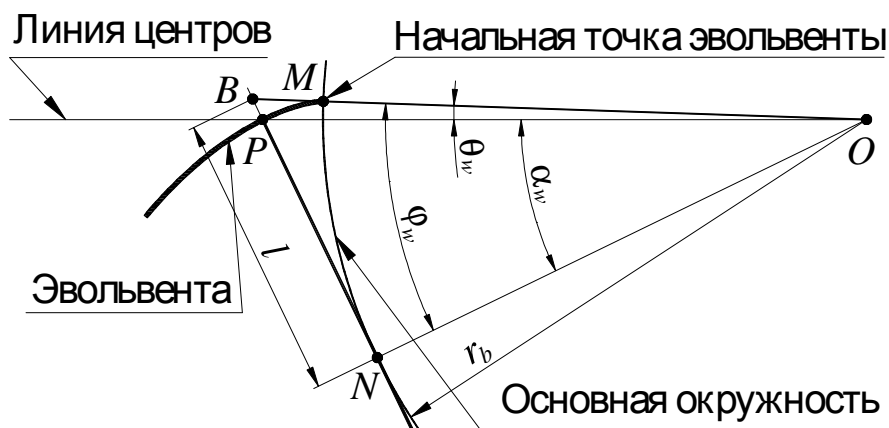


Рисунок 6 - Определение начальной точки эвольвенты

**Примечание:** Положение начальной точки эвольвенты М можно найти иначе: точка М - это точка пересечения отрезка ОВ с основной окружностью (рис. 6). В свою очередь положение точки В определяется с помощью отрезка

$$BN_i = l = r_{bi} \cdot \operatorname{tg} \varphi_w \quad (27)$$

Можно воспользоваться и другим более простым и достаточно точным способом. Радиусом  $r=0,75l$  проводят дугу с центром С на линии зацепления через полюс Р. На пересечении этой дуги с основной окружностью будет находиться точка М (рис. 7).

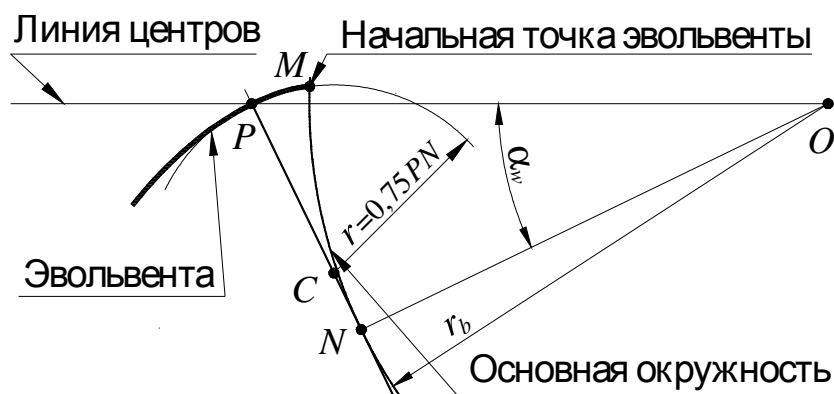


Рисунок 7 - Приближенный способ определения начальной точки эвольвенты

3) координата точки касания линии зацепления с основной окружностью (рис. 6 и 7)

$$PN_i = r_{bi} \cdot \operatorname{tg} \alpha_w = O_i N_i \cdot \operatorname{tg} \alpha_w; \quad (28)$$

4) толщина зуба по окружности вершин

$$s_{ai} = d_{ai} (s_i / d_i + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{ai}); \quad (29)$$

где  $\alpha_{ai} = \arccos(r_{bi} / r_{ai})$  - профильный угол эвольвенты по окружности вершин;

5) толщина зуба по основной окружности

$$s_{bi} = d_{bi} (s_i / d_i + \operatorname{inv} \alpha); \quad (30)$$

- б) толщина зуба по начальной окружности

$$s_{wi} = d_{wi} (s_i / d_i + \text{inv } \alpha - \text{inv } \alpha_w). \quad (31)$$

## 6. Построение картины эвольвентного зацепления

При вычерчивании картины эвольвентного зацепления на ватмане формата А1 рекомендуется выбирать такой масштаб, чтобы межосевое расстояние изображалось отрезком, равным примерно 800÷550мм. Обычно для этого используется один из следующих масштабов: М5:1, М10:1 или М15:1. Наиболее предпочтительным является масштаб М10:1.

Качественно вычертить картину зацепления на ватмане вручную достаточно сложно. Результат работы зависит от целого ряда факторов. Для получения качественного результата кроме аккуратности и опыта работы необходим хороший инструмент, ватман и карандаши требуемой твердости. При работе полезно иметь образец чертежа. Это позволит избежать многих ошибок. Следует помнить одно простое правило: «Линий на чертеже должно быть столько, сколько нужно!». Лишняя линия, оставленная на чертеже, мешает свободному чтению чертежа, а вытереть ее без последствий для ватмана или для соседних линий практически невозможно. Твердость карандаша должна соответствовать плотности ватмана. Грифель слишком мягкого карандаша быстро изнашивается и пачкается бумага, а твердый карандаш чрезмерно деформирует бумагу (царапает) и вытереть линию от такого карандаша практически невозможно. Особую проблему представляет проведение дуг большого радиуса (более 200÷250мм). Для этого желательно воспользоваться специальным циркулем (рис.8).

Конструкция циркуля довольно проста, и его можно изготовить в домашних условиях. В противном случае необходимо воспользоваться удлинителями для циркуля из комплекта готовальни. Настройку циркуля на требуемый радиус лучше выполнять не по линейке, а по отмеренному на листе от центра окружности требуемому расстоянию. Настройка будет правильной, если дуга будет проходить через намеченную точку, отстоящую от центра колеса на величину требуемого радиуса. Так как с центра колеса необходимо проводить несколько окружностей, то рекомендуется использовать

центриком из комплекта готовальни. Дугу следует проводить одним движением с таким нажимом на циркуль, который не будет деформировать конструкцию из циркуля и удлинителей и тем самым изменять радиус дуги. Весь чертеж необходимо выполнять только тонкими линиями (толщина порядка  $0,2 \div 0,3$  мм). Только после проверки преподавателем правильности построений можно, приступить к наводке чертежа толстыми линиями.

Построение картины эвольвентного зацепления можно разделить на ряд этапов.

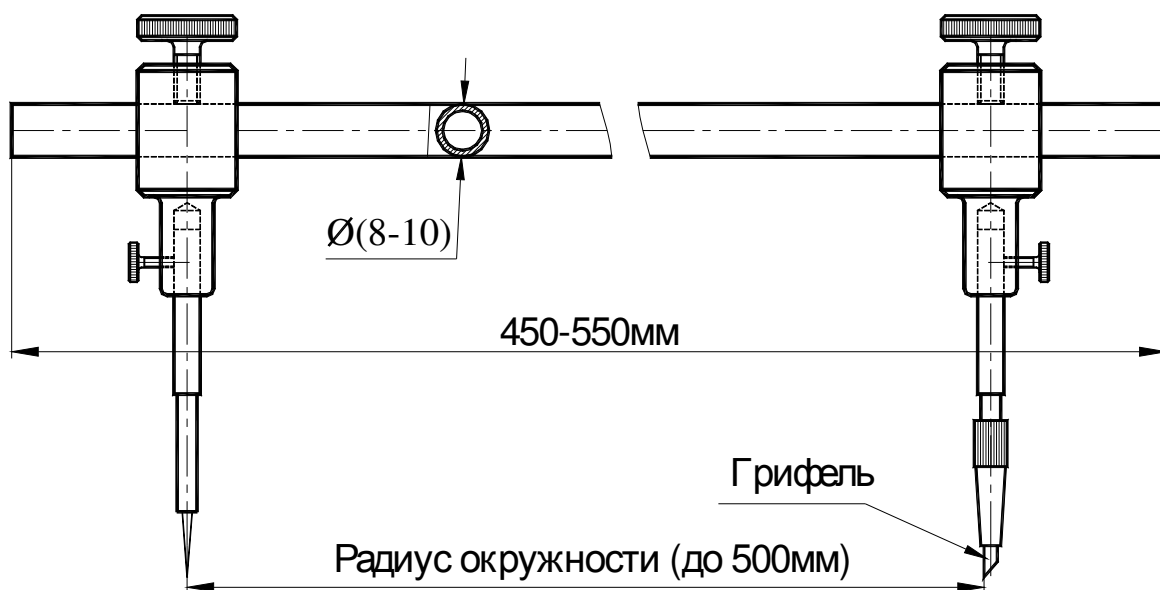


Рисунок 8 - Циркуль для проведения окружностей большого радиуса

**Первый этап** имеет подготовительный характер. На этом этапе студенту необходимо выполнить следующую работу.

1) выбрать масштаб и определить величины значений параметров зацепления для выбранного масштаба, например, величина межосевого расстояния  $a_w$  будет представлена отрезком  $\bar{a}_w = a_w \cdot M$  и т. д.;

2) наметить центры колес  $O_1$  и  $O_2$  с межосевым расстоянием  $a_w$  в выбранном масштабе и провести основные окружности  $OO_1$  и  $OO_2$  с радиусами, соответственно  $r_{b1}$  и  $r_{b2}$ . (рис.9);

3) провести общую касательную к основным окружностям  $mn$ , которая будет являться линией зацепления (ЛЗ). Точка пересечения ЛЗ с линией центров колес  $O_1O_2$  есть полюс зацепления  $P$ .

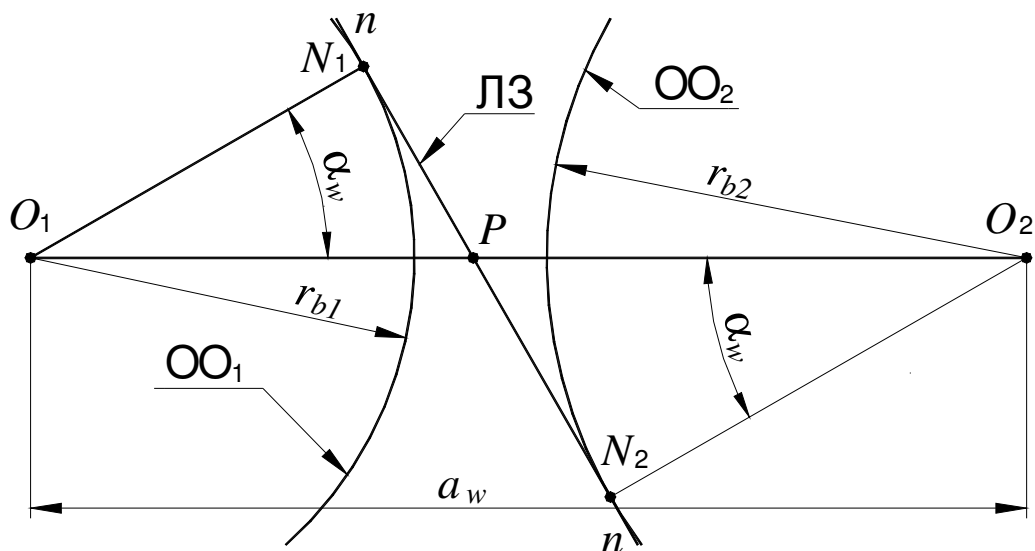


Рисунок 9 - 1-й этап вычерчивания картины эвольвентного зацепления

4) определить точки касания  $N_1$  и  $N_2$  общей касательной  $nn$  с основными окружностями  $OO_1$  и  $OO_2$ .

Примечание: При вычерчивании на компьютере проведение касательной  $nn$  не вызывает никаких проблем – для этого достаточно воспользоваться привязкой «Касательная». Соответственно легко находятся положения точек  $N_1$  и  $N_2$ . При вычерчивании чертежа на ручную возникают небольшие трудности с определением положений точек  $N_1$  и  $N_2$ . Поэтому положение этих точек рекомендуется найти с помощью отрезков  $PN_1$  и  $PN_2$  (формула 28).

**На втором этапе** (рис. 10) выполняется подготовительная работа для вычерчивания эвольвенты. Эвольвенту можно построить двумя способами. По определению эвольвента окружности есть след любой точки прямой при перекатывании ее без скольжения по основной окружности ( $OO$ ). Таким образом, если, например, перекачивать линию  $nn$  по  $OO$ , то любая точка этой прямой будет описывать эвольвенту, в частности точка  $P$  опишет эвольвенту, проходящую через полюс.

Сущность второго способа состоит в следующем. Для эвольвентного профиля сопряженным является эвольвентный профиль. Из этого следует, что эвольвентой будет огибающая ряда положений профиля зуба рейки в ее обратном движении вокруг центра



колеса. В курсовых проектах эвольвенту обычно строят первым способом, т.е. в соответствии с определением понятия эвольвенты. Рассмотрим подготовительную работу для вычерчивания эвольвенты именно этим способом.

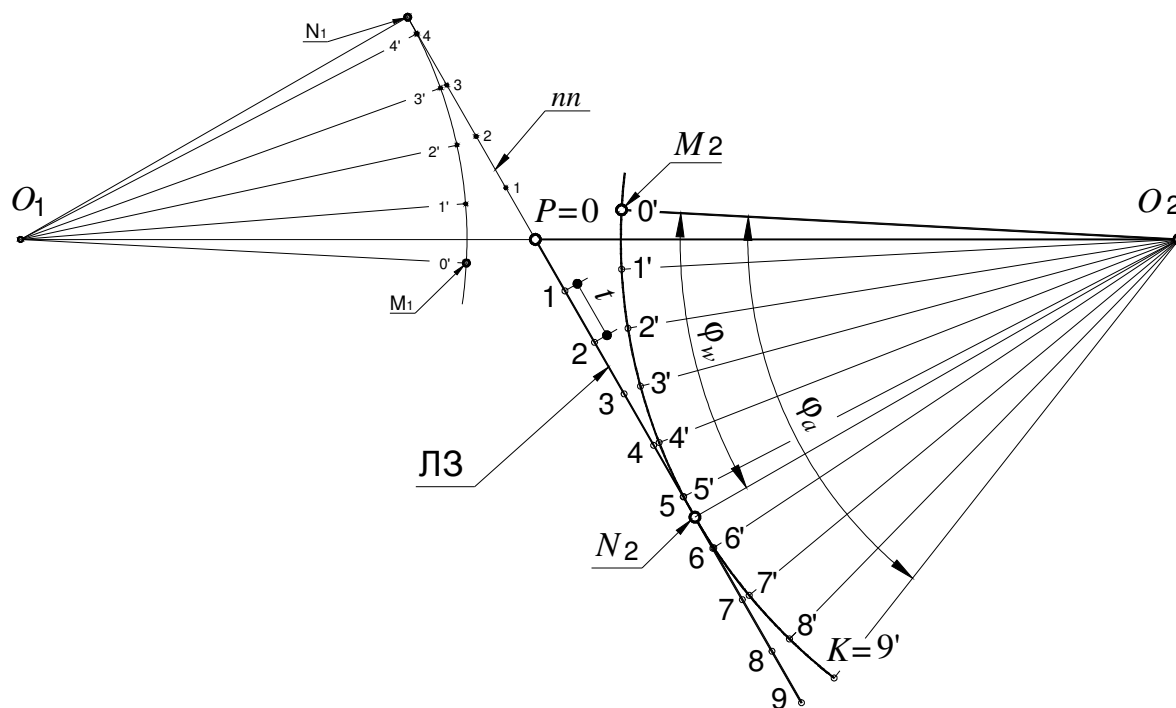


Рисунок 10 - 2-й этап вычерчивания картины эвольвентного зацепления

1) определить координаты начальных точек эвольвент с точкой их контакта в полюсе  $P$ . Для этого рекомендуется воспользоваться отрезком  $BN_i$  или упрощенным способом, проведя дугу радиусом  $0,75l$  с центром в точке  $C$  до пересечения с  $OO$  (рис. 7).

2) для построения эвольвенты необходимо показать ряд положений линии  $nn$  при перекачивании ее по  $OO$ . Эвольвенту строят от основной окружности до окружности вершин. Для этого линию  $nn$  необходимо прокатить по  $OO$  от начальной точки  $M$  на дуге  $\widehat{MK}$  с центральным углом равным  $\phi_a$  (рис.10.). Величину угла  $\phi_a$  можно найти по формуле

$$\phi_a = \alpha_a + \theta_a = \alpha_a + \text{inv} \alpha_a = \text{tg} \alpha_a \cdot (180/\pi) \text{ (в градусах)}. \quad (31,a)$$

Ориентировочное значение угла  $\phi_a$  можно найти по формуле  $\phi_a \approx (1,3 - 1,5) \cdot \phi_w$ .

На дуге  $\widehat{MK}$  обычно, в зависимости от выбранного шага, отображается приблизительно  $8 \div 12$  фиксированных положений линии  $pn$ , которые она занимает при перекачивании по  $OO$ . Обычно шаг разметки выбирают равный  $t \approx 0,5m \cdot M$ , где  $M$  – масштаб чертежа. Полученное значение  $t$  округляют до 10, 15, или 20мм. После выбора шага выполняется разметка дуги  $\widehat{MK}$  и луча  $Pn$ . Разметку дуги начинают от точки  $M$ , а разметку луча от полюса  $P$ . На рисунке 10 показана разметка луча  $Pn$  (точки от 0 до 9) и разметка дуги  $\widehat{M_2K}$  (точки от 0' до 9')

На третьем этапе (рис.12.) выполняется построение эвольвенты. Если на втором этапе разметка выполнялась с шагом  $t$  равным 10, 15, или 20мм (целое удобное число), то построение эвольвенты существенно упрощается, т.к. необходимые подсчеты в процессе построения можно выполнять устно. Сущность способа вычерчивания эвольвенты, в соответствии с ее определением, показан на рисунке 11.

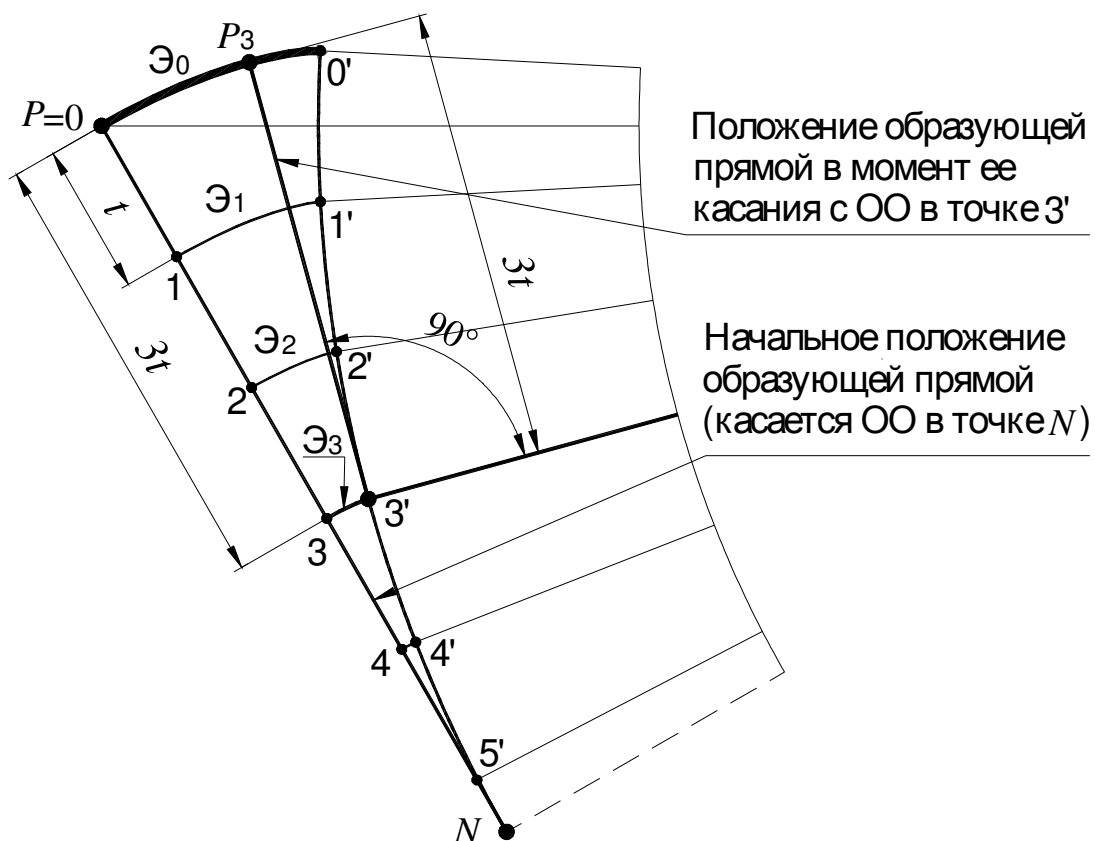


Рисунок 11 - Определение точки эвольвенты

Рассмотрим образование эвольвенты как след точки  $P$ . На рисунке 11 показаны два положения образующей прямой – начальное положение с касанием  $OO$  в точке  $N$  и одно из текущих положений с касанием  $OO$  в точке  $3'$ . Для построения положения образующей прямой с касанием  $OO$  в точке  $3'$  необходимо из точки  $3'$  провести отрезок перпендикулярно радиальному лучу, проведенному из центра колеса в точку  $3'$  длиной равной  $\overline{3'P_3} = 3t$ . Точка  $P_3$  будет точкой эвольвенты  $\mathcal{E}_0$ . При перекатывании образующей прямой по  $OO$  из начального положения в положение 3 точки на образующей прямой 0, 1, 2 и 3 соответственно образовали эвольвенты  $\mathcal{E}_0, \mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2$ , и  $\mathcal{E}_3$ . Аналогично был построен ряд других положений образующей прямой и точки эвольвенты. Для того, чтобы определиться с конечной точкой эвольвенты, необходимо провести дугу радиуса  $r_a$  (окружность вершин).

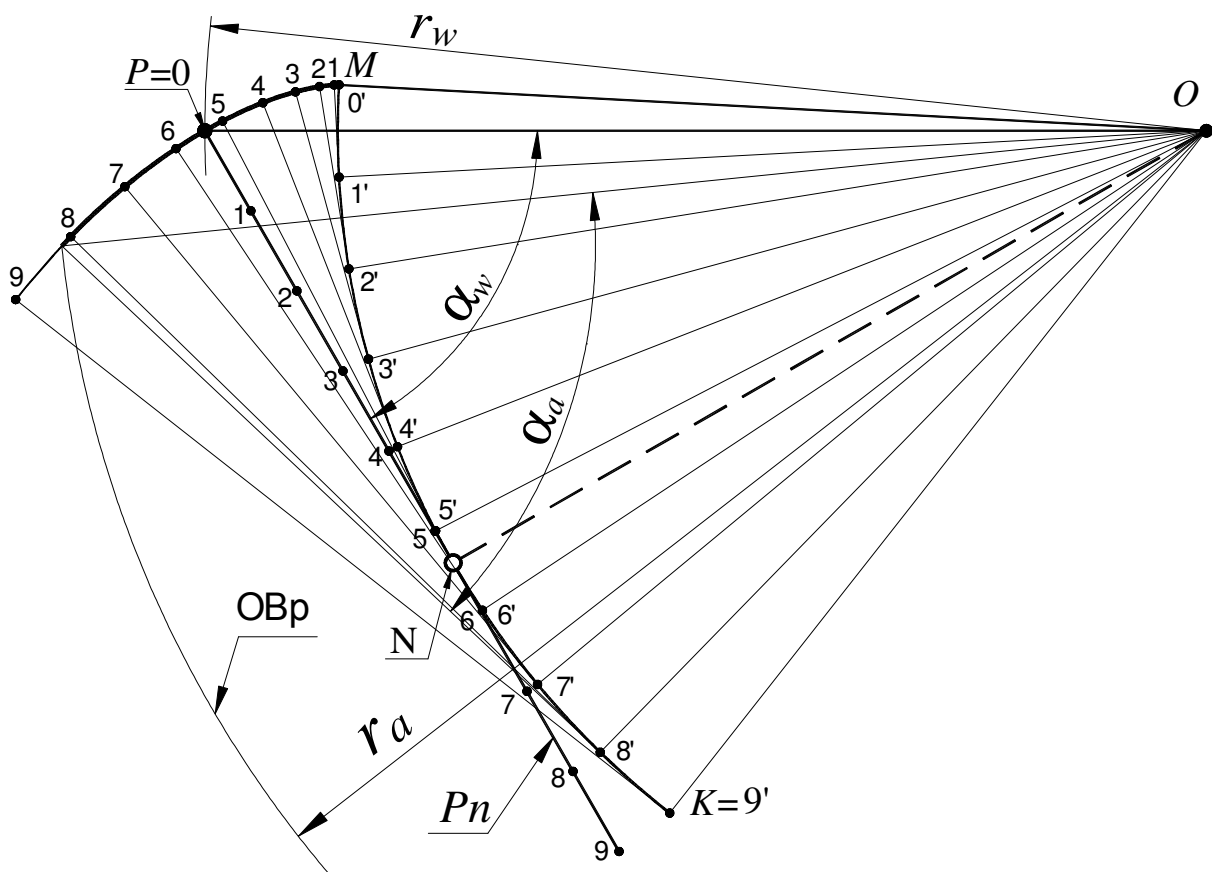


Рисунок 12 - Построение эвольвенты 1-м способом

Результат этих построений показан на рисунке 12. Из рисунка видно, что окружность вершин пересекает эвольвенту между точками 8 и 9, количество выбранных положений образующей прямой при данном шаге достаточное.

Благодаря тому, что шаг  $t$  целое число, существенно упрощается построение. Например,  $t = 20\text{мм}$  и чертеж выполняется на чертежном комбайне. Вначале студент головку с линейками ориентирует так, чтобы одна из линеек была параллельна соответствующему радиальному лучу, например, проходящему через точку  $3'$ . Далее, используя вторую линейку необходимо провести от точки  $3'$  отрезок длиной  $3t = 3 \cdot 20 = 60\text{мм}$ , аналогично из точки  $4'$  отрезок длиной  $80\text{мм}$  и т. д.

На четвертом этапе вычерчивается галтель зуба. Галтель - это кривая линия, по которой происходит сопряжение эвольвентой части профиля зуба с окружностью впадин (рис. 13).

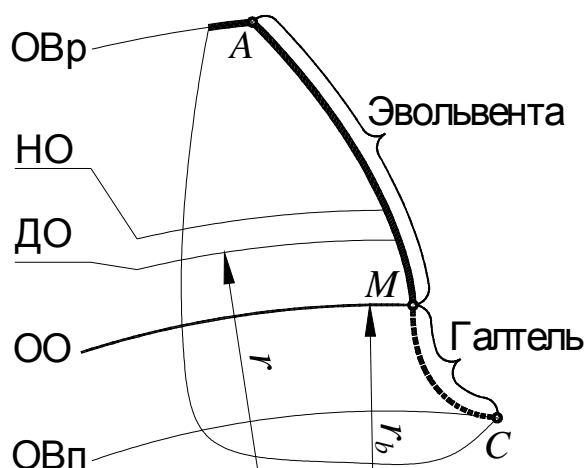


Рисунок 13 - Участки профиля зуба

При этом необходимо иметь в виду, что при  $z=17$  эвольвентная часть профиля зуба будет иметь начало на основной окружности (точка  $M$ ), и соответственно, галтель будет начинаться с основной окружности. Это относится и к колесам с  $z < 17$ , если смещение было назначено из условия отсутствия подреза. Если  $z > 17$ , то эвольвентная часть профиля зуба будет начинаться не с основной окружности, а с окружности большего радиуса. Чем больше  $z$  тем больше участок эвольвенты, начиная от  $ОО$ , который не используется, как часть профиля зуба.

В частности при  $z=42$  окружность впадин будет совпадать с основной окружностью, т. е.  $r_f \approx r_b$ . Необходимо помнить, что эвольвента и галтель образуются профилем зуба рейки, причем эвольвенту формирует профиль зуба рейки, заключенный между граничными прямыми, а галтель зуба колеса формируется галтелью рейки.

В целом, как уже отмечалось, профиль зуба колеса это огибающая ряда положений зуба рейки, которые она занимает в обратном движении. При этом эвольвентная часть профиля зуба колеса есть огибающая ряда положений прямолинейной части профиля зуба рейки, а галтель зуба колеса – огибающая ряда положений галтели рейки. Это неизбежно вытекает из того, что для эвольвенты сопряженным профилем является эвольвента. Очевидно также, что радиус кривизны галтели зуба колеса в любой ее части больше чем

$$\rho = \frac{c^* \cdot m}{1 - \sin \alpha} \approx 0,38m \quad (32)$$

Если проект выполняется в полном объеме, то для построения галтели необходимо построить ряд положений профиля зуба рейки, которые она занимает при перекачивании начальной прямой рейки по делительной окружности колеса. При этом, естественно, можно построить и эвольвентную часть профиля зуба.

Иногда преподаватель разрешает студенту упрощенное построение галтели. В этом случае галтель выполняют в виде дуги с радиусом больше радиуса галтели рейки, т. е. с радиусом  $\rho' > \rho = 0,38m$ . Ориентировочно можно принимать  $\rho' = (0,42 \div 0,5)m$ . Вариант упрощенного сопряжения эвольвентной части профиля зуба с окружностью

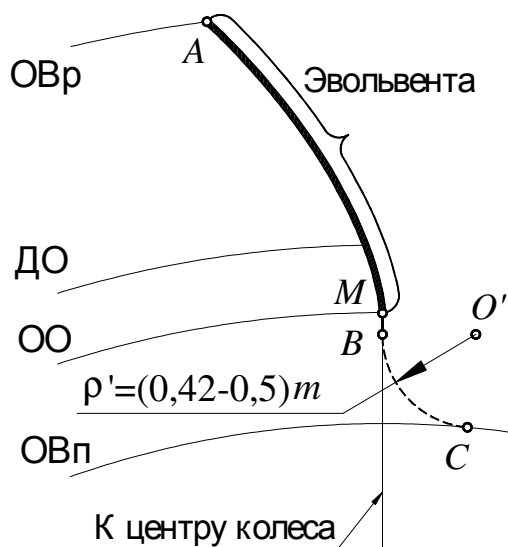


Рисунок 14 - Упрощенный способ построения галтели

впадин показан на рисунке 14. Для построения галтели вначале из начальной точки эвольвенты M проводят радиальный луч в центр колеса. Затем дугой радиуса  $\rho' = (0,42 \div 0,5)m$  выполняют сопряжение радиального луча с окружностью впадин ОВп. В результате профиль зуба содержит три участка. Участок AM – эвольвента, участок MB – прямая линия, участок BC – дуга окружности радиуса  $\rho'$ . Следует отметить, что указанным выше способом можно строить галтель для колес с  $z \leq 17$ , изготовленных со смещением

$x = x_{min}$ . Если  $z > 17$ , то участок галтели MB должен проходить не по радиальному лучу, а по касательной к эвольвенте в точке ее начала.

При желании, радиус окружности, с которой начинается эвольвента, можно найти по формуле

$$r_y = \sqrt{r_b^2 + (r \cdot \sin \alpha - (h_a^* \cdot m / \sin \alpha))^2} . \quad (33)$$

На рисунке 16 показано точное построение галтели. В этом случае вначале определяют след центра закруглений рейки  $O'$  при перекачивании НП по ДО по часовой стрелке (рис.15.).

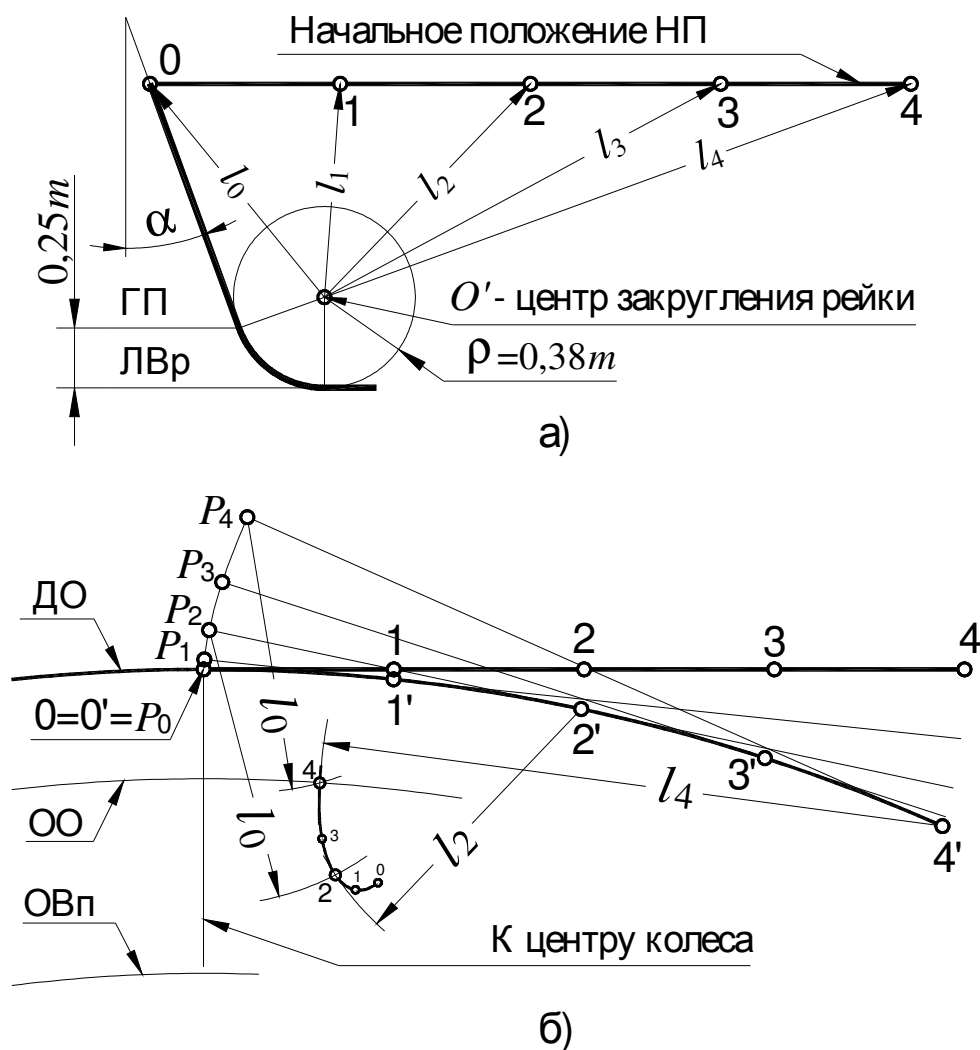


Рисунок 15 - Построение положений НП и центра закруглений рейки

Для определения положения центра закруглений рейки  $O'$  при различных положениях НП необходимо воспользоваться координатой  $l_0$  и в зависимости от положения НП одной из координат  $l_1, l_2, l_3$ , или  $l_4$  (рис. 15, а). На рисунке 15, а показано определение положения  $O'$ , когда НП занимает положения 2 и 4 (сами точки и их обо-

значения показаны более крупно). Так, например, в положении 4 центр  $O'$  находится на пересечении дуги радиуса 10 с центром в точке  $P_4$  и дуги радиуса 14 с центром в точке  $4'$ .

После определения положения точки  $O'$  строят часть профиля зуба рейки (рис. 16, а), которая состоит из галтели ( $\rho = 0,38m$ ) и прямолинейного участка от галтели до НП. На этом рисунке показано начальное положение НП и зуба рейки и то же самое в положении 3. Для построения профиля зуба рейки, например, в положении 3 необходимо из центра  $O'_3$  провести окружность радиуса  $\rho = 0,38 \cdot m$ , а затем из точки  $P_3$  провести прямую до касания с окружностью радиуса  $\rho$ .

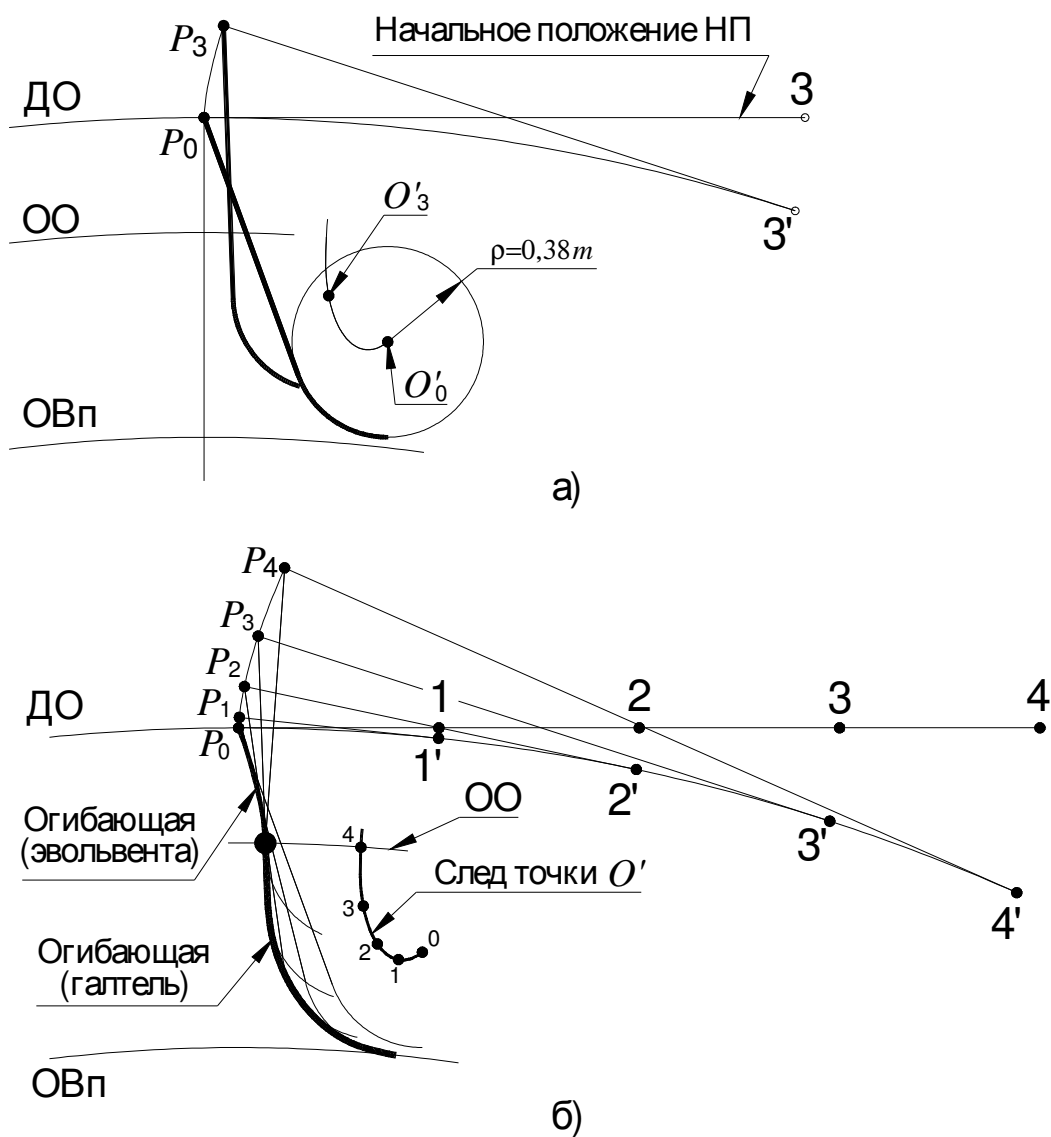


Рисунок 16 - Построение положений профиля зуба рейки и их огибающей

Построив огибающую ряда положений зуба рейки, получим галтель зуба колеса и небольшой участок эвольвенты от галтели до ДО (рис.16, б).

На пятом этапе необходимо построить зеркальный профиль и дополнительно построить два соседних зуба (рис.17).

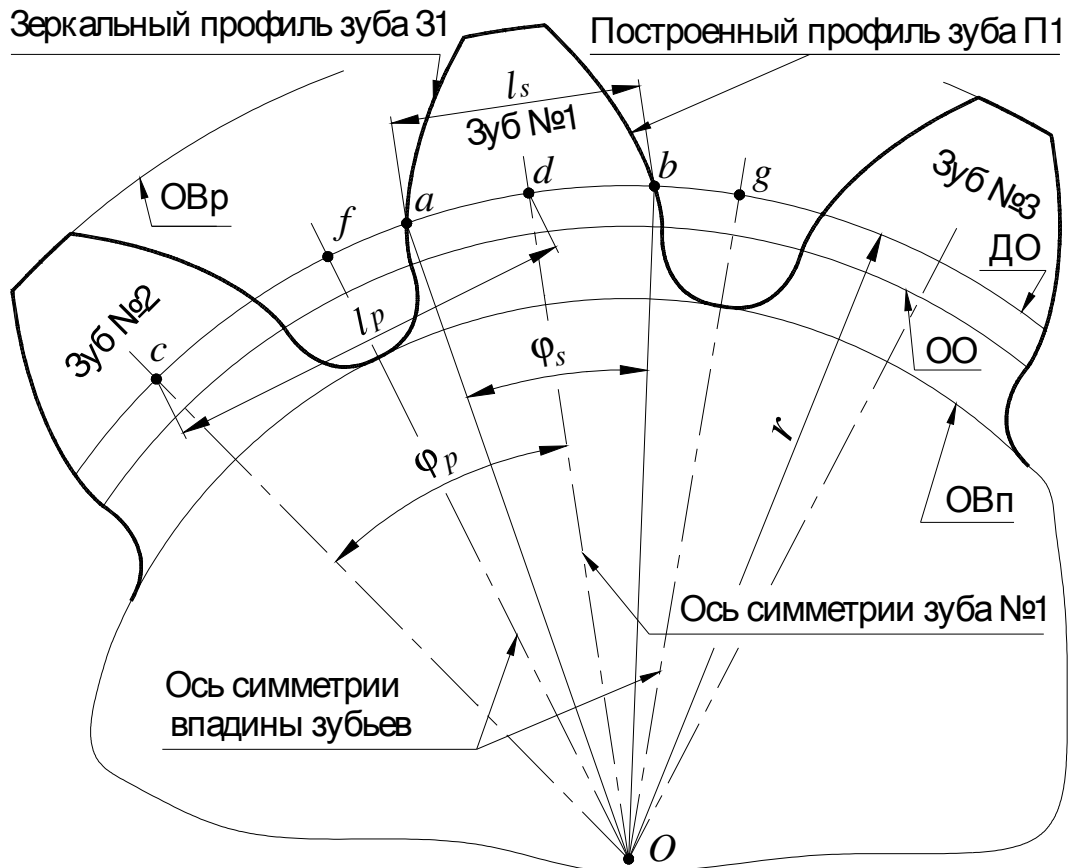


Рисунок 17 - Построение зубьев колеса

На рисунке 17:

$\widehat{ab}=s$  - толщина зуба по ДО (длина дуги  $\widehat{ab}$ );

$\widehat{cd} = p = m\varphi$  - шаг колеса (длина дуги  $\widehat{cd}$ );

$\varphi_s$  – угловая толщина зуба;

$\varphi_p$  – угловой шаг зуба;

$l_s$  – длина хорды дуги  $\widehat{ab} = s$ ;

$l_p$  – длина хорды дуги  $\widehat{cd} = p$ .



При выполнении чертежа необходимо откладывать толщину зуба колеса  $s$  и шаг  $p$  (это длины соответствующих дуг). Точно это

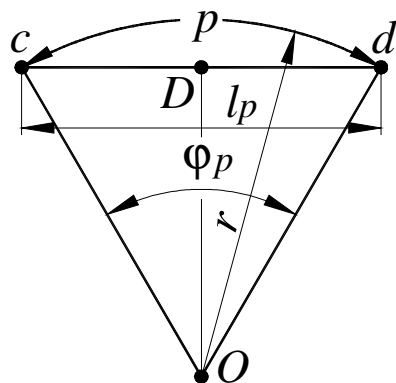


Рис. 18. Определение длины хорды

сделать достаточно сложно. Поэтому рекомендуется откладывать длины хорд, которые стягивают соответствующие дуги. Для этого необходимо вычислить величины хорд указанных дуг. Из рисунка 18 величины хорд  $l_p$  и  $l_s$  будут

$$l_p = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{p \cdot 180^\circ}{2r \cdot \pi}\right);$$

$$l_s = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{s \cdot 180^\circ}{2r \cdot \pi}\right)$$
(34)

Имея в виду, что эвольвента и галтель построены и проведены окружности  $ОВр$ ,  $ДО$ ,  $ОО$ , и  $ОВп$ , дальнейшие построения понятны из рисунка 17.

Профиль ПЗ1, также зубья №2 и №3 строятся методом отзеркаливания, используя ось симметрии зуба  $Od$  и ось симметрии впадины  $Of$ .

Те же построения и расчеты, начиная со второго этапа, необходимо выполнить для второго зубчатого колеса.

На рисунке 19 показана картина зацепления пары зубчатых колес. На рисунке  $N_1N_2$  – теоретический участок линии зацепления (ЛЗ). Границы участка  $N_1$  и  $N_2$  – это точки контакта ЛЗ с основными окружностями  $ОО_1$  и  $ОО_2$ . Границы рабочего участка линии зацепления  $ab$  это точки пересечения ЛЗ с окружностями вершин  $ОВр_1$  и  $ОВр_2$ .

Рисунок 19 приведен с целью, показать вид картины зацепления с отображением основных элементов построения эвольвент. Здесь не показан целый ряд необходимых элементов, который должен быть на чертеже. Не показаны начальные окружности  $НО_1$  и  $НО_2$ , диаметры всех окружностей, угол зацепления  $\alpha_w$ , межосевое расстояние  $aw$  и др. (в приложении будет приведен чертеж картины зацепления со всеми атрибутами).

После выполнения построений, приведенных на рисунке 19, необходимо определить коэффициент перекрытия по формуле (23), а по формуле (22) проверить точность величины рабочего участка линии зацепления  $ab$ , которая получена на чертеже.

По формуле (24) определить коэффициенты скольжения профилей на линии зацепления, как на оси абсцисс, построить графики коэффициентов скольжения  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  (рис.20).

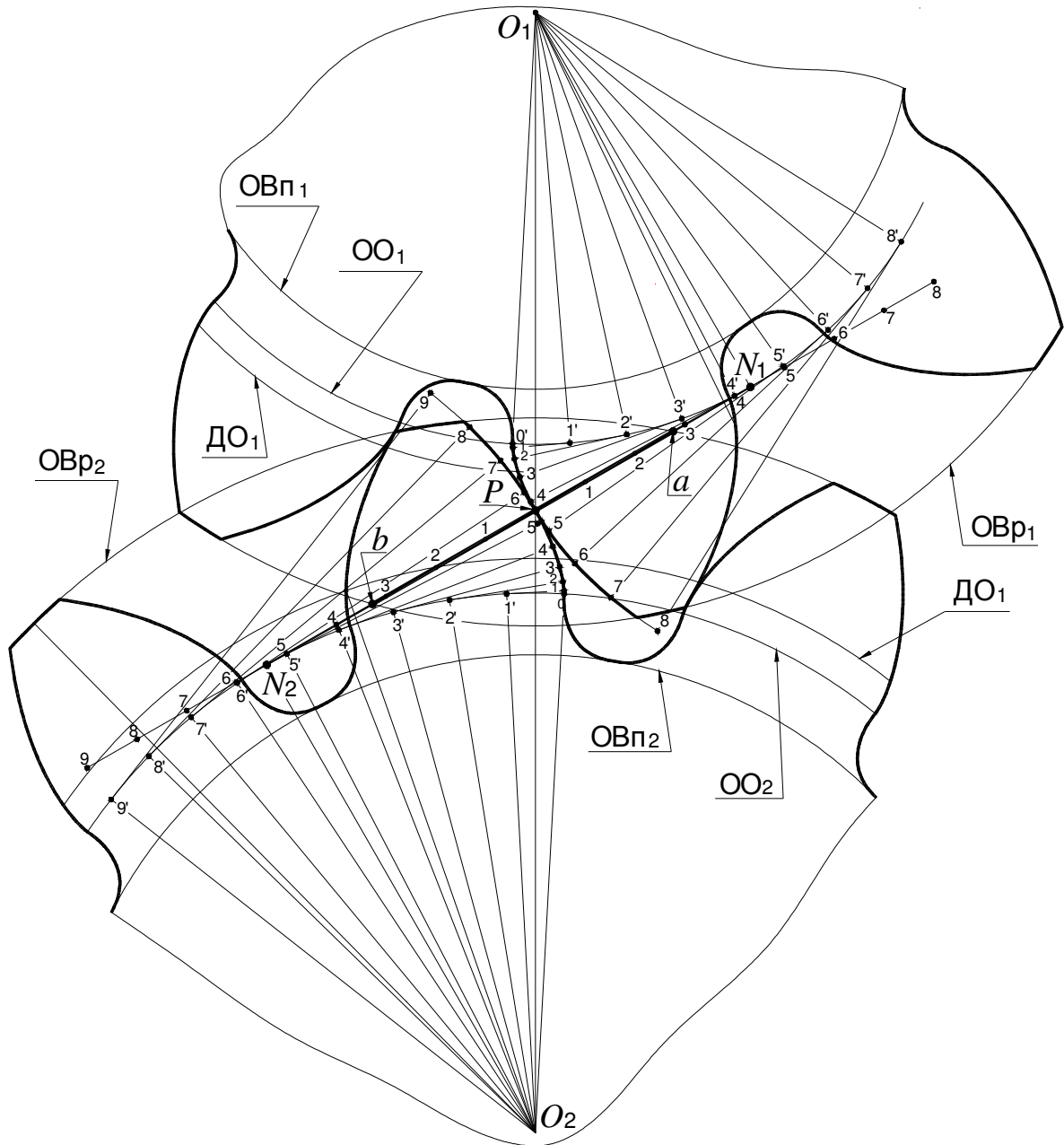


Рисунок 19 - Общий вид картины эвольвентного зацепления

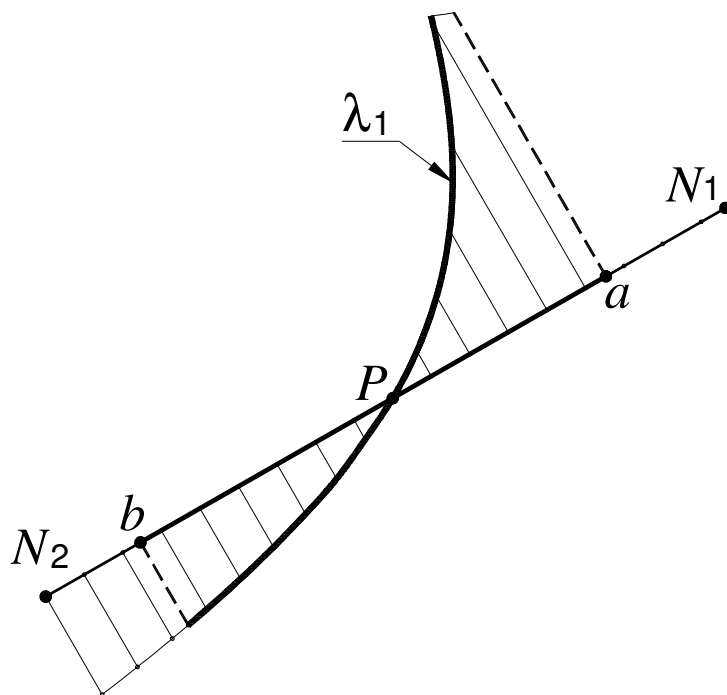


Рисунок 20 - График изменения коэффициента скольжения  $\lambda_1$

### 7) Примеры проектирования безазорного эвольвентного зацепления.

**Пример 1.** Выполнить расчет геометрических параметров безазорного эвольвентного зацепления по следующим данным:  $z_1=14$ ,  $z_2=29$ ,  $m=10\text{мм}$ , стандартное значение межосевого расстояния  $a_w$ . Все линейные величины в миллиметрах.

1) делительное межосевое расстояние

$$a = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} = \frac{10(14 + 29)}{2} = 215.$$

Ближайшее большее стандартное значение межосевого расстояния  $a_w$  равно 225мм.

2) угол безазорного зацепления при  $a_w = 225$  будет равен

$$\alpha_w = \arccos(\alpha_w) = \arccos\left(\frac{a}{a_w} \cdot \cos \alpha\right) = \arccos\left(\frac{215}{225} \cdot \cos \alpha\right) = 26,1129^\circ$$

3) суммарный коэффициент смещения можно найти по формуле

$$x_{\Sigma} = \frac{(\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha) \cdot z_{\Sigma}}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha},$$

где -  $\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \frac{\alpha \cdot \pi}{180} \approx 0,01490438$ ,  $\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{tg} \alpha_w - \frac{\alpha_w \cdot \pi}{180}$ .

При  $\alpha_w = 26,1129^\circ$

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{tg} \alpha_w - \frac{\alpha_w \cdot \pi}{180} = \operatorname{tg}(26,113^\circ) - \frac{26,113 \cdot \pi}{180} = 0,034418,$$

$$x_{\Sigma} = \frac{(\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha) \cdot z_{\Sigma}}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \frac{(0,034418 - 0,0149) \cdot 43}{2 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ} = 1,152947658.$$

4) коэффициент воспринимаемого смещения  $y$  при  $a_w = 225$  и  $x_{\Sigma} = 1,153$  будет

$$y = (a_w - a)/m = (225 - 215)/10 = 1,0;$$

5) коэффициент уравнительного смещения  $\Delta y$  при  $a_w = 225 \text{ мм}$

$$\Delta y = x_{\Sigma} - y = 1,153 - 1,0 = 0,153.$$

При распределении  $x_{\Sigma}$  необходимо иметь в виду, чтобы  $x_1 \geq x_{\min} = 0,176$ . Для оптимального распределения  $x_{\Sigma}$  целесообразно воспользоваться блокировочным контуром (рис. 21).

На рисунке в системе координат  $x_2 = x_2(x_1)$  показаны кривые:

- 1)  $\sigma$  – равнопрочность зубьев колес (из одного материала);
- 2)  $\lambda_1 = \lambda_2$  – равенство коэффициентов скольжения на ножках зубьев;
- 3)  $x_1$  и  $x_2$  – границы подрезания зубьев колес 1 и 2;
- 4)  $s_{a1} = 0,4 \cdot m$ ,  $s_{a1} = 0,25m$ ,  $s_{a2} = 0,4 \cdot m$  – границы минимально допустимых значений толщин зубьев по окружностям вершин (для закаленных зубьев  $s_{ai} \geq 0,4 \cdot m$ )
- 5)  $\varepsilon = 1,2$  – граница минимально допустимого значения коэффициента перекрытия.

На рисунке 21 проведена пунктирная линия  $x_{\Sigma} = 1,153$ . Эта линия пересекает линию  $\varepsilon = 1,2$  в точке  $k$ . Можно выбрать любое сочетание значений  $x_1$  и  $x_2$  на линии  $x_{\Sigma} = 1,153$  выше точки  $k$ . Принимаем  $x_2 = 0,60$ ,  $x_1 = x_{\Sigma} - x_2 = 1,153 - 0,60 = 0,5529476$  (на рис. 21 точка  $n$ ).

С учетом выбранных значений  $x_1$  и  $x_2$  определяем геометрические параметры зубчатых колес и зацепления (все линейные размеры в миллиметрах).

1) Диаметры делительных окружностей  
 $d_1 = m \cdot z_1 = 10 \cdot 14 = 140$ ;  $d_2 = m \cdot z_2 = 10 \cdot 29 = 290$ ; (1)

2) Шаг зубчатого колеса  
 $p = m \cdot \pi = 10 \cdot 3,1416 = 31,416$ . (2)

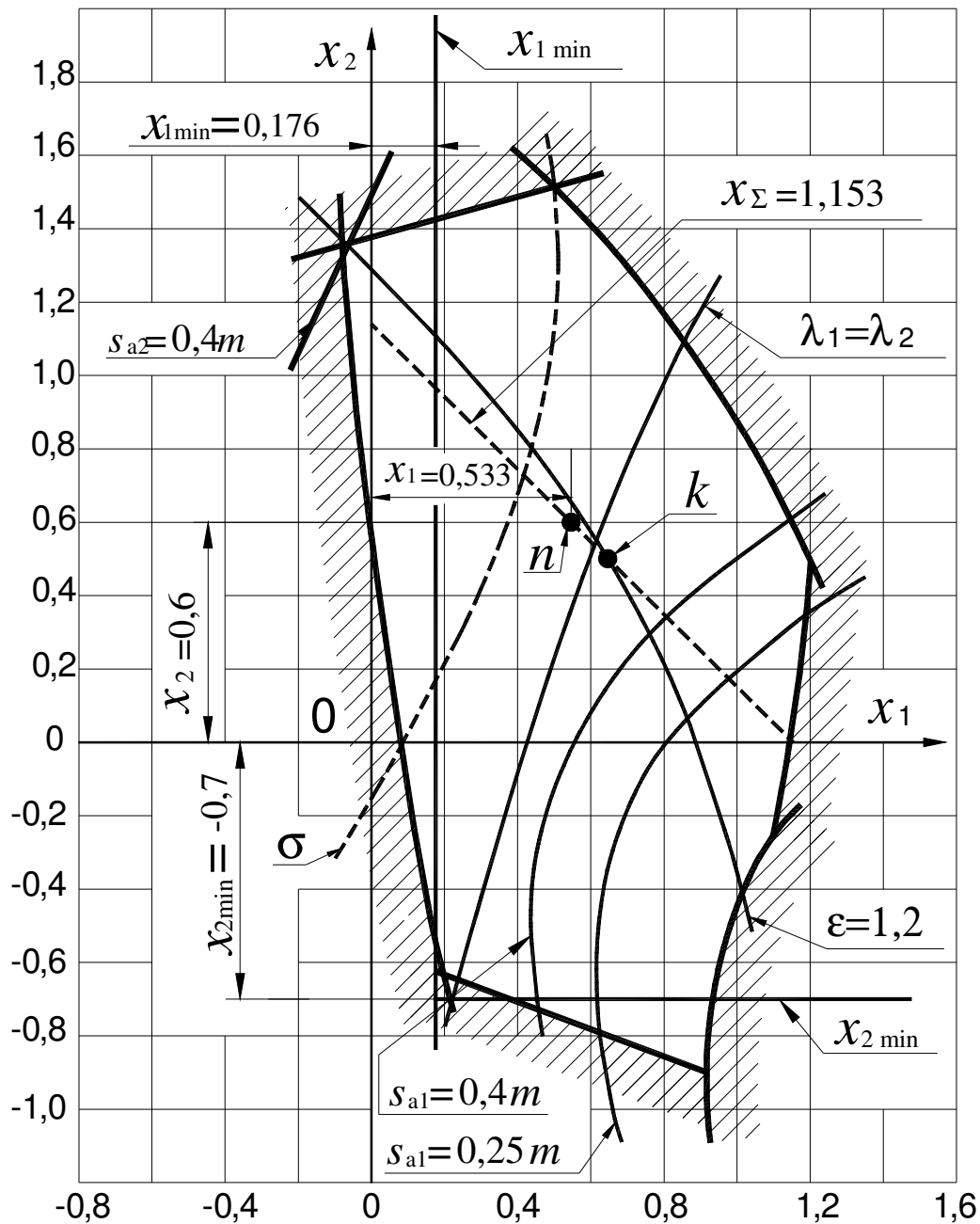


Рисунок 21 - Блокировочный контур для пары колес с  $z_1=14$  и  $z_2=29$ .

3) Угловые шаги зубчатых колес

$$\begin{aligned}\varphi_{p1} &= 360^\circ / z_1 = 360^\circ / 14 = 25,714^\circ; \\ \varphi_{p2} &= 360^\circ / z_2 = 360^\circ / 29 = 13,448^\circ\end{aligned}\quad (3)$$

4) Диаметры основных окружностей

$$\begin{aligned}d_{b1} &= d_1 \cdot \cos \alpha = 140 \cdot \cos 20^\circ = 131,557; \\ d_{b2} &= d_2 \cdot \cos \alpha = 290 \cdot \cos 20^\circ = 272,51086\end{aligned}\quad (4)$$

5) Толщины зубьев колес по делительным окружностям

$$\begin{aligned}s_1 &= 0,5 \cdot m\pi + 2mx_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha = \\ &= 0,5 \cdot 10 \cdot 3,1416 + 2 \cdot 10 \cdot 0,553 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 19,73; \\ s_2 &= 0,5 \cdot m\pi + 2mx_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha = \\ &= 0,5 \cdot 10 \cdot 3,1416 + 2 \cdot 10 \cdot 0,6 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 20,08\end{aligned}\quad (5)$$

6) Ширины впадин колес по делительным окружностям

$$\begin{aligned}e_1 &= p - s_1 = 31,416 - 19,73 = 11,686; \\ e_2 &= p - s_2 = 31,416 - 20,08 = 11,336;\end{aligned}\quad (6)$$

7) Диаметры начальных окружностей

$$\begin{aligned}d_{w1} &= d_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = 140 \cdot \frac{\cos 20^\circ}{\cos 26,113^\circ} = 146,512; \\ d_{w2} &= d_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = 290 \cdot \frac{\cos 20^\circ}{\cos 26,113^\circ} = 303,49\end{aligned}\quad (7)$$

9) Высоты головок зубьев

$$\begin{aligned}h_{a1} &= m(h_a^* + x_1 - \Delta y) = 10 \cdot (1,0 + 0,553 - 0,153) = 14; \\ h_{a2} &= m(h_a^* + x_2 - \Delta y) = 10 \cdot (1,0 + 0,6 - 0,153) = 14,47\end{aligned}\quad (8)$$

9) Высоты ножек зубьев

$$\begin{aligned}h_{f1} &= m \cdot (h_a^* + c^* - x_1) = 10 \cdot (1,0 + 0,25 - 0,553) = 6,97; \\ h_{f2} &= m \cdot (h_a^* + c^* - x_2) = 10 \cdot (1,0 + 0,25 - 0,6) = 6,5\end{aligned}\quad (9)$$

10) Высота зуба

$$h = m \cdot (2h_a^* + c^* - \Delta y) = 10 \cdot (2 \cdot 1,0 + 0,25 - 0,153) = 20,97 \quad (10)$$

11) Диаметры окружностей вершин

$$\begin{aligned}
d_{a1} &= m \cdot (z_1 + 2h_a^* + 2x_1 - 2\Delta y) = \\
&= 10 \cdot (14 + 2 \cdot 1,0 + 2 \cdot 0,553 - 2 \cdot 0,153) = 168; \\
d_{a2} &= m \cdot (z_1 + 2h_a^* + 2x_2 - 2\Delta y) = \\
&= 10 \cdot (29 + 2 \cdot 1,0 + 2 \cdot 0,6 - 2 \cdot 0,153) = 319
\end{aligned} \tag{11}$$

12) Диаметры окружностей впадин

$$\begin{aligned}
d_{f1} &= m \cdot (z_1 - 2h_a^* - 2c^* + 2x_1) = \\
&= 10 \cdot (14 - 2 \cdot 1,0 - 2 \cdot 0,25 + 2 \cdot 0,553) = 126; \\
d_{f2} &= m \cdot (z_2 - 2h_a^* - 2c^* + 2x_2) = \\
&= 10 \cdot (29 - 2 \cdot 1,0 - 2 \cdot 0,25 + 2 \cdot 0,6) = 277
\end{aligned} \tag{12}$$

13) Длина рабочего участка линии зацепления

$$\begin{aligned}
ab &= \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - \operatorname{tg} \alpha_w \cdot (r_{b1} + r_{b2}) = \\
&= \sqrt{84^2 - 65,78^2} + \sqrt{159,5^2 - 136,255^2} - \\
&\quad - \operatorname{tg} \alpha_w (65,78 - 136,255) = 36,123
\end{aligned} \tag{13}$$

14) Коэффициент перекрытия

$$\varepsilon = ab / p_b = 36,123 / 29,52 = 1,22 \tag{14}$$

$\varepsilon > 1,2$ , что допустимо.

15) Толщины зубьев по окружностям вершин

$$s_{ai} = d_{ai} \left( s_i / d_i + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{ai} \right), \tag{15}$$

где:

$\alpha_{ai} = \arccos(r_{bi} / r_{ai})$  - профильный угол эвольвенты по окружности вершин;

$$\alpha_{a1} = \arccos(r_{b1} / r_{a1}) = \arccos(65,78 / 84) = 38,455^\circ;$$

$$\alpha_{a2} = \arccos(r_{b2} / r_{a2}) = \arccos(136,255 / 159,5) = 31,32^\circ$$

$$\operatorname{inv} \alpha_{a1} = \operatorname{tg} \alpha_{a1} - \frac{\alpha_{a1} \cdot \pi}{180} = \operatorname{tg} 38,455 - \frac{38,455 \cdot \pi}{180} = 0,122988;$$

$$\operatorname{inv} \alpha_{a2} = \operatorname{tg} \alpha_{a2} - \frac{\alpha_{a2} \cdot \pi}{180} = \operatorname{tg} 31,32 - \frac{31,32 \cdot \pi}{180} = 0,06185;$$

$$s_{a1} = d_{a1} (s_1 / d_1 + \text{inv } \alpha - \text{inv } \alpha_{a1}) =$$

$$= 168 \cdot (19,73/140 + 0,0149 - 0,122988) = 5,5;$$

$$s_{a2} = d_{a1} (s_2 / d_2 + \text{inv } \alpha - \text{inv } \alpha_{a2}) =$$

$$= 319 \cdot (20,08/290 + 0,0149 - 0,06185) = 7,1$$

Толщины зубьев по окружностям вершин больше  $0,4 \cdot m$ , что вполне приемлемо.

**Пример 2.** Выполнить расчет геометрических параметров беззазорного эвольвентного зацепления по следующим данным:  $z_1=10$ ,  $z_2=15$ ,  $m=10\text{мм}$ . Назначить минимально необходимые смещения из условия отсутствия подреза, т.е.  $x=x_{\min}$ . Колеса будут изготовлены стандартным инструментом реечного типа с параметрами:  $\alpha = 20^\circ$ ;  $h_a^* = 1,0$ ;  $c^* = 0,25$ . Все линейные величины в миллиметрах.

1) Диаметр делительной окружности

$$d_1 = mz_1 = 10 \cdot 10 = 100; \quad d_2 = mz_2 = 10 \cdot 15 = 150; \quad (1)$$

2) шаг зубчатого колеса

$$p = m \cdot \pi = 10 \cdot 3,14159 = 31,4159 \quad (2)$$

3) угловой шаг зубчатого колеса

$$\varphi_{p1} = 360^\circ / z_1 = 360^\circ / 10 = 36^\circ; \quad \varphi_{p2} = 360^\circ / z_2 = 360^\circ / 15 = 24^\circ; \quad (3)$$

4) диаметр основной окружности

$$d_{b1} = d_1 \cdot \cos \alpha = 100 \cdot \cos 20^\circ = 93,969;$$

$$d_{b2} = d_2 \cdot \cos \alpha = 150 \cdot \cos 20^\circ = 140,954; \quad (4)$$

5) коэффициент минимально необходимого смещения из условия отсутствия подреза

$$x_{1\min} = (17 - z_1) / 17 = (17 - 10) / 17 = 0,4118;$$

$$x_{2\min} = (17 - z_2) / 17 = (17 - 15) / 17 = 0,1176; \quad (5)$$

6) толщина зуба по делительной окружности

$$s_1 = 0,5p + 2mx_1 \cdot \text{tg } \alpha = 0,5 \cdot 31,416 + 2 \cdot 10 \cdot 0,4118 \cdot \text{tg } 20^\circ = 18,705;$$

$$s_2 = 0,5p + 2mx_2 \cdot \text{tg } \alpha = 0,5 \cdot 31,416 + 2 \cdot 10 \cdot 0,1176 \cdot \text{tg } 20^\circ = 16,564; \quad (6)$$



7) ширина впадины колеса по делительной окружности

$$e_1 = p - s_1 = 31,4159 - 18,7054 = 12,7105;$$

$$e_2 = p - s_2 = 31,4159 - 16,5644 = 14,8515;$$
(7)

8) суммарный коэффициент смещения

$$x_\Sigma = x_1 + x_2 = 0,4118 + 0,1176 = 0,5294$$
(8)

9) суммарное число зубьев

$$z_\Sigma = z_1 + z_2 = 10 + 15 = 25;$$
(9)

10) инволюта угла беззазорного зацепления

$$\text{inv } \alpha_w = \text{inv } \alpha + 2 \frac{x_\Sigma}{z_\Sigma} \cdot \text{tg } \alpha = 0,0149 + 2 \frac{0,5294}{25} \cdot \text{tg } 20^\circ = 0,0303,$$
(10)

где -  $\text{inv } \alpha = \text{tg } \alpha - \alpha \cdot \frac{\pi}{180} \approx 0,0149$  ( $\alpha = 20^\circ$ ).

11) Угол беззазорного зацепления  $\alpha_w$  определяется по значению  $\text{inv } \alpha_w$ . Для этого воспользуемся формулой

$$\alpha_w = 76,8 \cdot (\text{inv } \alpha_w)^{0,32} = 25,0903^\circ$$
(11)

12) делительное межосевое расстояние

$$a = 0,5mz_\Sigma = 0,5 \cdot 10 \cdot 25 = 125;$$
(12)

13) межосевое расстояние беззазорного зацепления

$$a_w = a \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_w) = 125 \cdot (\cos 20^\circ / \cos 25,0903^\circ) = 129,7;$$
(13)

14) диаметр начальной окружности

$$d_{w1} = d_1 (\cos \alpha / \cos \alpha_w) = 100 \cdot (\cos 20^\circ / \cos 25,0903^\circ) = 103,76;$$

$$d_{w2} = d_2 (\cos \alpha / \cos \alpha_w) = 150 \cdot (\cos 20^\circ / \cos 25,0903^\circ) = 155,64;$$
(14)

15) коэффициент воспринимаемого смещения

$$y = (a_w - a) / m = (129,7 - 125) / 10 = 0,47$$
(15)

16) коэффициент уравнительного смещения

$$\Delta y = x_\Sigma - y = 0,5294 - 0,47 = 0,0594;$$
(16)

17) высота головки зуба

$$h_{a1} = h_a^* m + mx_1 - m \Delta y = 1,0 \cdot 10 + 10 \cdot 0,4118 - 10 \cdot 0,0594 = 13,524;$$

$$h_{a2} = h_a^* m + mx_2 - m \Delta y = 1,0 \cdot 10 + 10 \cdot 0,1176 - 10 \cdot 0,0594 = 10,582;$$
(17)

18) высота ножки зуба

$$\begin{aligned}h_{f1} &= m \cdot (h_a^* + c^*) - mx_1 = 10 \cdot (1,0 + 0,25) - 10 \cdot 0,4118 = 8,382; \\h_{f2} &= m \cdot (h_a^* + c^*) - mx_2 = 10 \cdot (1,0 + 0,25) - 10 \cdot 0,1176 = 11,324;\end{aligned}\quad (18)$$

19) высота зуба

$$h = m(2h_a^* + c^* - \Delta y) = 10 \cdot (2 \cdot 1,0 + 0,25 - 0,0594) = 21,906; \quad (19)$$

20) диаметр окружности вершин

$$\begin{aligned}d_{a1} &= m \cdot (z_1 + 2h_a^* + 2x_1 - 2\Delta y) = \\&= 10 \cdot (10 + 2 \cdot 1,0 + 2 \cdot 0,4118 - 2 \cdot 0,0594) = 127,0472; \\d_{a2} &= m \cdot (z_2 + 2h_a^* + 2x_2 - 2\Delta y) = \\&= 10 \cdot (15 + 2 \cdot 1,0 + 2 \cdot 0,1176 - 2 \cdot 0,0594) = 171,1648;\end{aligned}\quad (20)$$

21) диаметр окружности вершин

$$\begin{aligned}d_{f1} &= m \cdot (z_1 - 2h_a^* - 2c^* + 2x_1) = \\&= 10 \cdot (10 - 2 \cdot 1,0 - 0,5 + 2 \cdot 0,4118) = 83,2352; \\d_{f2} &= m \cdot (z_2 - 2h_a^* - 2c^* + 2x_2) = \\&= 10 \cdot (15 - 2 \cdot 1,0 - 0,5 + 2 \cdot 0,1176) = 127,353;\end{aligned}\quad (21)$$

22) длина рабочего участка линии зацепления

$$\begin{aligned}ab &= \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - \operatorname{tg} \alpha_w \cdot (r_{b1} + r_{b2}) = \\&= \sqrt{63,5236^2 - 46,9846^2} + \sqrt{85,5824^2 - 70,4769^2} - \\&\quad - \operatorname{tg} 25,0903^\circ \cdot (46,9846 + 70,4765) = 36,305;\end{aligned}\quad (22)$$

23) коэффициент перекрытия

$$\varepsilon = ab / p = 36,305 / 31,4159 = 1,155. \quad (23)$$

Рекомендуемое минимальное значение коэффициента перекрытия равно  $\varepsilon=1,2$ , т.е. полученное значение  $\varepsilon=1,155$  несколько ниже допустимого.

Кроме перечисленных выше параметров, которые необходимо выполнять, выполняем расчет ряда дополнительных параметров.

24) Угловая толщина зуба по делительной окружности

$$\varphi_{S1} = \frac{S_1}{r_1} \cdot \frac{180}{\pi} = \frac{18,705}{50} \cdot \frac{180}{\pi} = 21,435^\circ;$$

$$\varphi_{S2} = \frac{S_2}{r_2} \cdot \frac{180}{\pi} = \frac{16,564}{75} \cdot \frac{180}{\pi} = 12,654^\circ;$$
(24)

25) угловая координата начальной точки эвольвенты (рис. 6)

$$\varphi_w = \alpha_w + \theta_w = (\operatorname{tg} \alpha_w) \frac{180}{\pi} = (\operatorname{tg} 25,09^\circ) \frac{180}{\pi} = 26,8275^\circ;$$
(25)

26) толщина зуба колеса 1 по окружности вершин

$$s_{a1} = d_{a1} \cdot \left( \frac{s_1}{d_1} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a1} \right) =$$

$$= 127,05 \cdot \left( \frac{18,71}{100} + 0,0149 - 0,1706 \right) = 3,85,$$

где -

$$\alpha_{a1} = \arccos \frac{r_{b1}}{r_{a1}} = \arccos \frac{46,985}{63,524} = 42,23^\circ;$$

$$\operatorname{inv} \alpha_{a1} = \operatorname{tg} \alpha_{a1} - \alpha_{a1} \frac{\pi}{180} = \operatorname{tg} 42,23 - 42,23 \frac{\pi}{180} = 0,1706;$$

27) толщина зуба колеса 2 по окружности вершин

$$s_{a2} = d_{a2} \cdot \left( \frac{s_2}{d_2} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a2} \right) =$$

$$= 171,16 \cdot \left( \frac{6,56}{150} + 0,0149 - 0,0856 \right) = 6,8$$

где -

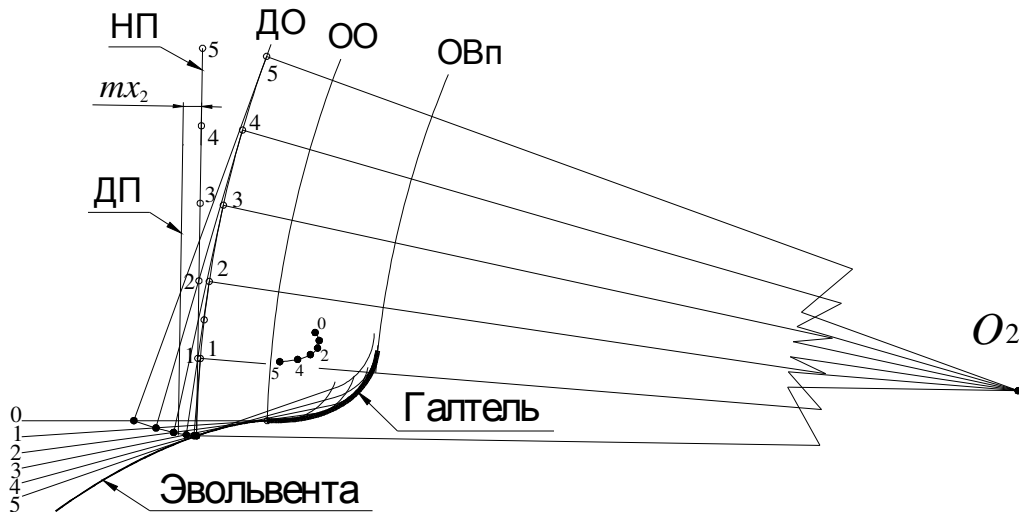
$$\alpha_{a1} = \arccos \frac{r_{b1}}{r_{a1}} = \arccos \frac{70,48}{85,58} = 34,56^\circ;$$

$$\operatorname{inv} \alpha_{a1} = \operatorname{tg} \alpha_{a1} - \alpha_{a1} \cdot \frac{\pi}{180} = \operatorname{tg} 34,56 - 34,56 \cdot \frac{\pi}{180} = 0,0856.$$

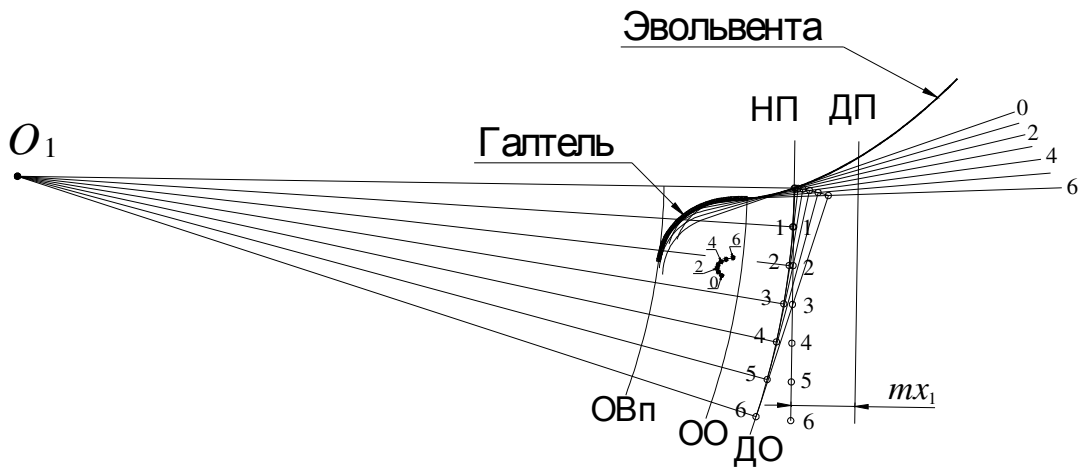
На рисунке 23 показан пример вычерчивания и оформления листа по зубчатому зацеплению, рассчитанному в примере 2. Из-за высокой насыщенности чертежа графики коэффициентов скольжения показаны отдельно. Коэффициенты скольжения рассчитаны по формулам (24).

Эвольвенты для обоих колес построены по определению эвольвенты, т. е. это след точки прямой при перекатывании ее по основной окружности. Галтели построены как огибающие ряда положений зуба рейки в ее обратном движении относительно соответствующего колеса.

Построение галтелей показано на рисунке 22.



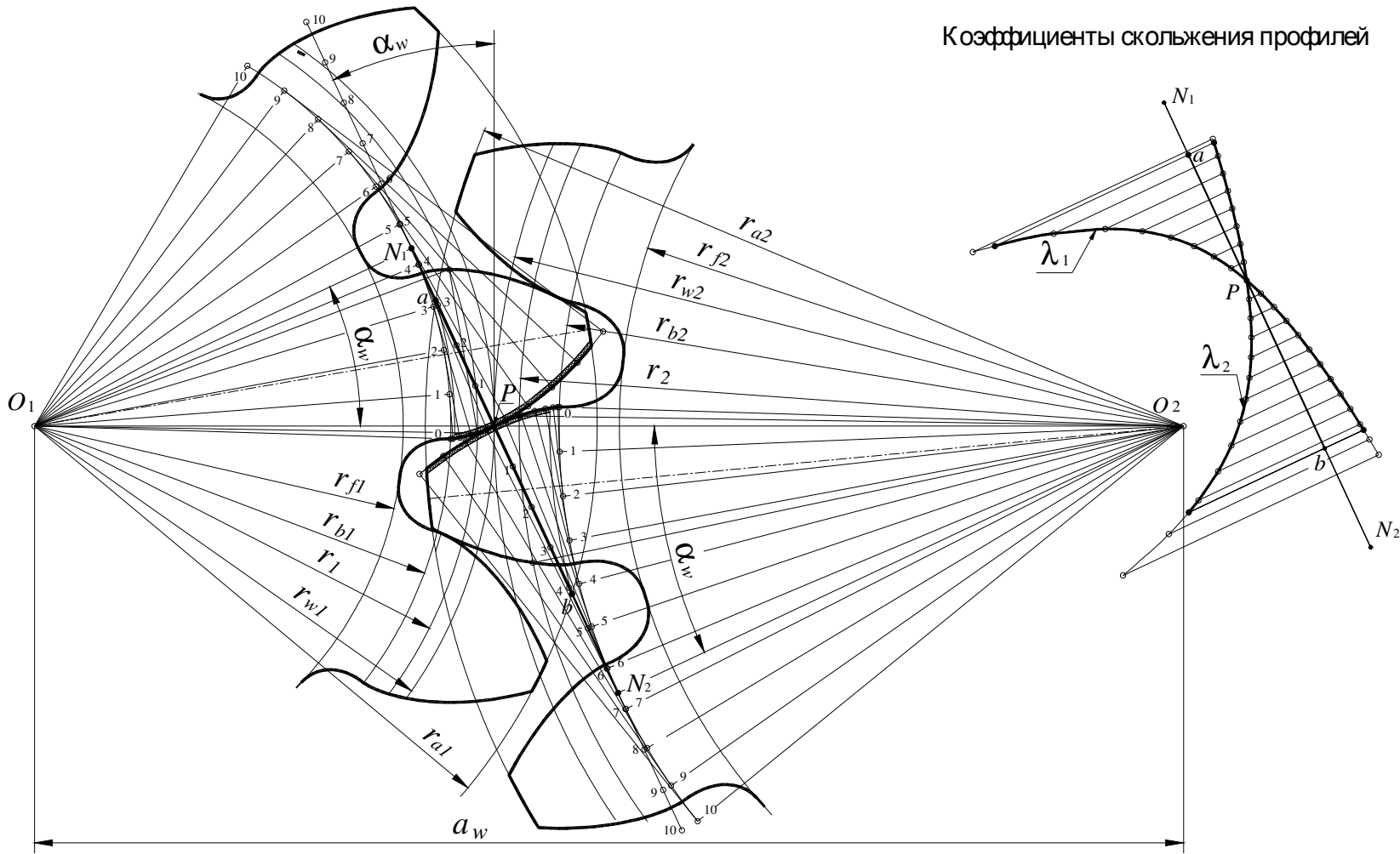
Построение галтели зуба колеса 2



Построение галтели зуба колеса 1

Рисунок 22 - Построение галтелей зубьев как огибающих ряда положений зуба инструментальной рейки

Коэффициенты скольжения профилей



| $z_1$ | $z_2$ | $m$ | $d_1$ | $d_2$ | $x_1$ | $x_2$ | $a$ | $a_w$ | $\epsilon$ |
|-------|-------|-----|-------|-------|-------|-------|-----|-------|------------|
| 10    | 15    | 10  | 100   | 150   | 0.412 | 1.118 | 125 | 129.7 | 1.155      |

|  |         |         |      |        |         |
|--|---------|---------|------|--------|---------|
| ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ |         |         |      | Лист   | 4       |
| ПОПЕРЕЧНО-СТРОГАЛЬНОГО СТАНКА            |         |         |      | Листов | 4       |
| КТМ. ДТМ. 31. 3-2. 004                   |         |         |      |        |         |
| Исполн.                                  | Провер. | Утверд. | Дата | Лист   | Масштаб |
|  |         |         |      |        | 5:1     |
| Построение карты                         |         |         |      | Лист   | 4       |
| зубчатого зацепления                     |         |         |      | ХНАДУ  |         |

Рисунок 23 - Пример оформления листа курсового проекта