

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

до СРС і практичних занять з дисципліни

«Теорія механізмів і машин».

Розділ «Синтез кулачкових механізмів»

Харків 2022

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ

## МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до СРС і практичних занять з дисципліни «Теорія механізмів і машин». Розділ «Синтез кулачкових механізмів».

Для студентів денної і заочної форм навчання спеціальностей:  
015.32, 015.38, 131, 133, 142, 274

Затверджено методичною  
радою університету

протокол № \_\_\_\_ від \_\_\_\_\_

Харків ХНАДУ 2022

Укладачі: Перегон В. А., Воропай О. В., Єгоров П. А.,  
Коряк О. О., Поваляєв С. І.

Кафедра деталей машин і ТММ

Дані методичні вказівки присвячені аналізу і синтезу кулачкових механізмів. В них наведені необхідні теоретичні відомості і розглянуті графічні прийоми синтезу плоских кулачкових механізмів.

Для вирішення поставленого в курсовому проекті завдання профілювання кулачка досить вивчити тільки третій розділ вказівок, а для захисту курсового проекту і при підготовці до іспиту студентам рекомендується розглянути весь представлений тут матеріал. Більш повну інформацію про кулачкові механізми, а також методи їхнього аналізу і синтезу зацікавлені студенти знайдуть у літературі, перелік якої представлений нижче.

# 1 ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ

Кулачкові механізми отримали широке розповсюдження завдяки тому, що вони дозволяють відносно просто реалізувати практично будь-який закон руху вихідної ланки. Найпростішим кулачковим механізмом є триланковий механізм, який складається зі стійки та двох рухливих ланок, що утворюють між собою вищу кінематичну пару, і призначений для відтворення заданого періодичного закону руху вихідної ланки. Рухомі ланки називаються кулачок і штовхач. Зі стійкою вони можуть утворювати обертальні й поступальні кінематичні пари. Кулачок – рухлива ланка, профіль якого визначає закон відносного руху ланок. Слід зазначити, що профіль кулачка навіть при незначній зміні своєї форми істотно змінює закон руху веденої ланки. Тому кулачок повинен бути спрофільований і виготовлений з досить високою точністю. Як правило, кулачок є ведучою ланкою кулачкового механізму.

В залежності від характеру відносного руху рухливих ланок розрізняють плоскі й просторові кулачкові механізми. Якщо відносний рух ланок відбувається в одній або в паралельних площинах, механізм називається плоским, інакше - просторовим. В даних методичних вказівках будуть розглядатися тільки плоскі кулачкові механізми.

На рис. 1.1а показана одна з найпоширеніших схем плоского кулачкового механізму з обертальним кулачком 1 (вхідна ланка) і аксіальним (центральним) роликівим штовхачем 2 (вихідна ланка), який рухається поступально. Ролик 3 у процесі роботи обкочується по дійсному профілю кулачка. Ролик вносить надлишкову рухомість і призначений для поліпшення експлуатаційних показників механізму (знижує інтенсивність спрацьовування елементів вищої пари, підвищує ККД механізму). Пружина 4 забезпечує замикання вищої пари.

Рух штовхача носить періодичний характер і складається з чотирьох фаз: підйом (віддалення), дальній вистій, опускання (наближення) і ближній вистій. У кулачковому механізмі з аксіальним штовхачем профільні кути кулачка збігаються з фазовими кутами, які позначені  $\varphi_{\text{п}}$ ,  $\varphi_{\text{в}}$ ,  $\varphi_{\text{о}}$ ,  $\varphi_{\text{бв}}$  і називаються кутами відповідно підйому, дальнього вистою, опускання й ближнього вистою штовхача.

Робочий кут профілю кулачка  $\varphi_P = \varphi_{\Pi} + \varphi_B + \varphi_0$ . Оскільки при вирішенні задач аналізу й синтезу кулачкових механізмів кут ближнього вистою ( $\varphi_{БВ}$ ) зазвичай не використовується, ми надалі кут дальнього вистою будемо називати просто кутом вистою.

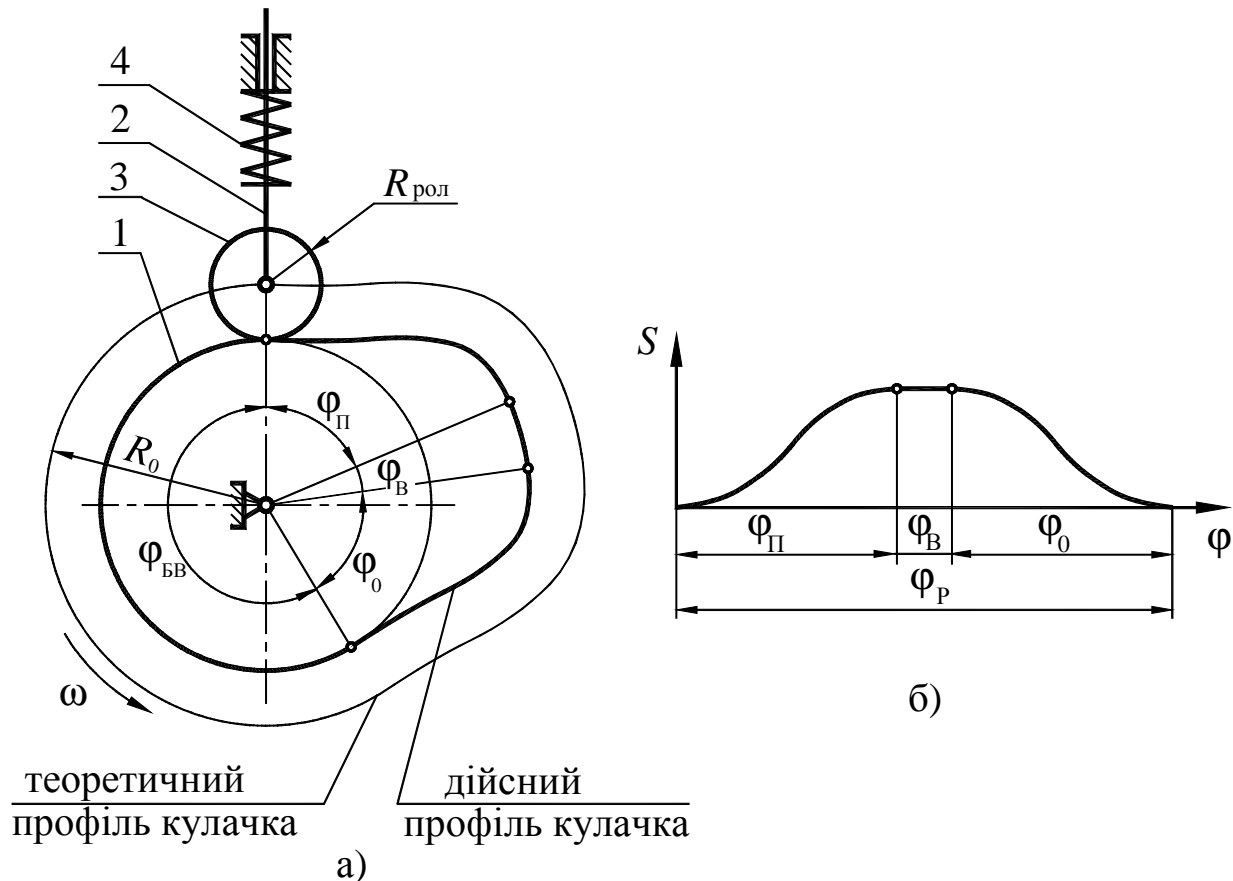


Рисунок 1.1 - Кулачковий механізм з аксіальним роликовим штовхачем

Тонкою лінією показаний теоретичний (центровий) профіль кулачка, тобто траєкторія, яку описує центр ролика 3 у відносному русі штовхача 2. Очевидно, що теоретичний і дійсний (робочий) профілі кулачка є еквідістантними кривими, які знаходяться одна від одної на відстані, що дорівнює радіусу ролика 3. Опуклі ділянки теоретичного профілю і увігнуті дійсного не повинні мати радіусів кривизни менших за радіус ролика. При зменшенні радіуса ролика до нуля ( $R_{рол} \rightarrow 0$ ) роликовий штовхач перетвориться на гострокінцевий, теоретичний профіль співпаде з дійсним, а закон руху штовхача не зміниться.

Таким чином, закон руху штовхача однозначно визначається законом руху кулачка й геометричними характеристиками теоретичного профілю, що має змінний радіус-вектор, мінімальна величина якого  $R_0$ . Часто  $R_0$  називають просто мінімальним радіусом кулачка.

На рисунку 1.1б схематично показане переміщення штовхача в залежності від кута повороту кулачка.

Плоскі кулачкові механізми класифікують за наступними ознаками.

1. За характером руху кулачка:
  - 1.1) з кулачком, який здійснює обертальний рух;
  - 1.2) з кулачком, який здійснює поступальний рух.
2. За характером руху штовхача:
  - 2.1) зі штовхачем, який здійснює поступальний рух;
  - 2.2) з хитним (коромисловим) штовхачем.
3. За конструктивним виконанням кулачка:
  - 3.1) з відкритим кулачком;
  - 3.2) з пазовим кулачком.
4. За конструктивним виконанням штовхача:
  - 4.1) з гострокінцевим (голчастим) штовхачем;
  - 4.2) з роликковим штовхачем;
  - 4.3) з плоским штовхачем.
5. За характером замикання вищої пари:
  - 5.1) з силовим замиканням;
  - 5.2) з геометричним замиканням.
6. За відносним розташуванням рухомих ланок:
  - 6.1) з центральним (аксіальним) штовхачем;
  - 6.2) зі зміщеним (дезаксіальним) штовхачем.
7. За законом руху вихідної ланки:
  - 7.1) механізми, які викликають явище жорсткого удару;
  - 7.2) механізми, які викликають явище м'якого удару;
  - 7.3) безударні механізми.

Розглянемо методи синтезу деяких типів кулачкових механізмів.

## 2 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ СИНТЕЗУ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ

При проектуванні кулачкових механізмів необхідно задовольнити ряд кінематичних, динамічних, конструктивних і технологічних вимог. Так, наприклад, необхідно обрати й реалізувати необхідний закон руху вихідної ланки, виключити можливість заклинювання в роботі, забезпечити високий ККД, отримати якомога більш компактну конструкцію тощо. Крім того, основні конструктивні розміри ланок кулачкових механізмів пов'язані з їхнім розрахунком на міцність і жорсткість, визначають інтенсивність спрацьовування профілів елементів вищої пари, впливають на надійність роботи механізму. З огляду на різноманіття необхідних показників, дуже важко спроектувати кулачковий механізм, який відповідав би всім їм рівною мірою. Тому часто доводиться прораховувати кілька варіантів схем механізму й обирати найбільш прийнятну конструкцію.

Завдання синтезу кулачкового механізму в курсовому проекті ставиться набагато вужче. У якості вихідних даних задані схема і деякі геометричні параметри механізму, задано закон руху вихідної ланки у вигляді графіка аналога прискорень і максимальної висоти підйому штовхача, фазові кути, а для механізмів з роликівим штовхачем задано припустимий кут тиску. В результаті треба спрофілювати кулачок, який відповідав би заданим параметрам і мав при цьому мінімальні габарити. Очевидно, що габарити кулачкового механізму тим менші, чим менший мінімальний радіус кулачка  $R_0$ .

Таким чином, для вирішення поставленого в курсовому проекті завдання необхідно визначити величину мінімального радіуса кулачка, а потім виконати побудову його профілю. Якщо штовхач роликівий, слід спочатку побудувати теоретичний профіль кулачка, а потім, обравши радіус ролика, побудувати дійсний профіль кулачка.

Розглянемо, як обирається  $R_0$  для різних типів кулачкових механізмів.

2.1. Кулачковий механізм з роликовим штовхачем, який рухається поступально

Мінімальний радіус кулачка в даному типі кулачкових механізмів обмежується припустимим кутом тиску. В загальному випадку кут тиску – це кут між вектором сили, що діє на ведену ланку, і вектором швидкості точки, до якої ця сила прикладена. Якщо знехтувати тертям у вищій парі, то сила, з якою кулачок діє на штовхач ( $\bar{R}_{12}$ , див. рис. 2.1) спрямована вздовж загальної нормалі  $n-n$ , що проходить через т.  $K$  – точку контакту кулачка з роликом. Очевидно, що  $n-n$  проходить через т.  $A$  – центр ролика і є нормаллю до теоретичного профілю в цій точці (в силу властивостей еквідистантних кривих), а дотичні до профілів, проведені через точки  $A$  і  $K$  паралельні, тобто  $\tau'-\tau' \parallel \tau-\tau$ . Таким чином, кут тиску  $\delta$  – це кут між загальною нормаллю  $n-n$  і вектором швидкості центра ролика.

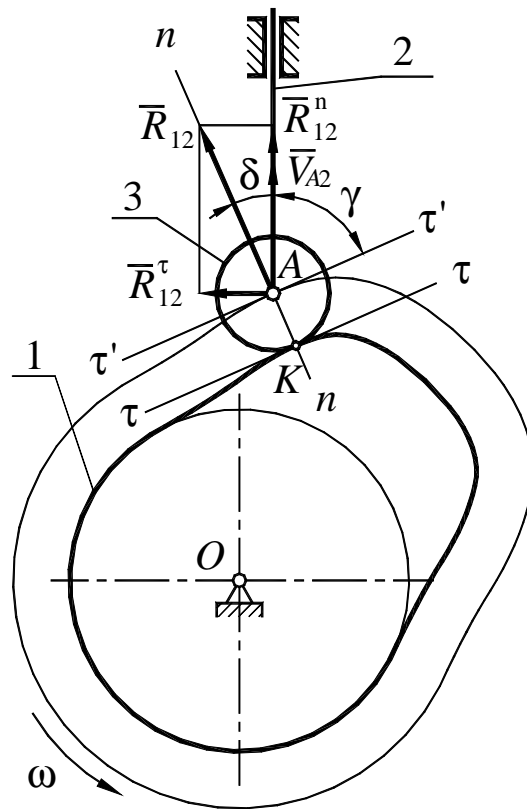


Рисунок 2.1 - Кут тиску в кулачковому механізмі

Примітка 2.1. Часто користуються поняттям «кут передачі руху»,  $\gamma^{\circ} = 90^{\circ} - \delta^{\circ}$ .



Кут тиску змінюється в залежності від положення кулачка. Дуже важливо, щоб він був якнайменшим, оскільки з його збільшенням збільшується шкідлива складова сили взаємодії  $R_{12}^t = R_{12} \sin \delta$ , яка викликає перекид штовхача в напрямних і може призвести до заклинювання механізму. При цьому також зменшується корисна сила  $R_{12}^n = R_{12} \cos \delta$ , спрямована вздовж осі штовхача. Тому встановлюють максимально допустиму величину кута тиску, перевищувати яку не рекомендується. Як правило, для даного типу кулачкових механізмів допустима величина кута тиску  $[\delta] \leq 30^\circ$ .

Слід зазначити, що на фазі опускання штовхача при силовому замиканні кут  $\delta$  не впливає на працездатність механізму і може бути будь-яким, оскільки в цьому випадку кулачок перестає бути ведучою ланкою. При геометричному замиканні на фазі опускання за кулачком зберігається роль ведучої ланки і залишається в силі вимога  $\delta_{\max} \leq [\delta]$ .

Покажемо, як кут тиску взаємозв'язаний з мінімальним радіусом кулачка. Для цього розглянемо дезаксіальний кулачковий механізм (див. рис. 2.2а). На малюнку зображений тільки теоретичний профіль кулачка. Як було показано вище, таке спрощення цілком коректне і не вносить будь-яких неточностей.

Оскільки вертикальні кути рівні, то  $\angle BAD = \delta$ .

З  $\triangle ABD$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{BD}{AB} = \frac{OD - e}{AB}, \quad (2.1)$$

де  $e$  – ексцентриситет (дезаксіал) штовхача.

Для визначення  $OD$  побудуємо план швидкостей (див. рис. 2.2б). З подібності  $\triangle OAD$  і плану швидкостей одержимо

$$\frac{P_V a_1}{P_V a_2} = \frac{OA}{OD}.$$

Звідси

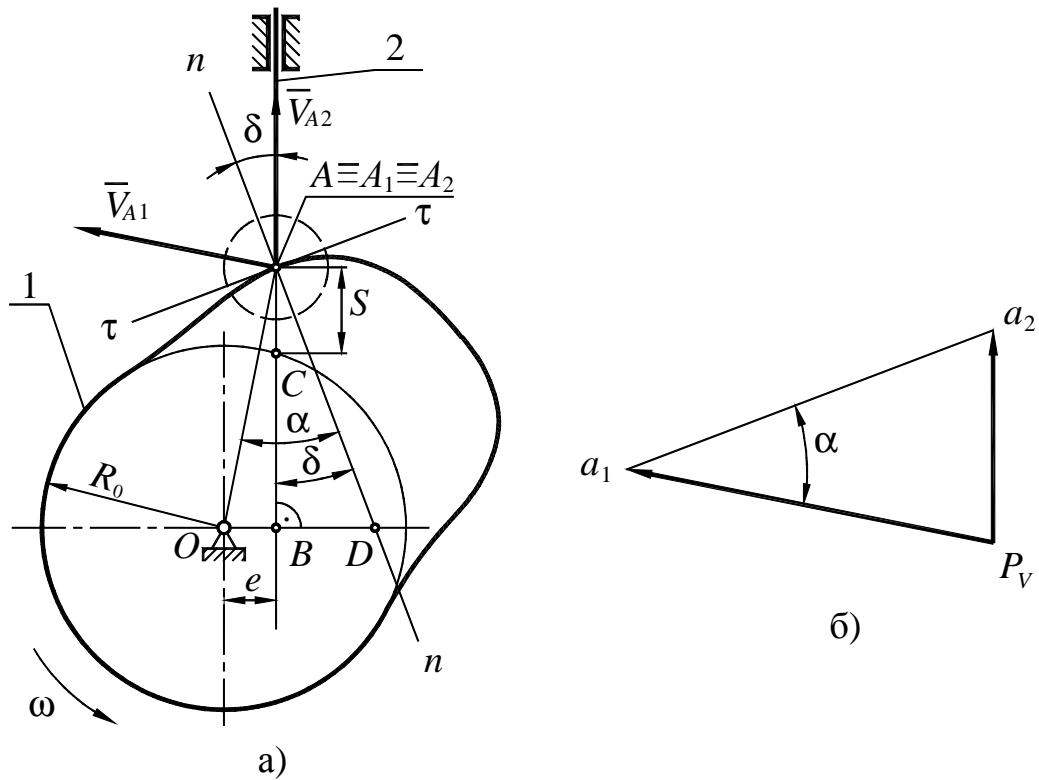


Рисунок 2.2 – Розрахункова схема для визначення взаємозв'язку  $\delta$  з  $R_0$

$$OD = OA \frac{P_V a_2}{P_V a_1} = OA \frac{V_{A2}}{V_{A1}},$$

де  $V_{A1}$ ;  $V_{A2}$  – швидкості точок  $A_1$  і  $A_2$ , які належать відповідно кулачку і штовхачу.

Оскільки

$$V_{A2} = \frac{dS}{dt} = \frac{dS}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dS}{d\varphi} \omega = S' \omega;$$

$$V_{A1} = \omega \cdot OA,$$

де  $\omega$  - кутова швидкість кулачка;

$S' = \frac{dS}{d\varphi}$  – аналог швидкості штовхача;

$\varphi$  - кут повороту кулачка,

знаходимо

$$OD = S'.$$

З рисунка видно, що  $AB = S + BC$ ;  $BC = \sqrt{R_0^2 - e^2}$ .

Підставляючи в (2.1), одержимо для даної схеми

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{S' - e}{S + \sqrt{R_0^2 - e^2}}, \quad (2.2)$$

де  $S$  - переміщення штовхача.

Згідно (2.2), зменшення радіуса кулачка викликає збільшення кута тиску.

В центральному кулачковому механізмі  $e=0$ . В цьому випадку

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{S'}{S + R_0}. \quad (2.3)$$

Зазвичай  $R_0$  знаходять графічним способом. Для цього будують діаграму в прямокутній системі координат, вісь ординат якої – переміщення штовхача  $S$ , а вісь абсцис – аналог швидкості штовхача  $S'$ , тобто  $S = S(S')$  (фазовий портрет). Осі координат орієнтують так, щоб найкоротший поворот (на  $90^\circ$ ) від осі  $S$  до осі  $S'$  здійснювався за напрямком обертання кулачка. Координати точок діаграми, яка має вигляд замкненої кривої, беруть із кінематичних діаграм. При побудові фазового портрета необхідно забезпечити рівність масштабів вздовж осей координат, тобто  $\mu_{S'} = \mu_S$ .

На рис. 2.3 схематично показаний вигляд діаграми  $S = S(S')$ . Покажемо, що кут між відрізком, який з'єднує будь-яку точку замкненої кривої з центром обертання кулачка, і віссю  $S$  є кутом тиску у відповідному положенні кулачка. Дійсно, нехай т.  $O$  – центр обертання кулачка з мінімальним радіусом  $R_0$ , а деякому положенню кулачкового механізму відповідає т.  $M_i$  діаграми з координатами  $S_i$  і  $S'_i$ . Із прямокутного трикутника  $ONM_i$

$$\operatorname{tg} \delta_i = \frac{M_i N}{ON} = \frac{S'_i - e}{S_i + \sqrt{R_0^2 - e^2}}. \quad (2.4)$$

Як бачимо, вираз (2.4) ідентичний (2.2). Таким чином, діаграма є зручним інструментом для дослідження кулачкових механізмів.

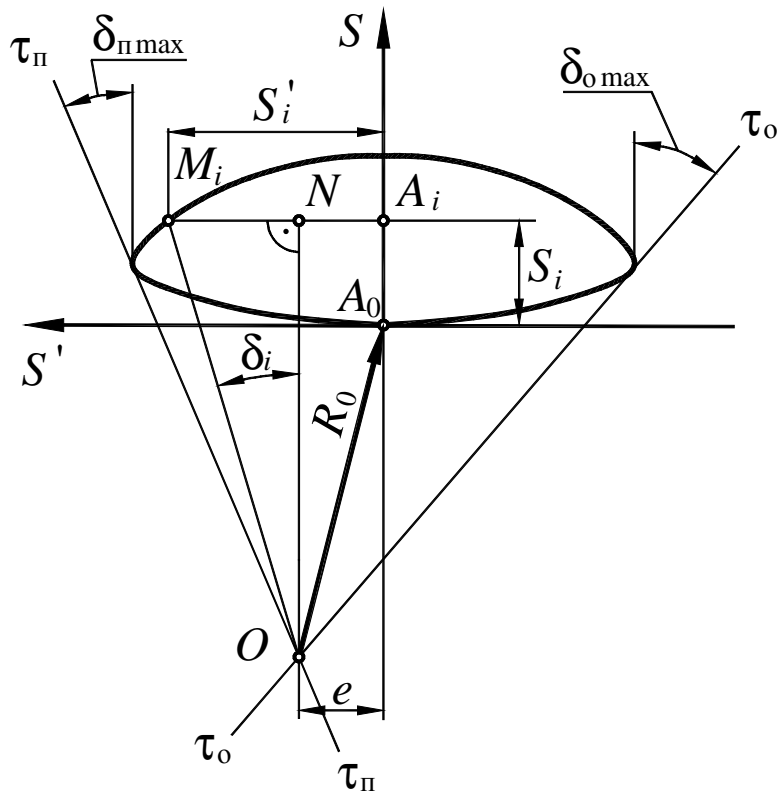


Рисунок 2.3 – Фазовий портрет

Очевидно, що якщо через т.  $O$  провести дотичні до діаграми, то одержимо максимальні кути тиску на фазах підйому і опускання штовхача. На рис. 2.3 дотичні на фазах підйому і опускання позначені відповідно  $\tau_{\text{п}}-\tau_{\text{п}}$  і  $\tau_{\text{o}}-\tau_{\text{o}}$ , а максимальні кути тиску –  $\delta_{\text{п max}}$  і  $\delta_{\text{o max}}$ .

Можна вирішити й зворотну задачу, а саме – визначити положення центра обертання кулачка т.  $O$  і обрати мінімальний радіус кулачка  $R_0$ . Для цього необхідно провести обмежуючі прямі, що становлять кут  $[\delta]$  з віссю  $S$ . Для реверсивних кулачкових механізмів, а також для механізмів з геометричним замиканням обмежуючі прямі є дотичними до діаграми. Якщо кулачковий механізм нереверсивний із силовим замиканням, то одна з обмежуючих прямих є дотичною до діаграми на ділянці, де  $S' > 0$ , а друга проходить через т.  $A_0$ , яка відповідає початку підйому штовхача, тобто через початок координат діаграми  $S = S(S')$  (див. рис 2.4). Заштрихована область

являє собою безліч точок, кожен з яких можна прийняти за центр обертання кулачка.

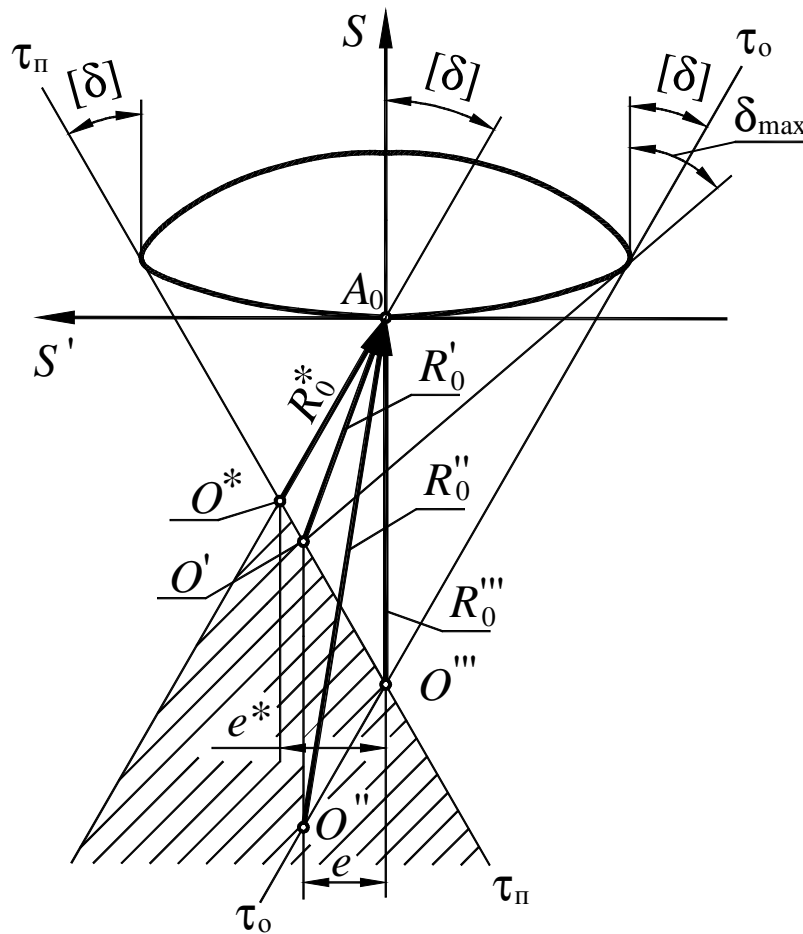


Рисунок 2.4 - Визначення мінімального радіуса кулачка

Визначимо мінімальний радіус кулачка для кулачкового механізму із заданим дезаксіалом  $e$ . Якщо механізм нереверсивний і має силове замикання, то для нього можна прийняти за центр обертання кулачка т.  $O'$ , а мінімальний радіус  $R'_0$ . При цьому на фазі опускання штовхача буде мати місце нерівність  $\delta'_{\max} > [\delta]$ , що цілком припустимо. Якщо ж механізм реверсивний або має геометричне замикання, то для нього можна прийняти т.  $O''$  – центр обертання кулачка і  $R''_0$  – мінімальний радіус кулачка.

Точка  $O'''$  – центр обертання кулачка і  $R'''_0$  – мінімальний радіус кулачка відповідають аксіальному (центральному) кулачковому механізму.

За допомогою діаграми можна також вибрати величину ексцентриситету штовхача. Нехай кулачковий механізм нереверсивний і

має силове замикання. Для нього, за центр обертання кулачка можна прийняти будь-яку точку заштрихованої області. Конструкція вийде найбільш компактною, якщо за центр обертання кулачка прийняти т.  $O^*$ , що відповідає мінімальному радіусу  $R_0^*$  і дезаксіалу  $e^*$ .

## 2.2. Кулачковий механізм з роликівим коромисловим штовхачем

Як і у попередньому випадку, мінімальний радіус кулачка вибирається з умови незаклинювання штовхача, тобто  $\delta_{\max} \leq [\delta]$ . Коромисловий штовхач менш схильний до заклинювання, тому  $[\delta] \leq 45^\circ$ . В цілому ж методика вибору мінімального радіуса кулачка аналогічна розглянутій вище.

Покажемо взаємозв'язок кута тиску з мінімальним радіусом кулачка. На рис. 2.5 зображена схема кулачкового механізму з коромисловим штовхачем. Проведемо через центр обертання кулачка (т.  $O$ ) пряму  $n'-n'$ , паралельну нормалі  $n-n$  до теоретичного профілю в т.  $A$ . Продовжимо  $AB$  до перетину з  $n'-n'$  у т.  $D$ . З  $\triangle OND$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{ND}{ON} = \frac{AD + AN}{ON}. \quad (2.5)$$

Позначимо  $l=AB$  – довжина штовхача;  $a_w=OB$  – міжосьова відстань. Тоді

$$AN = l - a_w \cos(\psi_0 + \psi); \quad (2.6)$$

$$ON = a_w \sin(\psi_0 + \psi), \quad (2.7)$$

де  $\psi_0$  – кут між лінією центрів і штовхачем на фазі ближнього виступу;

$\psi$  – кут повороту штовхача.

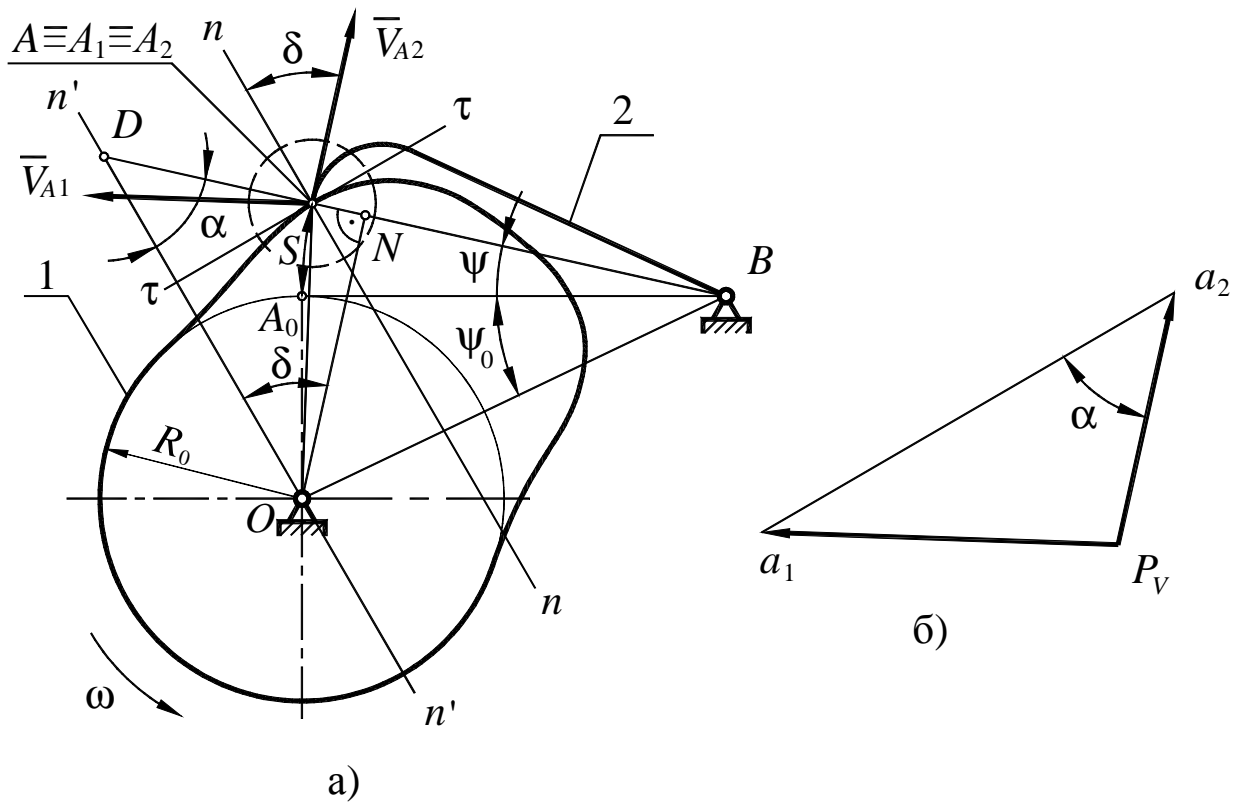


Рисунок 2.5 – Розрахункова схема для визначення взаємозв'язку  $\delta$  з  $R_0$

Для визначення  $AD$  побудуємо план швидкостей (див. рис. 2.5б). З подібності  $\Delta OAD$  і плану швидкостей одержимо

$$\frac{P_V a_1}{P_V a_2} = \frac{OA}{AD}.$$

Звідси

$$AD = OA \frac{P_V a_2}{P_V a_1} = OA \frac{V_{A2}}{V_{A1}}, \quad (2.8)$$

де  $V_{A1}$ ;  $V_{A2}$  – швидкості точок  $A_1$  і  $A_2$ , які належать відповідно кулачку і штовхачу.

Зазначимо, що

$$V_{A1} = \omega \cdot OA;$$

$$V_{A_2} = \frac{d\psi}{dt} l = \frac{d\psi}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} l = S' \omega,$$

де  $S' = \frac{d\psi}{d\varphi} l$  – аналог швидкості точки  $A_2$ ;

$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$  – кутова швидкість кулачка;

$\varphi$  – кут повороту кулачка.

Підставляючи в (2.8), одержимо

$$AD = S'.$$

Остаточно (2.5) матиме вигляд

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{S' + l - a_w \cos(\psi_0 + \psi)}{a_w \sin(\psi_0 + \psi)} = \frac{S' + l}{a_w \sin(\psi_0 + \psi)} - \operatorname{ctg}(\psi_0 + \psi). \quad (2.9)$$

В рівності (2.9) мінімальний радіус кулачка  $R_0$  не входить явно. Для його визначення розглянемо  $\Delta A_0OB$ , у якому  $A_0O = R_0$ . На підставі теореми косинусів

$$R_0 = \sqrt{a_w^2 + l^2 - 2a_w l \cos \psi_0}. \quad (2.10)$$

Таким чином, для визначення мінімального радіуса кулачка треба задатися припустимим кутом тиску  $[\delta]$  і вирішити (2.9) з урахуванням (2.10) відносно  $R_0$ . Зазвичай  $R_0$ , як і у розглянутому вище випадку (див. п. 2.1), знаходять графічно. Для цього будують діаграму  $S = S(S')$  (фазовий портрет). Оскільки переміщення центра ролика здійснюється вздовж дуги, радіус якої дорівнює довжині штовхача  $l$ , вісь ординат  $S$  криволінійна. Визначимося з додатним напрямком осі абсцис  $S'$ : якщо на фазі підйому кулачок і коромисло мають однаковий напрямок обертання, вісь  $S'$  спрямована до центра обертання коромисла, у протилежному випадку – від центра обертання коромисла.



Координати точок діаграми  $S = S(S')$  беруть із кінематичних діаграм. При її побудові необхідно забезпечити рівність масштабів вздовж осей координат, тобто  $\mu_{S'} = \mu_S$ .

На рис. 2.6 схематично показано вигляд діаграми  $S = S(S')$ . Покажемо, що кут між відрізком, який з'єднує кожен точку замкненої кривої з центром обертання кулачка, і перпендикуляром до лінії, яка проходить через дану точку кривої і вісь обертання коромисла, є кутом тиску у відповідному положенні механізму.

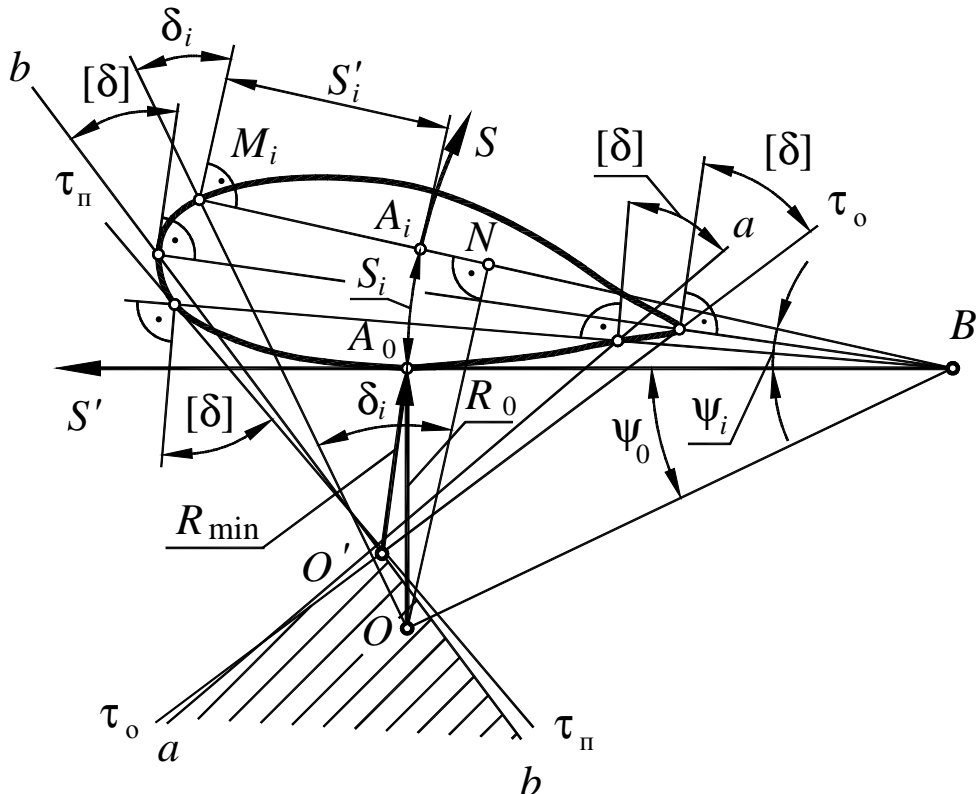


Рисунок 2.6 – Визначення мінімального радіуса кулачка

Нехай т.  $O$  – центр обертання кулачка,  $R_0$  – мінімальний радіус кулачка,  $A_i$  поточне положення центра ролика на фазі підйому, що відповідає куту повороту коромисла  $\psi_i$ . Цьому положенню механізму відповідає точка  $M_i$  діаграми. Із прямокутного трикутника  $ONM_i$

$$\operatorname{tg} \delta_i = \frac{M_i N}{ON} = \frac{S'_i + A_i B - OB \cos(\psi_0 + \psi_i)}{OB \sin(\psi_0 + \psi_i)}.$$

Використовуючи раніше прийняті позначення, а саме:  $A_iB=l$ ;  $OB=a_w$ , одержимо

$$\operatorname{tg} \delta_i = \frac{S'_i + l - a_w \cos(\psi_0 + \psi_i)}{a_w \sin(\psi_0 + \psi_i)} = \frac{S'_i + l}{a_w \sin(\psi_0 + \psi_i)} - \operatorname{ctg}(\psi_0 + \psi_i). \quad (2.11)$$

Таким чином, вираз (2.11) ідентичний (2.9), що дає підстави використовувати діаграму при вирішенні завдань аналізу й синтезу кулачкових механізмів. Крім того, безсумнівною перевагою такого підходу є його простота й наочність.

Для того, щоб визначити можливе положення центра обертання кулачка необхідно через кожну точку діаграми провести пряму, яка складає кут  $[\delta]$  з перпендикуляром до відрізка, який з'єднує дану точку діаграми з центром обертання коромисла. Центр обертання кулачка вибирається в області, вільній від перетину проведених прямих.

На відміну від кулачкового механізму з роликівим штовхачем, що рухається поступально, обмежуючі прямі не обов'язково є дотичними до діаграми. Все залежить від параметрів розглянутого кулачкового механізму. Так на рис. 2.6 область можливих положень центра обертання кулачка (показана штриховкою) утворена трьома прямими: прямою  $b-b$ , проведеною через точку діаграми, яка відповідає максимальному значенню аналога швидкості штовхача  $S'_{\max}$ ; дотичною до діаграми на фазі опускання штовхача  $\tau_o-\tau_o$ ; прямою  $a-a$ , проведеною через деяку поточну точку діаграми.

В даному випадку, дотична до діаграми на фазі підйому штовхача  $\tau_n-\tau_n$  не бере участь у формуванні області можливих положень центра обертання кулачка. Виконання умови  $\delta_{\max} \leq [\delta]$  при мінімально можливому радіусі кулачка  $R_{\min}$  буде забезпечено, якщо за центр обертання кулачка прийняти т.  $O'$ , яка лежить на перетині прямих  $b-b$  й  $\tau_o-\tau_o$ .

Із прийнятною точністю область можливих положень центра обертання кулачка можна визначити, якщо обмежуючі прямі провести через точки діаграми, які відповідають максимальному і мінімальному значенням аналога швидкості штовхача. Похибку такого підходу враховують при призначенні мінімального радіуса кулачка  $R_0=(1,05\dots 1,1)R_{\min}$ .

### 2.3. Кулачковий механізм з плоским штовхачем, який рухається поступально

Особливість даного типу кулачкових механізмів полягає в тому, що кут тиску залишається постійним у будь-якому положенні механізму (зазвичай приймають  $\delta=0$ ), а профіль кулачка може бути тільки опуклим. Саме умова опуклості профілю кулачка лежить в основі методики вибору його мінімального радіуса.

На рис. 2.7 показана схема кулачкового механізму з плоским (тарілчастим) штовхачем, який рухається поступально. Оскільки площина тарілки штовхача 2 перпендикулярна його осі, (а отже, вектору швидкості штовхача),  $\delta=0$ .

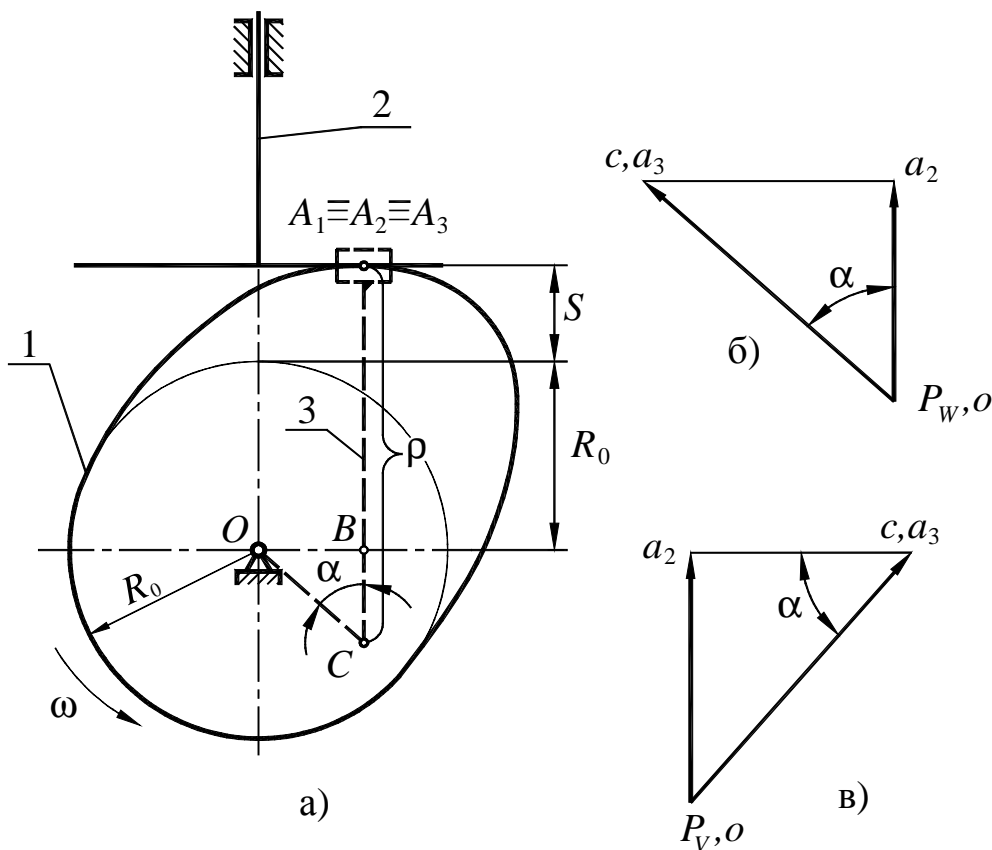


Рисунок 2.7 – Розрахункова схема для визначення мінімального радіуса кулачка

Нехай т.  $C$  – центр кривизни профілю кулачка в точці контакту його з тарілкою штовхача (т.  $A_1 \equiv A_2$ ). Радіус кривизни профілю в т.  $A_1$

$$\rho = A_1B + BC = S + R_0 + BC. \quad (2.12)$$

Щоб визначити  $BC$ , побудуємо план прискорень для еквівалентного важільного механізму (додаткова ланка – 3, а кулачок представлений у вигляді кривошипа  $OC$ ). При цьому вважаємо, що  $\omega = \text{const}$ . З подібності  $\triangle OBC$  і плану прискорень (рис. 2.7б) запишемо:

$$\frac{P_w a_2}{P_w C} = \frac{BC}{OC}.$$

Звідси

$$BC = OC \frac{P_w a_2}{P_w C} = OC \frac{W_{A2}}{W_C},$$

де  $W_{A2}$  – прискорення штовхача;  
 $W_C$  – прискорення т.  $C$  еквівалентного механізму.  
 Оскільки

$$W_{A2} = \omega^2 S'';$$

$$W_C = \omega^2 OC,$$

де  $\omega$  - кутова швидкість кулачка;  
 $S'' = \frac{d^2 S}{d\varphi^2}$  – аналог прискорення штовхача;  
 $\varphi$  - кут повороту кулачка,  
 одержимо

$$BC = S''.$$

Отже, умова опуклості профілю з урахуванням (2.12)

$$\rho = S + R_0 + S'' > 0. \quad (2.13)$$

Оскільки  $S \geq 0$ ;  $R_0 > 0$ , то невиконання умови опуклості можливе лише в області від'ємних прискорень штовхача. Згідно (2.13), мінімальний радіус кулачка повинен задовольняти нерівності

$$R_0 > -(S + S''). \quad (2.14)$$

Таким чином, для знаходження  $R_0$  треба накласти дві кінематичні діаграми:  $S = S(\varphi)$  і  $S'' = S''(\varphi)$ , а потім побудувати сумарний графік. Мінімальний радіус кулачка повинен бути більше найбільшої від'ємної ординати отриманого сумарного графіка.

На практиці частіше користуються більш зручним методом Геронімуса. Згідно цього методу нерівність (2.13) приводять до вигляду

$$1 > -\frac{S''}{S + R_0},$$

або

$$\operatorname{tg} 45^\circ > -\frac{S''}{S + R_0}. \quad (2.15)$$

Далі, за умовою (2.15) будують графік  $S = S(S'')$  у прямокутній системі координат (див. рис. 2.8). При побудові необхідно забезпечити рівність масштабів вздовж осей координат, тобто  $\mu_{S''} = \mu_S$ . Потім, під кутом  $45^\circ$  до осі  $S$  проводять дотичну  $\tau$ - $\tau$  до графіка на ділянці, де  $S'' < 0$ . Відповідно до нерівності (2.15), за центр обертання кулачка може бути обрана будь-яка точка, що лежить на продовженні осі ординат нижче т.  $O'$ . Рекомендують  $R_0 > 1,1AO'$ , оскільки при  $R_0 \rightarrow AO'$  мінімальний радіус кривизни профілю  $\rho_{\min} \rightarrow 0$ . Таким чином, відстань від т.  $O$  до початку координат відповідає мінімальному радіусу кулачка  $R_0$ , отриманого з умови опуклості профілю.

Слід відзначити, що координата  $OB$  точки дотику профілю кулачка із площиною тарілки штовхача дорівнює аналогу швидкості штовхача  $S'$ . Для доказу побудуємо план швидкостей для еквівалентного механізму (див. рис. 2.7в). З подібності  $\triangle OBC$  і плану швидкостей випливає

$$\frac{P_V a_2}{P_V c} = \frac{OB}{OC}.$$

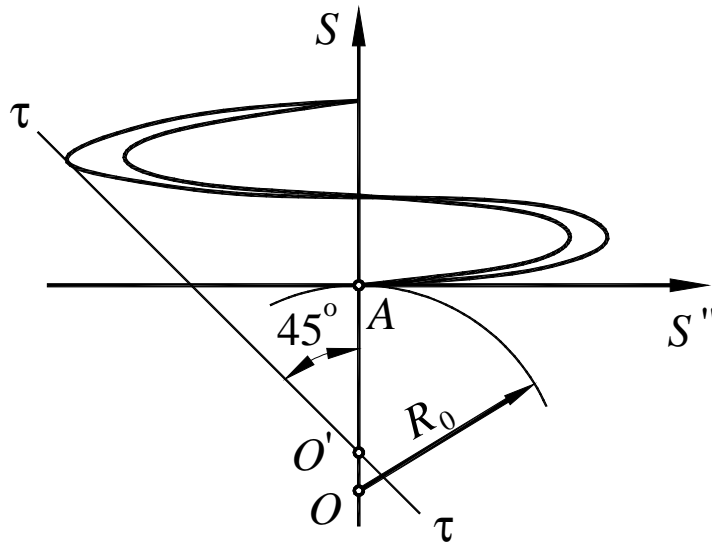


Рисунок 2.8 – Визначення мінімального радіуса кулачка за методом Геронімуса

Звідси

$$OB = OC \frac{P_V a_2}{P_V C} = OC \frac{V_{A2}}{V_C},$$

де  $V_{A2}$  - швидкість штовхача;

$V_C$  - швидкість т.  $C$  еквівалентного механізму.

Оскільки

$$V_{A2} = \omega S';$$

$$V_C = \omega OC,$$

де  $S' = \frac{dS}{d\varphi}$  – аналог швидкості штовхача,

одержимо

$$OB = S',$$

що й потрібно було довести.

Таким чином, діаметр тарілки штовхача  $D_T \geq S'_{\max} + |S'_{\min}|$ .

## 3 ПРОФІЛЮВАННЯ КУЛАЧКІВ

### 3.1. Побудова кінематичних діаграм

Перший етап синтезу кулачкових механізмів полягає в тому, щоб за графіком аналога прискорення штовхача  $S'' = S''(\varphi)$  методом графічного інтегрування побудувати графік аналога швидкості  $S' = S'(\varphi)$  і графік переміщення  $S = S(\varphi)$  штовхача в залежності від кута повороту кулачка.

В якості приклада будемо розглядати один з найбільш поширених законів руху штовхача – параболічний закон (закон постійного прискорення), загальний вигляд кінематичних діаграм якого представлений на рис. 3.1. При кресленні графіка  $S'' = S''(\varphi)$  необхідно враховувати дві обставини: по-перше, швидкість штовхача на початку і в кінці фаз підйому і опускання дорівнює нулю, а графік аналога швидкості не повинен мати точок розриву; по-друге, хід штовхача на фазах підйому і опускання повинен зображуватися на графіку  $S = S(\varphi)$  однієї й тією ж ординатою  $y_{S \max}$ .

Для побудови графіка аналога прискорення необхідно із завдання взяти наступні дані: відношення величин прискорень штовхача ( $a_1/a_2$ ,  $a_4/a_3$ ), значення фазових кутів ( $\varphi_{\text{П}}$ ,  $\varphi_{\text{В}}$ ,  $\varphi_{\text{О}}$ ), а також максимальний хід штовхача  $h$ . Після побудови кінематичних діаграм через  $h$  визначаються масштаби графіків вздовж осей ординат. У більшості завдань  $\varphi_{\text{П}} = \varphi_{\text{О}}$ , але ми розглянемо більш загальний випадок, коли  $\varphi_{\text{П}} > \varphi_{\text{О}}$ , а  $\varphi_{\text{В}} \neq 0$ .

Для того, щоб значення аналога швидкості на початку й наприкінці фаз підйому і опускання штовхача дорівнювало нулю, а графік  $S' = S'(\varphi)$  не мав точок розриву, необхідно забезпечити рівність площ:  $F_1 = F_2$ ;  $F_3 = F_4$  (див. рис. 3.1). Таким чином, треба визначити  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ,  $x_4$ , виходячи з даної умови й обраної максимальної абсциси графіка  $x_{\text{р}}$ , яка відповідає робочому куту профілю  $\varphi_{\text{р}}$ . При цьому масштаб вздовж осі абсцис (рад/мм).

$$\mu_{\varphi} = \frac{\varphi_{\text{р}}}{x_{\text{р}}}. \quad (3.1)$$

Щоб  $F_1 = F_2$ , необхідно забезпечити

$$a_1 x_1 = a_2 x_2 = a_4 (x_{\Pi} - x_1), \quad (3.2)$$

де  $x_{\Pi} = \frac{\varphi_{\Pi}}{\mu_{\varphi}}$  - абсциса графіка, яка відповідає куту підйому штовхача.

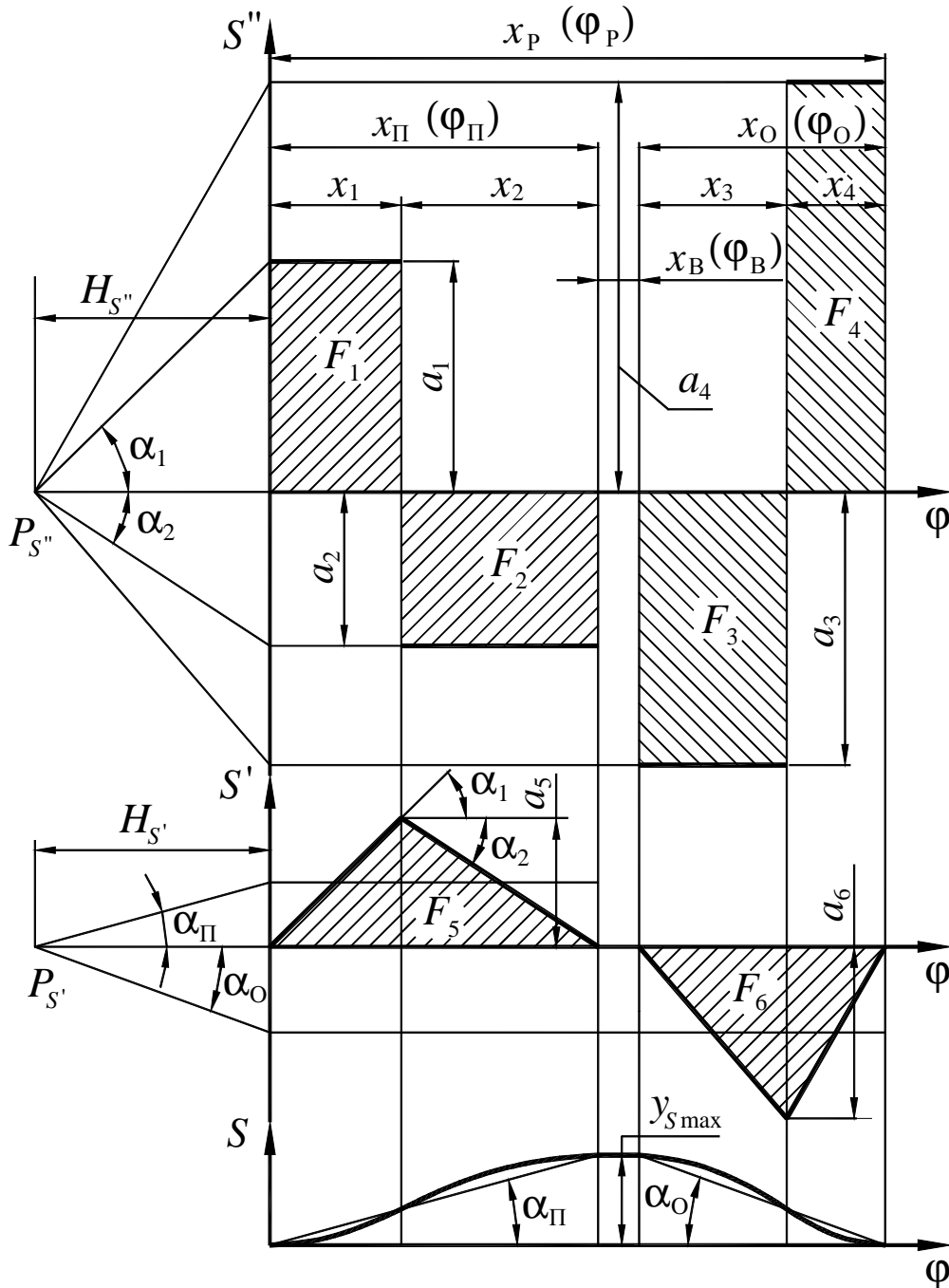


Рисунок 3.1 - Загальний вигляд кінематичних діаграм, які відповідають параболічному закону руху штовхача

Звідси



$$x_1 = x_{\Pi} \frac{1}{1 + \frac{a_1}{a_2}} = x_{\Pi} \frac{1}{1 + v_{\Pi}}, \quad (3.3)$$

де  $v_{\Pi} = \frac{a_1}{a_2}$  – коефіцієнт, що враховує задане відношення величин

прискорень штовхача на фазі підйому.

Аналогічно

$$x_4 = x_0 \frac{1}{1 + v_0}, \quad (3.4)$$

де  $x_0 = \frac{\varphi_0}{\mu_{\varphi}}$  – абсциса графіка, яка відповідає куту опускання штов-

хача;

$v_0 = \frac{a_4}{a_3}$  – коефіцієнт, що враховує задане відношення величин

прискорень штовхача на фазі опускання.

Для того, щоб хід штовхача на фазах підйому і опускання зображувався на графіку  $S = S(\varphi)$  однієї й тією ж ординатою, необхідно забезпечити рівність площ  $F_5 = F_6$ . Інакше треба буде вводити два масштаби  $\mu_S$  для фаз підйому й опускання, оскільки очевидно, що хід штовхача на зазначених фазах однаковий. Щоб  $F_5 = F_6$ , необхідно забезпечити

$$\frac{1}{2} a_5 x_{\Pi} = \frac{1}{2} a_6 x_0,$$

звідки

$$\frac{a_5}{a_6} = \frac{x_0}{x_{\Pi}}, \quad (3.5)$$

де  $a_5, a_6$  – максимальні ординати графіка  $S' = S'(\varphi)$  на фазах підйому і опускання штовхача, відповідно.

Оскільки графік  $S' = S'(\varphi)$  є результатом інтегрування графіка  $S'' = S''(\varphi)$ , то

$$\frac{a_5}{a_6} = \frac{F_1}{F_3} = \frac{F_1}{F_4} = \frac{a_1 x_1}{a_4 x_4}.$$

Підставляючи в (3.5), одержимо з урахуванням (3.3) і (3.4)

$$\frac{a_1}{a_4} = \frac{x_0 x_4}{x_{\Pi} x_1} = \frac{x_0^2}{x_{\Pi}^2} \frac{1 + v_{\Pi}}{1 + v_0}. \quad (3.6)$$

Якщо  $v_{\Pi} = v_0$ , то

$$\frac{a_1}{a_4} = \frac{x_0^2}{x_{\Pi}^2} = \frac{\varphi_0^2}{\varphi_{\Pi}^2}. \quad (3.7)$$

Формула (3.7) справедлива для будь-якого (не обов'язково параболічного) закону руху штовхача. Важливо лише те, щоб рух штовхача на фазах підйому і опускання описувався одним законом.

Як відзначалося в другому розділі, при побудові діаграми  $S = S(S')$ , яка використовується для визначення мінімального радіуса кулачка  $R_0$  механізму з роликівим штовхачем, треба забезпечити рівність масштабів вздовж осей координат, тобто  $\mu_{S'} = \mu_S$ . Якщо виконується синтез кулачкового механізму з плоским штовхачем, який рухається поступально, діаграма  $S = S(S'')$ , яка використовується для визначення мінімального радіуса кулачка також повинна мати рівні масштаби вздовж осей координат, тобто  $\mu_{S''} = \mu_S$ . Це зазвичай враховують при побудові кінематичних діаграм, які рекомендується будувати так, щоб  $\mu_{S''} = \mu_{S'} = \mu_S$ . Оскільки

$$\mu_S = \frac{h}{y_{S \max}}, \quad (\text{м/мм}); \quad (3.8)$$

$$\mu_{S'} = \frac{\mu_S}{H_{S'} \mu_{\varphi}}, \quad (\text{м/мм}); \quad (3.9)$$

$$\mu_{S''} = \frac{\mu_{S'}}{H_{S'} \mu_{\varphi}}, \text{ (м/мм)}, \quad (3.10)$$

де  $H_{S'}$ ,  $H_{S''}$  – полюсні відстані графіків відповідно  $S' = S'(\varphi)$  і  $S'' = S''(\varphi)$ ,

то для рівності масштабів графіків потрібно прийняти

$$H_{S'} = H_{S''} = \frac{1}{\mu_{\varphi}}, \text{ (мм)}. \quad (3.11)$$

Зручно будувати кінематичні діаграми, якщо прийняти вздовж осі абсцис масштаб  $\mu_{\varphi^{\circ}} = 1$  град/мм. Тоді

$$\mu_{\varphi} = \mu_{\varphi^{\circ}} \frac{\pi}{180} = 0,01745 \text{ рад/мм},$$

а з урахуванням (3.11)

$$H_{S''} = H_{S'} = H = \frac{1}{0,01745} = 57,3 \text{ мм}. \quad (3.12)$$

Максимальною ординатою вихідного графіка  $S'' = S''(\varphi)$  задаються, виходячи з розмірів креслення. При виконанні курсового проекту звичайно приймають  $a_3 + a_4 = 150 \dots 200$  мм. Тоді

$$a_4 = \frac{v_o}{1 + v_o} (150 \dots 200). \quad (3.13)$$

Примітка 3.1. Можна задатися максимальною ординатою графіка  $S = S(\varphi)$ , узгодивши її з ходом штовхача й бажаним масштабом, а потім одержати  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$ . Покажемо, як пов'язані  $y_{S \max}$  і  $a_1$ .

В силу властивостей кінематичних діаграм (див. рис. 3.1)

$$y_{S \max} = F_5 \frac{\mu_{S'} \mu_{\varphi}}{\mu_S} = \frac{1}{2} x_{II} a_5 \frac{\mu_{S'} \mu_{\varphi}}{\mu_S}; \quad (3.14)$$

$$a_5 = F_1 \frac{\mu_{S''} \mu_\phi}{\mu_{S'}} = x_1 a_1 \frac{\mu_{S''} \mu_\phi}{\mu_{S'}}. \quad (3.15)$$

Підставляючи (3.15) в (3.14) з урахуванням (3.3) одержимо

$$y_{S \max} = \frac{a_1 x_{\Pi}^2 \mu_\phi^2 \mu_{S''}}{2(1 + \nu_{\Pi}) \mu_S}, \quad (3.16)$$

звідки

$$a_1 = \frac{2(1 + \nu_{\Pi}) y_{S \max} \mu_S}{x_{\Pi}^2 \mu_\phi^2 \mu_{S''}} = k \frac{y_{S \max} \mu_S}{x_{\Pi}^2 \mu_\phi^2 \mu_{S''}}, \quad (3.17)$$

де  $k = 2(1 + \nu_{\Pi})$  – коефіцієнт, що враховує вигляд графіка  $S'' = S''(\phi)$ .

Якщо  $\mu_{S''} = \mu_S$ , (3.17) прийме вигляд

$$a_1 = k \frac{y_{S \max}}{x_{\Pi}^2 \mu_\phi^2}. \quad (3.18)$$

Аналогічно,

$$a_4 = k \frac{y_{S \max}}{x_O^2 \mu_\phi^2}, \quad (3.19)$$

де  $k = 2(1 + \nu_O)$ .

Розглянемо, як будуються кінематичні діаграми, на прикладі параболічного закону руху штовхача  $S = S(\phi)$  (див. рис. 3.1).

Нехай дано: 1) фазові кути  $\phi_{\Pi} = 80^\circ$ ,  $\phi_B = 10^\circ$ ,  $\phi_O = 60^\circ$ ; 2) відношення величин прискорень штовхача  $\nu_{\Pi} = \frac{a_1}{a_2} = 1,5$ ,  $\nu_O = \frac{a_4}{a_5} = 1,5$ ;

3) хід штовхача  $h = 0,022$  м.

Визначимо робочий кут профілю кулачка

$$\phi_P = \phi_{\Pi} + \phi_B + \phi_O = 80^\circ + 10^\circ + 60^\circ = 150^\circ.$$

Прийmemo максимальну абсцису графіків  $x_P = 150$  мм. При цьому  $x_{\Pi} = 80$  мм,  $x_B = 10$  мм,  $x_O = 60$  мм. Визначимо згідно (3.1) масштаб вздовж осі  $\phi$

$$\mu_{\varphi} = \frac{\varphi_P}{x_P} = \frac{150^{\circ} \left( \frac{\pi}{180^{\circ}} \right)}{150} = 0,01745 \text{ рад/мм.}$$

Масштаби графіків вздовж осей ординат приймемо рівними між собою. Тоді, згідно (3.12) полюсні відстані графіків

$$H_{S''} = H_{S'} = H = 57,3 \text{ мм.}$$

Викреслюємо графік  $S'' = S''(\varphi)$ . Якщо скористатися (3.13), одержимо

$$a_4 = \frac{v_O}{1+v_O} (150 \dots 200) = \frac{1,5}{1+1,5} (150 \dots 200) = 90 \dots 120 \text{ мм.}$$

Приймемо  $a_4 = 120$  мм. Тоді

$$a_3 = \frac{a_4}{v_O} = \frac{120}{1,5} = 80 \text{ мм.}$$

За формулою (3.7)

$$a_1 = a_4 \frac{x_O^2}{x_{II}^2} = 120 \frac{60^2}{80^2} = 67,5 \text{ мм.}$$

Тоді

$$a_2 = \frac{a_1}{v_{II}} = \frac{67,5}{1,5} = 45 \text{ мм.}$$

Згідно (3.3) і (3.4)

$$x_1 = x_{II} \frac{1}{1+v_{II}} = 80 \frac{1}{1+1,5} = 32 \text{ мм;}$$

$$x_4 = x_O \frac{1}{1+v_O} = 60 \frac{1}{1+1,5} = 24 \text{ мм.}$$

Графік  $S'' = S''(\varphi)$  побудований.

Будуємо графік  $S' = S'(\varphi)$  методом графічного інтегрування графіка  $S'' = S''(\varphi)$ . При законі постійного прискорення графік  $S' = S'(\varphi)$  являє собою ламану, відрізки якої паралельні відповідним променям, що виходять із полюса  $P_{S'}$  (див. рис. 3.1).

Аналогічно, графік  $S = S(\varphi)$  будується методом графічного інтегрування отриманого графіка  $S' = S'(\varphi)$ . Для цього ділянки, які відповідають підйому і опусканню штовхача, ділять на 8...10 зазвичай рівних інтервалів. Метод графічного інтегрування полягає в тому, щоб трапецію (у загальному випадку криволінійну) на кожному інтервалі замінити прямокутником з такою ж площею. Тоді висота отриманого прямокутника, поділена на полюсну відстань цього ж графіка дорівнює тангенсу кута нахилу хорди, проведеної на тому ж інтервалі шуканої інтегральної кривої. Суть методу графічного інтегрування зрозуміла з рис. 3.1. Висота прямокутника з площею  $F_5$  дорівнює  $a_5/2$ . Тоді хорда на інтервалі  $x_{II}$  має кут нахилу  $\alpha_{II}$ , що й промінь, який виходить з полюса  $P_{S'}$ . Аналогічно для інтервалу  $x_0$ . Зі зменшенням ширини інтервалів хорди усе точніше апроксимують криву.

Таким чином, проробивши цю операцію на кожному інтервалі графіка  $S' = S'(\varphi)$ , одержимо ламану, що складається з хорд і представляє собою лінійну апроксимацію шуканого графіка  $S = S(\varphi)$ . Для остаточної побудови графіка  $S = S(\varphi)$  треба з'єднати плавною кривою кінці хорд.

Подібним чином будується й графік  $S' = S'(\varphi)$  у випадку, якщо закон руху штовхача відмінний від параболічного.

Слід зазначити, що при синтезі кулачкового механізму з роликовим штовхачем обов'язково повинні бути показані положення кулачка, які відповідають мінімумам і максимумам графіка  $S' = S'(\varphi)$ , а при синтезі кулачкового механізму із плоским штовхачем – положення, які відповідають мінімумам і максимумам графіка  $S'' = S''(\varphi)$ . Вони надалі будуть використовуватися для визначення мінімального радіуса кулачка.

Визначимо згідно (3.8) масштаб отриманого графіка  $S = S(\varphi)$  вздовж осі ординат

$$\mu_S = \frac{h}{y_{S \max}} = \frac{0,022}{26,5} = 8,3 \times 10^{-4} \text{ м/мм},$$

де  $y_{S \max} = 26,5$  мм максимальна ордината графіка  $S = S(\varphi)$  (вимірюється після його побудови).

Оскільки при побудові приймалося  $H_{S''} = H_{S'} = H = 57,3$  мм, то  $\mu_{S''} = \mu_{S'} = \mu_S = 8,3 \times 10^{-4}$  м/мм. На рис. 3.2. побудовані графіки показані суцільними лініями.

Бажано, щоб на кресленні кулачок був зображений в натуральну величину, тобто, побудову профілю кулачка доцільно виконувати в масштабі  $\mu_l = 0,001$  м/мм. Зазначимо, що профілювання кулачка істотно спрощується, якщо  $\mu_l = \mu_S$ . Тому доповнимо кінематичні

діаграми допоміжними графіками, які мають масштаби вздовж осей ординат  $\mu_{S''}^* = \mu_{S'}^* = \mu_S^* = 0,001$  м/мм. На рис. 3.2. допоміжні графіки показані пунктирними лініями. Ординати допоміжних графіків визначаються шляхом множення ординат побудованих графіків на ко-

ефіцієнт  $\lambda = \frac{\mu_S}{\mu_S^*} = \frac{8,3 \times 10^{-4}}{0,001} = 0,83$ . Таким чином, максимальна орди-

ната допоміжного графіка переміщень штовхача, що зображує хід штовхача  $h$  у масштабі  $0,001$  м/мм

$$S_{\max} = y_{S \max} \cdot \lambda = 26,5 \cdot 0,83 = 22 \text{ мм}.$$

Примітка 3.2. Як було показано вище (див. примітку 3.1), кінематичні діаграми з необхідними масштабами вздовж осей ординат можна побудувати інакше. Для цього досить визначити одну з ординат графіка  $S'' = S''(\varphi)$  (наприклад,  $a_4$ ), виходячи з необхідної максимальної ординати графіка  $S = S(\varphi)$ .

Заданою максимальною ординатою графіка  $S = S(\varphi)$ ,  $y_{S \max} = 22$  мм. Тоді, згідно (3.19)

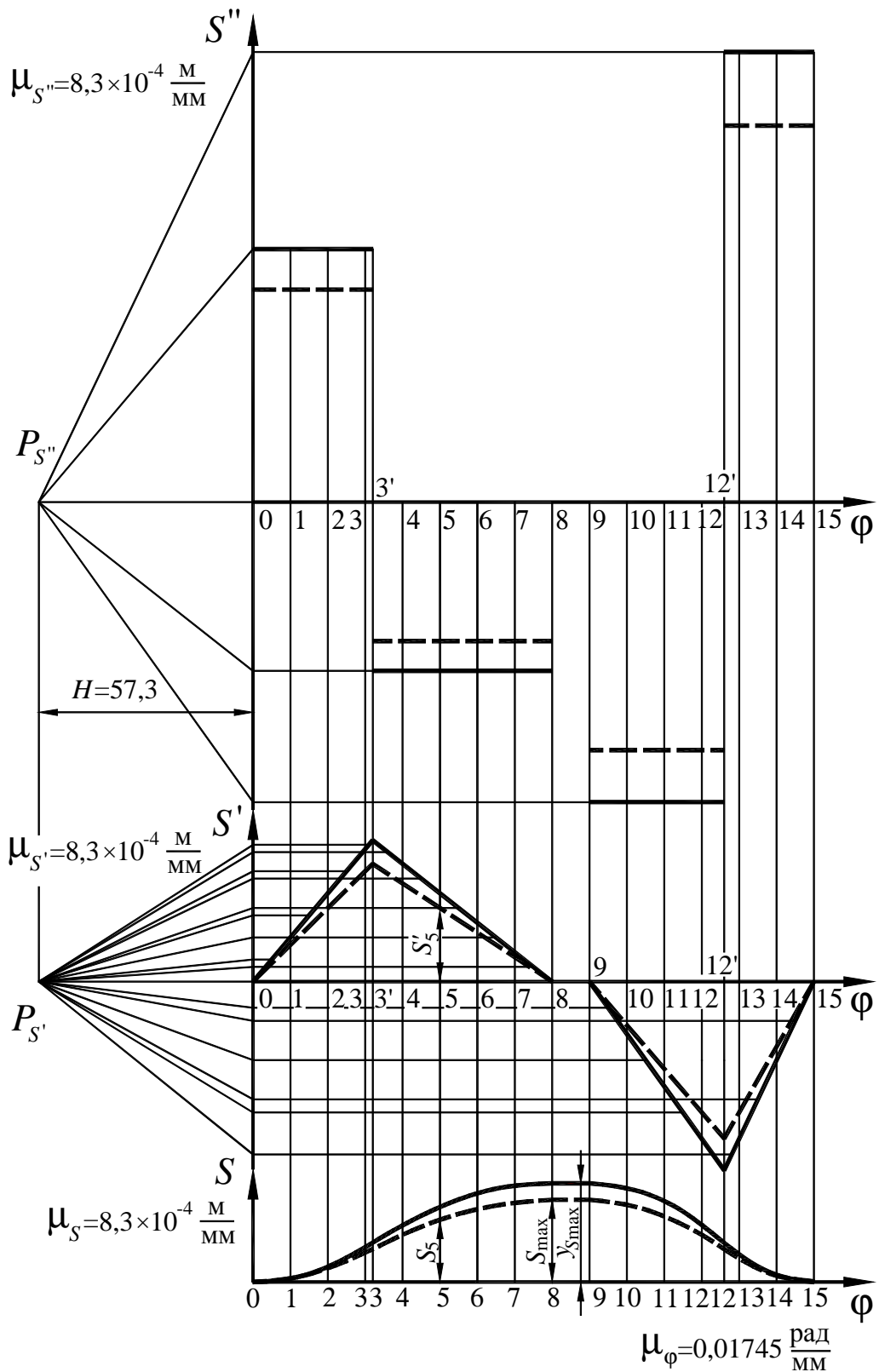


Рисунок 3.2 – Кінематичні діаграми



$$a_4 = k \frac{y_{S \max}}{x_0^2 \mu_\phi^2} = 5 \frac{22}{60^2 0,01745^2} = 100,3 \text{ мм.}$$

Таким чином, якщо прийняти  $a_4=100,3$  мм (у розглянутому прикладі приймалося  $a_4=120$  мм), полюсні відстані  $H_{S''} = H_{S'} = H = 57,3$  мм, одержимо  $\mu_{S''} = \mu_{S'} = \mu_S = 0,001$  м/мм.

### 3.2. Профілювання кулачка для кулачкового механізму з роликовим штовхачем, який рухається поступально

Нехай дано: припустимий кут тиску  $[\delta]=22^\circ$ ; дезаксіал (ексцентриситет штовхача)  $e=0,01$  м; механізм нереверсивний з силовим замиканням (див. рис. 3.3). Будемо використовувати побудовані в п. 3.1 кінематичні діаграми, тому зберігаємо значення фазових кутів:  $\phi_{II}=80^\circ$ ,  $\phi_B=10^\circ$ ,  $\phi_O=60^\circ$ , а також величину ходу штовхача  $h=0,022$  м.

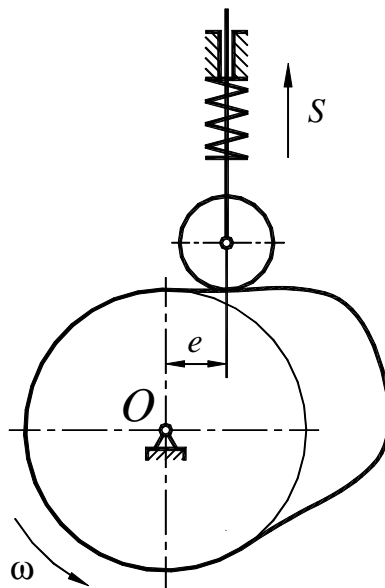


Рисунок 3.3 - Схема кулачкового механізму

Спочатку, виходячи з припустимого кута тиску  $[\delta]$ , визначимо мінімальний радіус кулачка. Для цього побудуємо діаграму  $S = S(S')$  (фазовий портрет). Вісь  $S$  (переміщення штовхача) направимо вертикально вгору. Повернувши вісь  $S$  на  $90^\circ$  за напрямком обертання кулачка, одержимо напрямок осі  $S'$  (аналог швидкості

штопхача). Оскільки кулачок обертається проти руху годинникової стрілки, напрямок осі  $S'$  - горизонтально вліво (див. рис. 3.4). Діаграма  $S = S(S')$  будується з використанням графіків  $S' = S'(\varphi)$  і  $S = S(\varphi)$  шляхом виключення координати  $\varphi$ . Так абсциси точок діаграми беремо із графіка  $S' = S'(\varphi)$ , а відповідні їм ординати – із графіка  $S = S(\varphi)$ . Зазначимо, що на фазовому портреті обов'язково повинні бути показані точки, які відповідають максимуму й мінімуму графіка  $S' = S'(\varphi)$ . На рис. 3.4 зазначені точки позначені 3' і 12' відповідно.

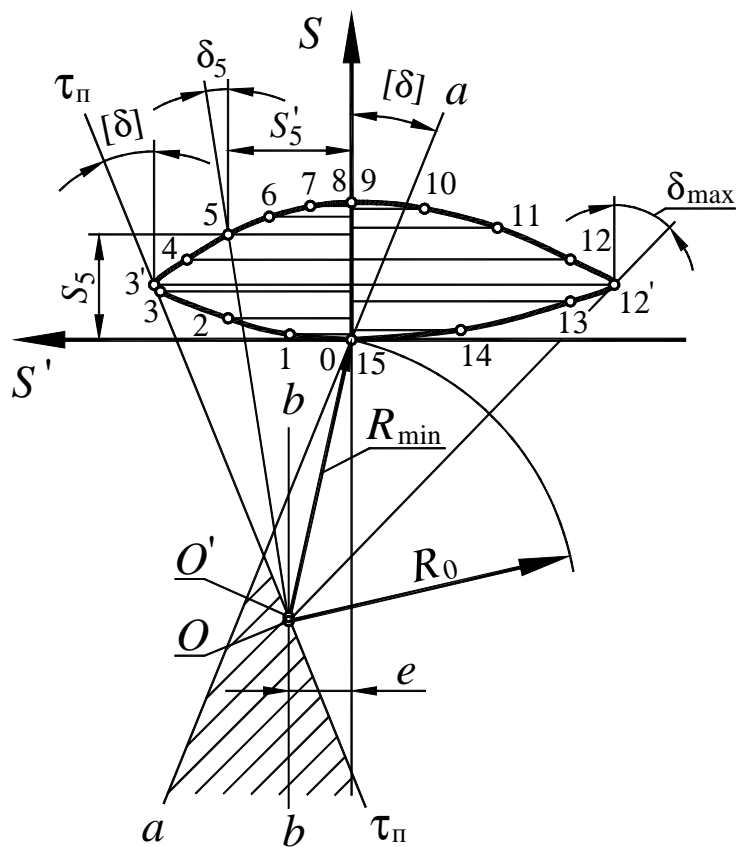


Рисунок 3.4 – Визначення мінімального радіуса кулачка

Оскільки механізм нереверсивний з силовим замиканням, то вимога  $\delta_{\max} \leq [\delta]$  ( $\delta_{\max}$  – максимальний кут тиску,  $[\delta]$  припустимий кут тиску) повинна виконуватися тільки на фазі підйому штопхача. Тому проводимо дотичну до діаграми під кутом  $[\delta]$  до осі  $S$  тільки з боку, де  $S' > 0$ . На рис. 3.4 дотична позначена  $\tau_{\text{П}}-\tau_{\text{П}}$ . Другу обмежуючу пряму  $a-a$ , яка складає з віссю  $S$  кут  $[\delta]$ , проведемо через початок координат. Таким чином, на фазі підйому вимога  $\delta_{\max} \leq [\delta]$  буде ви-

конуватися, якщо за центр обертання кулачка прийняти будь-яку точку заштрихованої області. Оскільки задано величину й напрямок зміщення осі штовхача (дезаксіал  $e$ ), то за центр обертання кулачка можна прийняти яку завгодно точку, що належить заштрихованій області і лежить на прямій  $b-b$ . Пряма  $b-b$  паралельна осі  $S$  і відстоїть від неї на відстані  $e$ , яку слід відкласти з урахуванням масштабу  $\mu_S$ .

Радіус кулачка буде мінімально можливим ( $R_{\min}$ ), якщо за центр обертання кулачка прийняти т.  $O'$  перетину прямої  $b-b$  з дотичною  $\tau_{II}-\tau_{II}$ . У цьому випадку  $R_{\min}=45,3$  мм. Остаточно приймаємо т.  $O$  – центр обертання кулачка,  $R_0=46$  мм – мінімальний радіус кулачка. При цьому на фазі опускання одержимо  $\delta_{\max}>[\delta]$ , що припустимо.

Розглянемо, як змінюється кут тиску в залежності від кута повороту кулачка. Для цього можна вдатися до безпосереднього виміру кутів між відрізками, що з'єднують ту або іншу точку фазового портрета із центром обертання кулачка, і віссю  $S$ , але краще для цієї мети скористатися рівністю (2.4), відповідно до якої

$$\delta_i = \arctg \frac{S'_i - e}{S_i + \sqrt{R_0^2 - e^2}}.$$

Змінні величини  $S_i$  й  $S'_i$  беремо з графіків  $S = S(\varphi)$  і  $S' = S'(\varphi)$ . Результати розрахунків зведемо в таблицю 3.1

Таблиця 3.1 - Розрахунок кутів тиску в кулачковому механізмі

	0	1	2	3	3'	4	5	6	7	8,9	10	11	12	12'	13	14
$S_i$ , мм	0	0,9	3,4	7,7	8,8	12,8	16,8	19,6	21,4	22,0	20,9	17,9	12,8	8,8	6,1	1,6
$S'_i$ , мм	0	9,8	19,6	29,5	31,4	26,2	19,6	13,0	6,5	0	-11,6	-23,2	-34,9	-41,8	-34,9	-17,4
$\delta_i$ , град	-12,6	-0,2	11,3	20,3	21,8	15,7	8,9	2,7	-3,0	-8,5	-18,2	-28,0	-37,9	-44,0	-41,3	-30,5

На рис. 3.5 показано графік зміни кута тиску в залежності від кута повороту кулачка,  $\delta = \delta(\varphi)$ .

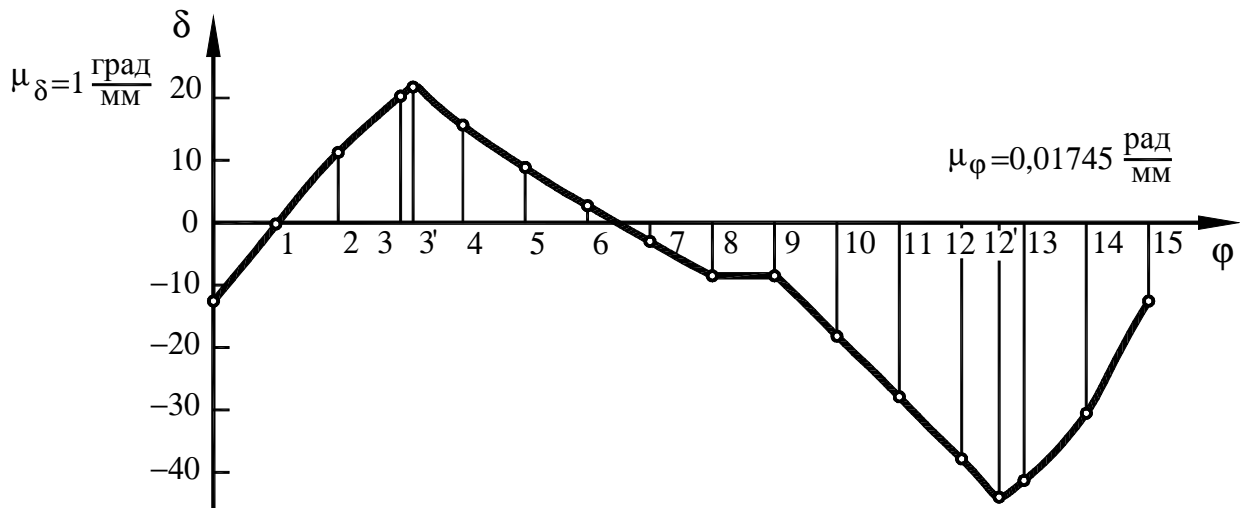


Рисунок 3.5 – Зміна кута тиску в кулачковому механізмі

Приступаємо до побудови теоретичного профілю кулачка (див. рис. 3.6). Скористаємося методом обернення руху, тобто подумки надамо всьому механізму кутову швидкість  $\bar{\omega}' = -\bar{\omega}$ . При цьому кулачок в оберненому русі буде нерухомим, а стійка й штовхач будуть обертатися за годинниковою стрілкою з кутовою швидкістю  $\omega$ .

Виберемо т.  $O$  – центр обертання кулачка й проведемо з неї, як із центра дві окружності з радіусами  $r=e$  і  $R_0$ , а також дугу окружності радіуса  $R \geq \sqrt{(S_{\max} + \sqrt{R_0^2 - e^2})^2 + e^2}$ , що являє собою траєкторію в оберненому русі деякої т.  $B$ , яка належить стійці. На дузі радіуса  $R$  виберемо т.  $B_0$  – початкове положення т.  $B$ . Від прямої  $OB_0$  в бік, протилежний напрямку обертання кулачка відкладемо фазові кути:  $\varphi_{\Pi}=80^\circ$ ,  $\varphi_B=10^\circ$ ,  $\varphi_O=60^\circ$ . Потім, дуги радіуса  $R$  на ділянках фазових кутів  $\varphi_{\Pi}$  і  $\varphi_O$  поділимо на частини відповідно до розмітки осі абсцис графіка  $S = S(\varphi)$ . Таким чином,  $\angle B_iOB_{i+1}=\Delta\varphi=10^\circ$ .

Далі, з точок  $B_0, B_1 \dots B_{15}$  проводимо дотичні до окружності радіуса  $r$ . На дотичних, від точок їх перетину з окружністю радіуса  $R_0$ , відкладаємо переміщення ( $S_i$ ) штовхача в кожному положенні механізму. Переміщення беремо з графіка  $S = S(\varphi)$ . На рис. 3.7 показана побудова  $i$ -тої точки теоретичного профілю кулачка.

В результаті одержимо ряд точок  $0, 1, 2 \dots 15$ , які представляють собою положення центра ролика в оберненому русі штовхача при повороті на кут  $\varphi_{\text{роб}}$ . З'єднавши точки плавною кривою, одержимо

теоретичний (центровий) профіль кулачка (ТП). Ділянки ТП 8-9 і 15-0 відповідають дальньому і ближньому вистою штовхача й утворені дугами окружностей з центром у т.  $O$ .

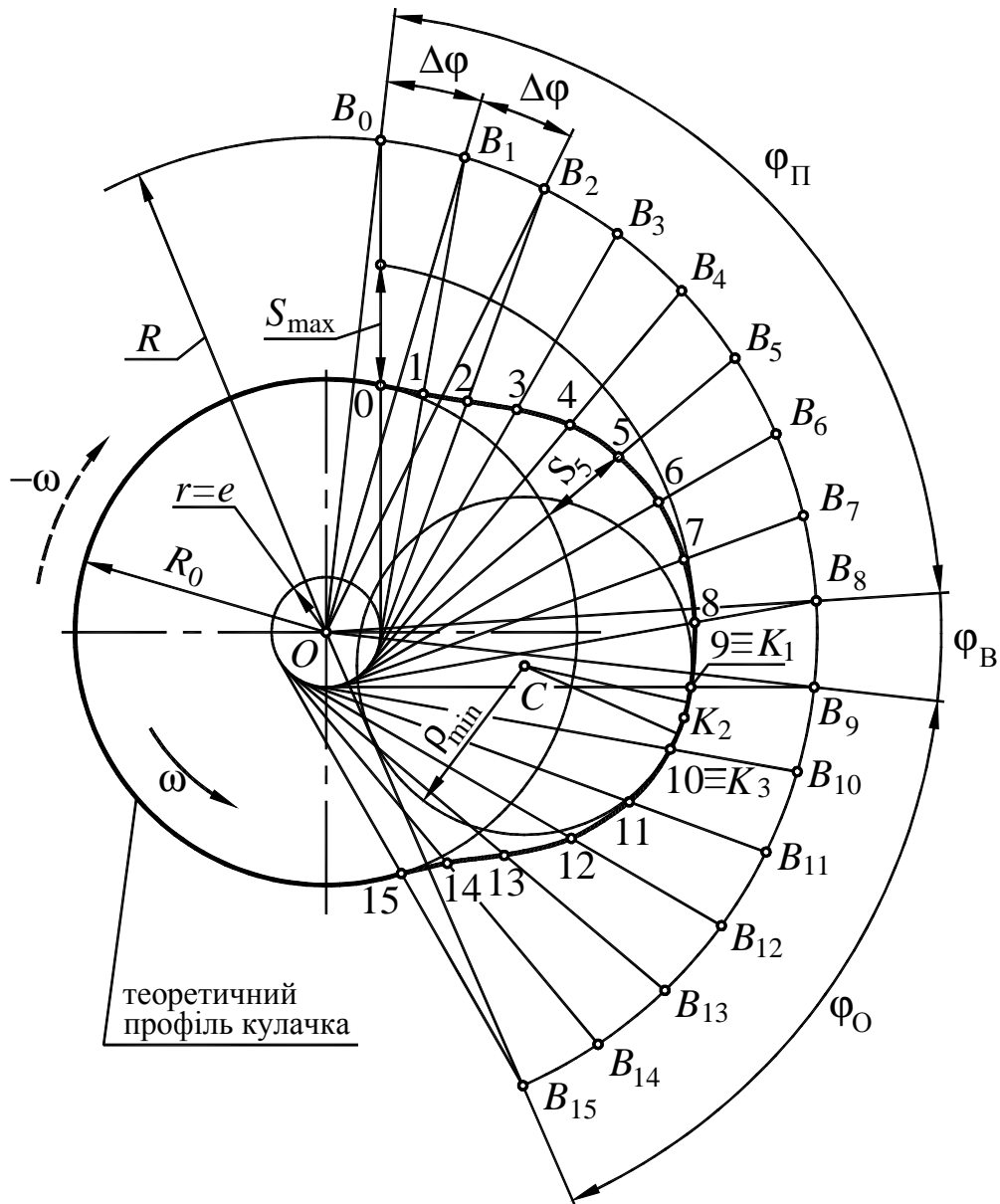


Рисунок 3.6 - Побудова теоретичного профілю кулачка

Переходимо до побудови дійсного (робочого) профілю кулачка (див. рис. 3.8), для чого виберемо радіус ролика ( $R_{рол}$ ). Відповідно до рекомендацій

$$\begin{cases} R_{рол} = (0,25...0,4)R_0; \\ R_{рол} \leq 0,7\rho_{min}, \end{cases} \quad (3.20)$$

де  $\rho_{\min}$  – мінімальний радіус кривизни теоретичного профілю.

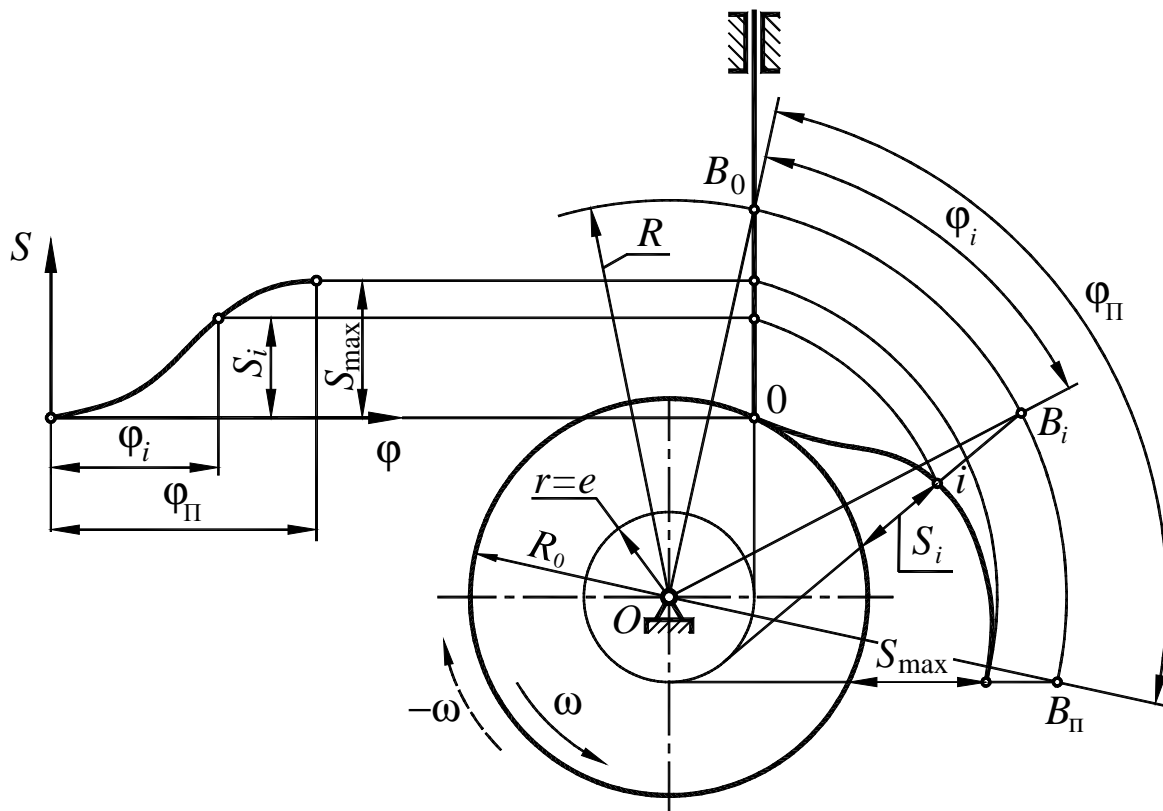


Рисунок 3.8 - Побудова  $i$ -тої точки теоретичного профілю кулачка

Перша умова дає  $R_{\text{рол}}=(0,25\dots0,4)R_0=(0,25\dots0,4)46=11,5\dots18,4$  мм. Прийемо  $R_{\text{рол}}=15$  мм і перевіримо виконання другої умови, яка є умовою незагострення робочого профілю кулачка.

Мінімальний радіус кривизни ( $\rho_{\min}$ ) визначається приблизно. Для цього візуально визначається ділянка, де кривизна профілю найбільша (як правило, це зони поблизу дальнього вистюю). Три довільні точки цієї ділянки з'єднують хордами. Точка перетину перпендикулярів, встановлених в середніх точках хорд є центром кривизни профілю на даній ділянці й визначає його радіус кривизни. На рис. 3.6 кінці хорд позначені точками  $K_1, K_2, K_3$ , а центр кривизни – т. С. Безпосереднім виміром визначаємо,  $\rho_{\min}=30,7$  мм. Отже, ролик з радіусом 15 мм не призведе до загострення робочого профілю, оскільки виконується умова  $R_{\text{рол}} < 0,7\rho_{\min}=21,5$  мм.

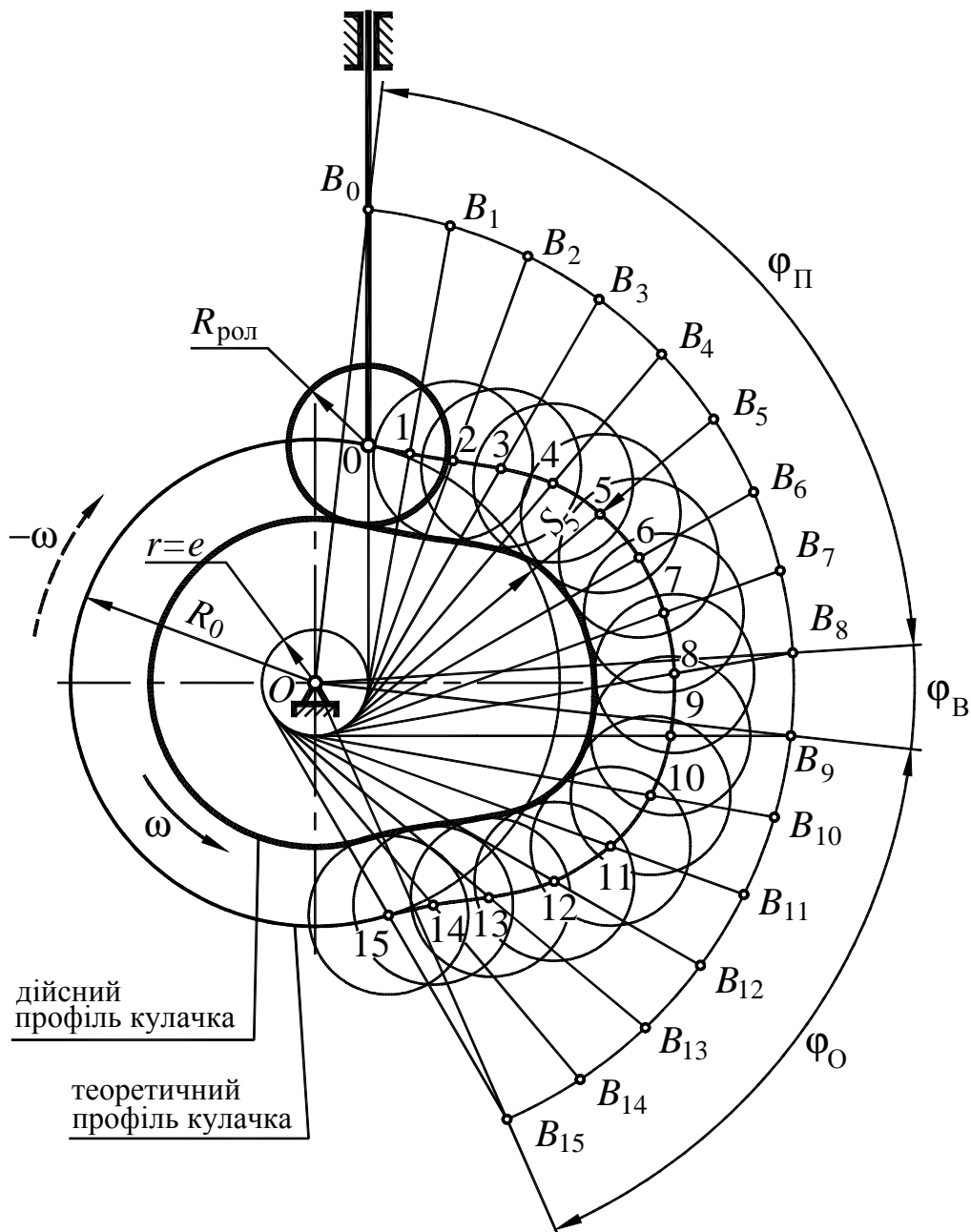


Рисунок 3.8 - Побудова дійсного профілю кулачка

Примітка 3.3. Зменшення радіуса ролика посилює вимоги до радіальних габаритів підшипника його осі, а також сприяє підвищенню контактних напружень у вищій кінематичній парі. Тому може скластися враження, що збільшення радіуса ролика, скажімо, до 21 мм поряд з полегшенням монтажу підшипника вирішить і проблему контактних напружень. Однак це не так, оскільки збільшення радіуса ролика призведе до зменшення радіуса кривизни опуклих ділянок робочого профілю кулачка.

Відповідно до теорії Беляєва-Герца, контактні напруження тим більші, чим більше сила, з якої контактуючі тіла притискаються одне до одного, і менше зведений радіус кривизни  $\rho_{зв}$ . З цієї точки зору найбільш небезпечними є ділянки робочого профілю кулачка поблизу дальнього вистою, оскільки тут спостерігається найбільша кривизна профілю, а сила взаємодії між кулачком і роликом, як правило, досягає максимальних значень.

Для зовнішнього контакту циліндричних поверхонь із радіусами кривизни  $\rho_1$  і  $\rho_2$

$$\rho_{зв} = \rho_1 \rho_2 / (\rho_1 + \rho_2). \quad (a)$$

У випадку кулачкового механізму параметри, що входять в (а) означають:  $\rho_1$  – мінімальний радіус кривизни робочого профілю кулачка;  $\rho_2 = R_{рол}$ .

Оскільки  $\rho_1 + \rho_2 = \rho_{min}$ , то, згідно (а), для одержання максимального значення зведеного радіуса кривизни  $\rho_{зв}$  необхідно забезпечити  $\rho_1 = \rho_2 = 0,5 \rho_{min} = 15,35$  мм. Таким чином, прийнятий радіус ролика  $R_{рол} = 15$  мм є близьким до оптимального з погляду контактних напружень.

Потім, з кожної точки теоретичного профілю, як із центра, проводимо окружність радіусом  $R_{рол}$ . Дійсний (робочий) профіль кулачка являє собою огинаючу ряду положень ролика (див. рис. 3.8). Очевидно, що дійсний профіль кулачка є еквідистантним теоретичному і знаходиться від нього на відстані, рівній радіусу ролика.

При виконанні курсового проекту в середовищі *AutoCAD* для побудови дійсного профілю кулачка за наявним теоретичним варто скористатися командою «Подібність» і вказати відстань, яка дорівнює радіусу ролика  $R_{рол}$ .

### 3.3. Профілювання кулачка для кулачкового механізму з роликовим коромисловим штовхачем

Нехай дано: припустимий кут тиску  $[\delta] = 36^\circ$ ; довжина штовхача  $l = 0,057$  м; механізм реверсивний з силовим замиканням (див. рис. 3.9). Значення фазових кутів і величину ходу центра ролика штовхача приймемо ті ж, що й для розглянутого вище кулачкового механізму з роликовим штовхачем, що рухається поступально, тобто  $\varphi_{П} = 80^\circ$ ,  $\varphi_{В} = 10^\circ$ ,  $\varphi_{О} = 60^\circ$ ,  $h = 0,022$  м.



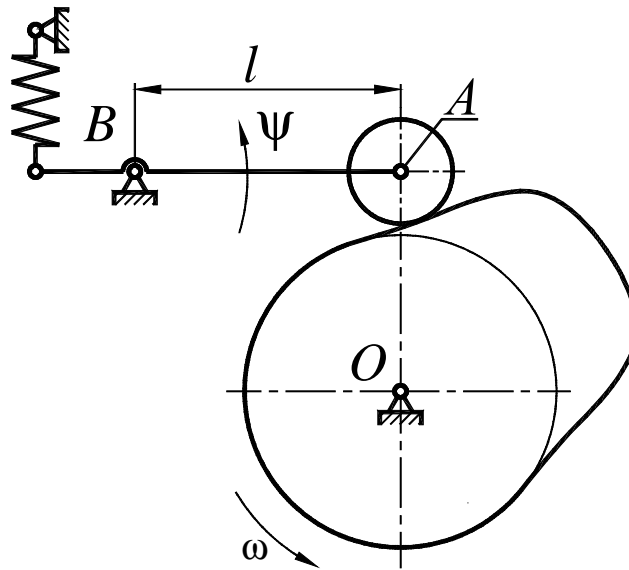


Рисунок 3.9 - Схема кулачкового механізму

Виходячи з припустимого кута тиску  $[\delta]$ , визначимо мінімальний радіус кулачка. Для цього побудуємо діаграму  $S = S(S')$  (фазовий портрет). Згідно рис. 3.9, на фазі підйому кулачок і коромисло мають однаковий напрямок обертання (проти руху годинникової стрілки). Тому позитивний напрямок осі абсцис  $S'$  – до центра обертання коромисла. Оскільки переміщення центра ролика здійснюється вздовж дуги, радіус якої дорівнює довжині штовхача  $l$ , вісь ординат  $S$  криволінійна.

Діаграма  $S = S(S')$  будується з використанням графіків  $S' = S'(\varphi)$  і  $S = S(\varphi)$  шляхом виключення координати  $\varphi$ : абсциси точок діаграми беремо з графіка  $S' = S'(\varphi)$ , а відповідні їм ординати – з графіка  $S = S(\varphi)$ . Переміщення центра ролика  $S$  слід відкладати вздовж дуги радіуса  $l/\mu_s$ . З достатньої для навчальних цілей точністю переміщення центра ролика можна відкладати на хордах зазначеної дуги. При цьому довжина кожної хорди приймається рівній відповідній ординаті графіка  $S = S(\varphi)$ .

Для більш точної побудови діаграми  $S = S(S')$ , необхідно визначити кут повороту штовхача в кожному положенні механізму

$$\psi_i = \frac{S_i \cdot \mu_s}{l} \frac{180}{\pi} \text{ (град)}, \quad (3.21)$$

де  $S_i$  – ордината графіка  $S = S(\varphi)$ , що відповідає  $i$ -тому положенню механізму (див. рис. 3.10а).

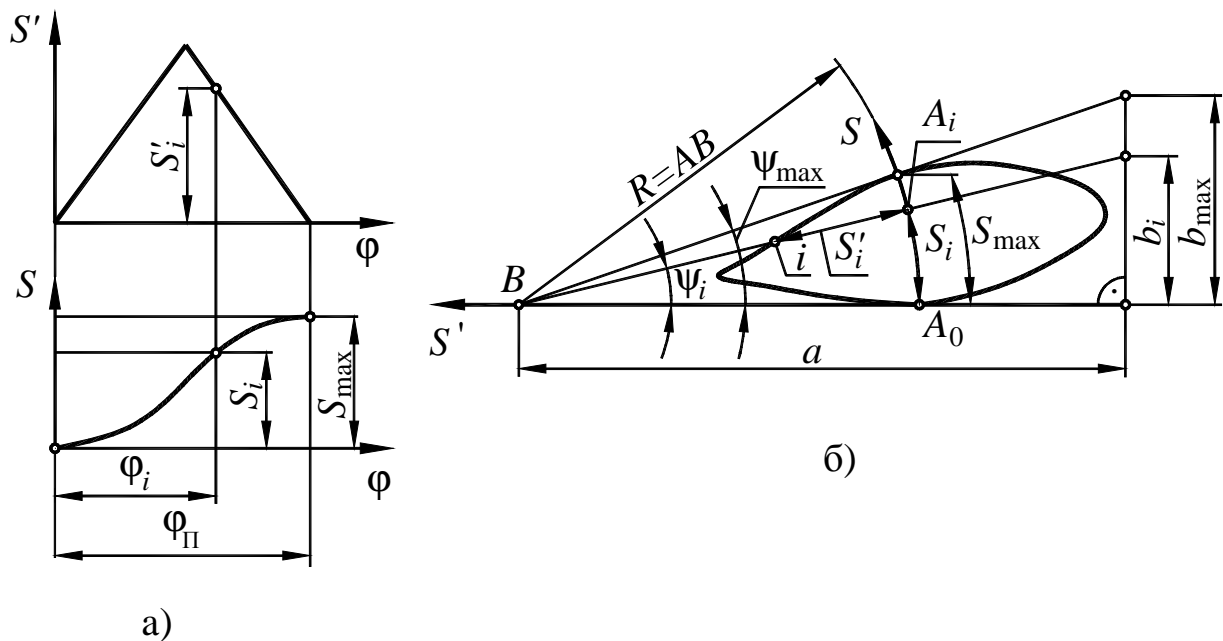


Рисунок 3.10 – Побудова діаграми  $S=S(S')$

Таким чином, повернувши штовхач на кут  $\psi_i$ , одержимо положення його центра ролика, а також орієнтацію осі  $S'$  в  $i$ -тому положенні механізму. Такий підхід особливо зручний при виконанні курсового проекту в середовищі *AutoCAD*. При виконанні креслення за допомогою традиційних креслярських інструментів можна рекомендувати побудову діаграми  $S = S(S')$  так, як показано на рис. 3.10б. Для цього зобразимо штовхач  $AB$  на початку фази підйому (відрізок  $A_0B=AB=l/\mu_S$ ). З т.  $B$ , як із центра проведемо дугу радіуса  $R=AB$ , вздовж якої переміщується центр ролика (т.  $A$ ). Проведемо з т.  $B$  промінь, що проходить через т.  $A_0$  і довжиною  $a=150\dots 200$ мм. Потім, для кожного положення механізму визначимо

$$b_i = a \operatorname{tg}(\psi_i). \quad (3.22)$$

Як видно з рисунка, гіпотенуза прямокутного трикутника з катетами  $a$  і  $b_i$  перетинає дугу радіуса  $R$  в т.  $A_i$  – положення центра ролика в  $i$ -тому положенні механізму. Відклавши на гіпотенузі від

т.  $A_i$  ординату  $S'_i$  графіка  $S' = S'(\varphi)$ , одержимо  $i$ -ту точку діаграми  $S = S(S')$ .

Побудована за вихідним даними діаграма  $S = S(S')$  показана на рис 3.11.

Як було відзначено в п. 2.2, із прийнятною точністю область можливих положень центра обертання кулачка (т.  $O$ ) можна визначити, якщо обмежуючі прямі провести через точки діаграми, які відповідають максимальному і мінімальному значенням аналога швидкості штовхача. Для цього, через точки 3' і 12' діаграми  $S = S(S')$  проводимо прямі  $a-a$  і  $b-b$ , що складають кут  $[\delta]$  з перпендикулярами до відрізків, які з'єднують дані точки з центром обертання коромисла. Отримана область можливих положень центра обертання кулачка (показана штриховкою) не є точною, тому т.  $O$  обираємо у середині заштрихованої області так, щоб  $R_0 = (1,05 \dots 1,1) R_{\min}$ . Оскільки  $R_{\min} = 42$  мм, то  $R_0 = 44,1 \dots 46,2$  мм.

Від вибору положення т.  $O$  залежить ще один шуканий параметр кулачкового механізму – міжосьова відстань  $a_w$ . Остаточню приймаємо  $R_0 = 45$  мм,  $a_w = OB = 82$  мм.

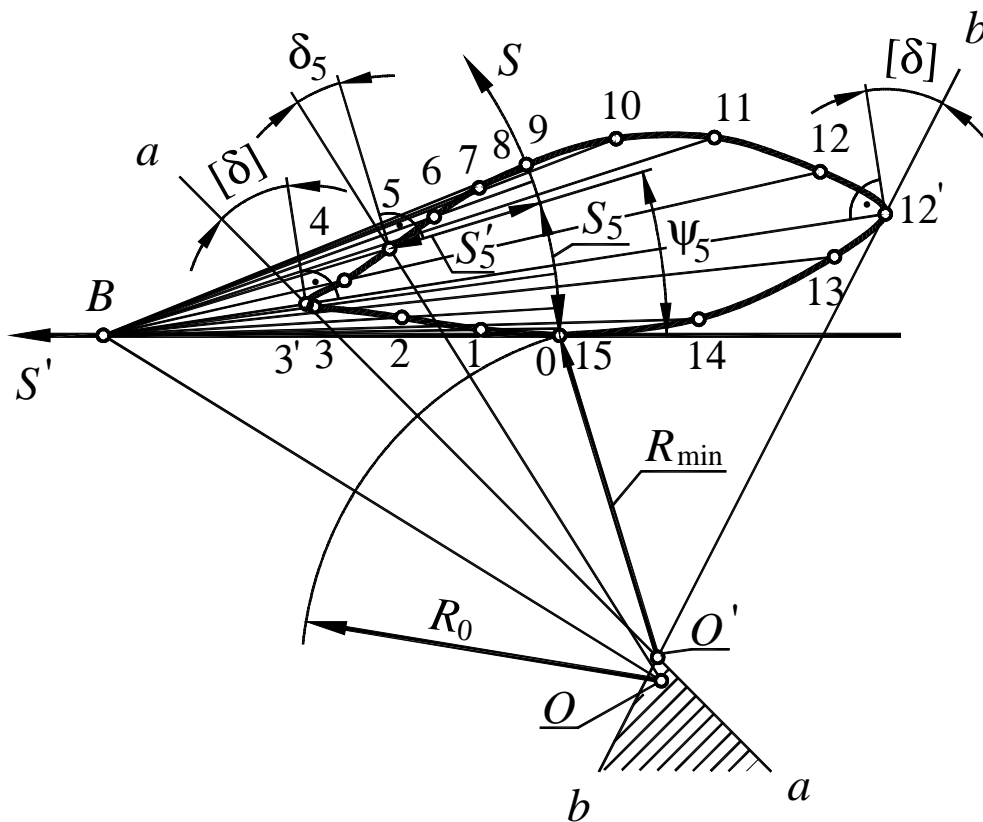


Рисунок 3.11 - Визначення мінімального радіуса кулачка

Розглянемо, як змінюється кут тиску в залежності від кута повороту кулачка. Кут тиску в будь-якому положенні механізму можна безпосередньо виміряти на фазовому портреті (як, наприклад, показаний кут тиску  $\delta_5$ ), а можна скористатися рівністю (2.11). Оскільки вісь  $S'$  спрямована до центра обертання коромисла, то вираз для визначення кута тиску матиме вигляд

$$\delta_i = \arctg\left(\frac{S'_i - l}{a_w \sin(\psi_0 + \psi_i)} + \text{ctg}(\psi_0 + \psi_i)\right).$$

Кут повороту штовхача в  $i$ -тому положенні механізму ( $\psi_i$ ) визначимо за формулою (3.21), а  $S_i$  і  $S'_i$  візьмемо з графіків  $S = S(\varphi)$  і  $S' = S'(\varphi)$ . Результати розрахунків зведемо в таблицю 3.2.

Таблиця 3.2 – Розрахунок кутів тиску в кулачковому механізмі

	0	1	2	3	3'	4	5	6	7	8,9	10	11	12	12'	13	14
$S_i$ , мм	0	0,9	3,4	7,7	8,8	12,8	16,8	19,6	21,4	22,0	20,9	17,9	12,8	8,8	6,1	1,6
$S'_i$ , мм	0	9,8	19,6	29,5	31,4	26,2	19,6	13,1	6,5	0	-11,6	-23,2	-34,9	-1,8	-34,9	-17,4
$\psi_i$ , град	0	0,9	3,4	7,8	8,8	12,9	16,9	19,7	21,5	22,1	21,0	18,0	12,9	8,8	6,1	1,6
$\delta_i$ , град	16,4	26,3	32,1	34,4	34,5	25,6	15,3	6,4	-1,2	-7,4	-16,3	-23,5	-30,2	-34,4	-28,3	-7,5

На рис. 3.12 показаний графік зміни кута тиску в залежності від кута повороту кулачка,  $\delta = \delta(\varphi)$ .

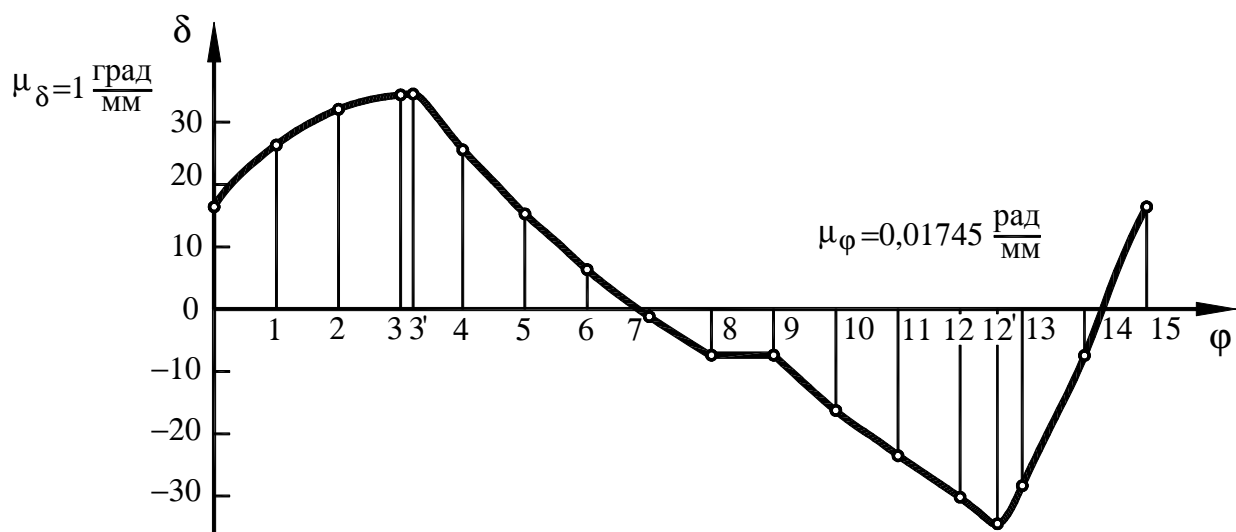


Рисунок 3.12 – Зміна кута тиску в кулачковому механізмі

Для побудови теоретичного профілю кулачка скористаємося методом обернення руху, в результаті чого кулачок буде нерухомий, а штовхач зі стійкою будуть обертатися навколо т.  $O$  з кутовою швидкістю  $-\omega$ . Точка  $B$  (центр обертання коромисла) в оберненому русі буде рухатися вздовж дуги окружності радіуса  $R=OB=a_w$  (див. рис. 3.13).

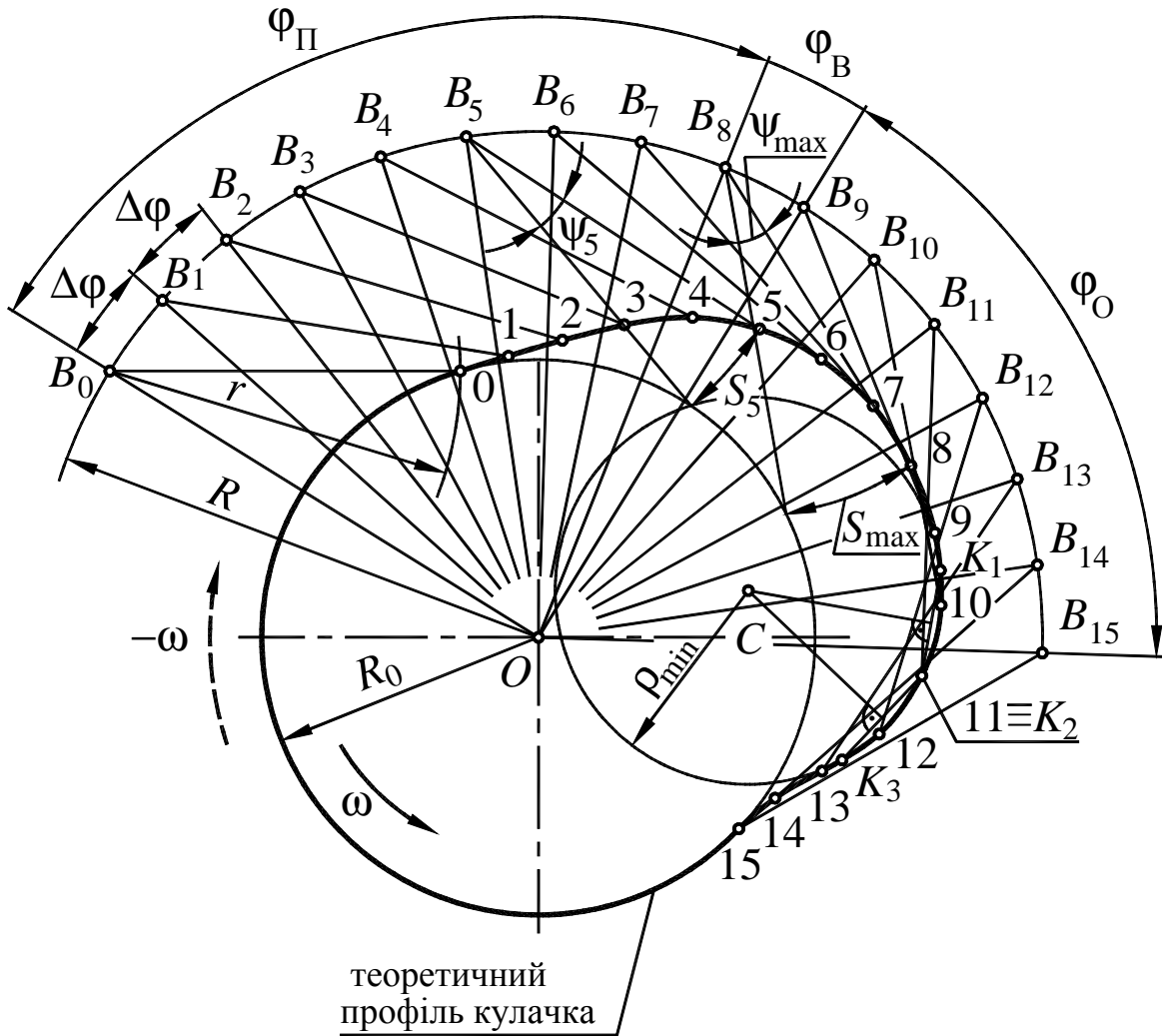


Рисунок 3.13 – Побудова теоретичного профілю кулачка

Виберемо т.  $O$  – центр обертання кулачка і проведемо з неї, як із центра окружність радіуса  $R_0$ , а також дугу окружності з радіусом  $R= a_w$ . На дузі радіуса  $R$  виберемо т.  $B_0$  – початкове положення т.  $B$ . Від лінії центрів  $OB_0$  в бік, протилежний напрямку обертання кулачка відкладемо фазові кути:  $\varphi_{\Pi}=80^\circ$ ,  $\varphi_B=10^\circ$ ,  $\varphi_O=60^\circ$ . Потім, дуги радіуса  $R$  на ділянках фазових кутів  $\varphi_{\Pi}$  і  $\varphi_O$ , поділимо на частини від-

повідно до розмітки осі абсцис графіка  $S = S(\varphi)$ . Таким чином,  $\angle B_i O B_{i+1} = \Delta\varphi = 10^\circ$ .

Будуємо положення коромисла в його оберненому русі навколо т.  $O$ . Переміщення центра ролика  $S_i$  слід відкладати вздовж дуги радіуса  $r = l/\mu_S$  (допускається відкладати на хордах зазначеної дуги). Величини  $S_i$  беремо із графіка  $S = S(\varphi)$  й відкладаємо від окружності радіуса  $R_0$ . Для студентів, які виконують курсовий проект у середовищі *AutoCAD*, рекомендується не відкладати переміщення  $S_i$ , а повертати штовхач на кут  $\psi_i$ , величина якого визначається за (3.21). На рис. 3.14 показана побудова  $i$ -тої точки теоретичного профілю кулачка.

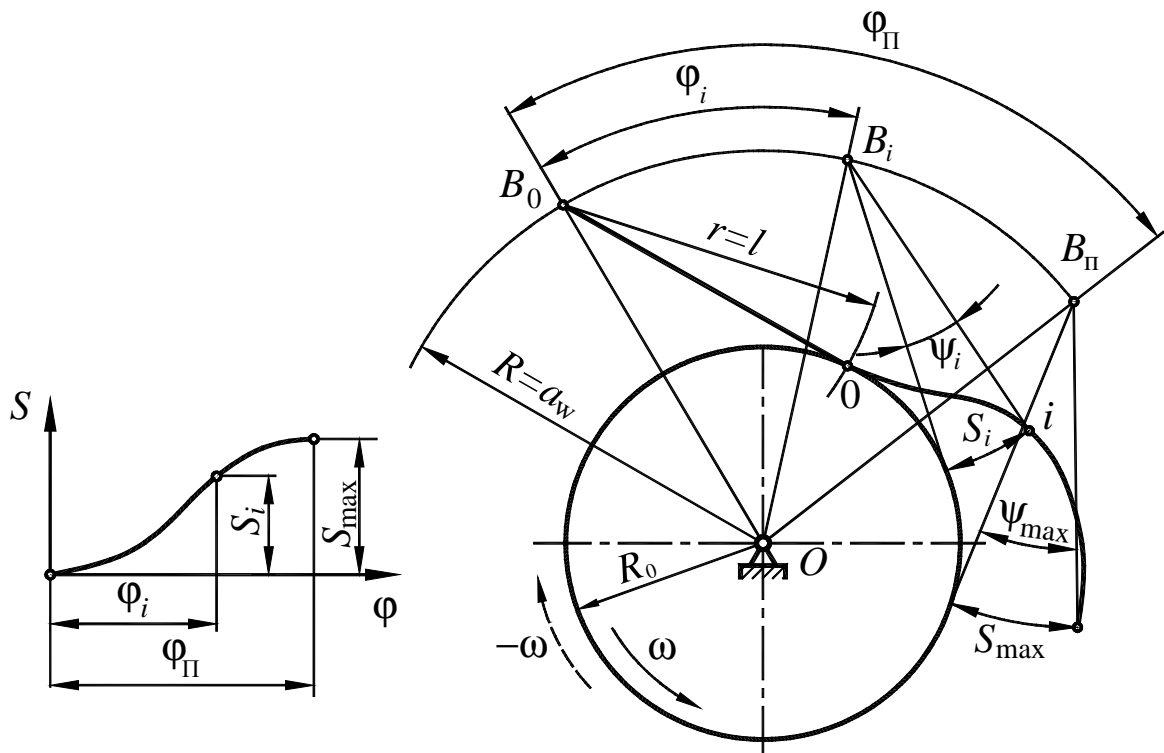


Рисунок 3.14 – Побудова  $i$ -тої точки теоретичного профілю кулачка

В результаті побудов одержимо ряд точок 0, 1, 2...15 (див. рис. 3.13), які представляють собою положення центра ролика в оберненому русі штовхача при повороті на кут  $\varphi_{роб}$  в бік, протилежний напрямку обертання кулачка. З'єднавши ці точки плавною кривою, одержимо теоретичний (центровий) профіль кулачка. Ділянки тео-

ретичного профілю 8-9 і 15-0 відповідають дальньому і ближньому вистою штовхача й утворені дугами окружностей з центром у т.  $O$ .

Переходимо до побудови дійсного профілю кулачка, для чого виберемо радіус ролика згідно (3.20). З першої рівності одержимо  $R_{\text{рол}}=(0,25\dots0\dots0,4)R_0=(0,25\dots0,4)45=11,25\dots18,0\text{мм}$ . Прийmemo  $R_{\text{рол}}=15$  мм і перевіримо виконання другої нерівності, яка є умовою незагострення робочого профілю кулачка.

Мінімальний радіус кривизни теоретичного профілю  $\rho_{\text{min}}$  знайдемо приблизно, як радіус вписаної окружності в ділянку теоретичного профілю, де його кривизна візуально визначається найбільшою (як правило, це зони поблизу дальнього вистою). Центр кривизни ділянки профілю (центр вписаної окружності) знаходиться в точці перетину перпендикулярів, проведених через середини хорд  $K_1K_2$ ,  $K_2K_3$  (див. рис. 3.13), а мінімальний радіус кривизни теоретичного профілю дорівнює радіус вписаної окружності  $\rho_{\text{min}}=31,4$  мм.

Отже, ролик з радіусом 15 мм не призведе до загострення робочого профілю кулачка, оскільки виконується умова  $R_{\text{рол}}<0,7\rho_{\text{min}}=21,98$  мм.

Потім, з кожної точки теоретичного профілю, як із центра проводимо окружність радіусом  $R_{\text{рол}}$ . Дійсний (робочий) профіль кулачка еквідистантний теоретичному і будується, як огинаюча ряду положень ролика (див. рис. 3.15).

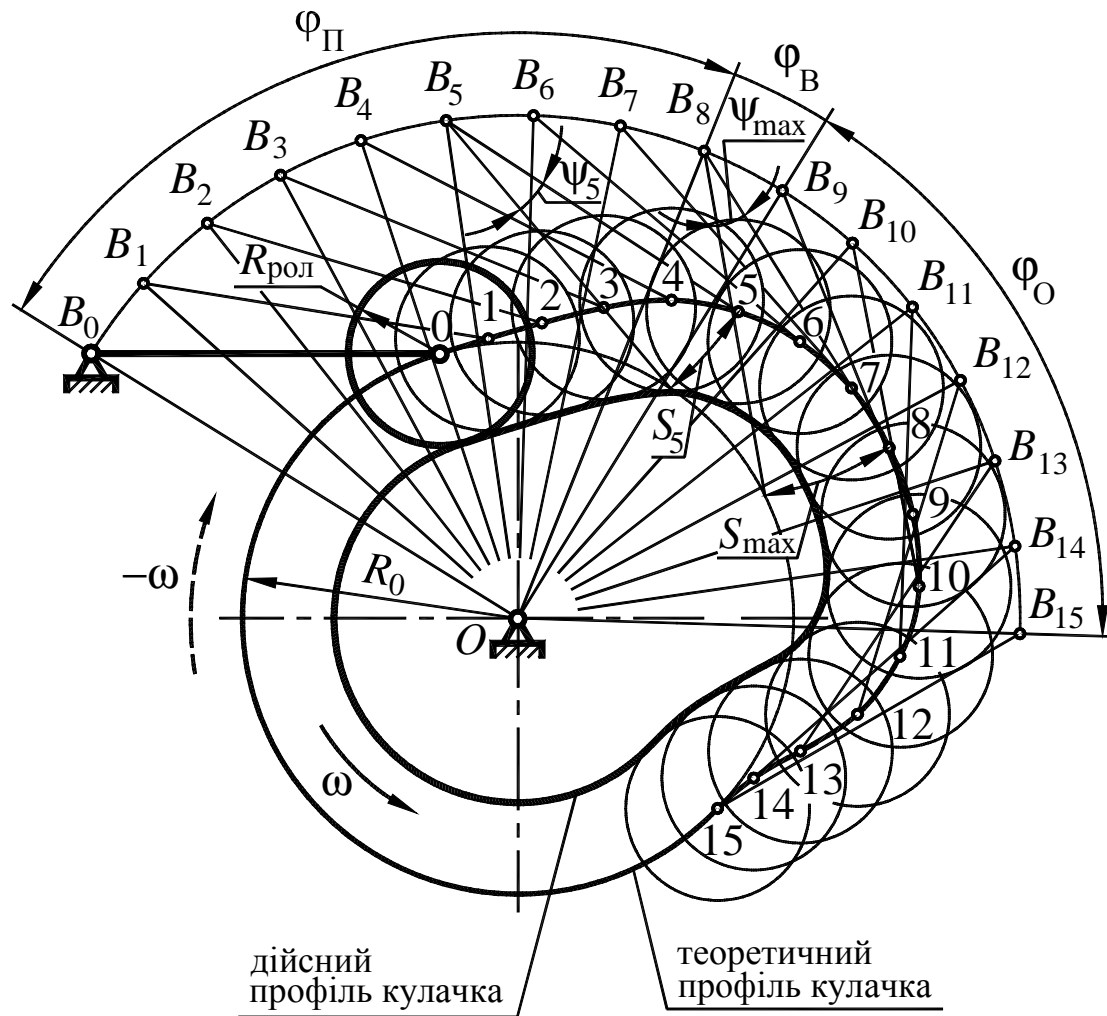


Рисунок 3.15 - Побудова дійсного профілю кулачка

### 3.4. Профілювання кулачка для кулачкового механізму з плоским штовхачем, який рухається поступально

Як і у двох попередніх випадках, будемо використати побудовані в п. 3.1 кінематичні діаграми, тому зберігаємо значення фазових кутів  $\varphi_{\text{П}}=80^\circ$ ,  $\varphi_{\text{В}}=10^\circ$ ,  $\varphi_{\text{О}}=60^\circ$ , а також величину ходу штовхача  $h=0,022$  м. Схема кулачкового механізму представлена на рис. 3.16



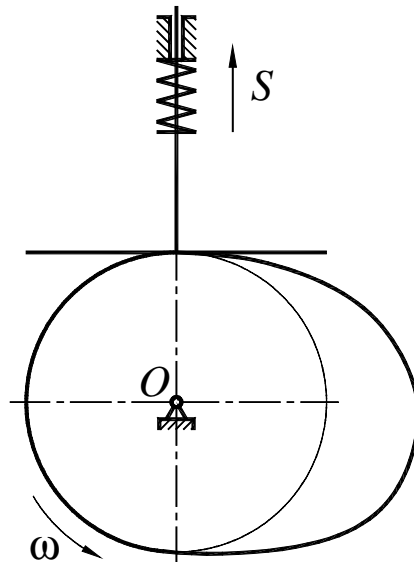


Рисунок 3.16 - Схема кулачкового механізму

Визначимо мінімальний радіус кулачка  $R_0$ . Як було показано в п. 2.3, мінімальний радіус кулачка  $R_0$  вибирається з умови опуклості профілю кулачка. Скористаємося методом Геронімуса, для чого побудуємо діаграму  $S = S(S'')$  (див. рис 3.17).

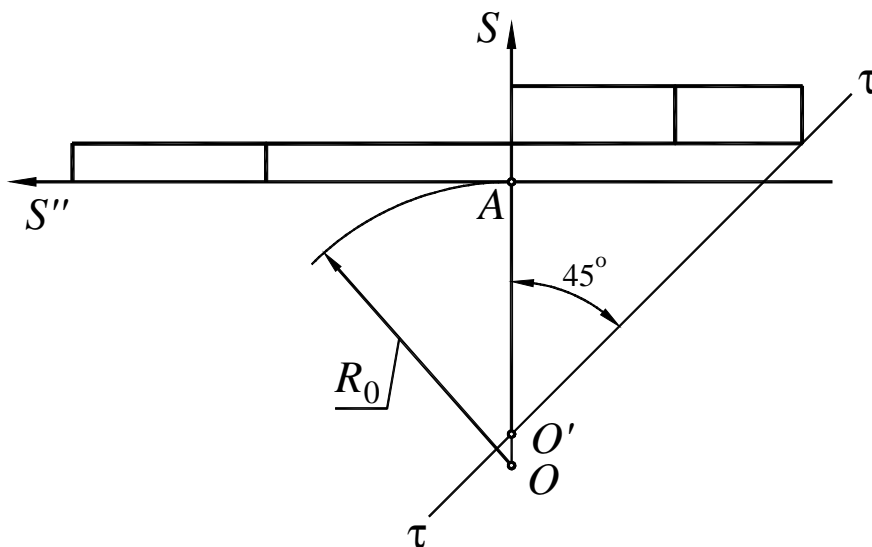


Рисунок 3.17 - Визначення мінімального радіуса кулачка

Діаграма  $S = S(S'')$  будується за графіками  $S'' = S''(\varphi)$  і  $S = S(\varphi)$  шляхом виключення координати  $\varphi$ . Так, абсциси точок діаграми беремо із графіка  $S'' = S''(\varphi)$ , а відповідні їм ординати – із графіка  $S = S(\varphi)$ . Потім, під кутом  $45^\circ$  до осі  $S$  проведемо дотичну

$\tau$ - $\tau$  до графіка на ділянці, де  $S'' < 0$ . Дотична  $\tau$ - $\tau$  перетнула продовження осі  $S$  у  $t$ .  $O'$ . Відповідно до рекомендацій, мінімальний радіус кулачка  $R_0 > 1,1AO' = 1,1 \cdot 57,8 = 63,6$  мм. Остаточно приймаємо  $R_0 = 65$  мм.

Для побудови профілю кулачка скористаємося методом обернення руху, тобто подумки надамо всьому механізму кутову швидкість  $\bar{\omega}' = -\bar{\omega}$ . При цьому, кулачок в оберненому русі буде нерухомим, а стійка й штовхач будуть обертатися за годинниковою стрілкою з кутовою швидкістю „ $-\omega$ ” (див. рис. 3.18).

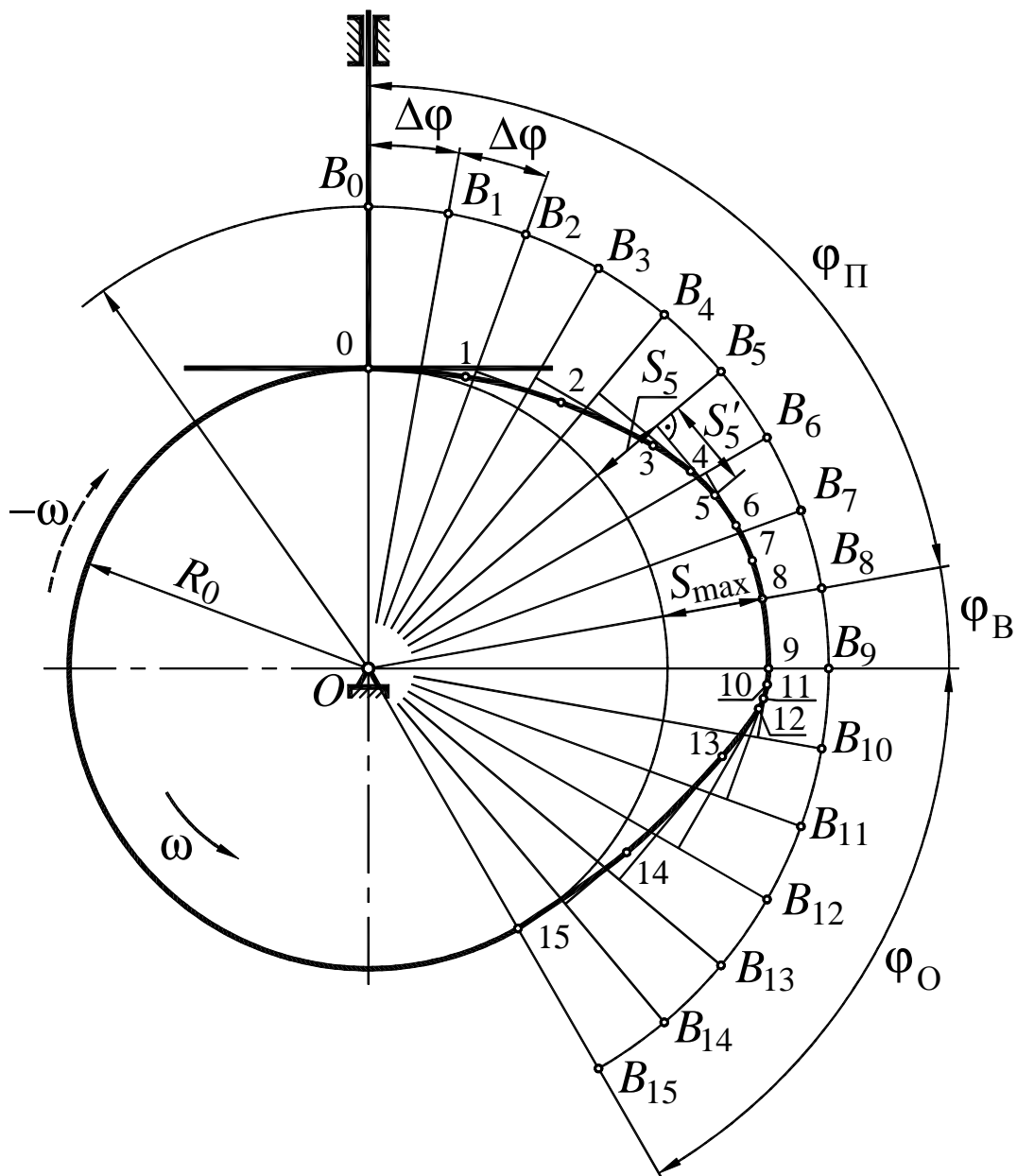


Рисунок 3.18 – Побудова профілю кулачка

Виберемо т.  $O$  – центр обертання кулачка, а також деяку т.  $B$ , що належить стійці і знаходиться від т.  $O$  на відстані  $R \geq R_0 + S_{\max}$ . З т.  $O$ , як із центра, проведемо окружність радіуса  $R_0$ , а також дугу окружності радіуса  $R$ , яка представляє собою траєкторію т.  $B$  в оберненому русі механізму. Потім, відповідно до розмітки осі абсцис графіка  $S = S(\varphi)$ , робимо розмітку траєкторії т.  $B$ , яка в оберненому русі буде послідовно займати положення  $B_0, B_1 \dots B_{15}$ . Таким чином,  $\angle B_0OB_8 = \varphi_{\Pi} = 80^\circ$ ,  $\angle B_8OB_9 = \varphi_B = 10^\circ$ ,  $\angle B_9OB_{15} = \varphi_O = 60^\circ$ ,  $\Delta\varphi = 10^\circ$ .

Далі, через кожну точку  $B_0, B_1 \dots B_{15}$  проводимо радіальні промені, які представляють собою положення осі штовхача в оберненому русі. На променях, від точок їх перетину з окружністю радіуса  $R_0$ , відкладаємо переміщення ( $S_i$ ) штовхача в кожному положенні механізму. Перпендикулярно кожному променю, на відстані  $S_i$  від окружності радіуса  $R_0$  проводимо прямі, які визначають положення робочої площини штовхача в оберненому русі. Огинаюча перпендикулярів і є профіль кулачка.

Як було показано в п. 2.3, відстань від відповідного радіального променя до точки контакту тарілки штовхача з профілем кулачка дорівнює аналогу швидкості штовхача  $S'_i$ . Тому, відклавши на кожному перпендикулярі ординату  $S'_i$  графіка  $S' = S'(\varphi)$ , знайдемо положення  $i$ -тої точки профілю кулачка, яка контактує з тарілкою штовхача в  $i$ -тому положенні механізму. На рис. 3.19 показана побудова  $i$ -тої точки профілю кулачка.

У результаті подібних побудов одержимо ряд точок 0, 1, 2... 15, в яких профіль кулачка контактує з тарілкою штовхача (див. рис. 3.16), а плавна крива, що проходить через ці точки є шуканим профілем кулачка. Ділянки 8-9 і 15-0 відповідають дальньому і ближньому вистоям штовхача і утворені дугами окружностей з центром у т.  $O$ .

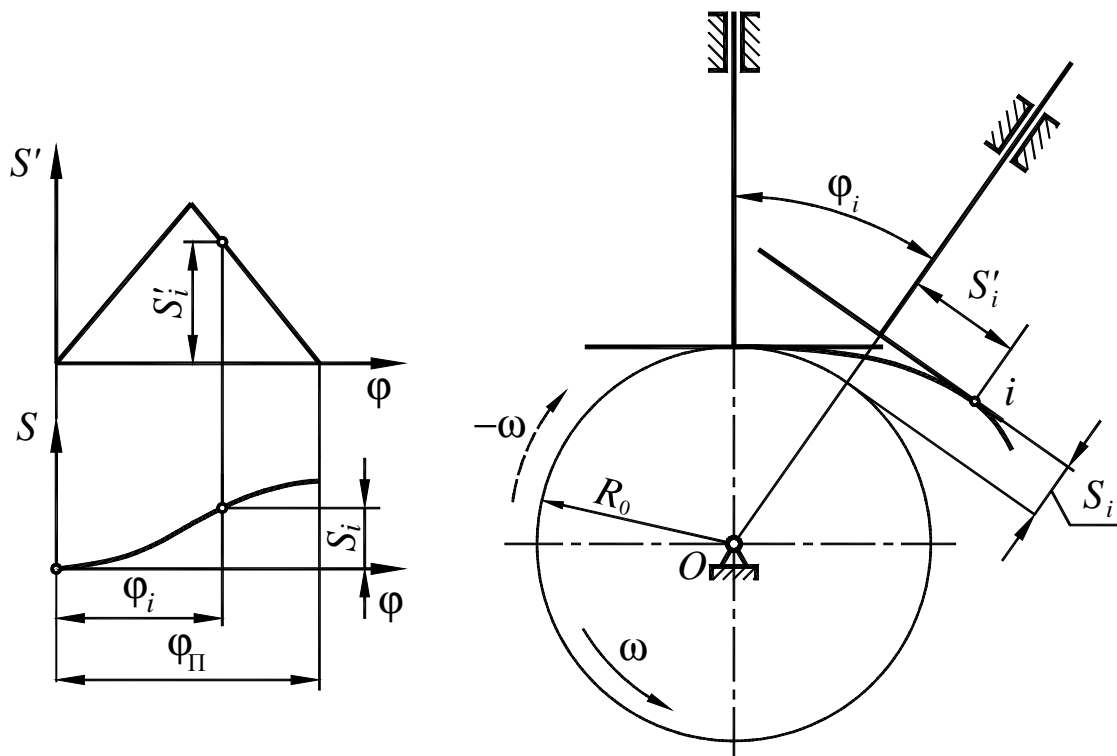


Рисунок 3.19 – Побудова  $i$ -тої точки профілю кулачка

## 4 ВИБІР ЗАМИКАЮЧОЇ ПРУЖИНИ

У кулачкових механізмах, як правило, використовується силове замикання, що реалізується пружинами стиску або розтягнення. Пружина повинна забезпечити контакт вихідної ланки з профілем кулачка.

Припустимо, що на штовхач діють тільки сила пружності пружини ( $\bar{F}_{\text{пр}}$ ) і сила інерції ( $\bar{F}_i$ ). Тоді, сила пружності пружини повинна бути більше максимальної сили інерції штовхача, яка намагається відірвати штовхач від кулачка. Це відповідає ділянкам кулачка, на яких вихідна ланка має прискорення, спрямоване проти напрямку швидкості на фазі підйому й за напрямком швидкості на фазі опускання, оскільки на інших ділянках сили інерції або притискають штовхач до кулачка, або дорівнюють нулю.

Розглянемо, наприклад, кулачковий механізм з роликівим штовхачем, який рухається поступально, і має параболічний законом руху (див. кінематичні діаграми п. 3.1). Побудуємо графік залежності сили інерції  $F_i$  від переміщення штовхача  $F_i=F_i(S)$ , враховуючи, що

$$\bar{F}_i = -m\omega^2\bar{S}'', \quad (4.1)$$

де  $m$  – маса штовхача.

За додатний напрямок  $F_i$  приймемо той, при якому сила інерції прагне відірвати штовхач від профілю кулачка (див. рис 4.1). Графік сили інерції штовхача ( $F_i=F_i(S)$ ) на фазі підйому показаний суцільною лінією, а на фазі опускання – пунктирною.

Сила пружності пружини лінійно залежить від її деформації. Отже, провівши промінь із т.  $A$  через т.  $B$ , одержимо графік залежності  $F_{\text{пр}}=F_{\text{пр}}(S)$ . Положення т.  $A$  визначається величиною попереднього натягу пружини  $h_0$ , що зазвичай становить 30-50% величини ходу штовхача  $h$ . Положення т.  $B$  вибирається так, щоб забезпечити наявність деякої мінімальної реакції  $R_{\text{min}}$  у вищій парі. Таким чином, необхідна жорсткість пружини

$$c = \text{tg } \alpha = \frac{F_{i\text{max}} + R_{\text{min}}}{h_0 + S_F}. \quad (4.2)$$

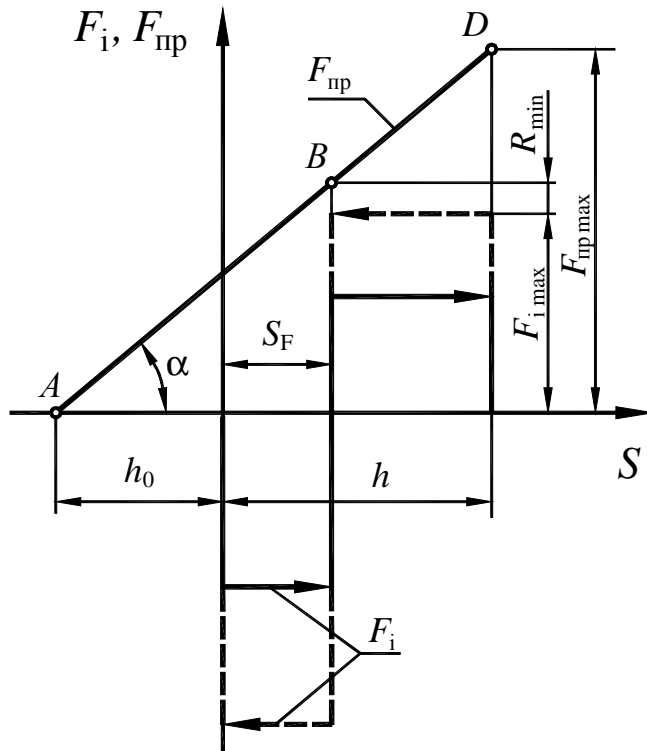


Рисунок 4.1 – Визначення параметрів замикаючої пружини

Найбільша сила, яку створює пружина

$$F_{\text{прmax}} = c(h_0 + h). \quad (4.3)$$

Бажано, щоб обумовлене пружиною збільшення сили, яка діє на кулачок, було якомога меншим. З цього погляду краще брати пружину з більш пологою пружною характеристикою, тобто з меншою жорсткістю.

Зазначимо, що штовхач з пружиною можна розглядати як пружинний маятник, власна частота коливань якого залежить від маси штовхача і жорсткості пружини. Як правило, власна частота коливань даної механічної системи набагато більша частоти змушуючих коливань, яка визначається кутовою швидкістю кулачка й формою його профілю. Зниження жорсткості пружини і збільшення кутової швидкості кулачка сприяє зближенню зазначених частот, що може призвести до вібрацій штовхача й відриву його від профілю кулачка. Тому у швидкохідних кулачкових механізмах замикаючу пружину перевіряють також на вібростійкість.

## ЛІТЕРАТУРА

### *Основна*

1. Артоболовский И. И. Теория механизмов и машин. М.: Наука, 1989.
2. Теория механизмов и механика машин. /Под редакцией К. В. Фролова М.: Высшая школа, 1998.
3. Кожевников С. Н. Теория механизмов и машин. М.: Высшая школа, 1975.
4. Левитская О. Н., Левитский Н. И., Курс теории механизмов и машин, М.: 1985.

### *Додаткова*

5. Гречко Л.П. Важільні механізми, передачі і зачеплення. Харків: 2000.
6. Гречко Л. П. Синтез механізмів і динаміка машин. Харків: 1999.
7. Артоболовский И.И. Задачи по ТММ, М.: 1969.
8. Абрамов Б.М., Типовые задачи по ТММ, Харьков: 1976.
9. Попов С. А. Курсовое проектирование по ТММ, М.: 1987.

## ЗМІСТ

1. Загальні відомості про кулачкові механізми.....	3
2. Теоретичні основи синтезу кулачкових механізмів.....	6
2.1. Кулачковий механізм з роликковим штовхачем, який рухається поступально.....	7
2.2. Кулачковий механізм з роликковим коромисловим штовхачем.....	13
2.3. Кулачковий механізм з плоским штовхачем, який рухається поступально.....	18
3. Профілювання кулачків.....	22
3.1. Побудова кінематичних діаграм.....	22
3.2. Профілювання кулачка для кулачкового механізму з роликковим штовхачем, який рухається поступально.....	32
3.3. Профілювання кулачка для кулачкового механізму з роликковим коромисловим штовхачем .....	39
3.4. Профілювання кулачка для кулачкового механізму з плоским штовхачем, який рухається поступально.....	47
4. Вибір замикаючої пружини.....	52
Література.....	54



Навчальне видання

## **МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

до СРС і практичних занять з дисципліни «Теорія механізмів і машин». Розділ «Синтез кулачкових механізмів».

Для студентів денної і заочної форм навчання спеціальностей:  
015.32, 015.38, 131, 133, 142, 274

**Укладачі:**            **ПЕРЕГОН Володимир Андрійович,**  
                                 **ВОРОПАЙ Олексій Валерійович,**  
                                 **ЄГОРОВ Павло Анатолійович,**  
                                 **КОРЯК Олександр Олексійович,**  
                                 **ПОВАЛЯЄВ Сергій Іванович**

Підписано до друку \_\_\_\_\_    **Формат 60x84 2/2**  
**Умовно-друк. аркуш. 2,0**                    **Обл. вид. арк. 2,1**  
**Замовлення № \_\_\_\_\_ Тираж \_\_\_\_\_ екз. Ціна договірна**

**Адреса редакції видавництва і поліграфічного підприємства**  
**ХНАДУ, 61002, Харків-02, вул. Ярослава Мудрого, 25**

---

**Підготовлено й надруковано видавництвом Харківського**  
**національного автомобільно-дорожнього університету**