МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ

ХАРЬКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К РАЗДЕЛУ КУРСОВОГО ПРОЕКТА
«СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ»
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН»
для студентов специальностей 7.090210, 7.090211, 7.090214, 7.090215

ХАРЬКОВ 1999

Методические указания подготовили преподаватели кафедры деталей машин и ТММ ХГАДТУ: к. т. н., доц. Перегон В. А. и к. т. н., проф. Гречко Л. П.

Отв. за выпуск доц. Карпенко В. А.

Синтез планетарных механизмов - один из разделов курсового проекта по курсу “Теория механизмов и машин” (ТММ).

В методических указаниях приведены характеристики основных схем планетарных механизмов и области их применения в современной технике, дана методика и примеры синтеза планетарных механизмов.

Планетарные механизмы получили очень широкое распространение в современной технике. Многопоточность планетарной передачи с несколькими сателлитами позволяет резко снизить ее габариты и массу. Гибкость кинематической схемы позволяет получать различные передаточные отношения (по величине и знаку).

Планетарным называется механизм, состоящий из зубчатых или фрикционных колес, в котором геометрическая ось хотя бы одного колеса подвижна, т. е. имеются колеса, которые совершают сложное движение, представляющее собой сумму двух движений - движения колеса вместе с осью и вращения вокруг оси. Такие колеса называются сателлитами.

Звено, на котором устанавливается ось сателлита, называется водилом. Водило будем обозначать латинской буквой h.

На кинематических схемах можно показывать только один сателлит, т. к. другие сателлиты на определенность движения не влияют. Хотя в реальных механизмах число сателлитов k = 2-6. Чаще всего k = 3, т. к. в этом случае обеспечивается равномерное распределение нагрузки между сателлитами даже без применения специальных мер по устранению избыточных связей. Применение в механизме k сателлитов фактически почти в k раз повышает нагрузочную способность устройства (редуктор, коробка скоростей, колесный дифференциал и т. д.).

Есть схемы механизмов, в которых сателлит состоит из одного зубчатого колеса. Такой сателлит будем называть одновенцовым сателлитом. Если же сателлит представляет собой звено, собранное из двух колес, то называть его будем двухвенцовым.

Кроме водила и сателлитов в состав планетарного механизма входят центральные колеса, которые образуют с сателлитами пары внешнего и внутреннего зацепления.

Сдерживающим фактором более широкого применения планетарных механизмов является их относительная сложность, требующая достаточно высокой культуры производства и высоких технологий.

Наибольшее распространение планетарные механизмы получили там, где они практически не имеют альтернативы - это передаточные механизмы с двумя степенями свободы, в которых должно обеспечиваться деление подведенного крутящего момента на две части (по числу степеней свободы) в строго определенном соотношении. К таковым относятся межколесные и межосевые дифференциалы автомобилей и других транспортных машин, дифференциальные механизмы авиадвигателей привода двух соосных винтов самолета, соосных лопастей вертолета и другие подобные механизмы.

Точки сателлита двигаются по сложным кривым. У простых планетарных механизмов это эпициклоида или гипоциклоида, а у бипланетарных механизмов - это более сложные кривые (биэпициклоида, бигипоциклоида, гипоэпициклоида и эпигипоциклоида). Такие траектории точек являются «подходящими» для выполнения отдельных технологических операций и на сателлиты устанавливают рабочий инструмент (мешалки, фрезы, резцы).

Бипланетарные механизмы применяются в щитах для проходки тоннелей метрополитена, в шахтопроходческих комбайнах, в конструкциях реактивно-турбинных буров.

Планетарный механизм с числом степеней свободы больше единицы ($w \geq 2$) в силовом отношении используется как дифференцирующий - механизм делит подведенный момент на w частей в строго определенных соотношениях, а в кинематическом отношении - это сумматор движений (число входных движений равно w).

В ряде устройств и, в частности, в устройствах автоматики используются суммирующие свойства планетарного механизма. Весьма широко применяются планетарные механизмы в передачах с одной степенью свободы. Это редукторы и мультипликаторы. Разработчиков и изготовителей различных устройств на основе планетарных механизмов привлекает их компактность и высокие кинематические возможности.

Из приведенного выше можно сделать заключение, что наибольшее распространение планетарные механизмы получили там, где они незаменимы. Это, прежде всего автомобильные дифференциалы (межколесные и межосевые), выпуск которых достиг сотни миллионов в год. Незаслуженно скромное место они занимают в редукторостроении и, особенно, в производстве коробок скоростей.

Отметим, что кинематические свойства планетарного механизма зависят именно от того, какие зацепления образуют центральные колеса с сателлитами.

Простейшим и наиболее распространенным планетарным механизмом является механизм Джемса, имеющий одно внешнее и одно внутреннее зацепления центральных колес с одновенцовым сателлитом (рис. 1, ***схема 1***).

На примере ***схемы 1*** рассмотрим методику аналитического исследования кинематики планетарного механизма. Как видно по схеме, в механизме имеется четыре подвижных звена, четыре низшие и две высшие кинематические пары, т. е. механизм, имеет две степени свободы, или другими словами, любым двум звеньям можно сообщить независимое движение. Из схемы видно, что валы имеют звенья 1, 4 (центральные колеса) и водило h.

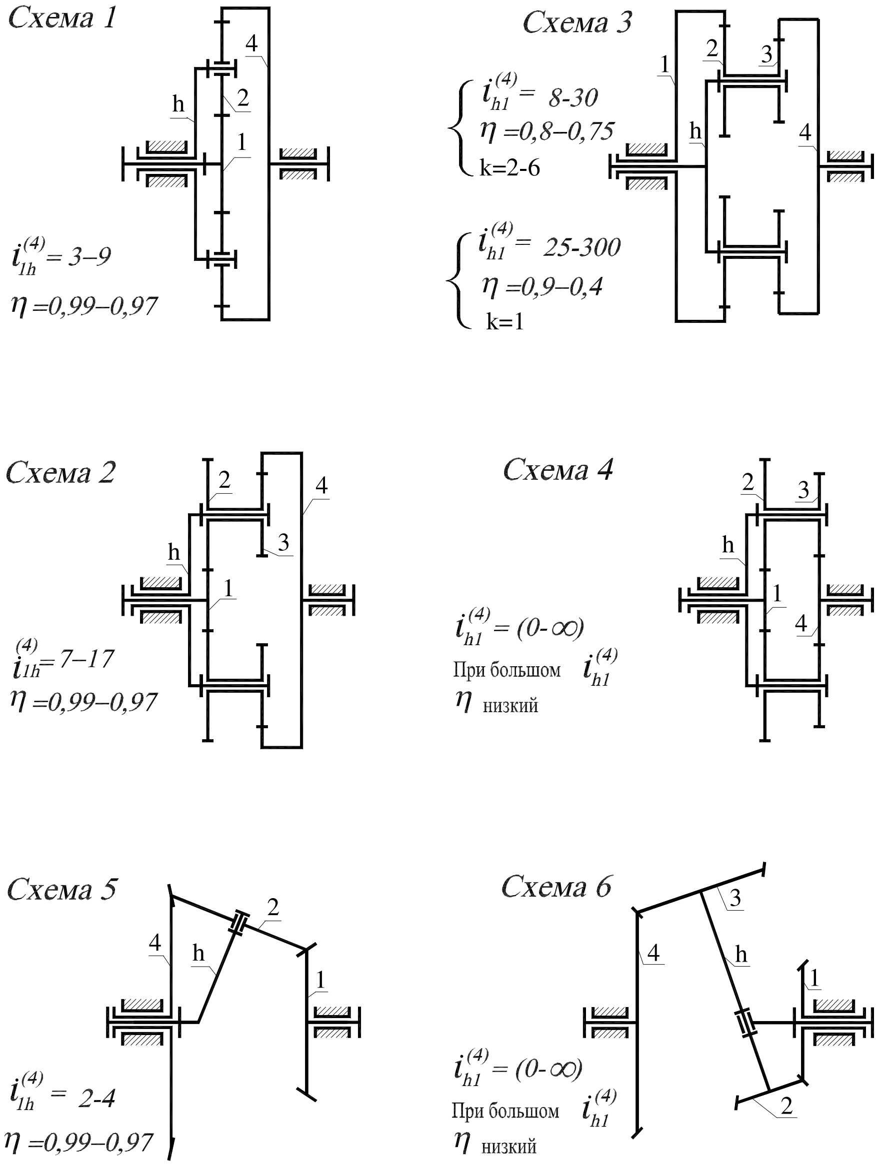

Рис. 1. Основные схемы планетарных механизмов

Независимое движение можно, например, сообщить звеньям 1 и 4 (задать ω_1 и ω_4) и получить результирующее движение на водиле (ω_h). Подобных вариантов всего три. Задача заключается в нахождении зависимости между ω_1, ω_4 и ω_h (или перемещениями), т. е. необходимо найти зависимость вида:

$$A\cdot\omega_1 + B\cdot\omega_4 + C\cdot\omega_h = D.$$

Применив метод обращения движения (он еще называется методом Виллиса или методом мысленной остановки водила) получим:

$$\dot{i}_{14}^{(h)} = \frac{\omega_1 - \omega_h}{\omega_4 - \omega_h} = -\frac{z_4}{z_1}. \tag{1}$$

Здесь $\dot{i}_{14}^{(h)}$ - передаточное отношение от звена 1 к звену 4 при неподвижном водиле h.

Очевидно, что если в (1) подставить значения скоростей любых двух звеньев, то можно вычислить угловую скорость третьего.

Планетарный механизм, имеющий $w = 2$, является дифференциальным планетарным механизмом.

При $w = 1$ механизм будет простым планетарным механизмом, если заторможено колесо 1 или 4. Если же заторможено водило ($\omega_h = 0$), тогда это будет обычный зубчатый механизм с неподвижными осями валов (не планетарный).

Если в механизме с $w = 2$ сообщается независимое движение двум звеньям (двухдвигательный привод), то такой механизм исполняет роль сумматора движений по формуле (1).

Если же при $w = 2$ механизму сообщается одно независимое движение, то он исполняет роль делителя подведенного момента сил на w частей в определенных соотношениях. Примером такого применения является дифференциал автомобиля. В межколесном (симметричном) дифференциале момент всегда делится на две равные части, а, например, в межосевом несимметричном дифференциале трехосного автомобиля момент делится на две части в соотношении 1:2, при этом колеса могут вращаться с различными скоростями в соответствии с зависимостью (1). Рассмотрим варианты использования механизма, выполненного по ***схеме 1*** (рис.1), имеющего $w = 1$.

При $\omega_h = 0$; $\dot{i}_{14}^{(h)} = -\dfrac{z_4}{z_1}$ или $\dot{i}_{41}^{(h)} = \dfrac{1}{\dot{i}_{14}^{(h)}} = -\dfrac{z_1}{z_4}$.

Обычно $\dot{i}_{14}^{(h)} = -(2\text{-}8)$.

Меньшее (по модулю) значение $i_{14}^{(h)}$ обусловлено размерами сателлита – уменьшение этой величины влечет за собой уменьшение до недопустимой величины диаметра сателлита, а большее значение $i_{14}^{(h)}$ обусловлено габаритом передачи. При $\omega_4 = 0$ из (1) находим:

$$i_{1h}^{(4)} = 1 - i_{14}^{(h)} = 1 + \frac{z_4}{z_1}; \quad i_{h1}^{(4)} = \frac{1}{i_{1h}^{(4)}} = \frac{z_1}{z_1 + z_4}.$$

С учетом изложенного выше, имеем $i_{1h}^{(4)}$ = 3-9. Сравнивая $i_{14}^{(h)}$ и $i_{1h}^{(4)}$, прежде всего отметим, что они отличаются знаком и модуль передаточного отношения планетарного механизма на единицу больше.

Условимся звенья, имеющие валы, к которым можно прикладывать крутящие моменты, называть основными звеньями. В механизме Джемса (***схема 1***) три основных звена - два центральных колеса и водило.

На рис.1 показаны и другие аналогичные по структуре схемы простейших планетарных механизмов. Эти схемы принято обозначать ***2k-h***.

На их основе можно построить схемы с тремя центральными колесами, имеющие обозначение ***3k*** .

Примеры планетарных механизмов, выполненных по схеме ***3k***, показаны на рис. 2. Отметим, что водило в этих механизмах, не является основным звеном.

Планетарный механизм с двухвенцовым сателлитом, одним внешним и одним внутренним зацеплениями (рис. 1, ***схема 2***) позволяет реализовать более широкий диапазон передаточных чисел. Из формулы Виллиса для этого механизма

$$i_{14}^{(h)} = \frac{\omega_1 - \omega_h}{\omega_4 - \omega_H} = -\frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} \tag{2}$$

видно, что $i_{14}^{(h)}$ может изменяться в более широком диапазоне. Допустимо $i_{14}^{(h)}$ =-(1-16), тогда, $i_{1h}^{(4)}$ = 1 - i_{14} =1+$\frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$ =(2-17).

На практике обычно $i_{1h}^{(4)}$ =7-17.

Ввиду относительной сложности эта схема применяется значительно реже.

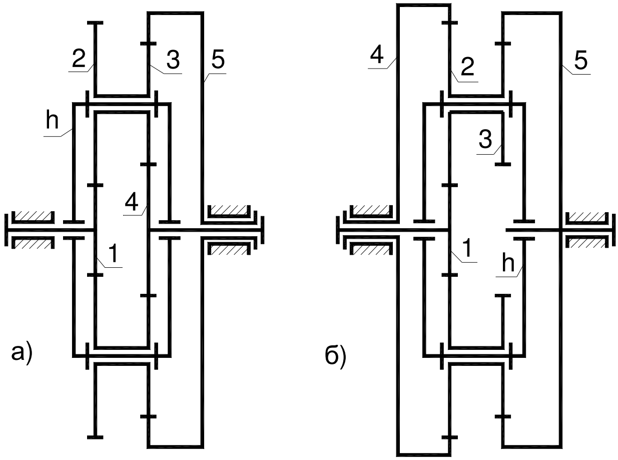

Рис. 2. Планетарные механизмы 3k

Схемы 3, 4 и 6 механизмов, показанные на рис.1, имеют одинаковые формулы Виллиса и, соответственно, сходные кинематические параметры. Так как для этих механизмов $i_{14}^{(h)} = \dfrac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$ положительно, то и характеристики этих механизмов существенно отличаются от первых двух. Так, если входным звеном является водило, то при $\omega_4 = 0$ передаточное отношение будет иметь вид

$$i_{h1}^{(4)} = \frac{1}{1 - i_{14}^{(h)}}. \tag{3}$$

Таким образом, из формулы (3) видно, что передаточное отношение $i_{h1}^{(4)}$ может быть сколь угодно большим и с любым знаком. Однако при больших значениях $i_{h1}^{(4)}$ или, другими словами, при $i_{14}^{(h)} \to 1$, КПД такого механизма будет очень низким, что ограничивает его применение в качестве силового.

Применение «лишнего» сателлита (рис. 3) позволяет изменять знак $i_{14}^{(h)} = \dfrac{z_4}{z_1}$, причем модуль отношения $\dfrac{z_4}{z_1}$ можно сделать существенно меньше, чем аналогичное отношение для ***схемы 1*** (рис. 1). Недостатком схемы является наличие «лишнего» сателлита, снижающего КПД устройства.

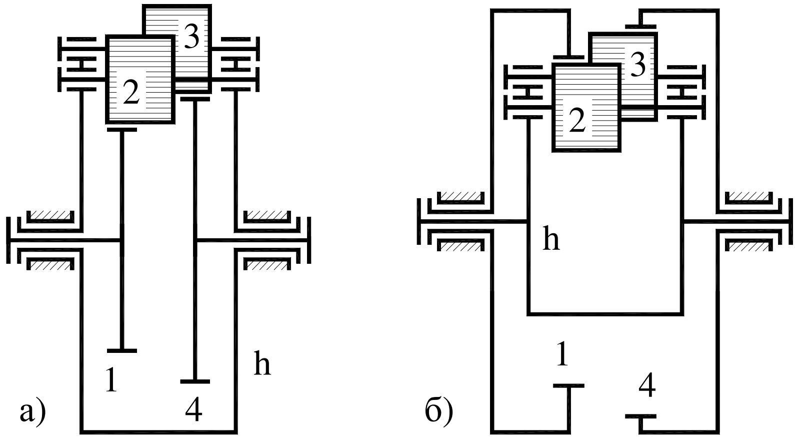

Рис. 3. Планетарные механизмы с "лишним" сателлитом

Как отмечалось выше, механизмы ***2k-h*** можно разделить на две группы по знаку передаточного отношения i^h.

Механизмы, выполненные по ***схемам 1, 2*** и ***5*** (рис. 1), имеют $i^h < 0$. Они отличаются высоким КПД и сравнительно скромными кинематическими возможностями.

Механизмы с $i^h > 0$ (***схемы 3, 4*** и ***6***) позволяют получить большие передаточные числа, но их КПД при больших $i_{h1}^{(4)}$ весьма мал, а при ведомом колесе 1 механизм может быть даже самотормозящимся. По этой причине механизмы с $i^h > 0$, как правило, используются с ведущим водилом в несиловых передачах.

Для получения больших передаточных отношений часто применяется последовательное соединение нескольких механизмов. Обычно используется схема Джемса (рис. 1, ***схема 1***). В этом случае общий КПД равен произведению КПД отдельных механизмов, входящих в состав сложного механизма.

Приведем некоторые примеры использования планетарных механизмов.

На рис. 4 показана кинематическая схема планетарного механизма автоматической коробки передач автомобиля «Чайка». Механизм содержит солнечные колеса 1 и 5, колесо с внутренними зубьями 4, сателлиты 2 и 3 и водило h, которое не имеет выходного вала. Числа зубьев колес следующие: $z_1 = 26$; $z_2 = z_3 = 19$; $z_4 = 74$; $z_5 = 37$. Схема содержит один «лишний» сателлит, что добавляет одно внешнее зацепление. Такая схема позволяет получить требуемое направление вращения выходного вала и реализует нужную гамму передаточных отношений.

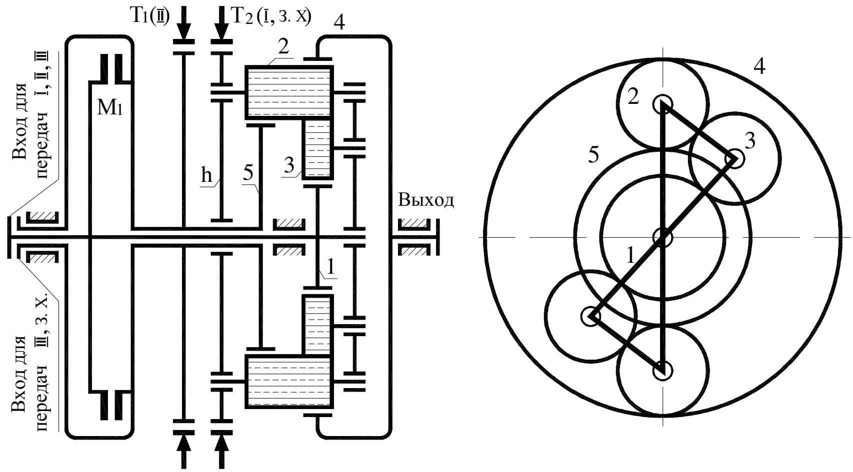

Рис. 4. Коробка передач автомобиля "Чайка"

Механизм управления содержит два тормоза: T_1 и T_2. При включении тормоза T_1 останавливается колесо 5 ($\omega_5 = 0$), а при включении T_2 останавливается водило ($\omega_h = 0$). Кроме того, механизм управления содержит муфту обратного хода (на схеме не показана) и фрикционную многодисковую муфту M_1.

Вращательное движение на вход (при прямых передачах - на колесо 1, а при заднем ходе - на колесо 5) передается от двигателя через гидротрансформатор и муфту сцепления (на схеме не показаны).

Рассмотрим работу коробки на разных передачах (три - вперед и одна - назад).

Первая передача включается затормаживанием водила h тормозом T_2. При $\omega_h = 0$ получается обычная зубчатая передача с колесами 1, 3, 2 и 4. Таким образом, в передаче движения участвуют два внешних и одно внутреннее зацепления, что дает знак “плюс” передаточного отношения. Колеса 2 и 3 являются при этом паразитными. Тогда передаточное отношение первой передачи будет

$$i_{\mathrm{I}} = i_{14}^{h} = \frac{z_4}{z_1} = \frac{74}{26} = 2{,}846 \cdot$$

КПД механизма на первой передаче $\eta_I = 0{,}94$. Несколько пониженное значение КПД объясняется включением в схему «лишнего» сателлита, и соответственно, одного дополнительного зацепления.

Вторая передача включается затормаживанием солнечного колеса 5 с помощью тормоза T_1, т. е. $\omega_5 = 0$.

Для определения передаточного отношения второй передачи рассмотрим две кинематические цепи механизма коробки. Первая цепь представляет собой планетарный механизм с колесами 5, 2, 4 и водилом h. В этой цепи имеются одно внешнее и одно внутреннее зацепления. Из формулы Виллиса для такого механизма

$$i_{45}^{(h)} = \frac{\omega_4 - \omega_h}{\omega_5 - \omega_h} = -\frac{z_5}{z_4} = -\frac{37}{74} = -0{,}5$$

имеем $i_{4h}^{5} = \dfrac{\omega_4}{\omega_h} = 1 - i_{45}^{(h)} = 1 + \dfrac{z_5}{z_4}$, откуда находим $\omega_h = \dfrac{\omega_4}{i_{4h}^{(5)}}$.

Вторая цепь - это планетарный механизм, образованный звеньями 1, 3, 2, 4 и h. Отметим, что эта цепь содержит два внешних и одно внутреннее зацепления, что дает общий знак «плюс».

Формула Виллиса для этого механизма имеет вид:

$$i_{14}^{(h)} = \frac{\omega_1 - \omega_h}{\omega_4 - \omega_h} = \frac{z_4}{z_1}.$$

После подстановки в эту формулу значения $\omega_h = \dfrac{\omega_4}{i_{4h}^{(5)}}$ и преобразований получим передаточное отношение второй передачи

$$i_{\text{II}} = i_{14}^{(5)} = i_{14}^{(h)} - \frac{i_{14}^{(h)}}{i_{4h}^{(5)}} + \frac{1}{i_{4h}^{(5)}}.$$

При $i_{14}^{(h)} = 2{,}846$ и $i_{4h}^{(5)} = 1{,}5$ имеем $i_{\text{II}} = i_{14}^{(5)} = 1{,}615$.

КПД на этой передаче $\eta_{\text{II}} = 0{,}95$. Как видим, КПД на второй передаче даже несколько выше, чем на первой передаче, хотя в передаче движения в общей сложности участвуют 3 внешних (5-2, 2-3 и 1-2) и одно внутреннее зацепление (3-4), что на одно зацепление больше, чем при включении первой передачи.

Прямая передача включается путем соединения звеньев 1 и 5 с помощью муфты M_1. В этом случае все звенья вращаются с одной и той же скоростью ω_1, т. е. относительных движений в механизме нет. В результате имеем $i_{\text{III}} = i_{14} = 1$ и, соответственно, $\eta_{\text{III}} \cong 1{,}0$.

Задняя передача включается, как и первая, затормаживанием водила h тормозом T_2, но входным является колесо 5, а не 1. В этом случае в передаче движения участвуют колеса 5, 2 и 4, т. е. - одно внешнее и одно внутреннее зацепления.

Передаточное отношение заднего хода $i_{3x} = i_{54}^{(h)} = -\frac{z_4}{z_5} = -\frac{74}{37} = -2\cdot$

Для этой передачи $\eta_{з.х.} = 0{,}96$, что больше η_I, т. к. в передаче движения на заднем ходу участвует зацеплений на одно меньше.

Схема планетарной коробки гидродинамической трансмиссии автомобиля Даймлер-Бенц показана на рис. 5. Коробка содержит два планетарных механизма Джемса и имеет шесть элементов управления: три муфты M_1, M_2 и M_3 и три тормоза T_1, T_2 и T_3. Коробка имеет 5 передач и, как и коробка, показанная на рис. 4, относится к числу коробок с неполным использованием элементов управления. Число степеней свободы коробки w=3, т. е. для включения любой передачи необходимо задействовать два элемента управления (n=2). При полном использовании элементов управления (m=6) число передач было бы равно

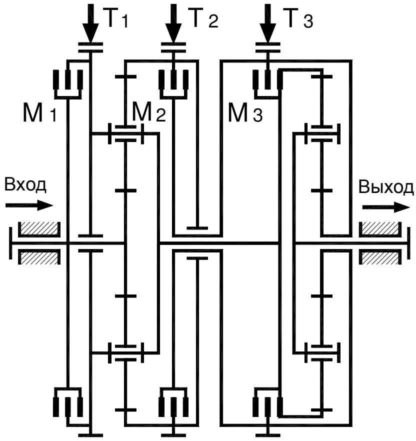

Рис. 5. Коробка передач автомобиля Даймлер-Бенц

$$c_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!} = \frac{6!}{2!(6-2)!} = 15\cdot$$

Отдельную группу образуют планетарные коробки передач с многодвигательным приводом. Обычно это механизмы, имеющие w= 2, с тремя двигателями, два из которых управляются («вперед», «назад», «стоп»), а третий вращается вхолостую от звена, с которым он связан. Разумеется, такая схема многоскоростных коробок может быть реализована с применением электродвигателей, а для транспортных машин, оснащенных двигателями внутреннего сгорания, она мало приемлема.

Схема семискоростной коробки передач лебедки с трехдвигательным приводом показана на рис. 6. В составе коробки четыре простейших планетарных механизма. Коробка имеет w = 2, оснащена тремя электродвигателями, каждый из которых снабжен тормозом (T_1, T_2 и T_3) и может находиться либо в управляемом, либо в неуправляемом состоянии.

Управляемый двигатель может быть заторможен, либо может вращать ведомое звено вперед или назад. Таким образом, при трех электродвигателях, каждый из которых может находиться в одном из трех состояний (“вперед“, “назад“, “стоп“), общее число управляющих воздействий равно 9, т. е. m=9.Требуемая передача включается путем задания управляющих воздействий на два электродвигателя. Вал третьего двигателя при этом вращается вхолостую. Разумеется, что в этой коробке реализованы не все возможные скорости выходного звена (барабана), т. к. при m=9 и n=2 можно было бы получить $c_9^2 = \dfrac{m!}{n!(m-n)!} = \dfrac{9!}{2!(9-2)!} = 36$ скоростей.

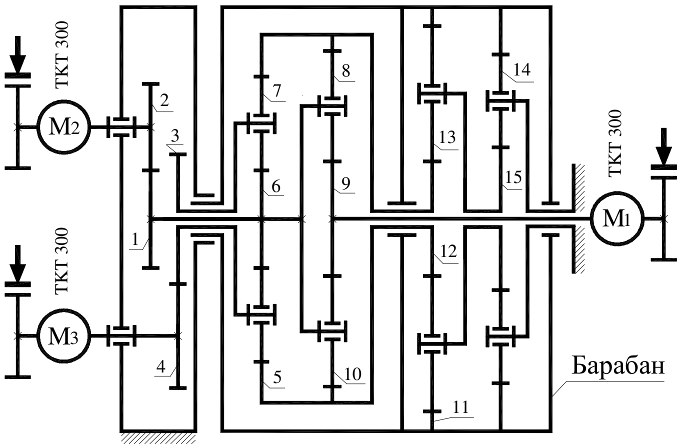

Рис. 6. Многоскоростная лебедка В1

Рассмотрим методику синтеза планетарных зубчатых передач и примеры решения этой задачи.

Кинематический синтез планетарных зубчатых передач заключается в выборе схемы механизма и определении чисел зубьев его колес по заданной величине передаточного отношения и ряду условий, характерных для планетарных передач.

Среди дополнительных условий также могут быть заданы или назначены конструктором: число сателлитов - k; необходимая точность реализуемого передаточного отношения в сравнении с требуемым его значением; ограничение минимально допустимого числа зубьев колес, в зависимости от вида профилей зубьев (ниже приняты наиболее распространенные профили зубьев – эвольвентные); допустимое минимальное значение КПД и пр.

Если не ставится задача минимизации массы и габаритов, то в силовых передачах обычно принимается число сателлитов $k=3$, что улучшает их самоустановку относительно центральных колес. Для обеспечения последней дополнительно выполняют одно или оба центральные колеса плавающими, сателлиты - на податливых осях, сферических подшипниках и пр.

При другом числе сателлитов самоустановка ухудшается.

Выбор кинематической схемы (рис. 1) определяется требуемым передаточным отношением и назначением передачи (силовая или кинематическая).

После выбора схемы механизма можно переходить к задаче расчета чисел зубьев колес (в заданиях на курсовой проект схема механизма и число сателлитов обычно задаются).

Следует подчеркнуть, что задача имеет многовариантное решение - то есть множество наборов чисел зубьев колес, удовлетворяющих условиям задачи. Обычно более предпочтительным является вариант с минимальным суммарным числом зубьев всех колес.

Прежде всего, планетарный механизм должен иметь требуемое передаточное отношение.

Для силовых механизмов действительное и требуемое значения передаточного отношения могут несколько отличаться (обычно до 4%). КПД таких механизмов должен быть высоким. Последнему требованию удовлетворяют ***схемы 1*** и ***2,*** поэтому именно они чаще всего применяются для силовых механизмов. Для кинематических механизмов подобный компромисс не допустим, но КПД не имеет столь важного значения, как для силовых механизмов, поэтому для этих механизмов кроме ***схем 1*** и ***2*** достаточно широко используются ***схемы 3*** и ***4***. Формулу Виллиса для всех схем, показанных на рис. 1, можно записать в виде:

$$i_{14}^{(h)} = \frac{\omega_1 - \omega_h}{\omega_4 - \omega_h} = u_{14}, \tag{4}$$

где u_{14} - соответствующее соотношение чисел зубьев колес (передаточное число обращенного механизма), которое для схем на рис. 1 равно:

схема 1
$$u_{14} = -\frac{z_4}{z_1}, \tag{5}$$

схема 2
$$u_{14} = -\frac{z_2}{z_1}\cdot\frac{z_4}{z_3}, \tag{6}$$

схема 3 и ***4*** $$u_{14} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3}. \qquad (7)$$

Тогда из формулы Виллиса (4) передаточное отношение механизма от вала колеса 1 к валу водила h при закрепленном колесе 4, т. е. при $\omega_4 = 0$, будет равно

$$i_{1h}^{(4)} = 1 - u_{14}, \qquad (8)$$

откуда находим соотношение чисел зубьев планетарного механизма, обеспечивающее получение заданного передаточного отношения $i_{1h}^{(4)}$,

$$u_{14} = 1 - i_{1h}^{(4)}. \qquad (9)$$

В ***схемах 3*** и ***4*** обычно входным звеном является водило h, а выходным – одно из центральных колес, например, колесо 1 (тогда колесо 4 закреплено). То есть для этих схем задается $i_{h1}^{(4)} = \frac{1}{i_{1h}^{(4)}}$. Тогда соотношение чисел зубьев планетарного механизма, обеспечивающее получение заданного передаточного отношения $i_{1h}^{(4)}$,

$$u_{14} = 1 - \frac{1}{i_{h1}^{(4)}}. \qquad (10)$$

Кроме обеспечения требуемого передаточного отношения числа зубьев колес планетарного механизма должны удовлетворять ряду условий, которые характерны именно для таких механизмов. Это:

условие соосности валов центральных колес передачи;

условие сборки (при симметричном расположении сателлитов);

условие соседства сателлитов;

условие отсутствия интерференции зубьев колес внутреннего зацепления (условие незаклинивания).

При проектировании планетарного механизма можно принимать зубчатые колеса, изготовленные без смещения инструмента (не корригированные), имеющие одинаковый модуль для обеих пар зацепления, что существенно упрощает задачу.

Условие соосности (при одинаковом модуле всех колес):

для ***схемы 1*** $$z_1 + 2z_2 = z_4, \qquad (11)$$

для ***схемы 2*** $$z_1 + z_2 = z_4 - z_3, \qquad (12)$$

для ***схемы 3*** $$z_1 + z_2 = z_4 + z_3, \qquad (13)$$

для ***схемы 4*** $$z_1 - z_2 = z_4 - z_3. \qquad (14)$$

Условие сборки. В общем виде для всех четырех схем это условие выражается соотношением

$$C_0(1+kp)=C\ ,\qquad (15)$$

где

$$C_0=\frac{i_{1h}^{(4)}\cdot z_1}{k}\ ,\qquad (16)$$

$C,\ p$ - любые целые числа;

k - число сателлитов.

Условие сборки выполняется, если C_0 - целое число, так как $(1+kp)$ - всегда целое число. Если C_0 - не целое число, то следует подобрать такое p, чтобы целым было C. Заметим, что в случае, когда k=3 (в заданиях на курсовой проект обычно это так), и C_0 - конечная десятичная дробь, то условие сборки выполняется, так как выражение $(1+kp)$ при p=3; 33; 333; и т. д. превращается в число вида 10^n где n - любое целое число.

Для ***схемы 1***, с учетом того, что $i_{1h}^{(4)}=1+\frac{z_4}{z_1}=\frac{z_1+z_4}{z_1}$, условие сборки будет иметь вид:

$$C_0=\frac{z_1+z_4}{k}\ .\qquad (17)$$

Механизмы любой из четырех схем собираются, если числа зубьев каждого центрального колеса в отдельности делятся на k без остатка. В этой связи рекомендуется числа зубьев центральных колес подбирать кратными числу k.

Условие соседства. В общем виде для всех четырех схем (при не корригированных колесах) условие соседства можно записать так:

$$\sin\frac{180^0}{k}>\frac{z_c+2}{z_ц\pm z_c}\ ,\qquad (18)$$

где $z_c,\ z_ц$ - числа зубьев большего сателлита и центрального колеса, находящегося с ним в зацеплении.

Знак «+» берется при внешнем зацеплении центрального колеса и сателлита, а знак «-» - при внутреннем.

Условие незаклинивания. Для внутреннего зацепления не корригированных колес

$$Z_{ц} \geq \frac{z_c^2 - 34}{2 \cdot z_c - 34}, \tag{19}$$

где z_c и $z_ц$ - числа зубьев, соответственно, колеса с внешними зубьями (сателлит) и центрального колеса с внутренними зубьями, которые образуют внутреннее зацепление. Если $z_c \geq 27$, тогда условие незаклинивания имеет вид:

$$z_ц \geq z_c + 8. \tag{20}$$

Рассмотрим несколько примеров синтеза планетарных механизмов.

Пример 1. Подобрать числа зубьев колес планетарного редуктора, выполненного по схеме Джемса (рис. 1, ***схема 1***), если дано: $i_{1h}^{(4)} = 7$, число сателлитов k =3.

По формуле (9) находим соотношение чисел зубьев колес, удовлетворяющее заданному передаточному отношению:

$$u_{14} = -\frac{z_4}{z_1} = 1 - i_{1h}^{(4)} = 1 - 7 = -6, \text{ т. е. } \frac{z_4}{z_1} = 6.$$

Зададимся числом зубьев колеса 1, учитывая соображения:

-получение малых габаритов механизма;

-отсутствие подреза зубьев колеса 1;

-повышение вероятности выполнения условия сборки.

По первому соображению z_1 следует принимать как можно меньше, но с учетом второго соображения - $z_1 \geq 17$.

Условие сборки выполняется, если $C_0 = \dfrac{z_1 \cdot i_{1h}^{(4)}}{k}$ - целое число или, другими словами, если произведение $z_1 \cdot i_{1h}^{(4)}$ кратно числу сателлитов k. Так как здесь $i_{1h}^{(4)}$ - число целое, но не кратное числу k, то в данном случае целесообразно принять z_1 кратным k.

Пусть $z_1 = 18$, тогда $z_4 = z_1 \cdot u_{14}$ =18·6=108.

Из условия соосности (11) находим

$$z_2 = \frac{z_4 - z_1}{2} = \frac{108 - 18}{2} = 45.$$

Проверяем выполнение условия сборки (16):

$$C_0 = \frac{z_1 + z_2}{k} = \frac{18+108}{3} = 42.$$

Так как C_0 - целое число, то условие сборки выполняется.

Проверяем выполнение условия соседства сателлитов:

$$\sin\frac{180^0}{K} > \frac{z_c + 2}{z_ц \pm z_c}.$$

В данном случае $z_c = z_2$; $z_ц = z_1$ и знак «+» (внешнее зацепление):

$$\sin\frac{180^0}{K} = \sin\frac{180^0}{3} = \sin 60^0 = 0{,}866;$$

$$\frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2} = \frac{45+2}{18+45} = \frac{47}{63} = 0{,}746.$$

Так как, 0,866 > 0,746 - условие соседства выполняется.

Условие незаклинивания (19) соблюдается, если

$$z_4 \ge \frac{z_2^2 - 34}{2z_2 - 34}.$$

При $z_2 = 45 > 27$ условие незаклинивания имеет вид: $z_4 > z_2 + 8$. Имеем 108 > 45+8=53 - условие незаклинивания (20) выполняется.

В рассмотренном примере заданное передаточное отношение $i_{1h}^{(4)}$ *- целое число и реализовано оно точно. Соображения, приводившиеся при решении этой задачи, справедливы при целом* $i_{1h}^{(4)}$*, однако их в определенной мере можно учесть и тогда, когда* $i_{1h}^{(4)}$ *- не целое число.*

Пример 2. Определить число зубьев колес планетарного редуктора, выполненного по схеме Давида (***схема 4***) если дано: $i_{h1}^{(4)}$ =35, число сателлитов k = 3.

По формуле (10) находим соотношение чисел зубьев колес, удовлетворяющее заданному передаточному отношению:

$$u_{14} = 1 - \frac{1}{i_{h1}^{(4)}} = 1 - \frac{1}{35} = \frac{34}{35}, \text{ т. е. } \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = \frac{34}{35}.$$

В качестве универсального метода подбора чисел зубьев колес по условию заданного передаточного отношения и условию соосности (с последующей проверкой выполнения других условий) можно рекомендовать метод сомножителей. Он удобен при подборе чисел зубьев колес механизмов, выполненных по ***схемам 2, 3***, и ***4***. Рассмотрим этот метод в приложении к ***схеме 4*** данного примера.

Представим соотношение чисел зубьев колес (несократимая дробь) в виде сомножителей, т. е.

$$\frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = \frac{34}{35} = \frac{c_2 \cdot c_4}{c_1 \cdot c_3} = \frac{2 \cdot 17}{5 \cdot 7}.$$

При этом пусть

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{c_2}{c_1} = \frac{2}{5} \quad \text{и} \quad \frac{z_4}{z_3} = \frac{c_4}{c_3} = \frac{17}{7},$$

тогда

$$z_4 = z_3 \frac{c_4}{c_3}, \text{ а } \quad z_2 = z_1 \cdot \frac{c_2}{c_1}.$$

Подставим эти значения z_2 и z_4 в условие соосности:

$$z_1 + z_2 = z_3 + z_4; \qquad z_1 + z_1 \cdot \frac{c_2}{c_1} = z_3 + z_3 \cdot \frac{c_4}{c_3}$$

или

$$z_1 \cdot c_3(c_1 + c_2) = z_3 \cdot c_1(c_3 + c_4).$$

Это соотношение будет тождественно, если принять:

$$z_1 = c_1(c_3 + c_4) \quad \text{и} \quad z_3 = c_3(c_1 + c_2),$$

тогда

$$z_2 = c_2(c_4 + c_3) \quad \text{и} \quad z_4 = c_4(c_1 + c_2).$$

Полученные значения z_i - один из вариантов чисел зубьев, удовлетворяющих условию соосности и заданному передаточному отношению.

В общем случае:

$$z_1 = c_1(c_4 + c_3)\gamma = 5(17 + 7)\gamma = 120\gamma;$$
$$z_2 = c_2(c_4 + c_3)\gamma = 2(17 + 7)\gamma = 48\gamma;$$
$$z_3 = c_3(c_1 + c_2)\gamma = 7(5 + 2)\gamma = 49\gamma;$$
$$z_4 = c_4(c_1 + c_2)\gamma = 17(5 + 2)\gamma = 119\gamma.$$

Приняв предварительно $\gamma = 1$, получим:

$$z_1 = 120; \; z_2 = 48; \; z_3 = 49; \; z_4 = 119.$$

Проверяем выполнение условия сборки (15) и (16):

$$\frac{z_1 \cdot i_{h1}^{(4)}}{k}(1 + kp) = C.$$

так как $i_{h1}^{(4)} = \dfrac{1}{i_{1h}^{(4)}}$, условие сборки принимает вид: $\dfrac{z_1}{k \cdot i_{h1}^{(4)}}(1+kp) = C$.

Имеем
$$C_0 = \frac{z_1}{k \cdot i_{h1}^{(4)}} = \frac{120}{3 \cdot 35} = \frac{8}{7},$$

т. е. если удастся подобрать такое p, при котором $(1+kp)$ будет кратным числу 7, то условие сборки выполнится. Например, при p = 2 имеем: $(1+kp) = (1 + 3 \cdot 2) = 7$ - условие сборки выполняется.

Проверяем выполнение условия соседства:
$$\sin\frac{180^0}{k} > \frac{z_c + 2}{z_ц \pm z_c}.$$

В данном механизме большим сателлитом является колесо 3, т. е. $z_c = z_3$, тогда $z_ц = z_4$, зацепление внешнее и знак - «+».

Имеем $\sin\dfrac{180^0}{k} > \dfrac{z_3 + 2}{z_ц + z_3}$; $\sin\dfrac{180^0}{k} = \sin\dfrac{180^0}{3} = \sin 60^0 = 0{,}866$;
$$\frac{z_3 + 2}{z_ц + z_3} = \frac{49 + 2}{119 + 49} = 0{,}3 .$$

Так как $0{,}866 > 0{,}3$ - условие соседства выполняется.

Условие незаклинивания не проверяется, так как оба зацепления внешние и все $z_i > 17$.

Пример 3. Определить числа зубьев колес планетарного редуктора, выполненного по ***схеме 2***, если дано: $i_{h1}^{(4)}$ = 15, число сателлитов $k = 3$.

По формулам (6) и (9) находим соотношение чисел зубьев колес, удовлетворяющее передаточному отношению:
$$u_{14} = -\frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = 1 - i_{1h}^{(4)} = 1\text{-}15 = -14,$$
$$\text{т. е. } \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = 14 .$$

Как и в примере 2, числа зубьев колес подберем по условию соседства и заданному передаточному отношению, но не методом сомножителей. Соотношение чисел зубьев колес (передаточное число обращенного механизма)

$$u_{14} = -\frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$$

фактически является произведением передаточных чисел двух ступеней - $u_{14} = u_{12} \cdot u_{34}$, причем первая ступень это внешнее, а вторая - внутреннее зацепления. Общее передаточное число u_{14} можно разбить по ступеням, приняв $|u_{34}| > |u_{12}|$.

Пусть $u_{34} = \frac{z_4}{z_3} = 4$, тогда $u_{12} = -\frac{z_2}{z_1} = -3{,}5$.

Итак, принимаем $\frac{z_2}{z_1} = 3{,}5$; $\frac{z_4}{z_3} = 4$.

С учетом соображений, изложенных в примере 1, а также того, что $z_2 = 3{,}5 z_1$ - будет целым при четном z_1, рассмотрим два варианта, приняв значения: $z_1 = 18$ (24). В скобках дано значение для второго варианта. Варианты числа зубьев $z_1 = 18$ (24) приняты с учетом того, что это наименьшие, четные, кратные числу $k = 3$ числа зубьев нулевых колес без подреза. Учитывая принятые значения u_{12} и z_1, имеем:

$$z_2 = 3{,}5 z_1 = 3{,}5 \cdot 18 = 63 \quad (3{,}5 \cdot 24 = 84).$$

Условие соосности (12): $z_4 = z_3 + z_2 + z_1$, с учетом, что $z_4 = 4 z_3$, запишется в виде: $3 z_3 = z_2 + z_1$, тогда

$$z_3 = \frac{z_2 + z_1}{3} = \frac{63 + 18}{3} = 27 \quad (\frac{84 + 24}{3} = 36);$$

$$z_4 = 4 z_3 = 4 \cdot 27 = 108 \quad (4 \cdot 36 = 144).$$

Условия сборки для каждого из вариантов выполняются, так как и z_1 и z_4 каждое в отдельности кратно числу $k = 3$.

Проверяем выполненные условия соседства (18):

$$\sin\frac{180^0}{k} > \frac{z_c + 2}{z_ц \pm z_c}.$$

Так как $z_2 > z_3$, то $z_c = z_2$, тогда $z_ц = z_1$, зацепление внешнее - знак будет «+»,

$$\text{т. е. } \sin\frac{180^0}{k} > \frac{z_2+2}{z_1+z_2}\ ;\ \sin\frac{180^0}{k} = \sin\frac{180^0}{3} = 0{,}866\,;$$

$$\frac{z_2+2}{z_1+z_2} = \frac{63+2}{18+63} = 0{,}802\ \left(\frac{84+2}{24+84} = 0{,}796\right).$$

Так как 0,866 > 0,802 (0,866 > 0,792) - условие соседства выполняется для обоих вариантов. Проверяем условие незаклинивания (19) пары колес 4 и 3. При $z_3 \geq 27$ условие незаклинивания имеет вид: $z_4 > z_3 + 8$.

Так как $z_4 = 108 > z_3 + 8 = 27 + 8 = 35$ (для первого варианта) и $z_4 = 144 > z_3 + 8 = 36 + 8 = 44$ (для второго варианта) - условие незаклинивания выполняется для обоих вариантов.

Из условия получения минимальных габаритов целесообразно принять первый вариант подобранных чисел зубьев: z_1=18; z_2=63; z_3=27; z_4=108.

Литература

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. - М.: Наука, 1975. - с. 161-169, 492 - 501.

2. Теория механизмов и машин / Под ред. К. Ф. Фролова. - М.: Высш. шк., 1987. - с. 406 - 427.

3. Левитская О. Н., Левитский Н. И. Курс теории механизмов и машин. - М.: Высш.шк., 1985. - с. 204-214.

4. Попов С. А. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. - М : Высш. шк., 1986.

5. Кожевников С. Н. и др. Механизмы. - М.: «Машиностроение», 1976.

6. Кудрявцев В. Н. и др. Планетарные передачи. Справочник. - Л.: «Машиностроение», 1977.

Подп. к печати 24.06.99. Формат 60x84/16
Напечатано на ризографе Бумага офсетная
Усл. печ. л. 1,21 Уч.-изд. л. 1,2
Тираж 50 экз. Заказ № Цена договорная

Издательство ХГАДТУ
г. Харьков, ГСП-310002, ул. Петровского, 25