

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРЬКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до РГР, СРС і практичних занять

для студентів денної та заочної форм навчання

з дисципліни «Технічна механіка»
з спеціальності 275.03 Транспортні технології
(на автомобільному транспорті)

2022

Укладачі: Воропай О. В., Шарапата А. С., Єгоров П. А.

Кафедра деталей машин і ТММ

ЗМІСТ

ЗМІСТ.....	3
ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ.....	4
1. ЗАДАЧА №1.....	6
1.1 Завдання та вихідні дані до завдання №1	6
1.2 Вказівки до розв'язання задачі №1	13
1.3 Приклад розв'язання задачі №1	15
2. ЗАДАЧА №2.....	17
2.1 Задача та вихідні дані до задачі №2.....	17
2.2 Вказівки до розв'язання задачі №2	21
2.3 Приклад розв'язання задачі №2.....	27
3. ЗАДАЧА №3.....	31
3.1 Завдання та вихідні дані до задачі №3	31
3.2 Вказівки до розв'язання задачі №3	37
3.3 Приклад розв'язання задачі №3.....	41
4. ЗАДАЧА №4.....	44
4.1 Завдання та вихідні дані до задачі №4	44
4.2 Вказівки до розв'язання задачі №4	47
4.3 Приклад розв'язання задачі №4.....	51
5. ЗАДАЧА №5.....	55
5.1 Завдання та вихідні дані до задачі №5	55
5.2 Вказівки до розв'язання задачі №5	57
5.3 Приклад розв'язання задачі №5.....	62
Література.....	63

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Розрахунково-графічна робота (РГР) з дисципліни технічна механіка є самостійною роботою студента. Вона включає розв'язки п'яти задач, які дозволять закріпити знання з основних розділів курсу, отриманих на лекціях і практичних заняттях.

Крім розв'язку задач РГР і підготовки до занять (лекціям і практичним), студент повинен самостійно вивчити ті розділи дисципліни, які вказуються лектором на лекціях з технічної механіки.

В задачі №1 (розділ «Теоретична механіка. Статика») для запропонованої розрахункової схеми необхідно записати рівняння рівноваги, визначити реакції опор (величини та напрями), а також виконати перевірку отриманого розв'язку.

В задачі №2 (розділ «Кінематика плоских важільних механізмів») при кінематичному аналізі кривошипно-коромислового або кривошипно-повзунного механізму необхідно використовувати графо-аналітичний метод планів для знаходження відповідних швидкостей та прискорень точок та ланок.

В задачі №3 (розділ «Кінематика зубчастих механізмів») слід виконати кінематичне дослідження механізму багатоступінчастої зубчастої або зубчасто-черв'ячної передачі обертання.

У задачі №4 (розділ «Опір матеріалів») студенту пропонується на основі розрахунків на міцність підібрати сталеву балку двотаврового перерізу. Для цього спочатку необхідно визначити реакції опор, потім побудувати епюри поперечних сил, що перерізають, і згинальних моментів. Знайшовши максимальне значення згинального моменту, відповідно до рівняння міцності при згині, підібрати необхідний перетин двотаврової балки за моментом опору, зазначеним у довідковій таблиці.

В задачі №5 (розділ «Деталі машин») студенту пропонується виконати спрощений проектувальний розрахунок на міцність болтового з'єднання.

Крім теоретичних відомостей до окремих етапів виконання РГР, ці методичні вказівки (МУ) містять також варіанти завдань і розгорнуті докладні приклади розв'язання та оформлення запропонованих завдань.

Варіант завдання студенту призначає викладач, який веде практичні заняття в академічній групі. Для вибору завдання може використовуватися або порядковий номер студента у списку групи, або останні дві цифри номера студентського квитка.

Кожне розв'язане та оформлене завдання має бути захищене студентом під час його здачі. При виявленні несамотійності розв'язання задач або пред'явленні до захисту завдань не свого варіанту студенту призначається новий варіант, за яким він повинен виконати завдання повторно.

Студент, який не виконав РГР і не захистив хоча б одне з п'яти завдань, до іспиту з технічної механіки не допускається.

На іспит вноситься весь матеріал, опрацьований на лекціях, практичних заняттях під час виконання РГР та СРС.

1. ЗАДАЧА №1

1.1 Завдання та вихідні дані до завдання №1

Визначення реакцій опор твердого тіла

Визначити реакції в опорах твердого тіла, що перебуває у статичній рівновазі. Вихідні схеми представлені на рис. 1.1-1.3, відповідні вихідні дані наведено в табл. 1.1-1.4. Розміри на рисунках вказані в метрах.

Таблиця 1.1 – Вихідні дані, варіант 1

Номер завдання	G , кН	P , кН	M , кНм	G , кН/м	α , град
1	10	5	20	1	30
2	12	8	10	4	60
3	4	8	5	2	60
4	14	–	8	3	30
5	–	6	7	1	45
6	–	10	4	2	60
7	–	6	5	1	45
8	16	7	6	2	60
9	6	6	4	2	30
10	10	8	9	1	30
11	–	4	7	0.5	45
12	10	6	8	–	45
13	12	10	6	2	30
14	10	6	10	1	45
15	4	4	4	2	60
16	20	10	–	2	45
17	25	5	–	0.5	45
18	20	10	10	–	30
19	–	4	8	1	45
20	–	10	6	0.5	45
21	–	8	7	0.5	30
22	–	10	8	1	30
23	–	7	10	2	30
24	–	6	7	1.5	60
25	–	14	20	0.5	45
26	–	16	14	1	30
27	5	4	8	2.5	45
28	–	10	7	3	30
29	–	6	8	1	15
30	15	10	14	–	30

Таблиця 1.2 – Вихідні дані, варіант 2

Номер завдання	G , кН	P , кН	M , кНм	q , кН/м	α , град
1	10	20	18	5	30
2	8	12	15	5	60
3	14	8	12	10	60
4	16	–	10	5	30
5	–	10	8	4	45
6	–	12	8	4	60
7	–	8	10	4	45
8	14	10	8	5	60
9	8	8	10	5	30
10	8	10	12	4	30
11	–	8	10	5	45
12	12	8	10	–	45
13	10	12	10	4	30
14	8	10	12	6	45
15	8	8	10	4	60
16	16	12	–	4	45
17	20	8	–	2	45
18	25	8	12	–	30
19	–	10	12	2	30
20	–	18	12	2	45
21	–	10	8	2	30
22	–	12	16	5	30
23	–	10	15	5	30
24	–	12	8	5	60
25	–	8	15	4	45
26	–	10	16	2	30
27	10	8	20	4	45
28	–	12	16	5	30
29	–	10	8	5	15
30	16	8	20	–	30

Таблиця 1.3 – Вихідні дані, варіант 3

Номер завдання	G , кН	P , кН	M , кНм	q , кН/м	α , град
1	15	15	12	8	30
2	10	15	18	8	60
3	8	14	16	8	75
4	12	–	20	8	30
5	–	8	15	5	45
6	–	14	6	5	60
7	–	12	8	6	45
8	20	8	10	8	60
9	10	10	12	8	30
10	12	14	10	5	30
11	–	10	12	8	45
12	8	12	10	–	45
13	12	16	8	5	30
14	12	10	14	8	45
15	12	10	14	5	60
16	18	14	–	8	45
17	24	6	–	4	45
18	22	11	15	–	30
19	–	8	10	4	60
20	–	16	10	4	45
21	–	12	15	4	30
22	–	15	20	8	30
23	–	12	16	8	45
24	–	15	10	8	60
25	–	10	20	5	45
26	–	12	8	4	45
27	12	14	16	5	45
28	–	10	20	8	45
29	–	12	16	8	15
30	12	14	24	–	45

Таблиця 1.4 – Вихідні дані, варіант 4

Номер завдання	G , кН	P , кН	M , кНм	q , кН/м	α , град
1	12	14	16	7	15
2	14	10	20	6	60
3	10	12	8	5	75
4	10	–	12	6	30
5	–	20	7	8	45
6	–	16	10	8	60
7	–	10	12	8	45
8	18	15	12	10	60
9	12	12	16	10	30
10	14	12	8	8	30
11	–	8	12	4	45
12	8	8	8	–	45
13	8	12	10	8	30
14	10	8	15	12	45
15	10	10	8	8	60
16	15	8	–	5	45
17	28	10	–	5	45
18	28	14	18	–	45
19	–	10	15	5	45
20	–	14	8	5	45
21	–	15	16	5	30
22	–	20	24	10	30
23	–	15	20	10	60
24	–	20	15	10	60
25	–	16	24	8	45
26	–	20	16	5	60
27	8	10	20	8	45
28	–	16	24	10	60
29	–	8	16	4	30
30	16	20	24	–	30

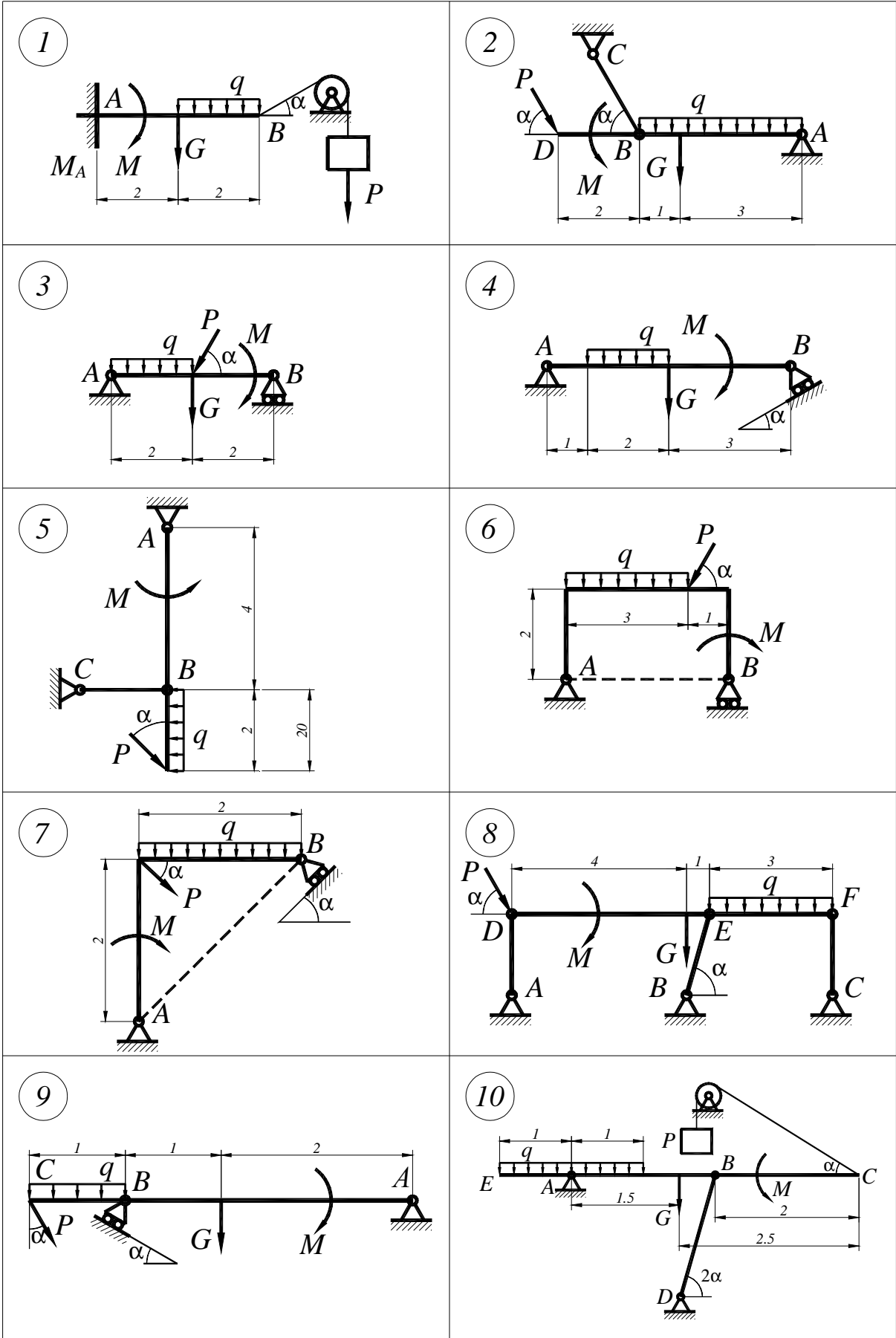


Рисунок 1.1 – Вихідні схеми 1-10

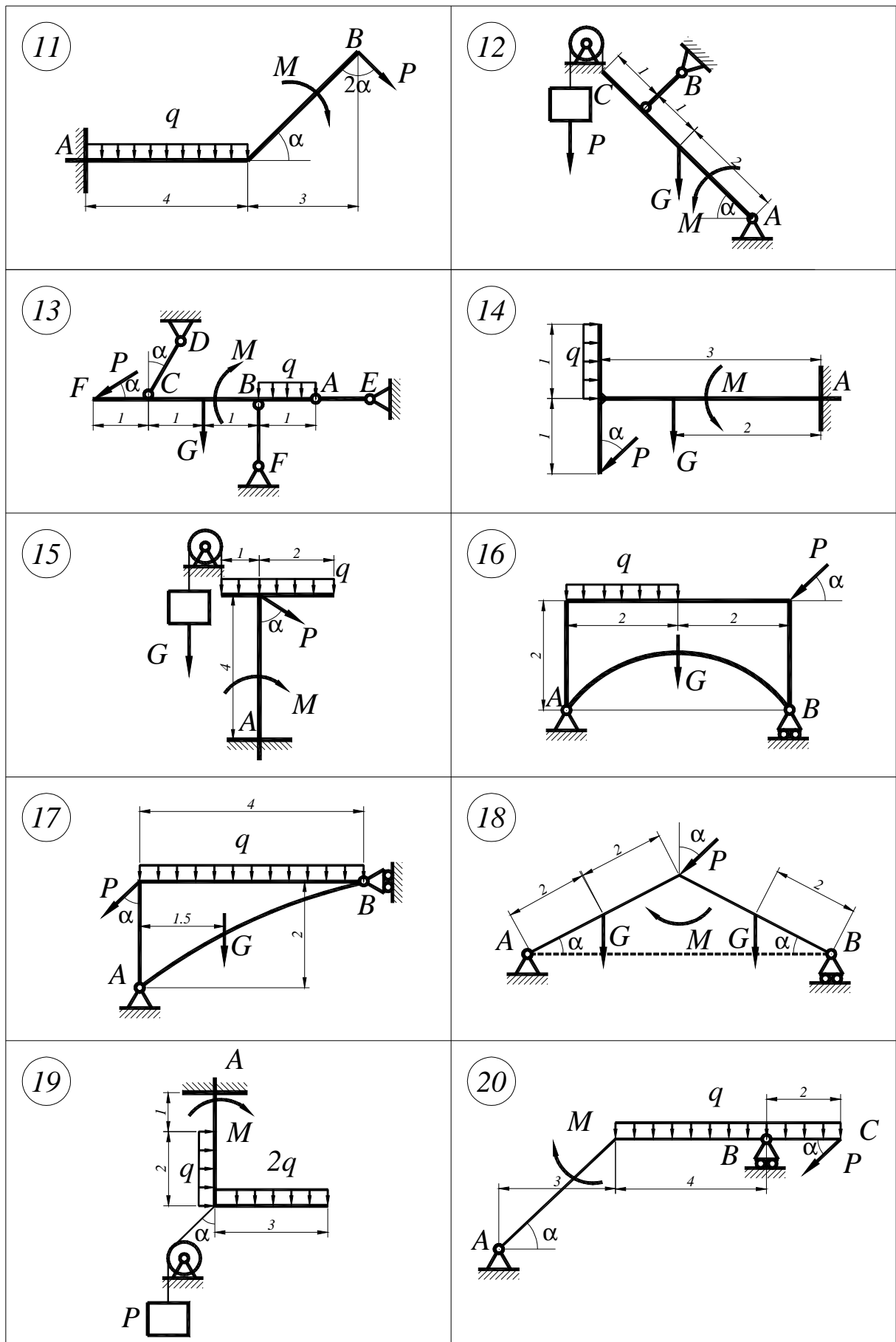


Рисунок 1.2 – Вихідні схеми 11-20

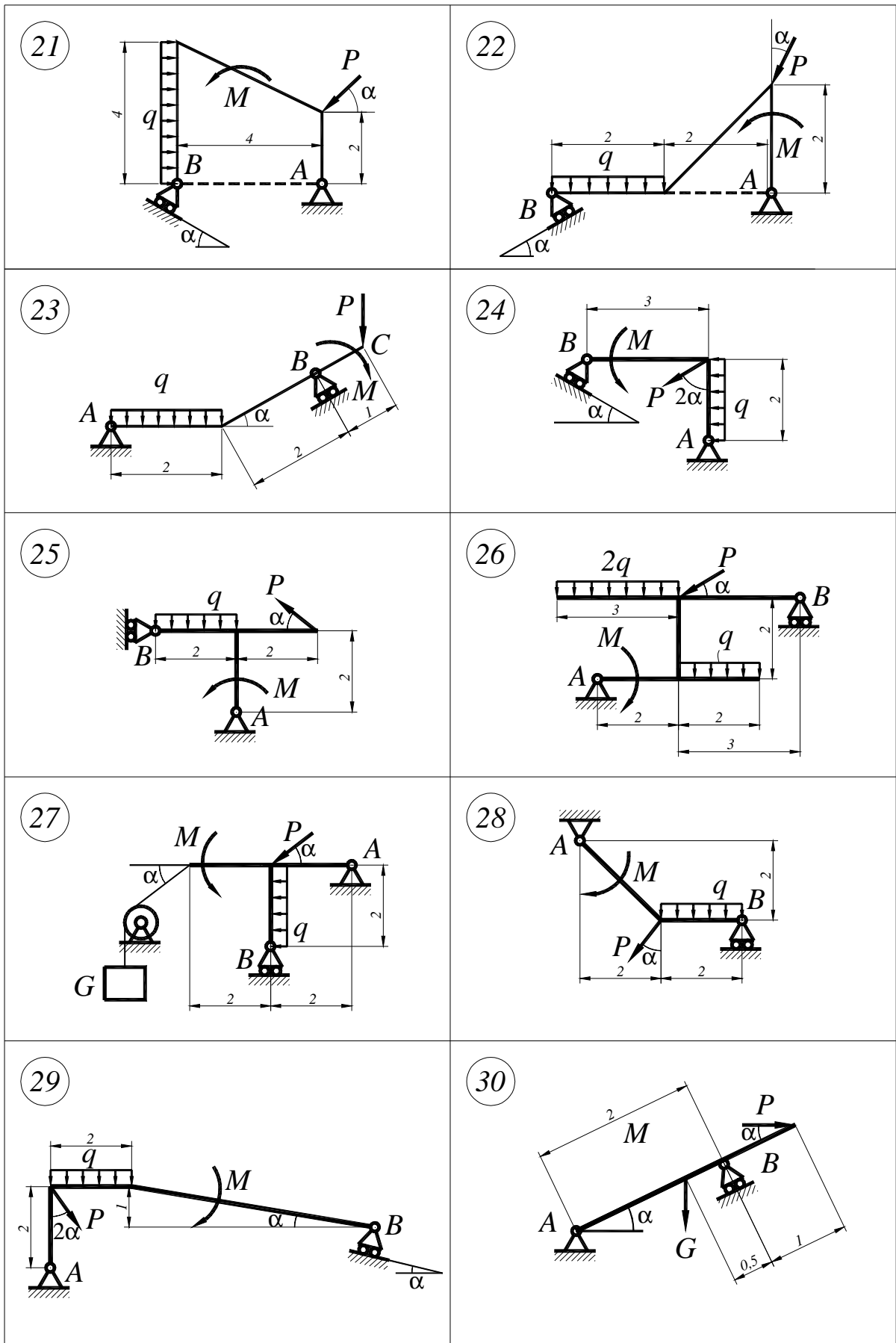


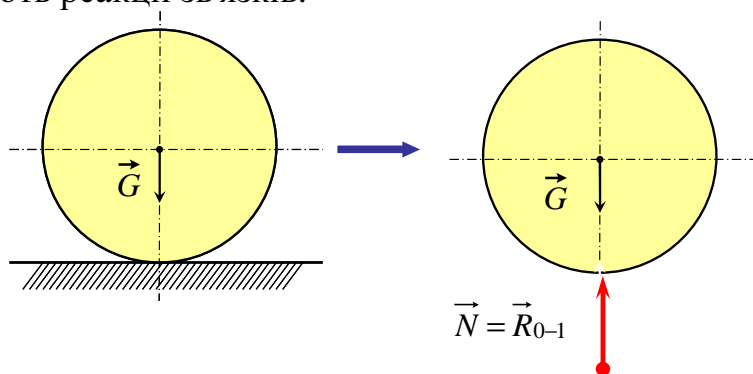
Рисунок 1.3 – Вихідні схеми 21-30

1.2 Вказівки до розв'язання задачі №1

Для визначення **реакцій** опор твердого тіла необхідно замінити зв'язки відповідними реакціями, використовуючи **принцип звільнення від зв'язків**.

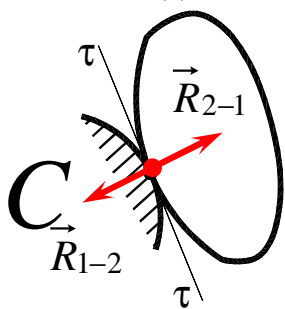
Реакцією зв'язку називається сила або система сил, що виражає механічну дію зв'язку на тіло.

Одним із основних положень механіки є **принцип звільнення твердих тіл від зв'язків**: невільне тверде тіло можна розглядати як вільне, на яке, крім заданих сил, діють реакції зв'язків.

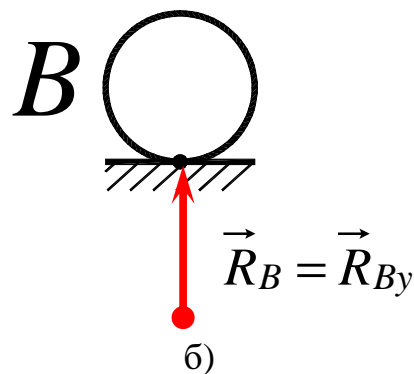


Види зв'язків

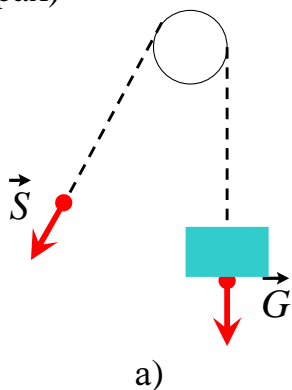
1) Ідеально гладка поверхня, точковий контакт



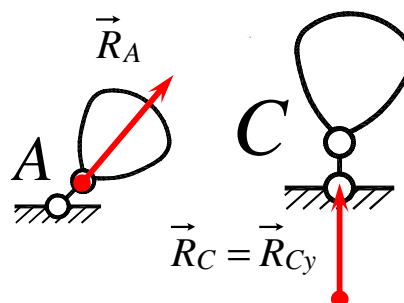
a) $\vec{R}_C = \vec{R}_{1-2} = -\vec{R}_{2-1}$



2) Невагома нерозтяжна нитка/невагомий стрижень, що не стискається (на шарнірах)

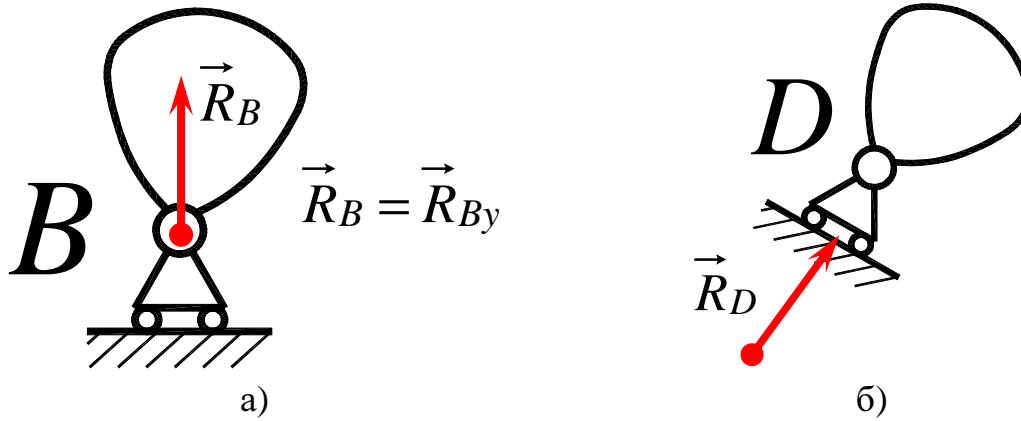


a)

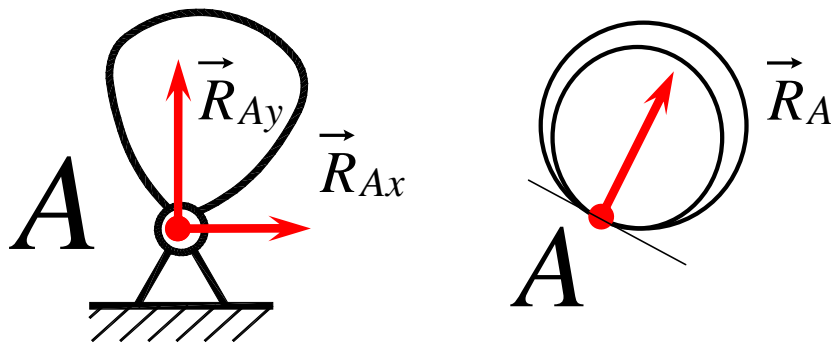


б)

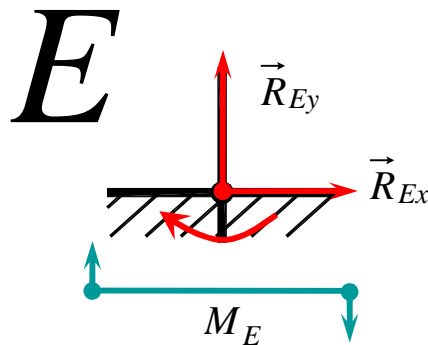
3) Шарнірно-рухлива опора



4) Шарнірно-нерухома опора



5) Жорстка защемлення



Після складання розрахункової схеми необхідно записати відповідні рівняння рівноваги (в площині), враховуючи зовнішні сили та шукані реакції зв'язків.

Рівняння рівноваги

У площині

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0; \\ \sum F_{iy} = 0; \\ \sum M = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0; \\ \sum M_A = 0; \\ \sum M_B = 0, \end{cases}$$

крім $AB \perp OX (= \emptyset)$

$$\begin{cases} \sum M_A = 0; \\ \sum M_B = 0; \\ \sum M_C = 0, \end{cases}$$

$A, B, C \notin l$

Знайти невідомі реакції, розв'язавши систему рівнянь.

1.3 Приклад розв'язання задачі №1

Дано:

$$G = 10 \text{ кН},$$

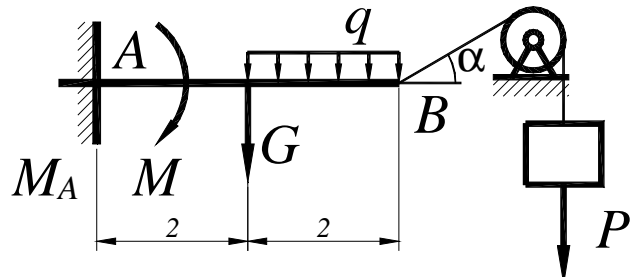
$$P = 5 \text{ кН},$$

$$M = 20 \text{ кНм},$$

$$q = 1 \text{ кН/м},$$

$$\alpha = 30^\circ$$

Знайти: невідомі реакції



Розв'язання

Звільняємо балку від зв'язків і замінюємо їх відповідними реакціями зв'язків.

Замінюємо розподілене навантаження еквівалентною зосередженою силою \vec{Q} :

$$Q = q \cdot l = 1 \cdot 2 = 2 \text{ (кН)}$$

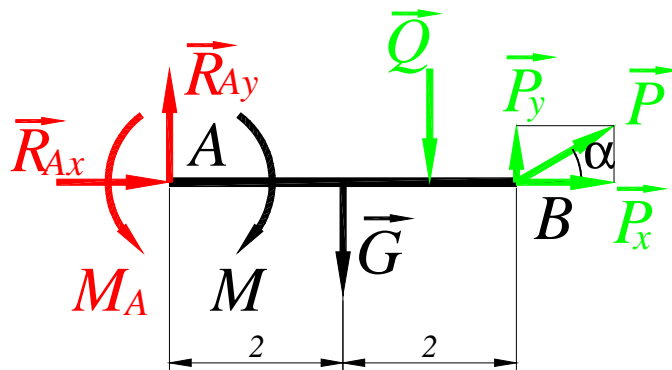
Переносимо силу \vec{P} вздовж нитки та визначаємо її проекції на осі OX і OY (P_x і P_y):

$$P_x = P \cdot \cos \alpha = 5 \cdot \cos(30^\circ) = 4,3301 \text{ (кН)};$$

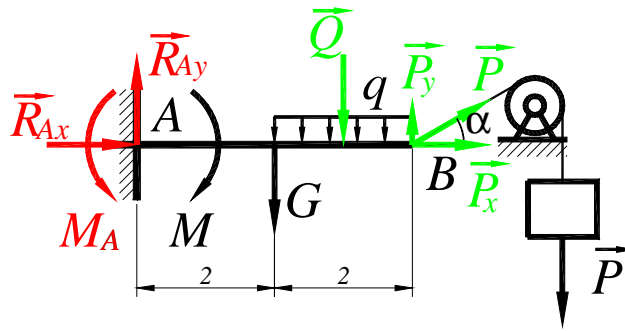
$$P_y = P \cdot \sin \alpha = 5 \cdot \sin(30^\circ) = 2,5 \text{ (кН)};$$

Після звільнення від зв'язків та додавання відповідних реакцій зв'язків (сил) \vec{R}_{Ax} , \vec{R}_{Ay} і (моментної реакції) M_A , перенесення сили \vec{P} вздовж нитки та заміни рівномірно розподіленого навантаження q на еквівалентну зосереджену \vec{Q} викреслюємо розрахункову схему.

Еквівалентна механічна система



При розв'язанні задачі 1 допускається показувати еквівалентну систему сил прямо на вихідній балці, не викреслюючи схему повторно:



Рівняння рівноваги тіла для плоскої системи сил:

$$\begin{cases} \sum F_{iX} = 0; \\ \sum F_{iY} = 0; \\ \sum M_A = 0. \end{cases}$$

Запишемо систему рівнянь рівноваги для конкретного випадку:

$$\begin{cases} \sum F_{iX} = R_{Ax} + P_x = 0; \\ \sum F_{iY} = R_{Ay} - G - Q + P_y = 0; \\ \sum M_A = M_A - M - G \cdot 2 - Q \cdot 3 + P_y \cdot 4 = 0. \end{cases}$$

З рівнянь рівноваги знаходимо:

$$R_{Ax} + P_x = 0, \text{ тоді } R_{Ax} = -P_x = -4,3301 \text{ (кН)};$$

$$R_{Ay} - G - Q + P_y = 0, \text{ тоді } R_{Ay} = G + Q - P_y = 10 + 2 - 2,5 = 9,5 \text{ (кН)};$$

$$M_A - M - G \cdot 2 - Q \cdot 3 + P_y \cdot 4 = 0, \text{ звідси}$$

$$M_A = M + G \cdot 2 + Q \cdot 3 - P_y \cdot 4 = 20 + 10 \cdot 2 + 2 \cdot 3 - 2,5 \cdot 4 = 36 \text{ (кНм)}.$$

Перевірка:

$$\sum M_B = M_A - M + G \cdot 2 + Q \cdot 1 - R_A \cdot 4 = 36 - 20 + 10 \cdot 2 + 2 \cdot 1 - 38 = 0 \Rightarrow 0 = 0$$

$$\text{Відповідь: } R_{Ax} = -4,3301 \text{ кН; } R_{Ay} = 9,5 \text{ кН; } M_A = 36 \text{ кНм.}$$

2. ЗАДАЧА №2

2.1 Задача та вихідні дані до задачі №2

1. Побудувати в масштабі за заданими викладачем вихідними даними (схемою та варіантом) крайнє положення механізму та прийняти його за початкове.

Схема №1 – рис. 2.1, таблиця 2.1 – крайнє праве положення.

Схема №2 – рис. 2.2, таблиця 2.2 – крайнє ліве положення.

Схема №3 – рис. 2.3, таблиця 2.2 – крайнє нижнє положення.

Якщо викладачем варіант задачі не заданий, його слід обрати за порядковим номером прізвища студента у журналі старости групи.

2. Побудувати положення механізму, що визначається кутовою координатою φ_1 кривошипа.

3. Побудувати для поточного положення механізму план швидкостей та визначити величини та напрямки лінійних швидкостей точок (наприклад, для схеми №1 це точки A , B , S_2 і S_3) і кутових швидкостей ланок (наприклад, для схеми №1 це ланки 2 та 3).

4. Побудувати для поточного положення механізму план прискорень та визначити величини та напрямки лінійних прискорень точок (наприклад, для схеми №1 це точки A , B , S_2 і S_3) і кутових прискорень ланок (наприклад, для схеми №1 це ланки 2 і 3).

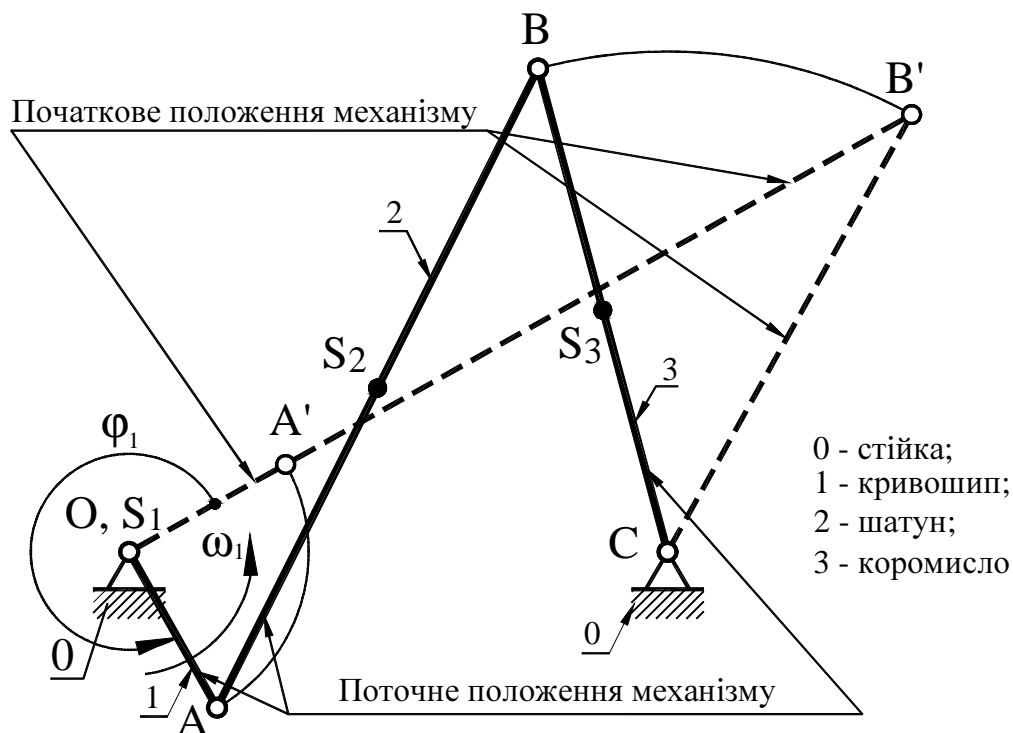


Схема №1

Рисунок 2.1 – Кінематична схема кривошипно-коромислового механізму

ПРИМІТКА. Центри мас S_2 і S_3 ланок 2 і 3, відповідно, розташовані на їх серединах, тобто $l_{AS_2} = 0.5 \cdot l_{AB}$ і $l_{BS_3} = 0.5 \cdot l_{BC}$.

Таблиця 2.1 – Вихідні дані для схеми №1

№ варіанта	Довжини ланок, м				φ_1 , град.
	l_{OA}	l_{AB}	l_{BC}	l_{OC}	
1	0,1	0,2	0,15	0,2	150°
2	0,1	0,2	0,18	0,18	180°
3	0,1	0,2	0,18	0,17	30°
4	0,1	0,2	0,15	0,22	120°
5	0,1	0,22	0,21	0,15	120°
6	0,1	0,22	0,2	0,16	200°
7	0,1	0,22	0,22	0,18	270°
8	0,1	0,22	0,17	0,2	150°
9	0,1	0,22	0,16	0,22	240°
10	0,1	0,25	0,175	0,22	320°
11	0,1	0,25	0,15	0,24	20°
12	0,1	0,25	0,2	0,2	150°
13	0,1	0,25	0,14	0,26	210°
14	0,1	0,3	0,2	0,27	315°
15	0,1	0,3	0,21	0,3	285°
16	0,1	0,3	0,2	0,25	240°
17	0,1	0,3	0,23	0,25	120°
18	0,1	0,35	0,27	0,27	150
19	0,1	0,35	0,26	0,25	120°
20	0,1	0,35	0,22	0,3	240°
21	0,1	0,35	0,2	0,32	105°
22	0,1	0,4	0,25	0,35	30°
23	0,1	0,4	0,28	0,3	120°
24	0,1	0,4	0,24	0,32	270°
25	0,1	0,4	0,23	0,33	135°
26	0,1	0,45	0,34	0,29	75°
27	0,1	0,45	0,33	0,32	225°
28	0,1	0,45	0,27	0,4	105°
29	0,1	0,45	0,3	0,36	150°
30	0,1	0,38	0,25	0,3	240°
31	0,15	0,45	0,31	0,45	275°
32	0,15	0,45	0,3	0,4	320°
33	0,15	0,33	0,3	0,24	210°
34	0,15	0,33	0,32	0,22	120°
35	0,15	0,3	0,27	0,26	40°

Величина кутової швидкості кривошипу $\omega_1 = 10 \text{ c}^{-1}$.

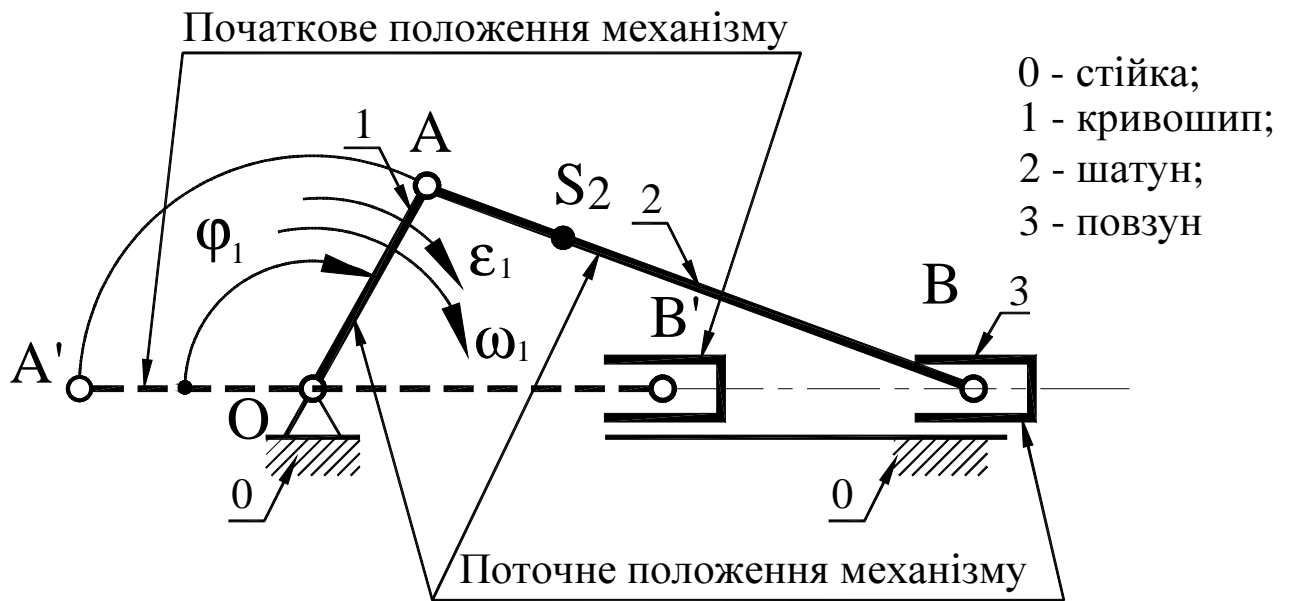


Схема №2

Рисунок 2.2 – Кінематична схема кривошипно-повзунного механізму

ПРИМІТКА. Положення центру мас S_2 ланки 2 визначається співвідношенням $l_{AS_2} = l_{AB}/3$.

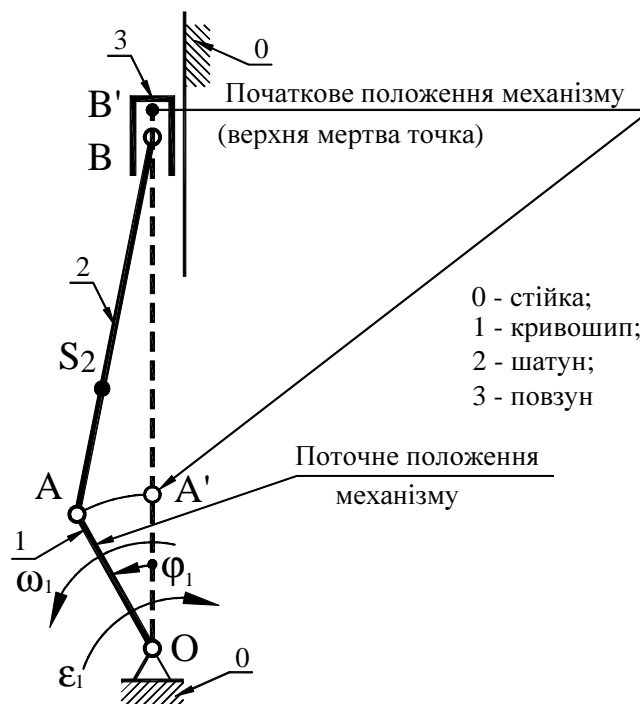


Схема №3

Рисунок 2.3 – Кінематична схема кривошипно-повзунного механізму

ПРИМІТКА. Положення центру мас S_2 ланки 2 визначається співвідношенням $l_{AS_2} = 0.25 \cdot l_{AB}$.

Таблиця 2.2 – Вихідні дані для схем №2 і №3

№ варіанта	l_{OA} , м	l_{AB} , м	Φ_1 , град.	ω_1 , с ⁻¹	ϵ_1 , с ⁻²
1	0,1	0,3	30	5	20
2	0,11	0,32	60	6	24
3	0,12	0,34	120	7	28
4	0,13	0,36	150	8	32
5	0,14	0,38	210	9	36
6	0,15	0,4	240	10	40
7	0,1	0,39	300	11	44
8	0,11	0,38	330	12	48
9	0,12	0,37	45	13	52
10	0,13	0,36	135	14	56
11	0,14	0,35	225	15	60
12	0,15	0,34	315	5	8
13	0,1	0,33	15	6	16
14	0,11	0,32	30	7	24
15	0,12	0,31	45	8	32
16	0,13	0,3	60	9	40
17	0,14	0,3	75	10	48
18	0,15	0,32	105	11	56
19	0,1	0,34	120	12	64
20	0,11	0,36	135	13	72
21	0,12	0,38	150	14	80
22	0,13	0,4	165	15	88
23	0,14	0,39	195	5	10
24	0,15	0,38	210	6	14
25	0,1	0,37	225	7	18
26	0,11	0,36	240	8	22
27	0,12	0,35	255	9	26
28	0,13	0,34	285	10	30
29	0,14	0,33	300	11	34
30	0,15	0,32	315	12	38
31	0,1	0,31	330	13	42
32	0,11	0,3	345	14	46
33	0,12	0,32	30	15	50
34	0,13	0,34	60	5	54
35	0,14	0,36	120	8	58

2.2 Вказівки до розв'язання задачі №2

При кінематичному аналізі механізмів необхідно виконати наведені нижче етапи (див. приклад розв'язання задачі №2).

Початкове положення механізму можна побудувати у такому порядку (см. рис. 2.1 і рис. 2.5).

Розрахувати масштаб кінематичної схеми механізму:

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA} \left(\frac{\text{м}}{\text{мм}} \right),$$

де l_{OA} – задана в таблиці вихідних даних справжня довжина кривошипу, що вимірюється в м;

OA – прийнята на кресленні у зменшеному вигляді (зазвичай у 2 або у 4 рази) відстань між точками O і A , яке вимірюється в мм.

Наприклад, якщо $l_{OA} = 0,1$ м, то можна вибрати на кресленні відрізок $OA = 50$ мм, тоді масштаб довжин дорівнюватиме:

$$\mu_l = \frac{0,1}{50} = 0,002 \left(\frac{\text{м}}{\text{мм}} \right).$$

Розрахувати довжини відрізків у міліметрах, що зображують на кінематичній схемі механізму його ланки у вибраному масштабі: $OC = l_{OC} / \mu_l$ (мм); $AB = l_{AB} / \mu_l$ (мм); $BC = l_{BC} / \mu_l$ (мм). Тут у чисельник виразів підставляються справжні довжини зазначених ланок у метрах.

Відкласти на кресленні відрізок OC . Потім з точки C , як із центру, провести дугу кола циркулем радіусом, рівним довжині відрізка BC .

Зауважимо, що проведена дуга кола буде можливою траєкторією руху точки B .

Тепер можна розчином циркуля, що дорівнює сумі довжин відрізків OA і AB , з точки O , як з центру, зробити дугову помітку в місці перетину з траєкторією точки B . Отриманий перетин буде правим крайнім положенням точки B , яке позначимо як B' .

Далі необхідно накреслити коло радіусом, рівним довжині відрізка OA , з центром у точці O . Це коло, що є траєкторією руху точки A , перетне лінію OB' у точці A' .

Фігура, що вийшла $OA'B'C$ відповідає так званому правому мертвому положенню механізму, яке слід прийняти за початкове.

Задане положення механізму можна побудувати, відклавши кут φ_1 від відрізка OA' у вказаному напрямку (проти годинникової стрілки). При цьому кут φ_1 стягуватиметься дугою $A'A$, де A – положення кінця кривошипу 1, відповідне заданому положенню механізму.

Тепер можна знайти поточне положення точки B , виконавши дугову засічку розчином циркуля, рівним відрізку AB , з точки A , як із центру.

Отримана фігура $OABC$ і буде шуканим поточним положенням механізму, для якого слід побудувати плани швидкостей та прискорень.

Плани швидкостей та прискорень є нашаруванням векторних багатокутників, які графічно відображають розв'язання векторних рівнянь руху точок ланок механізму.

Побудова плану швидкостей слід розпочати з визначення вектора швидкості точки A рухомого кінця кривошипу OA (ланка 1). Цей вектор \vec{V}_A направлений по дотичній до траєкторії точки A у бік обертання кривошипу ω_1 (тобто перпендикулярно радіусу обертання, $\vec{V}_A \perp OA$). Величина швидкості V_A може бути розрахована через вихідні дані за формулою:

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{OA} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right).$$

Вибравши полюс плану швидкостей (точку p_v), необхідно задатися довжиною відрізка $p_v a$ (рекомендується прийняти $p_v a = 50$ мм), який і буде зображати вектор \vec{V}_A на плані швидкостей. При цьому можна розрахувати масштаб плану швидкостей за формулою:

$$\mu_v = \frac{V_A}{p_v a} \left(\frac{\text{м/с}}{\text{мм}} \right).$$

Слід наголосити, що масштаб μ_v (як і інші масштаби) найкраще мати у вигляді числа, що включає три значущі цифри після коми.

Швидкість точки B визначається шляхом графічного розв'язання векторного рівняння

$$\begin{aligned} \vec{V}_B &= \vec{V}_A + \vec{V}_{B/A}; \\ &\perp OA \quad \perp AB \\ &\overrightarrow{(p_v b)} \quad \overrightarrow{(p_v a)} \quad \overrightarrow{(ab)}, \end{aligned}$$

де \vec{V}_A – швидкість точки A , яка вже є на плані швидкостей (це відрізок $p_v a$);

$\vec{V}_{B/A}$ – швидкість відносного обертального руху точки B навколо точки A , напрямком $\vec{V}_{B/A}$, представленої на плані швидкостей відрізком ab , перпендикулярно радіусу обертання, тобто відрізьку AB);

\vec{V}_B – швидкість точки B у обертальному чи поступальному її русі щодо стійки (залежно від схеми), напрямком \vec{V}_B (лінії $p_v b$ на плані швидкостей перпендикулярно коромислу BC або паралельно переміщенню повзуна).

Порядок побудови плану швидкостей:

- 1) Вибираємо полюс плану швидкостей p_v ;
- 2) Будуємо відрізок $p_v a$;
- 3) Проводимо пряму перпендикулярно AB через точку a (на цій прямій буде знаходитись відрізок ab , який позначимо $\vec{V}_{B/A}$);

4) Проводимо пряму (перпендикулярно) BC для схеми №1, горизонтально для схеми №1, вертикально для схеми №3) через точку p_V . На цій прямій буде знаходитися відрізок $p_V b$;

5) На перетині проведених раніше прямих лежить точка b . Використовуючи побудований план швидкостей, можна знайти швидкість будь-якої точки кожної ланки механізму, помноживши відповідний відрізок плану швидкостей на масштаб побудови μ_V .

Крім того, легко визначити величину та напрям кутових швидкостей ланок, що мають обертальний рух. Наприклад, кутова швидкість шатуна 2:

$$\omega_2 = \frac{V_{B/A}}{l_{AB}} = \frac{ab \cdot \mu_V}{l_{AB}} \text{ (рад/с)}.$$

Напрямок ω_2 визначається перенесенням вектора $\vec{V}_{B/A}$ із плану швидкостей (рис. 2.6) в точку B плану положення механізму (рис. 2.5).

Слід наголосити, що при побудові та оформленні плану швидкостей необхідно дотримуватись певних правил:

1) План швидкостей має бути розташований поруч зі схемою механізму.

2) Розміри плану швидкостей повинні бути такими, щоб забезпечити необхідну точність розрахунків та побудов. Вектор \vec{V}_A повинен для цього відобразитись відрізком $p_V a \geq 50$ мм.

3) Розрахунки треба виконувати з точністю аж до 4-ї значущої цифри. Тоді 1-а значна цифра буде відповідати, наприклад, сотням міліметрів, 2-а десяткам, 3-я – одиницям, а 4-а – десятим часткам міліметрів, відрізків, що вимірюються і відкладаються на плані швидкостей і кінематичній схемі механізму. При розрахунках на калькуляторі слід округлювати отримані числа також до 4-х значущих цифр, не захаращуючи результати розрахунків непотрібними цифровими знаками.

4) Вектори абсолютних швидкостей точок ланок механізму треба навести основними лініями, а вектори відносних швидкостей – тонкими лініями. Стрілки на кінцях векторів швидкостей можна не показувати.

5) На рисунку плану швидкостей поблизу полюса p_V треба записати значення масштабу μ_V .

На основі побудованого плану швидкостей далі необхідно визначити лінійні швидкості всіх точок ланок та кутові швидкості шатуна AB та коромисла BC (для схеми 1 див. рис. 2.6 і табл. 2.3).

План прискорень будується так. Правила оформлення плану прискорень аналогічні до правил, сформульованих вище для плану швидкостей.

Побудови плану прискорення слід розпочинати з визначення прискорення точки A :

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^r,$$

де \vec{a}_A – вектор повного прискорення точки A ;

\vec{a}_A^n – вектор нормального прискорення точки A , модуль якого визначається формулою

$$a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA},$$

а відповідний відрізок щодо прискорень – $p_a n_1$. Нормальне прискорення спрямоване по радіусу до центру обертання, тобто $\vec{a}_A^n \parallel OA$ (паралельно OA) і спрямовано від точки A до точки O (рис. 2.5).

\vec{a}_A^τ – вектор дотичного прискорення точки, модуль якого визначається формулою

$$a_A^\tau = \varepsilon_1 \cdot l_{OA},$$

а відповідний відрізок щодо прискорень – $n_1 a$ ($n_1 a = a_A^\tau / \mu_a$). Дотичне прискорення спрямоване перпендикулярно радіусу обертання у бік кутового прискорення ε_1 , тобто $\vec{a}_A^\tau \perp OA$ (див. рис. 2.5).

На кресленні вибираємо крапку (полус) p_a і паралельно OA (у напрямку від точки A до точки O) проводимо відрізок $p_a n_1$ (довжину відрізка рекомендується прийняти 50 мм).

Масштаб плану прискорень

$$\mu_a = \frac{a_A^n}{p_a n_1} \left(\frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}} \right).$$

Прискорення точки B визначається шляхом графічного розв'язання векторного рівняння:

$$\begin{aligned} \underline{\vec{a}_B} &= \underline{\vec{a}_A^n} + \underline{\vec{a}_A^\tau} + \underline{\vec{a}_{B/A}^n} + \underline{\vec{a}_{B/A}^\tau}; \\ &\quad \parallel OA \perp OA \quad \parallel AB \perp AB \\ \overrightarrow{(p_a b)} &\overrightarrow{(p_a n_1)} \overrightarrow{(n_1 a)} \overrightarrow{(a n_2)} \overrightarrow{(n_2 b)}; \end{aligned}$$

де \vec{a}_B – прискорення точки B , напрямок якого залежить від схеми;

$\vec{a}_{B/A}^n$ – вектор нормального прискорення відносного обертального руху т. B навколо т. A , величина якого визначається за формулою $a_{B/A}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AB}$, спрямований паралельно ланці AB від т. B до центру відносного обертання т. A ;

$\vec{a}_{B/A}^\tau$ – вектор дотичного (тангенціального) прискорення відносного обертального руху т. B навколо т. A , (за величиною воно до побудови плану прискорень невідоме, а за напрямком перпендикулярно AB).

Відповідно до векторного рівняння з точки a плану прискорень, відкладаємо відрізок $a n_2$ ($a n_2 = a_{B/A}^n / \mu_a$), який зображує нормальне прискорення $\vec{a}_{B/A}^n$ у вибраному масштабі μ_a . Відрізок $a n_2$ паралельний AB і спрямований від точки B до точки A (рис. 2.5). Далі через точку n_2 (кінець

відрізка an_2) перпендикулярно AB проводимо пряму лінію, якій належатиме відрізок n_2b , відповідний прискоренню $\vec{a}_{B/A}^\tau$.

В задачі №2 можливі 2 випадки:

а) для схеми 1 – кривошипно-коромислового механізму (див. рис. 2.7):

$$\vec{a}_B = \vec{a}_B^n + \vec{a}_B^\tau,$$

де \vec{a}_B – вектор повного прискорення точки B ;

\vec{a}_B^n – вектор нормального прискорення точки B ($a_B^n = \omega_3^2 \cdot l_{BC}$), а відповідний відрізок на плані прискорень – $p_a n_3$ ($p_a n_3 = a_B^n / \mu_a$). Нормальне прискорення спрямоване по радіусу до центру обертання, тобто \vec{a}_B^n паралельно BC і направлено від точки B до точки C ;

\vec{a}_B^τ – вектор дотичного прискорення точки B ($a_B^\tau = \varepsilon_3 \cdot l_{BC}$), а відповідний відрізок на плані прискорень – $n_3 b$. Дотичне прискорення спрямоване перпендикулярно радіусу у бік кутового прискорення ε_3 , тобто $\vec{a}_B^\tau \perp BC$.

З точки n_3 у напрямку вектора \vec{a}_B^τ проводимо пряму до перетину з прямою, раніше проведеної з точки n_2 . Точка перетину (т. b) визначає величини відрізків $n_2 b$ і $n_3 b$.

б) для схеми 2 і 3 – кривошипно-повзунного механізму (див. рис. 2.4): \vec{a}_B – вектор повного прискорення точки B , направлений паралельно напрямній $\vec{a}_B \parallel OB$.

З полюса p_a у напрямку вектора \vec{a}_B проводимо пряму (якій належатиме відрізок $p_a b$) до перетину з прямою, раніше проведеною з точки n_2 . Точка перетину – т. b визначає величини відрізків визначає величини відрізків $p_a b$ і $n_2 b$.

За допомогою плану прискорень можна знайти напрямки та величини кутових прискорень ланок, що здійснюють обертальний рух (відносний або абсолютний). Наприклад, кутове прискорення шатуна 2 (рад/с²) можна визначити за такою формулою:

$$\varepsilon_2 = a_{B/A}^\tau / l_{AB} = (n_2 b \cdot \mu_a) / l_{AB},$$

де l_{AB} – відома довжина шатуна 2, м;

$n_2 b$ – відрізок плану прискорень, що в масштабі відображає вектор $\vec{a}_{B/A}^\tau$, вимірний в мм.

Для визначення напрямку ε_2 переносимо вектор $\vec{a}_{B/A}^\tau$ в точку B плану положення механізму (аналогічно вектору швидкості $\vec{V}_{B/A}$). Напрямок ε_2 співпадає з напрямком вектора $\vec{a}_{B/A}^\tau$.

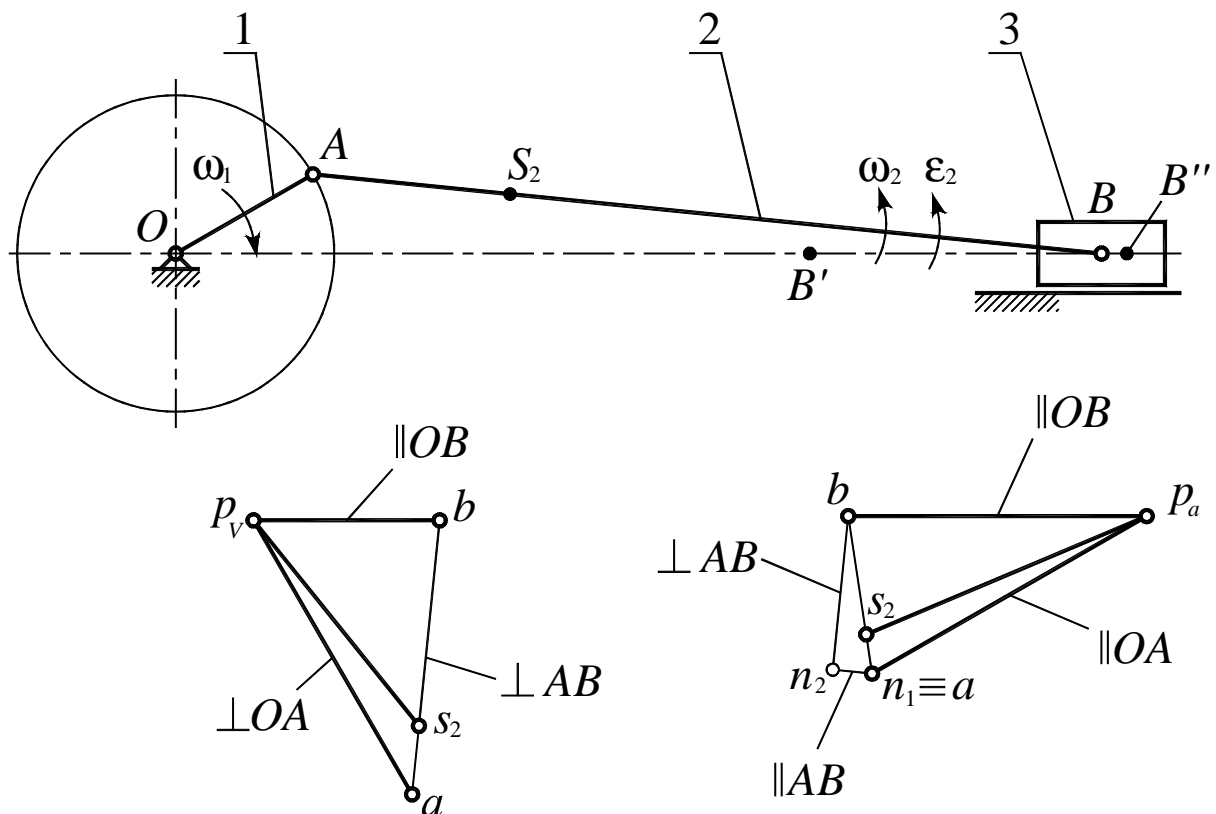


Рисунок 2.4 – Кінематичний аналіз методом планів

Прискорення центрів тяжіння ланок 2 і 3 визначити відповідно до теореми подібності плану прискорень. Наприклад, для ланки 2: $bs_2 = ab \cdot BS_2 / AB$, тоді $a_{s_2} = p_a s_2 \cdot \mu_a$.

Останній етап розв'язання задачі №2 полягає у визначенні лінійних прискорень усіх точок ланок механізму та кутових прискорень шатуна та коромисла (див. приклад розв'язання задачі №2).

2.3 Приклад розв'язання задачі №2

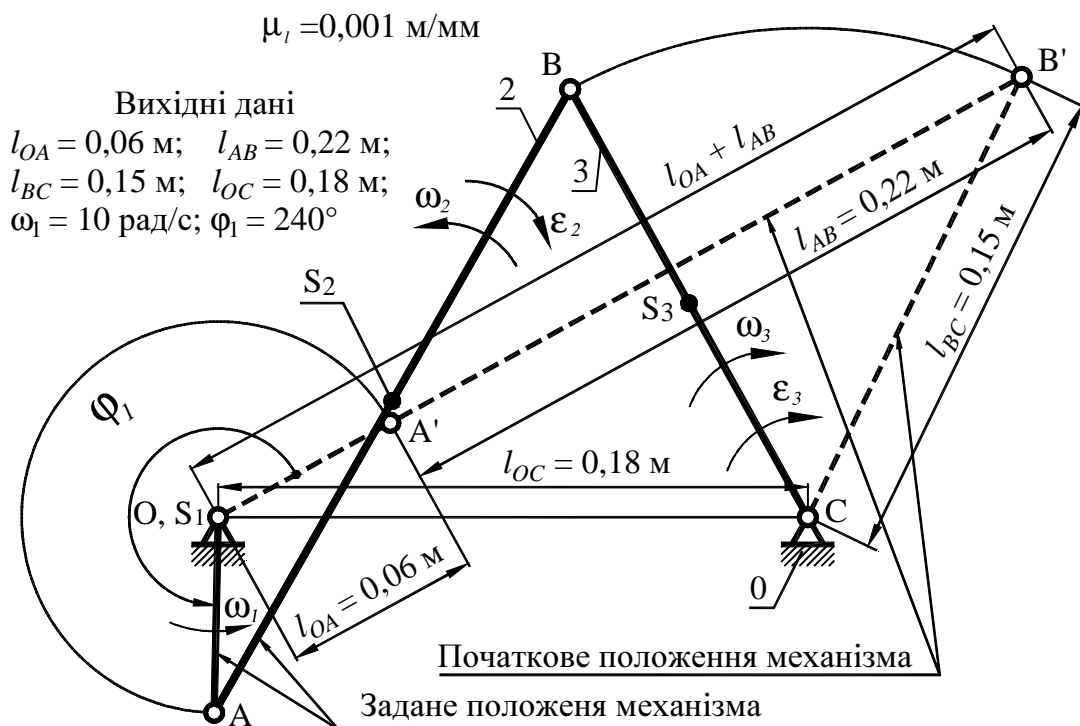


Рисунок 2.5 – Кінематична схема заданого механізму

1) Побудова заданого положення механізму

Положення механізму, для якого необхідно провести кінематичний аналіз методом планів, визначається координатою вхідної ланки 1 (кривошип) $\varphi_1 = 240^\circ$. Для побудови заданого положення спочатку необхідно побудувати початкове положення механізму, яке рекомендується прийняти крайнім правим (на рисунку початкове положення зображено пунктирною лінією). Практично це зводиться до побудови трикутника $OB'C$, дві сторони якого задані (l_{OC} і l_{BC}), а третя дорівнює сумі довжин 1-ої і 2-ої ланок, тобто $l_{OB'} = l_{OA} + l_{AB}$.

Далі будується задане поточне положення кривошипу. Для цього необхідно від початкового положення кривошипа відкласти проти годинникової стрілки кут φ_1 . Потім на перетині дуги радіуса l_{AB} з центром в точці A і дуги радіуса l_{BC} з центром в точці C знаходять положення точки B , а значить і положення інших ланок механізму (2-ої і 3-ої).

2) Побудова плану швидкостей

Необхідно побудувати у масштабі план швидкостей, обчислити величини швидкостей точок B , S_2 і S_3 , визначити величини та напрямки кутових швидкостей ланок 2 та 3.

Визначаємо швидкість точки A :

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = 10 \cdot 0,06 = 0,6 \text{ (м/с)}.$$

Здамося масштабом плану швидкостей:

$$\mu_V = \frac{V_A}{p_V a} = \frac{0,6}{50} = 0,012 \left(\frac{\text{м/с}}{\text{мм}} \right),$$

де $p_V a = 50$ мм – відрізок, що зображує в масштабі μ_V на плані швидкостей швидкість точки A .

Розглядаючи точку B як точку ланки 2, здійснює плоскопаралельний рух, і прийнявши як полюс точку A , складаємо векторне рівняння для визначення швидкості точки B :

$$\frac{\vec{V}_B}{\perp BC} = \frac{\vec{V}_A}{\perp OA} + \frac{\vec{V}_{B/A}}{\perp AB}.$$

У цьому векторному рівнянні невідомими є лише величини векторів \vec{V}_B і $\vec{V}_{B/A}$, тобто дві невідомі, відповідно рівняння розв'язується. Вибираємо полюс плану швидкостей (точка p_V) та, виконавши графічне розв'язання векторного рівняння для точки B , отримуємо план швидкостей (рис. 2.6). Кінці векторів швидкостей точок S_2 і S_3 знаходимо за допомогою теореми подоби. Оскільки точки S_2 і S_3 знаходяться на серединах відрізків AB і BC відповідно, то й на плані швидкостей кінці векторів швидкостей цих точок (точки s_2 і s_3) знаходяться, на серединах відрізків ab і cb плану швидкостей відповідно.

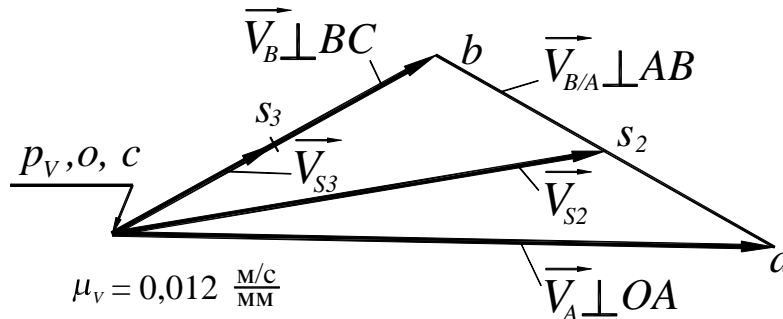


Рисунок 2.6 – План швидкостей

З плану швидкостей знаходимо швидкості точок як добуток довжини відповідного відрізка та масштабу плану швидкостей μ_V .

Далі визначаємо кутові швидкості ланок 2 і 3:

$$\omega_2 = \frac{V_{B/A}}{l_{AB}} = \frac{ab \cdot \mu_V}{l_{AB}} = \frac{29,385 \cdot 0,012}{0,22} = 1,603 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right);$$

$$\omega_3 = \frac{V_B}{l_{BC}} = \frac{p_V b \cdot \mu_V}{l_{BC}} = \frac{27,92 \cdot 0,012}{0,15} = 2,234 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right).$$

Напрямки кутових швидкостей ланок знаходимо залежно від напрямків відповідних швидкостей двох точок кожної ланки. Так, наприклад, із плану швидкостей видно, що швидкість точки B ланки 2 відносно точки A

спрямована праворуч наліво вгору, отже, кутова швидкість ланки 2 спрямована проти годинникової стрілки.

Результати розрахунків лінійних та кутових швидкостей зведені до таблиці 2.3.

Таблиця 2.3 – Величини кутових та лінійних швидкостей

$\omega_2, 1/c$	$\omega_3, 1/c$	$V_A, м/с$	$V_{B/A}, м/с$	$V_{S_2}, м/с$	$V_{S_3}, м/с$	$V_B, м/с$
1,603	2,234	0,6	0,353	0,453	0,1675	0,335

3) Побудова плану прискорень

Ця частина задачі аналогічна до розглянутої раніше. Тут необхідно збудувати в масштабі план прискорень, обчислити величини прискорень точок B , S_2 і S_3 , а також визначити величини та напрямки кутових прискорень ланок 2 та 3.

Визначаємо нормальне прискорення точки A :

$$a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 10^2 \cdot 0,06 = 6 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Масштаб плану прискорень:

$$\mu_a = \frac{a_A^n}{\rho_a n_1} = \frac{6}{50} = 0,12 \left(\frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}} \right).$$

Розглядаючи точку B як точку ланки 2, яка здійснює плоскопаралельний рух, і прийнявши як полюс точку A , складаємо векторне рівняння для визначення прискорення т. B :

$$\vec{a}_{B/A}^n + \vec{a}_{B/A}^\tau = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_{B/A}^n + \vec{a}_{B/A}^\tau.$$

У цьому векторному рівнянні невідомими є величини векторів \vec{a}_B^τ і $\vec{a}_{B/A}^\tau$, тобто всього 2 невідомих, відповідно це рівняння розв'язується.

Вибираємо полюс плану прискорень (точка ρ_a) і, виконавши графічне розв'язання векторного рівняння для прискорень, визначаємо прискорення точки B . Кінці векторів прискорення точок S_2 і S_3 знаходимо за допомогою теореми подоби, як це викладено для плану швидкостей.

План прискорень показано на рис. 2.7. При побудові плану прискорень відрізки, що зображають прискорення $a_{B/A}^n$ і a_B^n , визначалися із співвідношень:

$$a_{B/A}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AB}, \quad a_{n_2} = \frac{a_{B/A}^n}{\mu_a} \text{ (мм);}$$

$$a_B^n = \omega_3^2 \cdot l_{BC}, \quad \rho_a n_3 = \frac{a_B^n}{\mu_a} \text{ (мм)}.$$

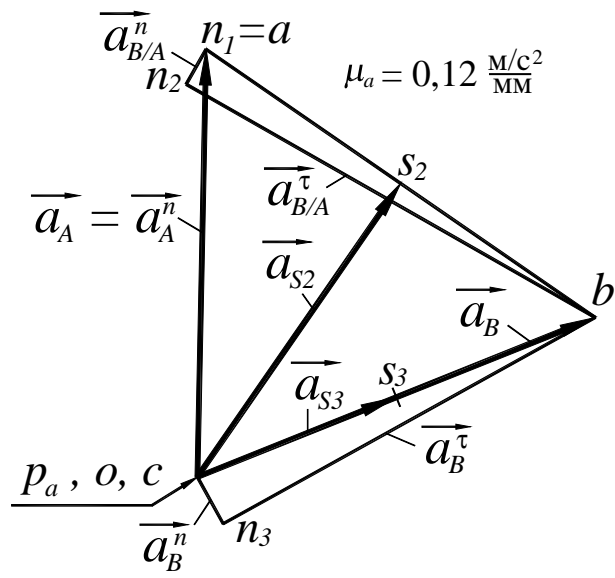


Рисунок 2.7 – План прискорень

Кутові прискорення ланок 2 та 3 можуть бути знайдені за формулами

$$\epsilon_2 = \frac{a_{B/A}^\tau}{l_{AB}} = \frac{n_2 b \cdot \mu_a}{l_{AB}} = \frac{51,42 \cdot 0,12}{0,22} = 28,047 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \right),$$

$$\epsilon_3 = \frac{a_B^\tau}{l_{BC}} = \frac{n_3 b \cdot \mu_a}{l_{BC}} = \frac{49,833 \cdot 0,12}{0,15} = 39,866 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \right).$$

Напрями кутових прискорень ланок 2 і 3 визначаються залежно від напрямів прискорень $a_{B/A}^\tau$ і a_B^τ . Для цього їх подумки необхідно перенести до точки B і, відповідно, відносно точок A і C визначити напрямки ϵ_2 і ϵ_3 .

Результати розрахунків лінійних та кутових прискорень зведені до таблиці 2.4.

Таблиця 2.4 – Величини кутових та лінійних прискорень

$a_{B/A}^n$, М/с ²	$a_{B/A}^\tau$, М/с ²	$a_{B/A}$, М/с ²	a_B^n , М/с ²	a_B^τ , М/с ²	a_B , М/с ²	a_{S2} , М/с ²	a_{S3} , М/с ²	ϵ_2 , 1/с ²	ϵ_3 , 1/с ²
0,565	6,17	6,196	0,7494	5,98	6,027	5,014	3,014	28,047	39,866

3. ЗАДАЧА №3

3.1 Завдання та вихідні дані до задачі №3

На рис. 3.1–3.10 показані схеми зубчастих передач. Вхідне колесо 1 на даний момент має кутову швидкість ω_1 та постійне кутове прискорення ϵ_1 , спрямоване за рухом або проти руху. Визначити:

1) передатне відношення між вхідною та вихідною ланками та його знак (якщо осі обертання вхідного та вихідного валів паралельні);

2) кутову швидкість та кутове прискорення вихідної ланки, та їх напрямки (показати ці напрямки на схемі передачі);

3) час, протягом якого кутова швидкість збільшиться вдвічі (якщо рух прискорений) або зменшиться до нуля (якщо рух уповільнений)).

В таблицях 3.1 – 3.10 заданих величин z_i – числа зубів коліс, де i – номер зубчастого колеса на схемі механізму, для черв'яка z_i – число заходів, а напрямок витків черв'яка вказано буквами: $л$ – ліве, $п$ – праве.

ПРИМІТКА. Кінематичну схему механізму необхідно накреслити, приблизно дотримуючись співвідношення діаметрів зубчастих коліс (діаметр колеса пропорційний його числу зубів). Діаметр черв'яка прийняти рівним чверті діаметра черв'ячного колеса.

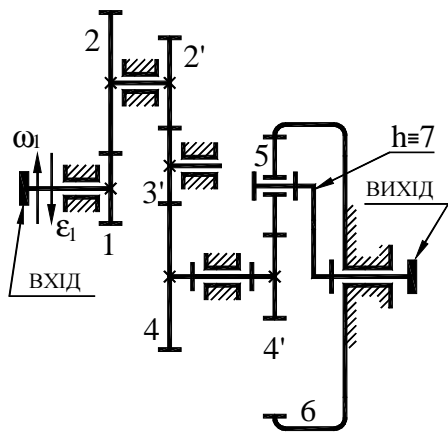


Рисунок 3.1 – Схема 1

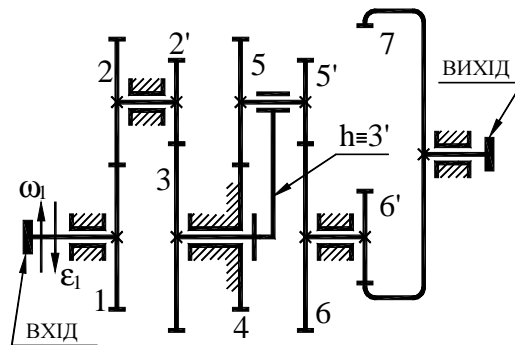


Рисунок 3.2 – Схема 2

Таблиця 3.1 – Вихідні дані до схеми 1

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_1, z_3	16	18	14	14	17	18	14	15	16	14
z_2	20	30	24	20	34	24	20	30	28	26
$z_{2'}$	14	15	14	15	17	15	15	14	14	15
z_4	20	20	28	21	24	26	36	38	40	43
$z_{4'}$	15	14	14	16	15	18	14	18	19	20
z_5	21	22	21	22	21	25	22	26	25	40
z_6	57	58	56	60	57	68	58	70	69	100
ω_1 , рад/с	280	180	240	250	300	250	150	200	350	100
ϵ_1 , рад/с ²	50	60	180	126	75	50	100	50	40	20

Таблиця 3.2 – Вихідні дані до схеми 2

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_1	22	14	25	18	21	20	16	18	16	20
z_2	23	22	26	30	28	30	28	28	24	21
$z_{2'}$	22	16	25	16	17	18	16	15	18	20
z_3	23	26	26	26	30	28	24	32	30	21
$z_4, z_{5'}$	22	28	26	24	31	32	29	31	21	20
z_5, z_6	23	27	25	25	32	31	30	30	22	21
$z_{6'}$	32	29	26	28	30	25	22	23	24	20
z_7	42	39	38	37	40	37	45	42	40	65
ω_1 , рад/с	150	380	320	290	320	300	280	350	250	400
ϵ_1 , рад/с ²	75	285	160	100	80	100	210	70	50	200

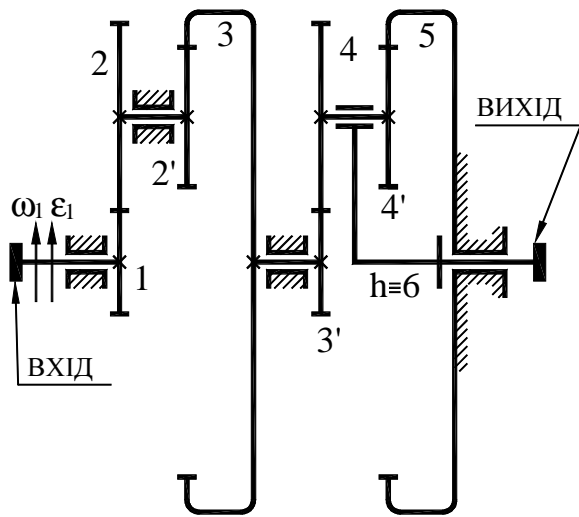


Рисунок 3.3 – Схема 3

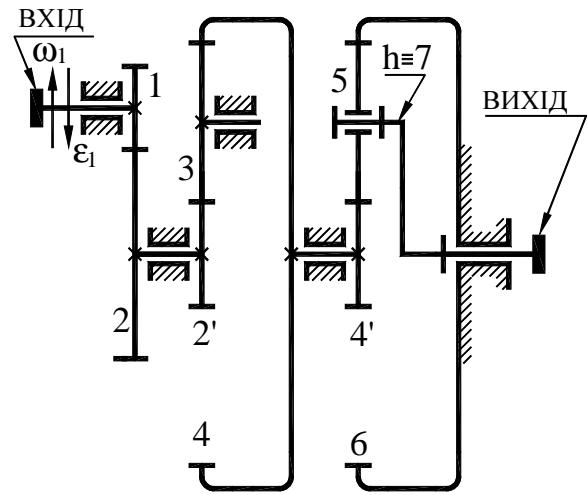


Рисунок 3.4 – Схема 4

Таблиця 3.3 – Вихідні дані до схеми 3

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_1, z_3'	20	23	24	18	22	18	14	16	18	20
z_2, z_4	40	30	38	26	36	36	26	40	30	28
z_2', z_4'	22	21	22	20	26	25	21	20	22	20
z_3, z_5	82	74	84	64	84	79	61	76	70	68
$\omega_1, \text{рад/с}$	320	190	220	180	200	240	300	260	340	280
$\varepsilon_1, \text{рад/с}^2$	80	95	165	200	50	180	200	190	285	210

Таблиця 3.4 – Вихідні дані до схеми 4

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_1	15	17	14	19	16	18	14	18	14	18
z_2	24	32	24	28	30	27	21	31	19	25
z_2', z_4'	30	25	20	20	25	21	30	29	34	42
z_3, z_5	20	30	40	30	21	20	21	21	20	20
z_4, z_6	70	85	100	80	67	61	72	71	74	82
$\omega_1, \text{рад/с}$	260	240	240	350	400	220	150	150	300	200
$\varepsilon_1, \text{рад/с}^2$	195	100	100	200	50	65	60	200	200	50

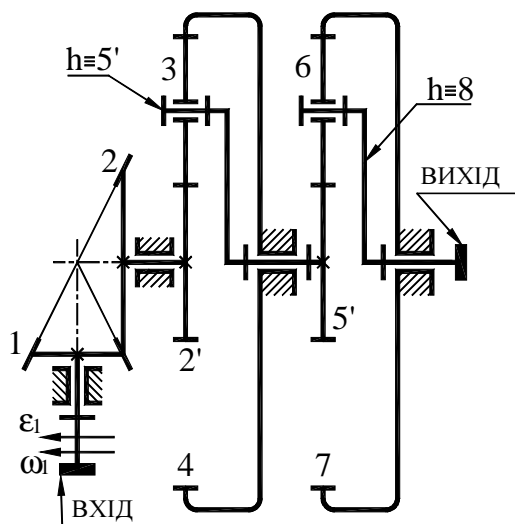


Рисунок 3.5 – Схема 5

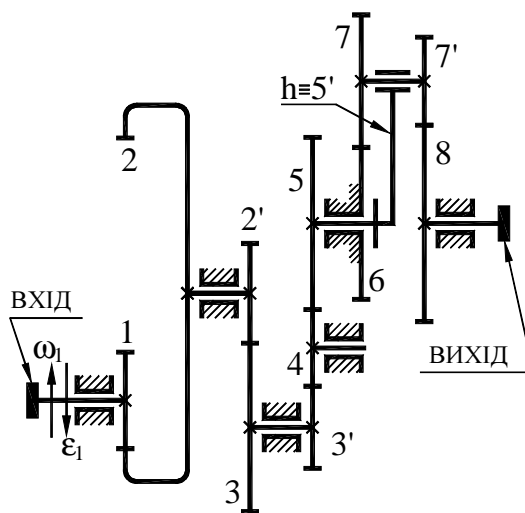


Рисунок 3.6 – Схема 6

Таблиця 3.5 – Вихідні дані до схеми 5

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_1	18	19	16	17	18	13	14	14	16	15
z_2	25	28	31	27	39	24	27	20	30	25
$z_{2'}, z_{5'}$	40	35	28	30	18	22	25	20	20	21
z_3, z_6	20	20	20	20	24	36	20	40	30	20
z_4, z_7	80	75	68	70	66	94	65	100	80	61
ω_1 , рад/с	320	360	400	180	350	320	280	120	300	250
ε_1 , рад/с ²	80	60	50	90	200	240	75	40	200	100

Таблиця 3.6 – Вихідні дані до схеми 6

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_1	29	30	27	26	25	24	23	22	21	20
z_2	39	40	40	36	37	40	42	46	56	65
$z_{2'}$	20	15	20	16	17	16	15	17	15	14
z_3	29	32	31	24	25	23	28	26	30	26
$z_{3'}, z_4$	19	21	22	16	16	15	16	13	14	15
z_5	29	31	30	22	23	21	22	20	24	25
$z_6, z_{7'}$	31	30	18	17	20	19	26	25	21	20
z_7, z_8	30	31	17	18	19	20	25	26	20	21
ω_1 , рад/с	300	260	120	280	225	100	350	150	300	200
ε_1 , рад/с ²	150	65	200	120	50	50	200	100	75	40

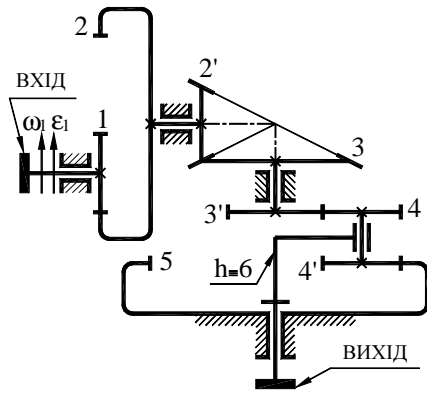


Рисунок 3.7 – Схема 7

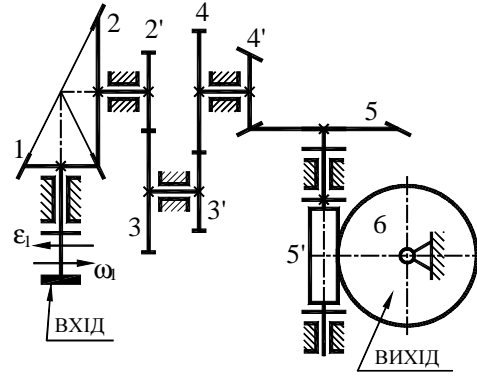


Рисунок 3.8 – Схема 8

Таблиця 3.7 – Вихідні дані до схеми 7

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_1	22	22	21	21	26	25	21	22	22	20
z_2, z_5	76	64	74	84	82	70	61	67	61	62
$z_{2'}$	18	14	18	17	16	14	15	16	17	15
z_3	29	26	32	30	24	26	24	24	30	28
$z_{3'}$	16	17	23	24	20	20	15	18	16	15
z_4	40	27	30	38	40	30	26	28	24	25
$z_{4'}$	20	20	21	22	22	20	20	21	21	22
ω_1 , рад/с	240	320	400	280	350	300	150	200	250	180
ε_1 , рад/с ²	180	240	100	210	200	75	25	100	50	90

Таблиця 3.8 – Вихідні дані до схеми 8

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_1	22	17	20	17	21	18	20	18	17	17
z_2	30	23	21	25	24	21	24	30	17	20
$z_{2'}, z_{3'}$	16	14	15	15	16	17	15	16	14	14
z_3	28	23	24	20	30	24	28	20	20	16
z_4	31	28	24	24	21	20	30	32	20	20
$z_{4'}$	19	18	17	18	19	18	17	18	17	18
z_5	28	27	32	31	32	28	30	32	26	28
$z_{5'}$	2, л	4, п	2, л	1, п	4, л	2, п	1, л	4, п	2, л	1, п
z_6	50	33	38	40	42	40	30	36	30	50
ω_1 , рад/с	380	320	350	320	280	250	300	400	150	350
ε_1 , рад/с ²	190	80	70	80	70	125	60	250	50	100

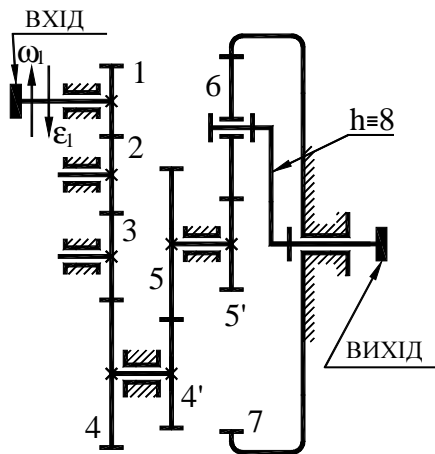


Рисунок 3.9 – Схема 9

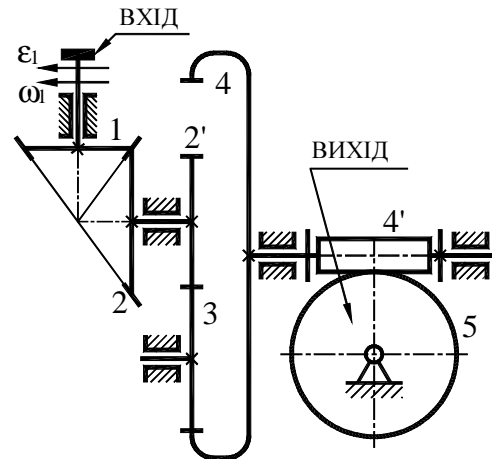


Рисунок 3.10 – Схема 10

Таблиця 3.9 – Вихідні дані до схеми 9

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_1, z_2	20	14	15	19	17	14	15	18	15	14
$z_3, z_{4'}$	18	14	15	18	16	17	16	14	15	14
z_4	30	26	25	26	28	21	20	30	21	30
z_5	24	26	27	30	24	24	23	21	30	26
$z_{5'}$	15	15	14	18	15	14	15	14	18	20
z_6	35	30	26	30	24	23	21	22	21	25
z_7	85	75	66	78	63	60	57	58	60	70
ω_1 , рад/с	210	280	400	180	220	240	250	350	200	150
ε_1 , рад/с ²	630	140	250	45	550	60	400	70	500	60

Таблиця 3.10 – Вихідні дані до схеми 10

Величина	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_1	19	18	20	17	18	19	17	18	18	17
z_2, z_3	27	24	32	30	25	30	27	30	25	28
$z_{2'}$	21	20	16	14	14	15	17	15	16	15
z_4	52	50	42	46	50	49	48	45	60	45
$z_{4'}$	4, п	2, л	1, п	2, л	1, п	4, л	2, п	1, л	2, п	4, л
z_5	33	34	50	32	29	36	40	28	28	30
ω_1 , рад/с	150	200	350	240	300	350	250	100	200	180
ε_1 , рад/с ²	500	250	700	600	500	175	125	60	50	60

3.2 Вказівки до розв'язання задачі №3

У задачі №3 (розділ «Зубчасті механізми») слід виконати кінематичне дослідження механізму багатоступінчастої зубчастої (або зубчасто-черв'ячної) передачі.

Для визначення загального передатного відношення передачі спочатку треба виявити на загальній кінематичній схемі окремі її ступені. Потім для кожного окремого ступеня необхідно розрахувати величину та знак передатного відношення. Після цього можна знайти загальне передатне відношення, перемноживши передатне відношення окремих ступеней передачі, узятих зі своїми знаками. На просторових схемах (5, 7, 8 і 10) знак загального передатного відношення втрачає сенс, тому він опускається, а напрямок обертання вихідного валу визначається, наприклад, методом «стрілок». Для черв'ячної пари напрямок обертання черв'ячного колеса можна визначити, знаючи напрямок обертання та напрямок нарізки черв'яка (лівий або правий).

У цій задачі зустрічаються такі окремі ступені (таблиця 3.11):

- циліндричний ступінь зовнішнього зачеплення;
- циліндричний ступінь зовнішнього зачеплення з одним паразитним колесом;
- циліндричний ступінь внутрішнього зачеплення;
- циліндричний ступінь внутрішнього зачеплення з одним паразитним колесом;
- конічна ступінь;
- конічна ступінь з паразитним колесом;
- планетарний ступінь Джемса з одновінцевим сателітом;
- планетарний ступінь Джемса з двовінцевим сателітом;
- планетарний ступінь Давида із двома зовнішніми зачепленнями;
- черв'ячний ступінь з циліндричним черв'яком.

Для кожного виділеного ступеня передачі необхідно розрахувати через задані числа зубів величину та знак її передатного відношення. Попередньо для кожного ступеня необхідно ідентифікувати індекси коліс. У таблиці 1 колесам окремих ступеней умовно присвоєно індекси: a , b , c , d , h . У кожному завданні ці індекси відповідають деяким номерним індексам коліс, які слід встановити, щоб правильно знайти в таблиці вихідних даних числа зубів відповідних коліс.

Формули для розрахунку величини та знака передатного відношення, виділених ступенів наведені поруч із відповідним рисунком.

Перемноживши передатні відношення всіх ступеней передачі, узяті зі своїми знаками, отримують загальне передатне відношення всієї передачі та її знак. Це справедливо для всіх схем завдання задачі №3, крім 5-ої, 7-ої, 8-ої і 10-ої, на яких представлені варіанти багатоступеневих передач з непаралельними осями вхідного і вихідного валів. Для перерахованих вище схем напрямок обертання вихідного валу можна визначити, простеживши

подумки за напрямком обертання кожного з коліс за методом «вузлових точок» або за методом «стрілок».

Визначення напрямку обертання вихідного валу методом «стрілок» у тому, що, починаючи з вхідної ланки, рух якої заданий, позначається напрямком переміщення видимих (верхніх) частин вінців всіх зубчастих коліс. У черв'ячній ступені напрямок обертання вихідного валу залежить від напрямку нарізки черв'яка. При правій нарізці черв'яка мислене його загвинчування за годинниковою стрілкою супроводжується набіганням черв'ячного колеса в зону зачеплення з черв'яком, а викручування проти годинникової стрілки - збігання черв'ячного колеса із зони зачеплення. При лівій нарізці те саме спостерігається при обернених напрямках обертання черв'яка.

Величину кутової швидкості вихідного валу можна знайти, знаючи значення кутової швидкості вхідного валу та загального передатного відношення передачі.

Так як $i_{\text{заг}} = \omega_{\text{вх}} / \omega_{\text{вих}}$, знаходимо:

$$\omega_{\text{вих}} = \omega_{\text{вх}} / i_{\text{заг}} . \quad (3.1)$$

При цьому від'ємний знак $i_{\text{заг}}$ обумовить від'ємний знак $\omega_{\text{вих}}$, що означатиме протилежний напрямок обертання вихідного валу по відношенню до обертання вхідного.

При додатньому знаку $i_{\text{заг}}$ вихідний і вхідний вали матимуть один і той же напрямок обертання.

Величина кутового прискорення вихідного валу може бути знайдена за допомогою диференціювання виразу (3.1) за часом:

$$\frac{d\omega_{\text{вих}}}{dt} = \frac{d\omega_{\text{вх}}}{dt} / i_{\text{заг}} ,$$

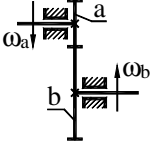
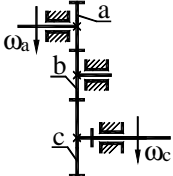
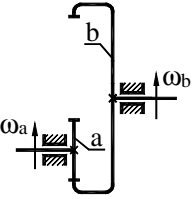
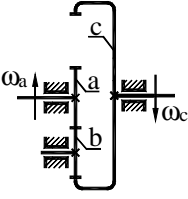
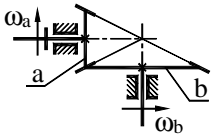
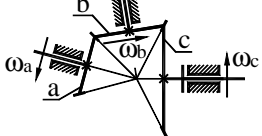
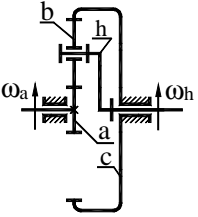
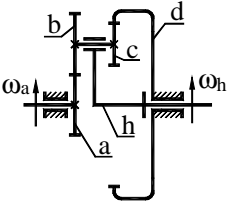
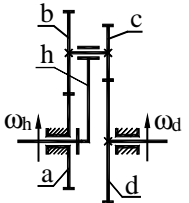
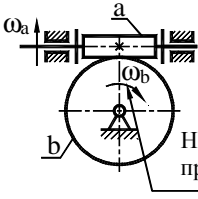
тобто

$$\varepsilon_{\text{вих}} = \varepsilon_{\text{вх}} / i_{\text{заг}} . \quad (3.2)$$

Аналіз формул (3.1) та (3.2) показує, що якщо $\varepsilon_{\text{вх}}$ спрямовано у бік $\omega_{\text{вх}}$, то і $\varepsilon_{\text{вих}}$ буде спрямовано у бік $\omega_{\text{вих}}$, і навпаки – різноспрямованість $\varepsilon_{\text{вх}}$ і $\omega_{\text{вх}}$ зумовить різноспрямованість $\varepsilon_{\text{вих}}$ і $\omega_{\text{вих}}$.

До того ж висновку можна дійти і на основі простої логіки: прискорене обертання на вході зумовить прискорене обертання і на виході, а відповідно, уповільнене обертання на вході супроводжуватиметься уповільненим обертанням і на виході.

Таблиця 3.11 – Визначення передатного відношення ступені

 $i_{ab} = -\frac{z_b}{z_a}$ <p>1. Циліндрична ступінь зовнішнього зачеплення</p>	 $i_{ac} = \frac{z_c}{z_a}$ <p>2. Циліндрична ступінь зовнішнього зачеплення з одним паразитним колесом</p>
 $i_{ab} = \frac{z_b}{z_a}$ <p>3. Циліндрична ступінь внутрішнього зачеплення</p>	 $i_{ac} = -\frac{z_c}{z_a}$ <p>4. Циліндрична ступінь внутрішнього зачеплення з одним паразитним колесом</p>
 $i_{ab} = \frac{z_b}{z_a}$ <p>5. Конічна ступінь</p>	 $i_{ac} = \frac{z_c}{z_a}$ <p>6. Конічна ступінь з паразитним колесом</p>
 $\frac{\omega_a - \omega_h}{\omega_c - \omega_h} = -\frac{z_c}{z_a};$ <p>при $\omega_c = 0$:</p> $i_{ah}^{(c)} = 1 + \frac{z_c}{z_a}$ <p>7. Планетарна ступінь Джемса з одновінцевим сателітом</p>	 $\frac{\omega_a - \omega_h}{\omega_d - \omega_h} = -\frac{z_b \cdot z_d}{z_a \cdot z_c};$ <p>при $\omega_d = 0$:</p> $i_{ah}^{(d)} = 1 + \frac{z_b \cdot z_d}{z_a \cdot z_c}$ <p>8. Планетарна ступінь Джемса з двувінцевим сателітом</p>
 $\frac{\omega_d - \omega_h}{\omega_a - \omega_h} = \frac{z_c \cdot z_a}{z_d \cdot z_b};$ <p>при $\omega_a = 0$:</p> $i_{hd}^{(a)} = \frac{z_b \cdot z_d}{z_b \cdot z_d - z_a \cdot z_c}$ <p>9. Планетарна ступінь Давида з двома зовнішніми зачепленнями</p>	 $i_{ab} = \frac{z_b}{z_a}$ <p>10. Черв'ячна ступінь з циліндричним черв'яком</p> <p>Направление ω_b при правой нарезке червяка</p>

Час, протягом якого кутова швидкість збільшиться вдвічі, якщо рух рівноприскорений, можна підрахувати на основі виразу:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t. \quad (3.3)$$

Звідси знайдемо:

$$t = \frac{\omega - \omega_0}{\varepsilon} = \frac{2\omega_0 - \omega_0}{\varepsilon} = \frac{\omega_0}{\varepsilon}, \quad (3.4)$$

де t – час, протягом якого кутова швидкість збільшиться вдвічі;

ω – поточне значення кутової швидкості на момент часу t :

$$\omega = 2 \cdot \omega_0;$$

ω_0 – початкове значення кутової швидкості.

Зауважимо, що формулу (3.4) можна застосувати хоч до $\omega_{\text{вх}}$, хоч до $\omega_{\text{вих}}$.

Час, протягом якого кутова швидкість зменшиться до нуля, якщо рух рівноуповільнений, можна підрахувати на основі виразу:

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon \cdot t, \quad (3.5)$$

тобто $0 = \omega_0 - \varepsilon \cdot t$, звідси:

$$t = \frac{\omega_0}{\varepsilon}. \quad (3.6)$$

Природно, що формулу (3.6) можна застосувати хоч до $\omega_{\text{вх}}$, хоч до $\omega_{\text{вих}}$.

Приклад розв'язання задачі №3 наведено далі.

3.3 Приклад розв'язання задачі №3

Вихідні дані:

$$\omega_1 = 300 \text{ рад/с};$$

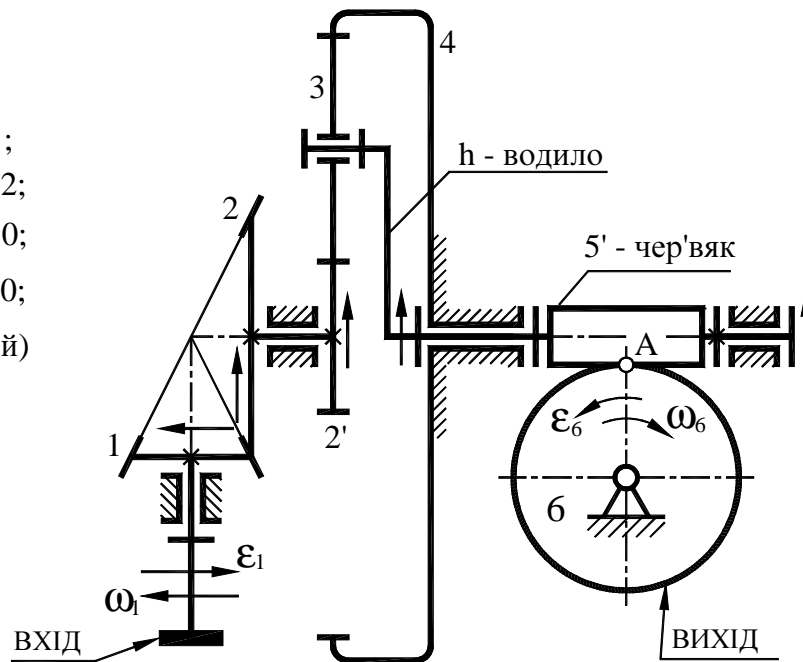
$$\epsilon_1 = 180 \text{ рад/с}^2;$$

$$z_1 = 16; \quad z_2 = 32;$$

$$z_2' = 20; \quad z_3 = 30;$$

$$z_4 = 80; \quad z_6 = 30;$$

$$z_5 = 2\pi \text{ (правий)}$$



ПРИМІТКА

Стрілками \uparrow і \leftarrow показані напрямки обертання ланок механізму (тобто напрямки руху верхніх частей коліс)

Рисунок 3.11 – Кінематична схема зубчастого механізму

1) Визначення передатного відношення механізму

Зубчастий механізм (передача) містить три ступені:

1-а ступень – це конічна передача з колесами 1 і 2;

2-а ступень включає колеса 2', 3, 4 і водило h – планетарний механізм Джемса з одновінцевим сателітом;

3-я ступень – черв'ячна передача з двозахідним правим черв'яком (ланки 5' і 6).

Загальне передатне відношення дорівнює добутку передатних відношень окремих її ступенів:

$$i_{16} = i_{12} \cdot i_{2'h}^{(4)} \cdot i_{5'6} = 2 \cdot 5 \cdot 15 = 150,$$

де $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{32}{16} = 2$ – передатне відношення конічної передачі;

$$i_{2'h}^{(4)} = 1 - i_{2'4}^{(h)} = 1 + \frac{z_4}{z_2'} = 1 + \frac{80}{20} = 5 \quad \text{– передатне відношення планетарного}$$

механізму від колеса 2' до водила при загальмованому колесі 4 (формула для $i_{2'h}^{(4)}$ отримана на основі формули Вілліса з умови $\omega_4 = 0$);

$$i_{2'4}^{(h)} = \frac{\omega_{2'} - \omega_h}{\omega_4 - \omega_h} = -\frac{z_4}{z_{2'}} = -\frac{80}{20} = -4 \quad - \text{ передатне відношення оберненого}$$

механізму (формула Вілліса);

$$i_{5'6} = \frac{z_6}{z_{5'}} = \frac{30}{2} = 15 \quad - \text{ передатне відношення черв'ячної передачі.}$$

Таким чином, загальне передатне відношення зубчастого механізму буде $i_{16} = 150$.

2) Визначення напрямків кутових швидкостей та прискорень

У цій передачі осі вхідного та вихідного валів не паралельні (перехрещуються під кутом 90°), а значить, знак передатного відношення не визначається (в цьому випадку він втрачає сенс, оскільки напрямки обертання вхідного і вихідного валів, що спостерігаються, залежать від напрямку погляду спостерігача).

За умовою задачі вхідна ланка обертається повільно (ω_1 і ε_1 спрямовані в різні боки), отже, і всі інші ланки зубчастого механізму будуть обертатися уповільнено, тобто для кожної ланки ω_i і ε_i матимуть протилежні напрямки. Таким чином, достатньо визначити лише напрямки кутових швидкостей усіх ланок.

Для пари коліс напрямки обертань визначаються виходячи з того, що точки початкових кіл коліс, що знаходяться в зачепленні, або «входять в зону зачеплення» або «виходять із зони зачеплення». З цього випливає, що напрямок обертання колеса 2 зображуватиметься стрілкою, спрямованою вгору, тому що аналогічна стрілка для колеса 1 спрямована вліво.

Центральне колесо планетарного механізму 2' обертається у той самий бік, як і колесо 2 (ці колеса утворюють одну ланку), а оскільки передатне відношення планетарного механізму $i_{2'h}^{(4)} > 0$, то водило h і черв'як 5', що утворює з водилом одну ланку, теж будуть обертатися в той же бік (стрілка вгору).

Отже, якщо дивитися на черв'як уздовж осі ліворуч, то його кутова швидкість буде спрямована проти годинникової стрілки. Так як черв'як правий (правий гвинт), то при обертанні його проти годинникової стрілки він відносно черв'ячного колеса рухатиметься вліво (викручуватиметься). Отже, точка A черв'ячного колеса відносно черв'яка рухатиметься праворуч, тобто ω_6 буде спрямована за годинниковою стрілкою (у площині креслення).

3) Визначення ω_6 , ε_6 та часу t до повної зупинки приводу

Кутові швидкість та прискорення вихідної ланки (черв'ячного колеса) будуть відповідно рівні:

$$\omega_6 = \omega_1 / i_{16} = 300 / 150 = 2 \text{ (рад/с);}$$

$$\varepsilon_6 = \varepsilon_1 / i_{16} = 180 / 150 = 1,2 \text{ (рад/с}^2\text{).}$$

Далі визначимо час, протягом якого кутова швидкість вхідної ланки зменшиться до нуля.

З рівняння руху вхідної ланки:

$$\omega_{1к} = \omega_1 + \varepsilon_1 \cdot t$$

знаходимо:

$$t = \frac{\omega_{1к} - \omega_1}{\varepsilon_1} = \frac{0 - 300}{-180} = 1,667 \text{ (с)},$$

де $\omega_{1к} = 0$ – кінцева кутова швидкість через відрізок часу t ,

$\omega_1 = 300$ рад/с – початкова кутова швидкість.

4. ЗАДАЧА №4

4.1 Завдання та вихідні дані до задачі №4

Для заданої схеми балки (рис. 4.1) з урахуванням вихідних даних (табл. 4.1) потрібно:

- 1) визначити невідомі реакції опор;
- 2) написати в загальному вигляді вирази для перерізуючих (поперечних) сил Q на кожній ділянці балки та побудувати епюри $Q = Q(x)$;
- 3) написати в загальному вигляді вирази згинальних моментів M для кожної ділянки балки та побудувати епюри $M = M(x)$;
- 4) знайти M_{\max} і підібрати балку двотаврового перерізу при $[\sigma]=160$ МПа.

Довідкові дані для балок двотаврового перерізу наведено у таблиці 4.2.

Таблиця 4.1 – Вихідні дані до задачі №4

Варіанти	Дані величини						
	a , м	b , м	c , м	l , м	Згинаючий момент M , кН·м	Зосереджена сила F , кН	Рівномірно розподілене навантаження q , кН/м
1	2,0	3,0	1,8	10	40	20	22
2	2,2	3,4	1,9	10	44	19	21
3	2,4	3,6	2,0	11	42	18	20
4	2,6	3,8	2,1	11	50	16	19
5	2,8	4,0	2,2	12	48	15	18
6	3,0	4,2	2,3	12	46	14	17
7	3,2	4,4	2,4	13	38	13	16
8	3,4	4,6	2,5	13	36	12	15
9	3,6	4,8	2,6	14	34	11	14
10	3,8	5,0	2,7	14	32	10	13

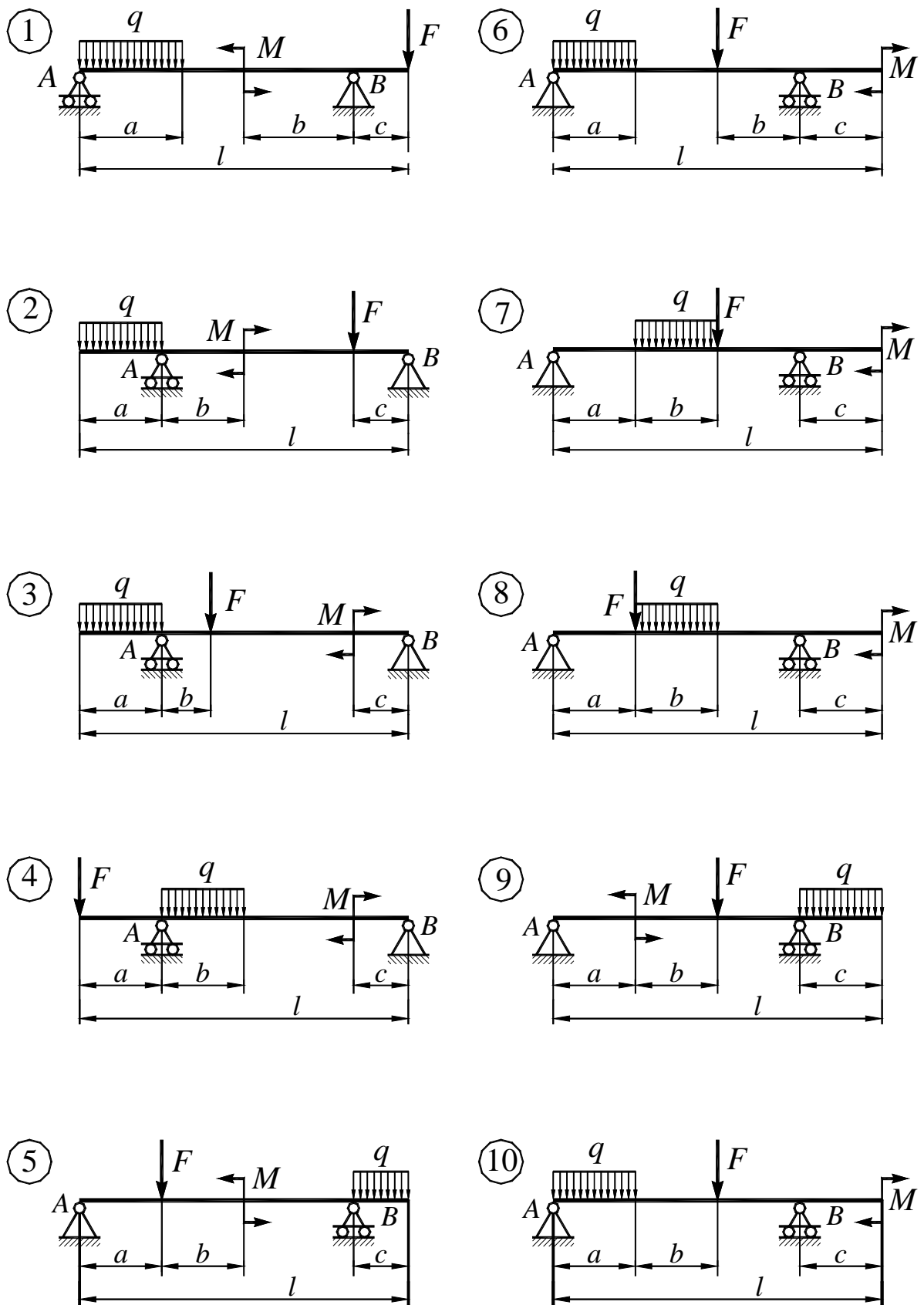
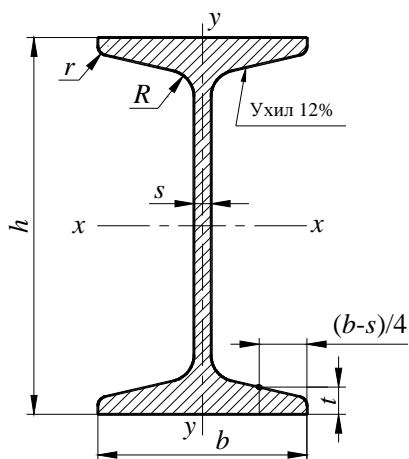


Рисунок 4.1 – Розрахункові схеми балок

Балки двотаврові. Сортамент (ДСТ 8239-72)



- h – висота балки;
- r – радіус закруглення полиці;
- b – ширина полиці;
- J – момент інерції;
- s – товщина стінки;
- W – момент опору;
- t – середня товщина полиці;
- S – статичний момент напівперетину;
- R – радіус внутрішнього закруглення;
- i – радіус інерції

Рисунок 4.2 – Балки двотаврові. Сортамент (ДСТ 8239-72)

Таблиця 4.2 – Параметри двотаврової балки по ДСТ 8239-72

Номер балки	h	b	s	t	R	r	Площа перетину, см ²	Маса 1 м, кг	Справочні величини для осі $z - z$				
									J_z , см ⁴	W_z , см ³	i_z , см	S_z , см ³	J_y , см ⁴
мм													
10	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9
12	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	11,5	350	58,4	4,88	33,7	27,9
14	140	73	4,9	7,0	8,0	3,0	17,4	13,7	572	81,7	5,73	46,8	41,9
16	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	15,9	873	109	6,57	62,3	58,6
18	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	18,4	1290	143	7,42	81,4	82,6
18a	180	100	5,1	8,3	9,0	3,5	25,4	19,9	1430	159	7,51	89,8	114
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	21,0	1840	184	8,28	104	115
20a	200	110	5,2	8,6	9,5	4,0	28,9	22,7	2030	203	8,37	114	155
22	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	24,0	2550	232	9,13	131	157
22a	220	120	5,4	8,9	10,0	4,0	32,8	25,8	2790	254	9,22	143	206
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	27,3	3460	289	9,97	163	198
24a	240	125	5,6	9,8	10,5	4,0	37,5	29,4	3800	317	10,1	178	260
27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	31,5	5010	371	11,2	210	260
27a	270	135	6,0	10,2	11,0	4,5	43,2	33,9	5500	407	11,3	229	337
30	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	36,5	7080	472	12,3	268	337
30a	300	145	6,5	10,7	12,0	5,0	49,9	39,2	7780	518	12,5	292	436
33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	42,2	9840	597	13,5	339	419
36	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	48,6	13380	743	14,7	423	516
40	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	57,0	19062	953	16,2	545	667
45	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	66,5	27696	1231	18,1	708	808
50	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100	78,5	39727	1589	19,9	919	1043
55	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118	92,6	55962	2035	21,8	1181	1356
60	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138	108	76806	2560	23,6	1491	1725

4.2 Вказівки до розв'язання задачі №4

На елементи різних несучих конструкцій будівель (балки, колони, консолі, перекриття тощо), деталі машин і механізмів (стіжки, корпуси, вали, осі, колеса, лопатки і т.д.) впливають робочі навантаження (сили тяжіння обладнання, робочих тіл та матеріалів, сили взаємодії сполучених елементів конструкцій, інерційні навантаження, рушійні сили, сили тертя, сили корисного опору та ін.)

Для забезпечення міцності конструкцій доводиться, відповідно до діючих навантажень, підбирати розміри перерізів несучих елементів об'єкта, що проектується.

Багато об'єктів проектування можуть бути із задовільною наближеністю описані умовною схемою балки на двох опорах (плити перекриття будівель, прольоти мостів, вали та осі тощо).

Одна з опор зазвичай має такий пристрій, при якому вона сприймає навантаження у всіх напрямках (наприклад, ліва опора балки в прикладі розв'язання задачі №4).

Друга опора при цьому зазвичай сприймає навантаження тільки в одному поперечному напрямку (наприклад, права опора балки в прикладі розв'язання задачі №4).

Різні зовнішні навантаження можуть бути представлені на схемі балки у вигляді:

– зосередженої сили F (наприклад, вагове навантаження об'єкта з невеликою площею спираючого на балку);

– розподіленого (рівномірно чи нерівномірно) навантаження q (насипний матеріал, вагове навантаження від об'єкта з великою площею спираючого на балку);

– зосередженого моменту сил M , діючої в деякому місці (точці) балки (наприклад, від пари сил, прикладених до колони з жорстким закладенням у балці).

Поперечні сили викликають зсувні напруження в тілі балки, максимум яких припадає на так званий нейтральний шар балки (умовна середня горизонтальна площина перерізу балки в її поздовжньому напрямку). Ці напруження можна розрахувати, наприклад, за формулою Журавського. Зазвичай вони не є небезпечними.

Вся сукупність зовнішніх навантажень обумовлює змінний по довжині балки згинальний момент M , балки напруження згину, що викликає в тілі. Ці напруження дорівнюють нулю в нейтральному шарі і мають максимальні значення на верхній або нижній поверхнях балки (найбільш віддалених від нейтрального шару). Відповідно до гіпотези плоских перерізів напруження вигину вважаються прямо пропорційними відстані від нейтрального шару. Тому небезпечним зазвичай вважається поверхневий шар балки в місці дії максимального згинального моменту M_{\max} .

Здатність балки чинити опір руйнуванню від прикладеного до неї зовнішнього згинального моменту M характеризується, так званим, осевим

моментом опору перерізу W_z , який може бути розрахований за формулами сопромату для будь-якої форми поперечного перерізу балки.

Для сталевих балок двотаврового перерізу величина W_z наводиться у різних технічних довідниках (дис. табл. 4.2).

При розв'язанні задачі №4 необхідно послідовно виконати такі етапи (див. приклад розв'язання задачі №4):

1. Знайти у завданні свій варіант, вписати його вихідні дані, намалювати задану схему балки. Присвоїти індекси опорам балки (наприклад, лівій опорі присвоїти індекс A , а правою – B) і знайти сили реакцій опор, використовуючи три рівняння рівноваги (з розділу теоретичної механіки «Статика»).

2. Намітити ділянки балки, що мають один і той же загальний вигляд рівнянь для епюри поперечних сил Q . Це будуть ділянки, в границях яких немає зміни зовнішніх навантажень, доданих до балки (таких ділянок у заданих схемах чотири).

Для кожної з намічених ділянок написати рівняння для розрахунку епюри поперечних сил Q і побудувати цю епюру під схемою балки, починаючи з будь-якого кінця балки.

3. Написати рівняння для розрахунку згинальних моментів M для тих же ділянок балки, що були намічені при виконанні п. 2, та побудувати цю епюру під епюрою поперечних сил, починаючи з будь-якого кінця балки.

4. Знайти на епюрі M максимальне значення M_{\max} , яким потім розрахувати необхідне (мінімально допустиме) значення осьового моменту опору W_z з рівняння міцності балки при згинанні:

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma];$$

звідки

$$W_z \geq [W_z] = \frac{M_{\max}}{[\sigma]},$$

де σ – максимальне робоче напруження згину в тілі балки, в МПа;

M – максимальний згинальний момент у небезпечному перерізі балки (Нм);

W_z – осьовий момент опору перерізу обраної двотаврової сталеві балки в м^3 (зазначимо, що в табл. 4.2 осьовий момент опору перерізу наведено в см^3);

$[W_z]$ – мінімально допустиме значення осьового моменту опору балки (м^3);

$[\sigma]$ – допустима напруження згину в тілі балки.

При розв'язанні задачі прийняти $[\sigma] = 160$ МПа.

Необхідно звернути увагу на необхідність приведення розмірностей величин у формулах до єдиної системи (див. приклад розв'язання задачі №4).

Для побудови епюр сил, що перерізають, і згинальних моментів скористаємося правилом знаків, наведеним на рис. 4.3.

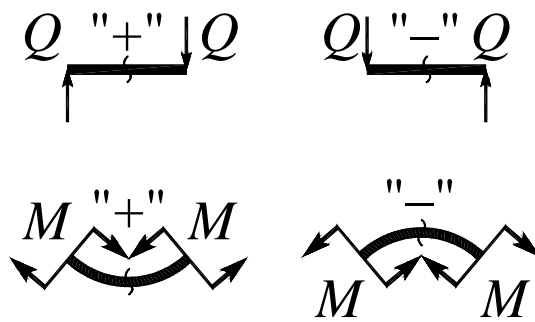


Рисунок 4.3 – Правило знаків

Наведемо кілька прикладів побудови епюр перерізуючих сил і згинальних моментів для навантажень, що зустрічаються в задачі:

а) у разі коли на ділянці діє поперечна сила F , формули для сил, що перерізують, і згинальних моментів на ділянці матимуть наступний вигляд:

$$Q(x) = -F;$$

$$M(x) = -F \cdot x,$$

Епюри для цього випадку представлені на рис. 4.4, а;

б) у разі коли на ділянці діє рівномірно розподілене навантаження q , формули для сил, що перерізують, і згинальних моментів на ділянці матимуть наступний вигляд:

$$Q(x) = -q \cdot x;$$

$$M(x) = -q \cdot x \cdot (0,5 \cdot x),$$

Епюри для цього випадку представлені на рис. 4.4, б;

в) у випадку, коли на ділянці діє згинальний момент M , формули для сил, що перерізують, і згинальних моментів на ділянці матимуть наступний вигляд:

$$Q(x) = 0 \text{ (перерізна сила відсутня);}$$

$$M(x) = M,$$

Епюри для цього випадку представлені на рис. 4.4, в;

г) у разі коли на ділянці діє одночасно поперечна сила F і рівномірно розподілене навантаження q , формули для сил, що перерізують, і згинальних моментів на ділянці матимуть наступний вигляд:

$$Q(x) = R_A - q \cdot x;$$

$$M(x) = R_A \cdot x - q \cdot x^2 / 2,$$

Епюри для цього випадку представлені на рис. 4.4, г;

Оскільки залежність $M(x)$ – квадратична парабола, то її екстремум (у цьому випадку – максимум) можна визначити за наступною залежністю:

$$M(x_m) = R_A \cdot x_m - q \cdot x_m^2 / 2,$$

а значення x_m можна визначити із співвідношення:

$$\frac{\partial M(x)}{\partial x} = 0,$$

а так як

$$\frac{\partial M(x)}{\partial x} = Q(x), \text{ то}$$
$$Q(x) = 0,$$

тобто екстремум згинального моменту виникає в тій точці балки, де сила, що перерізує, змінює знак. Ця точка знаходиться з рівняння:

$$R_A - q \cdot x_m = 0;$$
$$x_m = R_A / q.$$

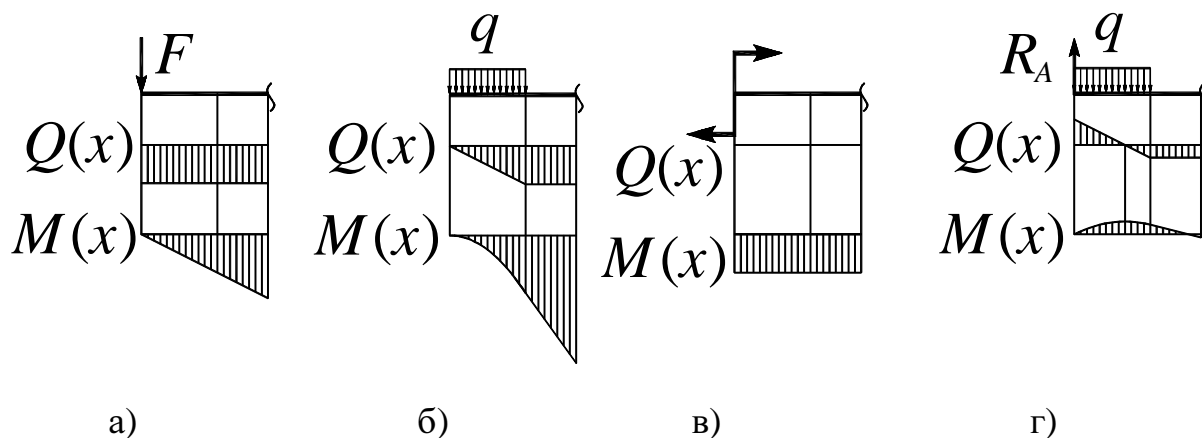


Рисунок 4.4 – Приклади епюр

4.3 Приклад розв'язання задачі №4

Початкові дані:

$a = 1,5$ м; $b = 4$ м; $c = 2,5$ м; $l = 10$ м; $d = l - a - b - c = 10 - 1,5 - 4 - 2,5 = 2$ м;

$F = 20$ кН; $q = 10$ кН/м; $M = 30$ кН·м.

Схема завдання наведена на рис. 4.5.

Розв'язання

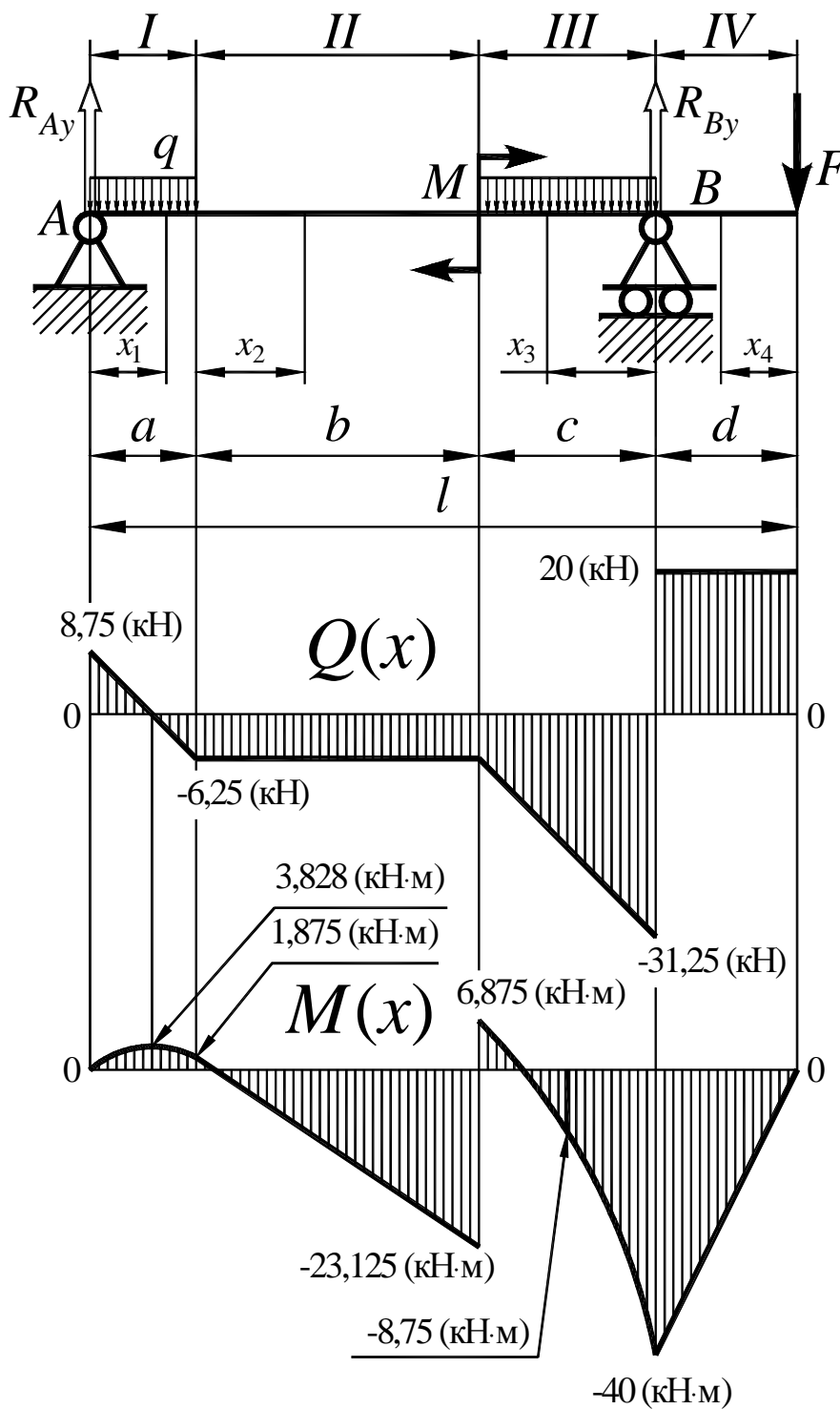


Рисунок 4.5 – Розрахункова схема балки з епюрами Q і M

1) Визначення реакцій опор A і B :

$$\sum M_B(F_i, M_i) = -R_{Ay} \cdot (a + b + c) + q \cdot a \cdot (0,5 \cdot a + b + c) - M + q \cdot c \cdot 0,5 \cdot c - F \cdot d = 0,$$

$$\begin{aligned} \text{звідки } R_{Ay} &= \frac{q \cdot a \cdot (0,5 \cdot a + b + c) - M + q \cdot c \cdot 0,5 \cdot c - F \cdot d}{(a + b + c)} = \\ &= \frac{10 \cdot 1,5 \cdot (0,5 \cdot 1,5 + 4 + 2,5) - 30 + 10 \cdot 2,5 \cdot 0,5 \cdot 2,5 - 20 \cdot 2}{(1,5 + 4 + 2,5)} = 8,75 \text{ (кН)} \end{aligned}$$

$$\sum M_A(F_i, M_i) = -F \cdot l + R_{By} \cdot (a + b + c) - q \cdot c \cdot (a + b + 0,5 \cdot c) - M - q \cdot a \cdot 0,5 \cdot a = 0,$$

$$\begin{aligned} \text{звідки } R_B \equiv R_{By} &= \frac{F \cdot l + q \cdot c \cdot (a + b + 0,5 \cdot c) + M + q \cdot a \cdot 0,5 \cdot a}{(a + b + c)} = \\ &= \frac{20 \cdot 10 + 10 \cdot 2,5 \cdot (1,5 + 4 + 0,5 \cdot 0,25) + 30 + 10 \cdot 0,5 \cdot 1,5}{(1,5 + 4 + 2,5)} = 51,25 \text{ (кН)} \end{aligned}$$

Перевірка виконання умови $\sum F_{iy} = 0$.

$$\sum F_{iy} = R_{Ay} - q \cdot a - q \cdot c + R_{By} - F = 8,75 - 10 \cdot 1,5 - 10 \cdot 2,5 + 51,25 - 20 = 0.$$

Умова виконується.

2) Визначення поперечних сил

На рис. 4.5 виділено всього 4 ділянки для визначення поперечних сил та згинальних моментів.

Ділянки I та II будемо аналізувати зліва направо, а ділянки IV та III – з правого боку наліво, тоді перевірка розрахунків виконуватиметься автоматично при збігу значень для правого краю II ділянки з лівим краєм III.

Ділянка I

Координата x_1 змінюється в границях $0 \leq x_1 \leq a$ зліва направо

$$Q(x_1) = R_{Ay} - q \cdot x_1;$$

$$Q(0) = R_{Ay} = 8,75 \text{ (кН)};$$

$$Q(a) = Q(1,5) = R_{Ay} - q \cdot a = 8,75 - 10 \cdot 1,5 = -6,25 \text{ (кН)}.$$

Ділянка II

Координата x_2 змінюється в границях $0 \leq x_2 \leq b$ зліва направо

$$Q(x_2) = R_{Ay} - q \cdot a;$$

$$Q(0) = Q(b) = 8,75 - 10 \cdot 1,5 = -6,25 \text{ (кН)}.$$

Ділянка IV

Координата x_4 змінюється в границях $0 \leq x_4 \leq d$ справа наліво

$$Q(x_4) = F;$$

$$Q(0) = Q(d) = F = 20 \text{ (кН)}.$$

Ділянка III

Координата x_3 змінюється в границях $0 \leq x_3 \leq c$ справа наліво

$$Q(x_3) = F - R_{By} + q \cdot x_3;$$

$$Q(0) = F - R_{By} = 20 - 51,25 = -31,25 \text{ (кН)};$$

$$Q(c) = Q(2,5) = F - R_{By} + q \cdot c = 20 - 51,25 + 10 \cdot 2,5 = -6,25 \text{ (кН)}.$$

Значення $Q(b)$ для II ділянки збігається зі значенням $Q(c)$ для III ділянки, що підтверджує правильність розрахунків.

3) Визначення згинальних моментів

Ділянка I ($0 \leq x_1 \leq a$)

$$M(x_1) = R_{Ay} \cdot x_1 - q \cdot x_1 \cdot 0,5 \cdot x_1;$$

$$M(0) = 0;$$

$$M(a) = R_{Ay} \cdot a - q \cdot a \cdot 0,5 \cdot a;$$

$$M(1,5) = 8,75 \cdot 1,5 - 10 \cdot 1,5 \cdot 0,5 \cdot 1,5 = 1,875 \text{ (кН·м)}.$$

Визначимо екстремум параболи:

$$R_{Ay} - q \cdot x_m = 0;$$

$$x_m = R_{Ay} / q = 8,75 / 10 = 0,875 \text{ (м)}.$$

$$M(x_m) = M(0,875) = 8,75 \cdot 0,875 - 10 \cdot 0,875 \cdot 0,5 \cdot 0,875 = 3,828 \text{ (кН·м)}.$$

Ділянка II ($0 \leq x_2 \leq b$)

$$M(x_2) = R_{Ay} \cdot (a + x_2) - q \cdot a \cdot (0,5 \cdot a + x_2);$$

$$M(0) = R_{Ay} \cdot a - q \cdot a \cdot 0,5 \cdot a = 8,75 \cdot 1,5 - 10 \cdot 1,5 \cdot 0,5 \cdot 1,5 = 1,875 \text{ (кН·м)};$$

$$M(b) = R_{Ay} \cdot (a + b) - q \cdot a \cdot (0,5 \cdot a + b);$$

$$M(4) = 8,75 \cdot (1,5 + 4) - 10 \cdot 1,5 \cdot (0,5 \cdot 1,5 + 4) = -23,125 \text{ (кН·м)}.$$

Ділянка IV ($0 \leq x_4 \leq d$, справа наліво)

$$M(x_4) = -F \cdot x_4;$$

$$M(0) = 0;$$

$$M(d) = -F \cdot d;$$

$$M(2) = -20 \cdot 2 = -40 \text{ (кН·м)}.$$

Ділянка III ($0 \leq x_3 \leq c$, справа наліво)

$$M(x_3) = -F \cdot (d + x_3) + R_{By} \cdot x_3 - q \cdot x_3 \cdot 0,5 \cdot x_3;$$

$$M(0) = -F \cdot d = -20 \cdot 2 = -40 \text{ (кН·м)};$$

$$M(c) = -F \cdot (d + c) + R_{By} \cdot c - q \cdot c \cdot 0,5 \cdot c;$$

$$M(2,5) = -20 \cdot (2 + 2,5) + 51,25 \cdot 2,5 - 10 \cdot 2,5 \cdot 0,5 \cdot 2,5 = 6,875 \text{ (кН·м)};$$

$$M(0,5 \cdot c) = M(1,25) = -20 \cdot (2 + 1,25) + 51,25 \cdot 1,25 - 10 \cdot 1,25 \cdot 0,5 \cdot 1,25 = -8,75 \text{ (кН·м)}.$$

Значення $M(b) + M = -23,125 + 30 = 6,875 \text{ (кН·м)}$ для II ділянки збігається зі значенням $M(c) = 6,875 \text{ (кН·м)}$; для III ділянки, що підтверджує правильність розрахунків.

4) Вибір балки (двотавр)

З епюри згинальних моментів (рис 4.5) видно, що найнебезпечнішим є переріз наприкінці ділянки III (опора B). У цьому перерізі $M_B = -40$ кНм. Для розрахунків нас цікавить лише абсолютна величина згинального моменту M_{\max} , тому ми враховуємо лише модуль M_B : $M_{\max} = |M_B|$.

Балку вибираємо з умови $\sigma_{\max} \leq [\sigma] = 160$ МПа або $W_z > [W_z]$.

Мінімальне (допустиме) значення моменту опору балки визначається за умови:

$$[W_z] = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{40 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 250 \text{ см}^3$$

ПРИМІТКА: $1 \text{ м}^3 = 1 \cdot 10^6 \text{ см}^3$.

За таблицею 4.2 вибираємо двотаврову балку №22а, для якої

$$W_z = 254 \text{ см}^3 > [W_z] = 250 \text{ см}^3.$$

5. ЗАДАЧА №5

5.1 Завдання та вихідні дані до задачі №5

Для заданої розрахункової схеми (рис. 5.1 і 5.2) болтового з'єднання з урахуванням вихідних даних (табл. 5.1 і 5.2) потрібно визначити діаметр болта та метричної різьби.

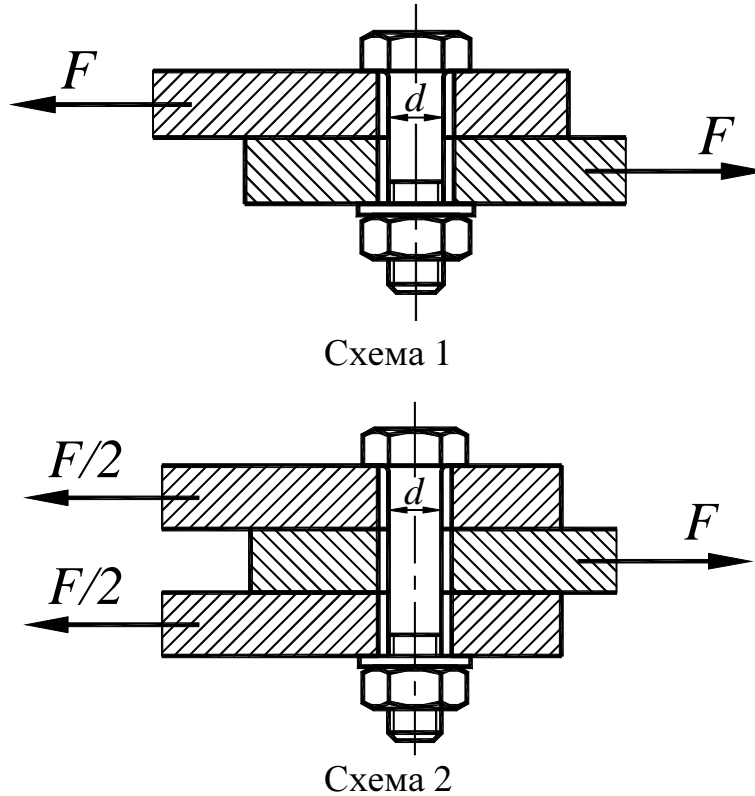


Рисунок 5.1 – Розрахункові схеми болтового з'єднання із зазором

Таблиця 5.1 – Вихідні дані до схем 1 і 2

Найменування	Позначення, од. вимірювання	Варіанти									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Величина сили	F , кН	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5
Коефіцієнт тертя між деталями	f	0,15	0,24	0,17	0,28	0,19	0,2	0,21	0,25	0,23	0,24
Коефіцієнт запасу	K_3	1,2	1,24	1,28	1,32	1,36	1,4	1,44	1,48	1,5	1,3
Допустимі напруження	$[\sigma_p]$, МПа	100	110	105	120	115	130	125	140	135	150

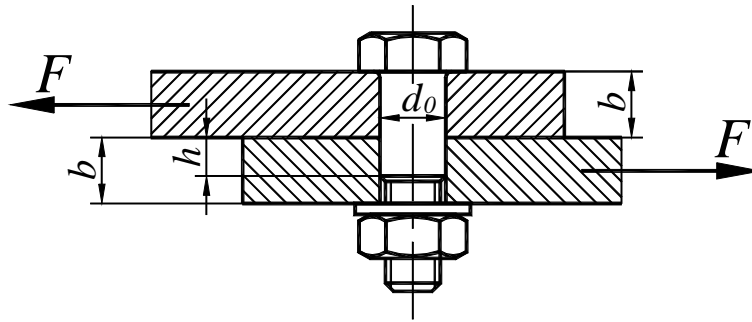


Схема 3

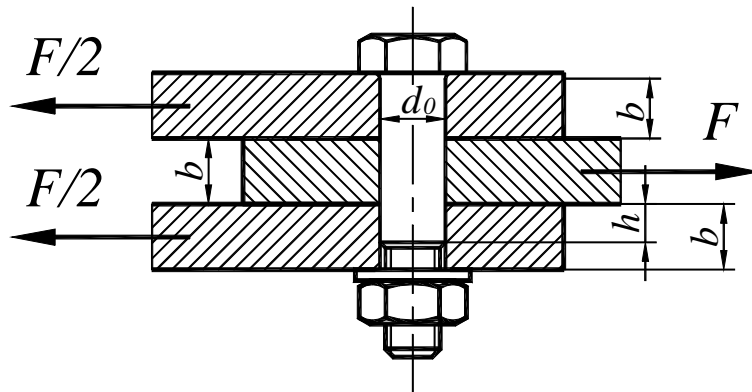


Схема 4

Рисунок 5.2 – Розрахункова схема болтового з'єднання без зазору

Таблиця 5.2 – Вихідні дані до схем 3 і 4

Найменування	Познач., од. вим.	Варіанти									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Величина сили	F , кН	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5
Коефіцієнт запасу	K_3	1,2	1,24	1,28	1,32	1,36	1,4	1,44	1,48	1,5	1,3
Допустиме напруження на зріз	$[\tau_{зр}]$, МПа	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64
Допустиме напруження на зминання	$[\sigma_{зм}]$, МПа	100	110	105	120	115	130	125	140	135	150
Товщина деталей, що з'єднуються	b , мм	20	24	22	16	18	20	22	24	26	28
Відношення довжини зминання до товщини деталі	h/b	0,6	0,7	0,8	0,7	0,6	0,7	0,8	0,7	0,6	0,8

5.2 Вказівки до розв'язання задачі №5

Вихід з ладу болтів, гвинтів та шпильок відбувається внаслідок розриву стрижня по різьбі, пошкодження або руйнування різьби. Крім того, у болтів та гвинтів іноді відбувається руйнування головок.

З розрахунку на міцність визначається номінальний діаметр болта. Довжина болта приймається в залежності від товщини деталей, що з'єднуються. Інші розміри болта, а також гайки та шайби приймаються залежно від діаметра різьби за відповідними ДСТУ. Розглянемо розрахунок болтових з'єднань, навантажених зсувними (поперечними) силами для двох варіантів:

- а) болтове з'єднання із зазором (рис. 5.3);
- б) болтове з'єднання без зазору (рис. 5.4).

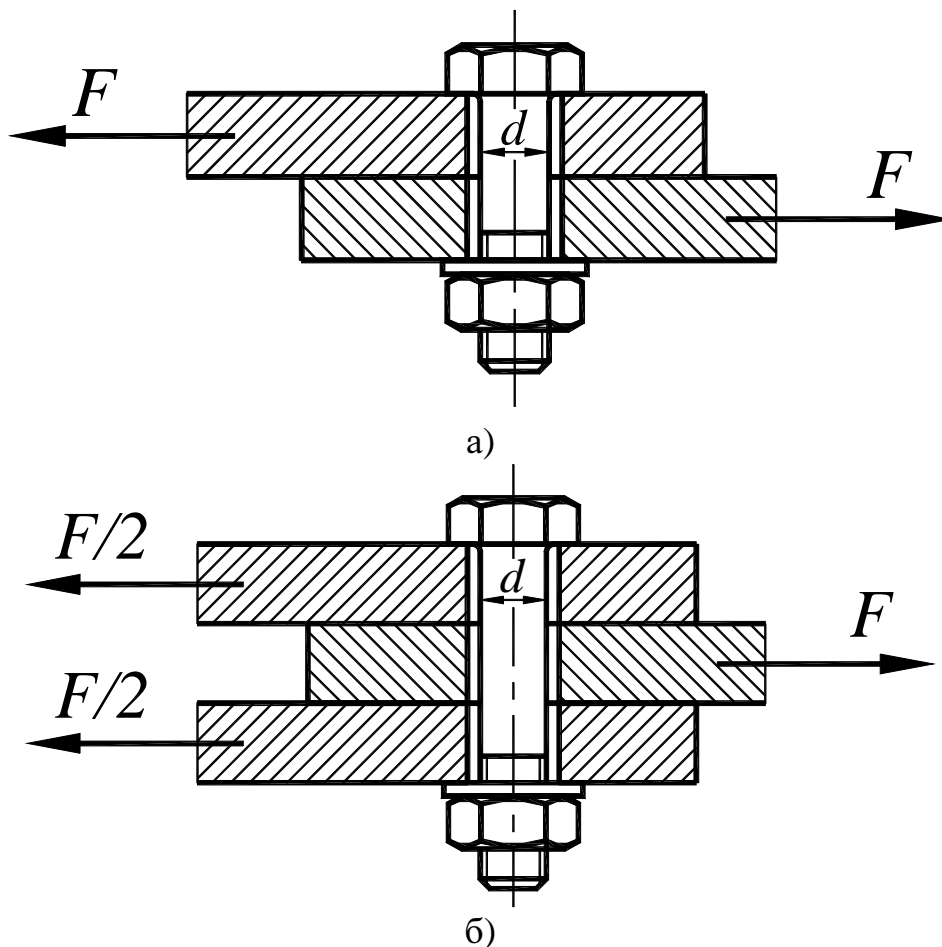


Рисунок 5.3 – Розрахункова схема болтового з'єднання із зазором

- а) болтове з'єднання із зазором

Болт затягується такою силою затягування $F_з$, щоб сила тертя, що виникає при цьому $F_{тр}$ на поверхні стику деталей, що з'єднуються, була більше зовнішньої зсувної поперечної сили F (рис. 5.3, а).

Умови міцності з'єднання:

$$F_з \cdot f > F,$$

де f – коефіцієнт тертя між деталями, що з'єднуються; для чавунних та сталевих деталей $f = 0,15 \div 0,20$.

Для граничного випадку:

$$F_3 = F/f.$$

Розрахункова сила затягування:

$$F_p = 1,3 \cdot F \cdot K_3 / f,$$

де числовий коефіцієнт 1,3 враховує напруження скручування.

Тоді:

$$\sigma_p = \frac{4 \cdot F_p}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 1,3 \cdot K_3 \cdot F}{\pi \cdot d^2 \cdot f} \leq [\sigma_p],$$

де $[\sigma_p]$ – допустиме напруження при розтягуванні болта.

Звідки діаметр болта у випадку:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,3 \cdot K_3 \cdot F}{\pi \cdot [\sigma_p] \cdot f \cdot i}},$$

так як для двох і більше стиків (рис. 5.3, б)

$$F_i = F/f \cdot i,$$

де i – кількість стиків.

б) болтове з'єднання без зазору

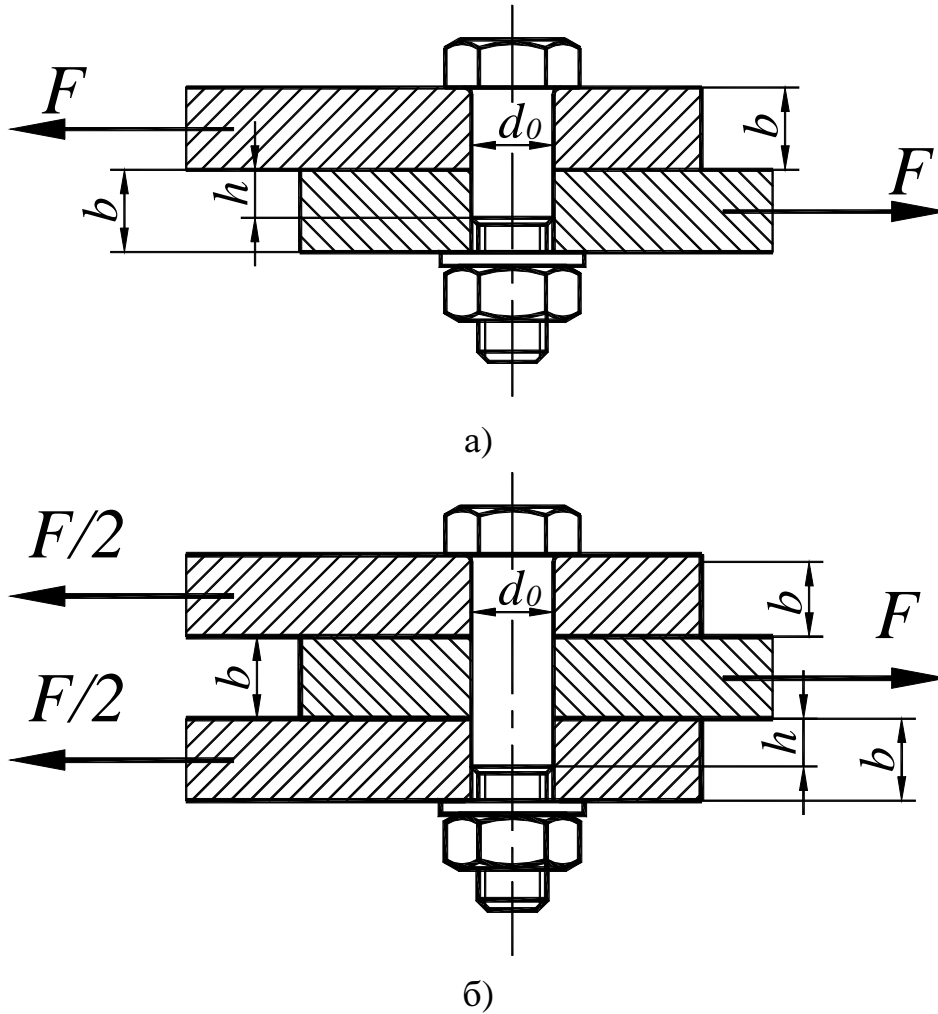


Рисунок 5.4 – Розрахункова схема болтового з'єднання без зазору

В цьому випадку (рис. 5.4, а) стрижень болта схильний до напружень зрізу і зминання.

На зріз болт розраховують за наступною залежністю:

$$\tau_{зр} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d_0^2} \leq [\tau_{зр}],$$

де d_0 – діаметр стрижня болта у небезпечному перерізі;

$[\tau_{зр}]$ – допустиме напруження на зріз.

Проектний розрахунок виконується за формулою:

$$d_0 = \sqrt{\frac{4 \cdot K_3 \cdot F}{\pi \cdot [\tau_{зр}]}}.$$

Якщо порівняти цей варіант установки болтів із попереднім, то отримаємо діаметр болта майже в 2 рази менше, однак цей варіант застосовується не часто через складність забезпечення складання з'єднання з групою болтів. Застосовувати з'єднання з болтами поставленими без зазору

можливо лише тоді, коли може бути забезпечене спільне розсвердлювання та розгортання отворів деталей, що скріплюються.

Умова міцності на зминання:

$$\sigma_{зм} = \frac{F}{d_0 \cdot h} \leq [\sigma_{зм}],$$

де h – довжина частини стрижня болта, що зминається найбільш (рис. 5.4, а);
[$\sigma_{зм}$] – допустиме напруження на зминання.

Тоді

$$d_0 = \frac{F}{h \cdot [\sigma_{зм}]}.$$

Для двох і більше стиків необхідно враховувати максимальну величину сили, що викликає зминання, а також висоту ділянки, що зминається. Наприклад, при розрахунку за схемою, представленою на рис. 5.4, б потрібно розглянути два варіанти розрахунку на зминання:

$$1) \sigma_{зм1} = \frac{F/(i-1)}{d_0 \cdot b} \leq [\sigma_{зм}];$$

$$2) \sigma_{зм2} = \frac{F/i}{d_0 \cdot h} \leq [\sigma_{зм}],$$

де i – кількість стиків.

Розрахунок на зріз виконується за наступною залежністю:

$$d_0 = \sqrt{\frac{4 \cdot K_3 \cdot F}{\pi \cdot i \cdot [\tau_{зр}]}}.$$

Расчет производится для наиболее опасного случая, то есть из полученных диаметров выбирают наибольший.

Приклад розв'язання задачі №5 наведено в п. 5.3.

При виборі болтів необхідно враховувати:

а) ряд стандартних болтів

(М4, М5, М6, М8, М10, М12, М16, М20, М24, М30);

б) ряд стандартних метричних різьблень для нестандартних болтів

(М4, М5, М6, М8, М10, М12, М14, М16, М18, М20, М22, М24, М27, М30);

с) деякі геометричні параметри різьби наведено в табл. 5.3.

Таблиця 5.3 – Основні діаметри різьби

$d=D$	$d_2=D_2$	$d_1=D_1$	$d=D$	$d_2=D_2$	$d_1=D_1$
2	1,740	1,567	18	16,376	15,294
2,2	1,908	1,713	20	18,376	17,294
2,5	2,208	2,013	22	20,376	19,294
3	2,675	2,459	24	22,051	20,752
3,5	3,110	2,850	27	25,051	23,752
4	3,546	3,242	30	27,727	26,211
4,5	4,013	3,688	33	30,727	29,211
5	4,480	4,134	36	33,402	31,670
6	5,350	4,918	39	36,402	34,670
7	6,350	5,918	42	39,077	37,129
8	7,188	6,647	45	42,077	40,129
9	8,188	7,647	48	44,752	42,587
10	9,026	8,376	52	48,752	46,587
11	10,026	9,376	56	52,428	50,046
12	10,863	10,106	60	56,428	54,046
14	12,701	11,835	64	60,103	57,505
16	14,701	13,835	68	64,103	61,505

5.3 Приклад розв'язання задачі №5

Початкові дані:

$$F = 10 \text{ кН};$$

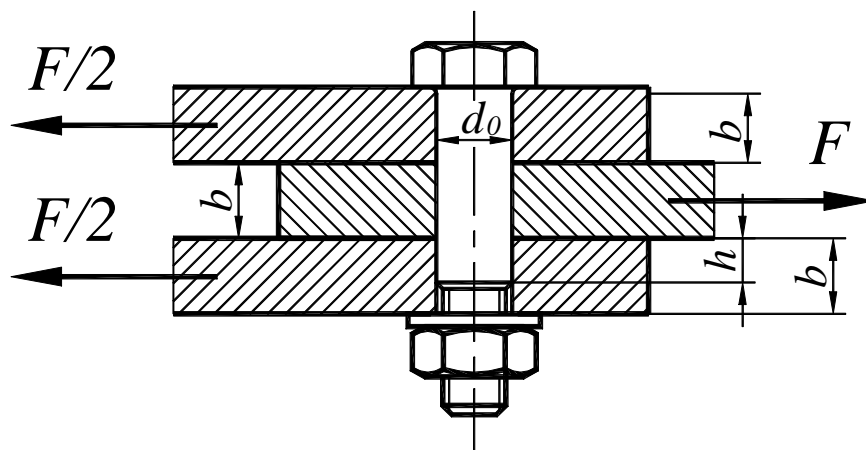
$$K_3 = 1,5;$$

$$[\tau_{зр}] = 80 \text{ МПа};$$

$$[\sigma_{зм}] = 100 \text{ МПа};$$

$$b = 25 \text{ мм};$$

$$h/b = 0,9.$$



Знайти: d_0 .

Розв'язання

Так як болт встановлений без зазору, то розрахунок діаметра болта потрібно виконувати на зріз та зминання.

Проектний розрахунок виконується за формулою:

$$d_0 = \sqrt{\frac{4 \cdot K_3 \cdot F}{\pi \cdot i \cdot [\tau_{зр}]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,5 \cdot 10 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 2 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 0,0109 \text{ (м)}.$$

Приймаємо діаметр болта $d_0 = 11 \text{ (мм)}$.

Зробимо розрахунок на зминання. При розрахунку за заданою схемою слід розглянути два варіанти розрахунку:

$$1) \sigma_{зм1} = \frac{F/(i-1)}{d_0 \cdot b} \leq [\sigma_{зм}];$$

$$2) \sigma_{зм2} = \frac{F/i}{d_0 \cdot h} \leq [\sigma_{зм}].$$

Тоді потрібний по зминанню діаметр:

$$1) d_0 = \frac{F/(i-1)}{b \cdot [\sigma_{зм}]} = \frac{10 \cdot 10^3 / (2-1)}{0,025 \cdot 100 \cdot 10^6} = 0,004 \text{ (м)} = 4 \text{ (мм)};$$

$$2) d_0 = \frac{F/i}{h \cdot [\sigma_{зм}]} = \frac{10 \cdot 10^3 / 2}{0,9 \cdot 0,025 \cdot 100 \cdot 10^6} = 0,0022 \text{ (м)} = 2,2 \text{ (мм)},$$

а проектний діаметр (по зрізу) $d_0 = 11 \text{ (мм)} > 4 \text{ (мм)}$.

Остаточно приймаємо діаметр болта $d_0 = 11 \text{ (мм)}$, а діаметр різьби цього болта М10.

Література

1. Заблонский К. И. и др. Прикладная механика. – Киев, 1984.
2. Иосилевич Г. Б. и др. Прикладная механика. М.: Машиностроение, 1985.
3. Осецкий В. И. и др. Прикладная механика. М.: Машиностроение, 1977.
4. Гречко Л. П. Рычажные механизмы, передачи и зацепления. Харьков, 2000.
5. Гречко Л. П. Синтез механизмов и динамика машин. Харьков, 1998.
6. Яблонский А. А. Курс теоретической механики (части 1 и 2). М.: Высшая школа, 1977.
7. Писаренко Г. С. и др. Соппротивление материалов. Киев: Высшая школа, 1975.

Навчальне видання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до РГР, СРС та практичних занять
для студентів денної та заочної форм навчання
з дисципліни «Технічна механіка»
по спеціальності 275.03 Транспортні технології
(на автомобільному транспорті)

(українською мовою)

Укладачі: ВОРОПАЙ Олексій Валерійович,
ШАРАПАТА Андрій Сергійович,
ЄГОРОВ Павло Анатолійович

Відповідальний за випуск *О.О. Коряк*

Авторська редакція

Комп'ютерна верстка *О.В. Воронай*