

Лекция № 15

ТЕМА № 6: Индукторные системы для магнитно-импульсного притяжения немагнитных металлов**План**

1. Силовой элемент инструмента – тонкий круговой виток с разрезом над идеально проводящим массивным проводником.
2. Численные оценки.
3. Вычисления азимутальной и радиальной компонент.

1. Силовой элемент инструмента – тонкий круговой виток с разрезом над идеально проводящим массивным проводником

Влияния радиального разреза в силовом элементе инструмента на процессы возбуждения полей. Широко распространённые инструменты магнитно-импульсной обработки металлов – это плоские одновитковые соленоиды. В известных публикациях по электродинамическим расчётам последние представляются замкнутыми круговыми контурами, что позволяет ввести условие аксиальной симметрии и существенно упростить решение задачи о поле изолированного витка на поверхности металлического объекта (это может быть как проводящее полупространство, так и тонкая пластина).

В действительности виток не может быть замкнутым круговым контуром, поскольку он является элементом, последовательно включаемым в цепь источника мощности. То есть, реально, виток незамкнут, поскольку он имеет разрез и функция, описывающая азимутальное распределение возбуждающего тока, терпит разрыв второго рода. Поэтому в дальнейшем одинаково справедливы термины виток с разрезом или виток с разрывом.

Приближение аксиальной симметрии нарушается тем больше, чем больше требуемое по конструктивным соображениям расстояние между электрическими выводами к источнику мощности. В конечном итоге нарушение аксиальной симметрии приводит к неадекватности широко применяемой симметричной модели расчёта реальных систем виток – проводящий объект.

Рассмотрим возбуждение индуцированных токов идеализированным бесконечно тонким витком. Данное приближение позволит избежать неоднозначности в интерпретации расчётных результатов, обусловленной конечными радиальными размерами индуктора в зоне разреза.

Расчётная модель представлена на рис. 1, где $\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z$ – направляющие орты координат в выбранной цилиндрической системе координат.

Примем следующие допущения.

1. Бесконечно протяжённый в поперечных направлениях металлический лист – объект обработки выполнен из немагнитного идеального проводника.

2. Виток индуктора расположен над поверхностью пластины на расстоянии h , его радиус R , поперечные размеры настолько малы, что влияние металла витка на электромагнитные процессы несущественно, и математически расположение возбуждающего тока индуктора можно описать произведением дельта-функций Дирака $\delta(z - h) \cdot \delta(r - R)$.

3. В местах подключения витка к источнику имеет место «разрыв» по азимуту, описываемый функцией

$$f(\varphi) = \eta(\varphi - \varphi_0) - \eta(\varphi - (2\pi - \varphi_0)),$$

где $\eta(\varphi)$ – ступенчатая функция Хевисайда;

$2\varphi_0$ – величина разрыва в витке, выраженная в терминах азимутального угла.

4. По витку протекает азимутальный ток с плотностью $j_{\varphi i}(t, r, \varphi, z)$,

$$j_{\varphi i}(t, r, \varphi, z) = J_m \cdot j(t) \cdot \delta(r - R) \cdot \delta(z - h) \cdot f(\varphi),$$

где J_m – амплитуда;

$j(t)$ – временная зависимость;

t – время.

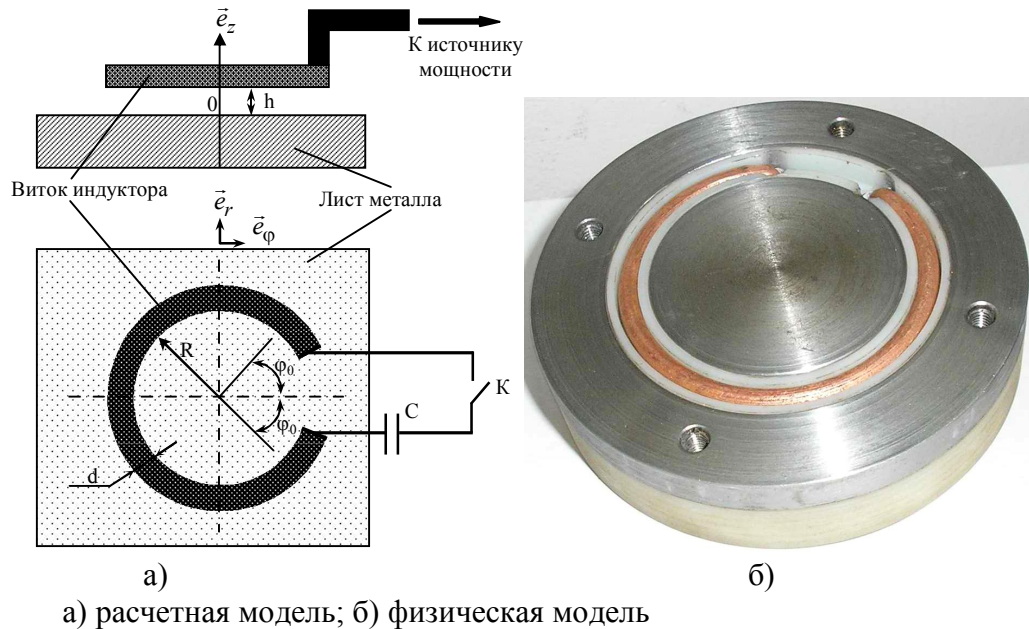


Рисунок 1 – Плоский незамкнутый виток над массивным металлическим листом

Согласно принятым допущениям, в системе возбуждается магнитное поле с вектором напряженности $\vec{H} = \{ H_r \neq 0, H_\varphi \neq 0, H_z \neq 0 \}$.

Уравнения Максвелла запишутся в виде:

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{H}(t, r, \varphi, z) = j_{\varphi i}(t, r, \varphi, z); \\ \text{div } \vec{H}(t, r, \varphi, z) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Интегрирование уравнений Максвелла проводилось с использованием интегрального преобразования Фурье-Бесселя. Данные математические операции с выводом аналитических зависимостей для основных компонент индуцированного тока приведены в авторских работах [3, 27, 372].

Виток с конечными радиальными размерами. Как было ранее указано, вычисления вихревых токов в проводнике, возбуждаемых полем идеально тонкого кругового соленоида, следует дополнить расчётами для более реального случая, когда виток индуктора обладает конечными радиальными размерами.

Полученные выражения для компонент индуцированных токов после необходимых тождественных преобразований запишутся в виде относительных величин:

$$j_{\varphi\text{-отн}}(r, \varphi) = \frac{j_\varphi(t, r, \varphi)}{(-J_m \cdot j(t))}, \quad j_{r\text{-отн}}(r, \varphi) = \frac{j_r(t, r, \varphi)}{(-J_m \cdot j(t))}.$$

С введением относительной радиальной координаты $\rho = \frac{r}{R_1}$ и после необходимых математических преобразований получаем, что

$$j_{\varphi-отн}(\rho, \varphi) = \left(\frac{R_1}{R_2 - R_1} \right) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} F_n(\varphi_0) \cos(n\varphi) \times \left[\int_0^{\infty} f_n(x) (J_{n-1}(x\rho) - J_{n+1}(x\rho)) e^{-x \cdot \frac{h}{R_1}} dx \right], \quad (2)$$

$$\text{где } f_n(x) = \frac{1}{(4 \cdot x)} \int_x^{\frac{x \cdot R_2}{R_1}} y \cdot [J_{n-1}(y) - J_{n+1}(y)] dy.$$

$$j_{r-отн}(\rho, \varphi) = \left(\frac{R_1}{R_2 - R_1} \right) \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot F_n(\varphi_0) \cdot \sin(n\varphi) \left[\int_0^{\infty} f_n(x) \frac{J_n(x\rho)}{\rho} \cdot \frac{e^{-x \cdot \frac{h}{R_1}}}{x} dx \right]. \quad (3)$$

Сумма квадратов выражений (2) и (3) в формуле (4) представляет собой решение задачи о возбуждении вихревых токов в идеально проводящем объекте полем плоского цилиндрического витка с конечными поперечными размерами и разрезом, к которому подключается источник мощности.

Полная плотность тока, индуцированного в металле пластины, будет равна:

$$j_{отн} \left(\frac{r}{R}, \varphi \right) = \sqrt{j_{\varphi-отн}^2 \left(\frac{r}{R}, \varphi \right) + j_{r-отн}^2 \left(\frac{r}{R}, \varphi \right)}. \quad (4)$$

2. Численные оценки

Вычисления амплитудно-пространственного распределения вихревых токов, возбуждаемых незамкнутым одновитковым индуктором в идеально проводящем металлическом объекте, проведём для постоянного воздушного зазора между ними $h/R = 0,1$. Варьирование данной величины и исследование её влияния не представляет интереса, поскольку из априорных физических соображений очевидна роль этого параметра системы.

Особый интерес для практики, в первую очередь, вызывают оценки влияния размеров разреза в витке на амплитуды и распределения индуцированных токов.

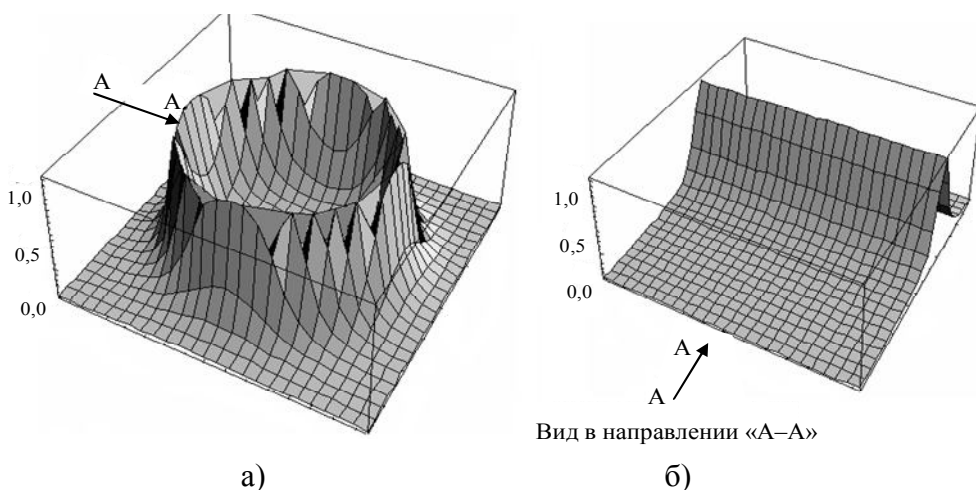
Наиболее иллюстративные эпюры представлены на рис. 2...4. Для полноты картины объёмные эпюры можно дополнить некоторыми графическими зависимостями, рис. 5, 6.

Основные результаты проведенных вычислений сводятся к следующим положениям.

1. В зоне под разрезом в витке имеет место существенное нарушение однородности пространственного распределения плотности индуцированных токов и снижение их амплитудных значений (эпюры на рис. 3.2...3.4, график рис. 3.5), что делает недопустимым приближение аксиальной симметрии в расчётах одновитковых индукторных систем.

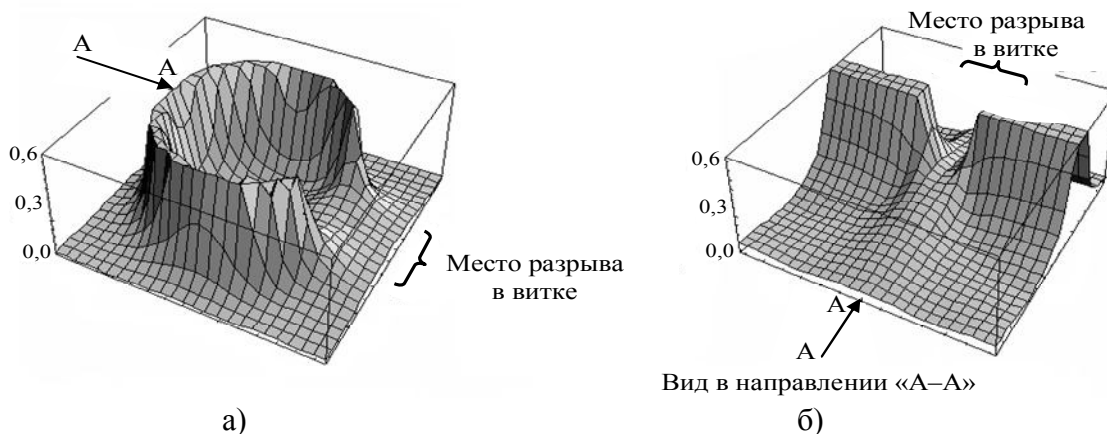
2. Следствием отмеченной неоднородности пространственного распределения является снижение интегральной величины индуцированного тока в целом.

3. Физически возбуждение вихревых токов в проводнике внешним полем цилиндрического витка можно интерпретировать как процесс протекания индуцированного тока в замкнутом контуре с некой величиной эквивалентного сопротивления.



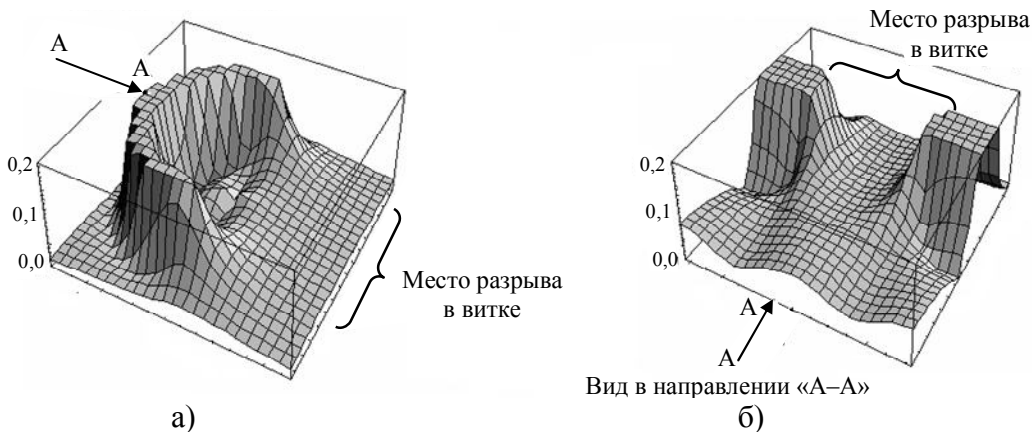
а) в цилиндрической системе координат; б) в декартовой системе координат

Рисунок 2 – Объёмные эпюры амплитудно-пространственного распределения плотности тока, индуцированного замкнутым витком, $\theta = 0$



а) в цилиндрической системе координат; б) в декартовой системе координат

Рисунок 3 – Объёмные эпюры амплитудно-пространственного распределения плотности тока, индуцированного витком с разрывом $\theta \approx 0,2$



а) в цилиндрической системе координат; б) в декартовой системе координат

Рисунок 4 – Объёмные эпюры амплитудно-пространственного распределения плотности полного тока, индуцированного витком с разрывом $\theta \approx 0,5$

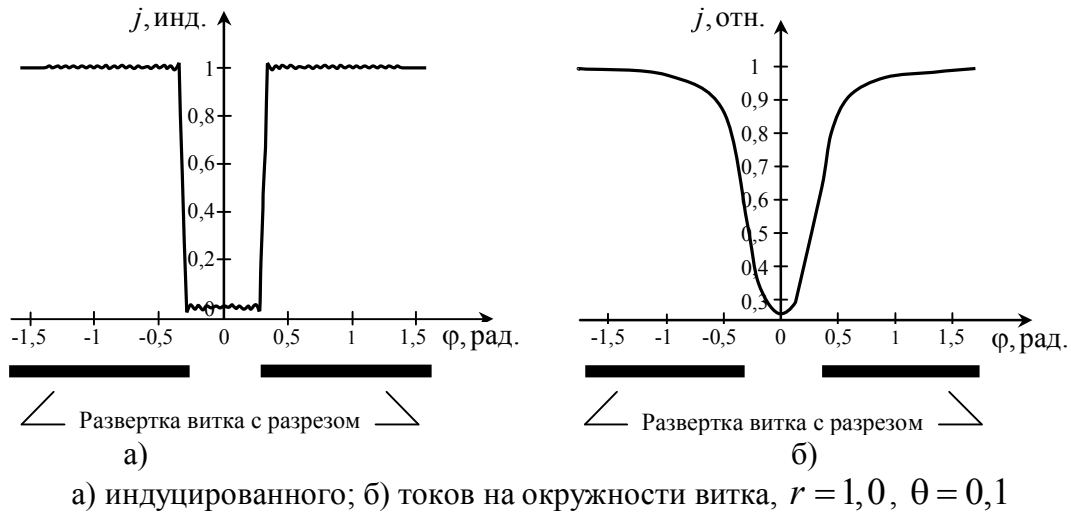


Рисунок 5 – Азимутальное распределение плотности возбуждающего тока:

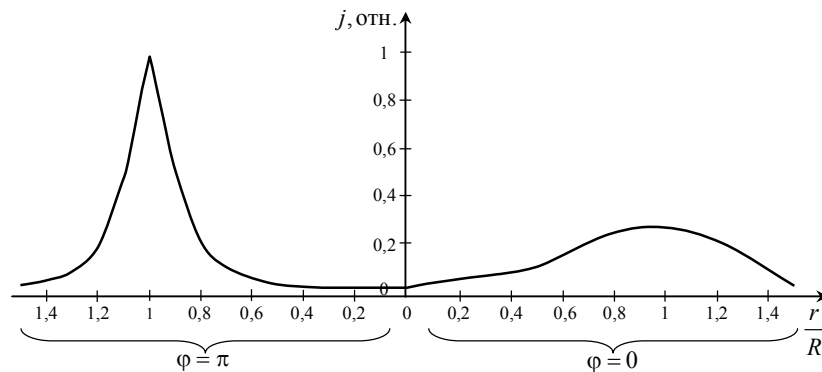


Рисунок 6 – Распределение плотности индуцированного тока на оси витка, проходящей через центр разрыва, $\theta = 0,1$

4. Величина эквивалентного сопротивления устанавливает амплитуду индуцированного тока и определяется не только совокупностью известных факторов (пространственная ориентация витка и поверхности проводника плюс расстояние между ними), а также асимметрией витка, обусловленной наличием разреза для подсоединения токопроводов от источника мощности.

5. В рамках сформулированной физической модели становится очевидным, что при минимальной электромагнитной связи, когда виток перпендикулярен к плоскости проводника или между ними достаточно большое расстояние, или довольно большой разрез, эквивалентное сопротивление стремится к бесконечности, а индуцированный ток стремится к нулю. При максимальной связи, если плоскости витка и проводника компланарны, расстояние между ними стремится к нулю, разрез отсутствует, эквивалентное сопротивление стремится к нулю, а индуцированный ток по величине приближается к возбуждающему току в витке индуктора, но направлен противоположно.

3. Вычисления азимутальной и радиальной компонент

Рассмотрим компоненты вектора плотности тока, индуцированного в проводнике.

Так же как и ранее, графическую иллюстрацию исследуемых процессов оформим в виде объёмных эпюр. Для лучшего визуального восприятия компоненты вектора плотности тока расположены ря-

дом (рис. 7...9). Эпюры на рис. 7...9 дополним характерными графическими зависимостями (рис. 10).

Проведенные вычисления приводят к следующим выводам:

- в аксиально-симметричной системе (виток без разреза) возбуждается только азимутальная компонента индуцированного тока (рис. 7);
- нарушение аксиальной симметрии (виток с разрезом) есть причина появления радиальной составляющей индуцированного тока (эпюры на рис. 8, 9);
- пространственные максимумы радиальных токов располагаются вблизи краёв разреза в витке и имеют разные знаки (рис. 7, 9, 10), что говорит об их протекании в противоположных направлениях;
- в целом, сравнение эпюр индуцированных токов на рис. 3, 4 и рис. 7, 8, 9 показывает, что пространственная форма полного индуцированного тока формируется, в основном, вкладом азимутальной составляющей.

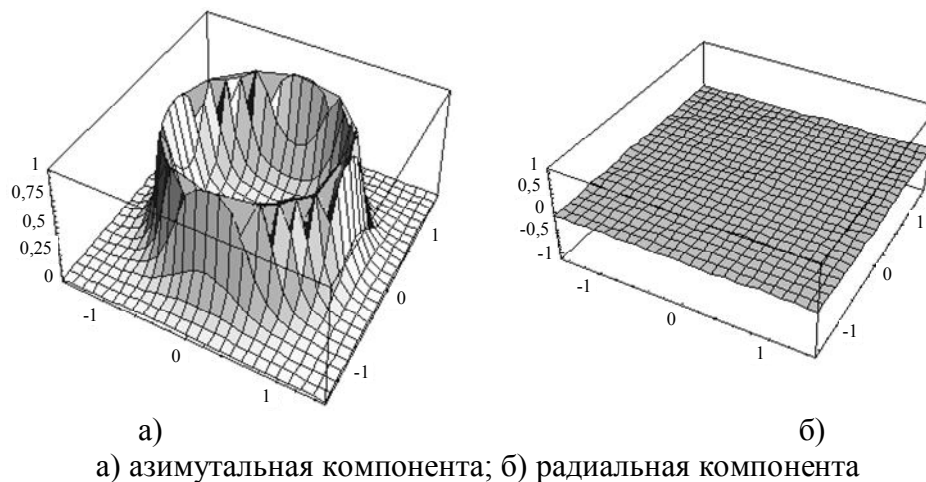


Рисунок 7 – Пространственные распределения компонент вектора индуцированного тока для $\theta = 0,0$

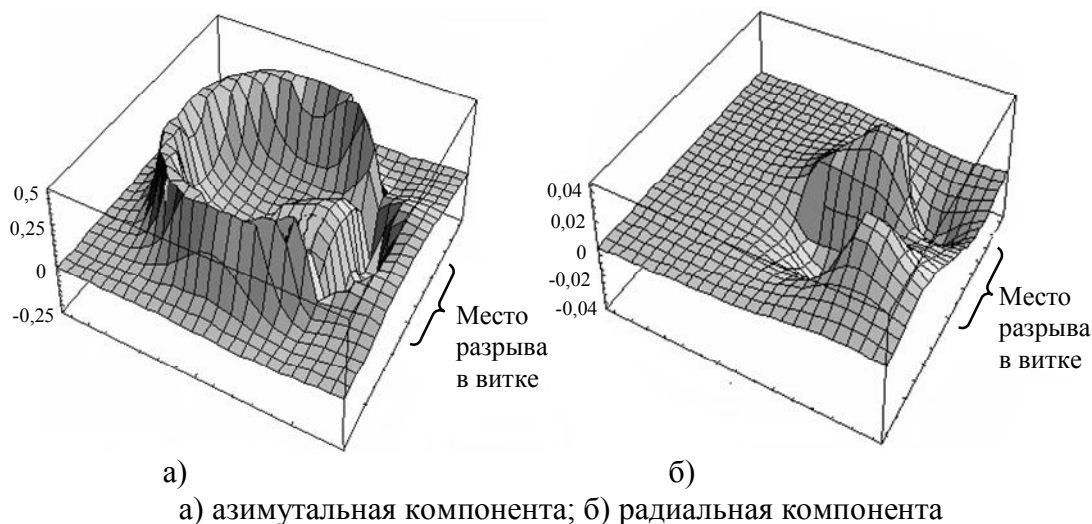


Рисунок 8 – Пространственные распределения компонент вектора индуцированного тока для $\theta = 0,2$

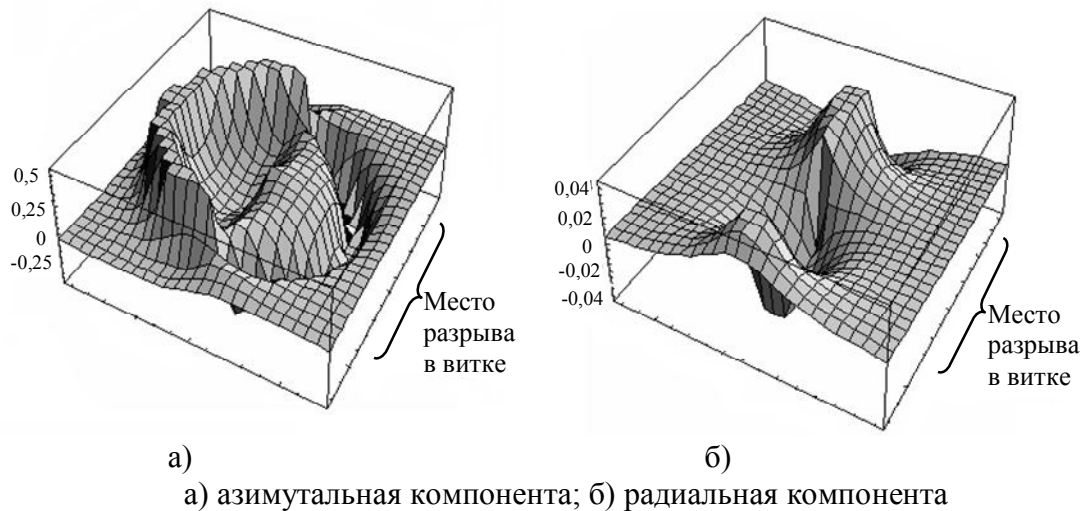


Рисунок 9 – Пространственные распределения компонент вектора индуцированного тока для $\theta = 0,5$

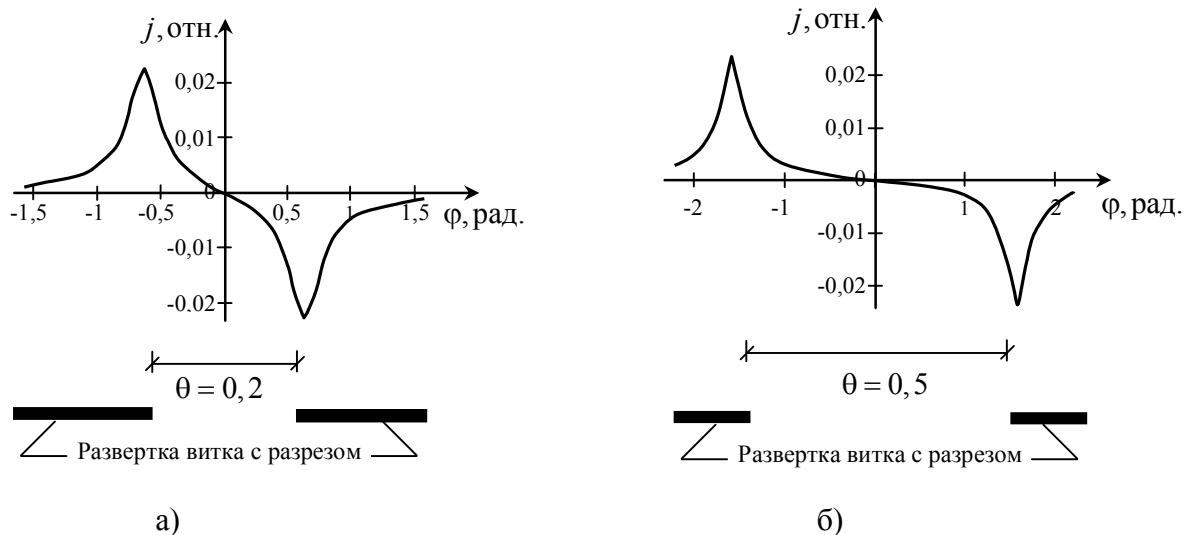


Рисунок 10 – Азимутальные распределения радиальных компонент индуцированных токов на окружности витка $r=1$ при различных значениях разрыва

Рассмотрим виток с заданными радиальными размерами.

Наиболее интересным отличием от предыдущего рассмотрения представляется влияние конечной ширины витка на возбуждение вихревых токов в проводнике.

Расчёты проводились с помощью формул (2), (3), (4) и представлены на рис. 11...13.

Как показали вычисления, наибольшей иллюстративностью обладают зависимости плотности полных индуцированных токов от относительного радиуса при движении по азимуту, проходящему от сплошной части витка через центр системы и далее через центр разреза, аналогичные приведенной на рис. 6. Зависимость от азимута сохраняется и практически идентична рис. 5.

К приведенным зависимостям следует добавить, что в расчётах принималось $R_1 = 0,025$ м. Соответственно, значения $d = 0,005$ м и $d = 0,01$ м отвечают относительным величинам $R_2/R_1=1,2$ и $R_2/R_1=1,4$. Относительное расстояние между витком и проводящей плоскостью сохранялось прежним, $h = 0,1$ (относительно R_1).

Основные выводы по результатам расчётов:

– увеличение радиальных размеров витка приводит к снижению амплитуд возбуждаемых вихревых токов. Так при вариации геометрии витка от $R_2/R_1 \rightarrow 1$ до $R_2/R_1 \rightarrow 1,4$ максимум амплитуды плотности индуцированного тока падает почти в два раза (рис. 11 и

рис. 13);

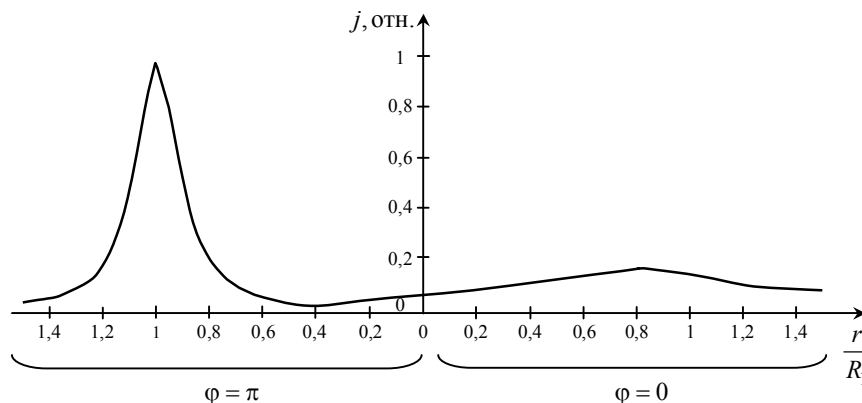


Рисунок 11 – Распределение плотности индуцированного тока по азимуту, через центр разреза, $\theta = 0,2$ для $d \rightarrow 0$

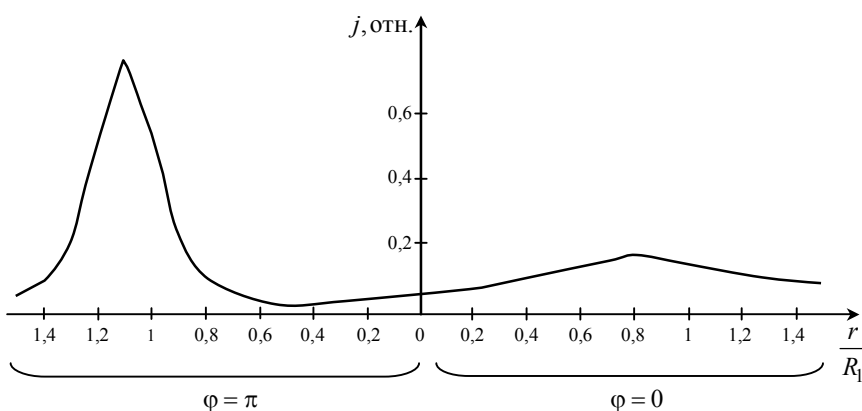


Рисунок 12 – Распределение плотности индуцированного тока по азимуту, через центр разреза, $\theta = 0,2$ для $d = 0,005$ м

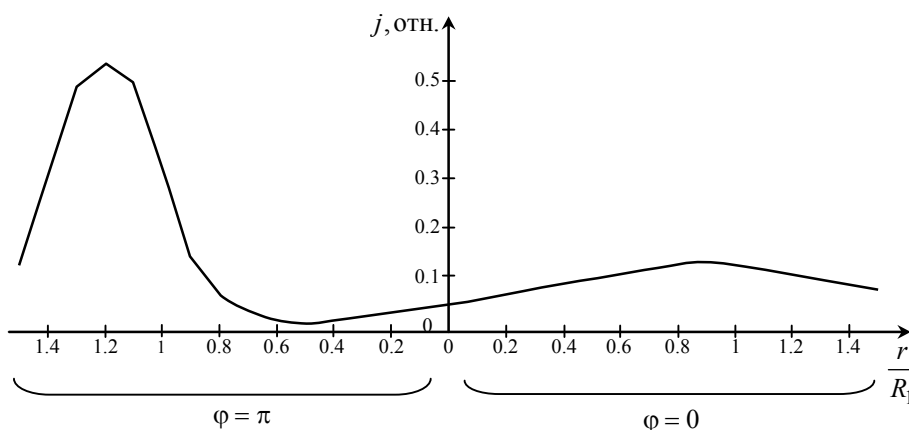


Рисунок 13 – Распределение плотности индуцированного тока по азимуту, через центр разреза, $\theta = 0,2$ для $d = 0,01$ м

– в области разреза изменение ширины витка практически не меняет амплитуды плотности вихревых токов (рис. 11...13);

– в целом, ширина витка индуктора влияет на амплитуды токов, индуцированных в проводнике, но не изменяет физической картины их пространственно-временного распределения.