

**С.Е. Рожкова, П.П. Рожков**

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

**З ДИСЦИПЛІНИ “ЕЛЕКТРОТЕХНІКА  
ТА ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА”**

Харків – 2019

## ЗМІСТ

|  |    |
|--|----|
| ЛЕКЦІЯ 1 .....   | 7  |
| 1. Вступ до електротехніки та електромеханіки.....                       | 7  |
| 2. Поняття про електричний заряд.....                                    | 10 |
| 3. Поняття про електричне поле.....                                      | 12 |
| ЛЕКЦІЯ 2 .....   | 14 |
| Електричні кола постійного струму.....                                   | 14 |
| 1. Поняття про електричне коло.....                                      | 14 |
| 2. Електрорушійна сила генератора (ЕРС).....                             | 17 |
| 3. Основні закони постійного струму.....                                 | 17 |
| 4. Робота і потужність електричного струму.....                          | 20 |
| 5. Закон Джоуля-Ленца.....   | 21 |
| 6. З'єднання опорів.....   | 22 |
| 6.1. Послідовне з'єднання.....   | 22 |
| 6.2. Паралельне з'єднання опорів.....                                    | 23 |
| 6.3. Мішане з'єднання опорів.....  | 25 |
| 6.4. Мостове з'єднання опорів.....                                       | 25 |
| 6.5. Метод перетворення (трансфігурації).....                            | 25 |
| 6.6. Розрахунок складних кіл методом накладення.....                     | 26 |
| ЛЕКЦІЯ 3 .....   | 28 |
| Хімічні джерела струму.....  | 28 |
| 1. Принцип дії гальванічного елемента.....                               | 28 |
| 2. Будова вугільно-цинкового елемента.....                               | 29 |
| 3. З'єднання джерел струму.....  | 32 |
| 4. Послідовне з'єднання джерел струму.....                               | 32 |
| 5. Паралельне з'єднання джерел струму.....                               | 33 |
| 6. Розрахунок електричних кіл методом вузлових та контурних рівнянь..... | 33 |
| 6.1. Перший закон Кірхгофа.....  | 33 |
| 6.2. Другий закон Кірхгофа.....  | 34 |
| ЛЕКЦІЯ 4 .....   | 35 |
| Магнітне поле електричного струму.....                                   | 35 |
| 1. Магнітне поле.....  | 35 |
| 2. Магнітне поле електричного струму.....                                | 36 |
| 3. Взаємодія магнітного поля і провідника з струмом.....                 | 37 |
| 4. Магнітна індукція.....  | 37 |
| 5. Магнітний потік.....  | 39 |

|   |        |
|---|--------|
| ЛЕКЦІЯ 5 .....  | 40     |
| Магнітна проникність речовини .....   | 40     |
| 1. Напруженість магнітного поля. ....   | 42     |
| 2. Закон повного струму. ....   | 42     |
| 3. Перший окремий випадок закону повного струму. ....                             | 44     |
| 4. Другий окремий випадок закону повного струму. ....                             | 45     |
| 5. Магнітне поле прямолінійного провідника з струмом. ....                        | 46     |
| 6. Взаємодія двох паралельних провідників з струмом. ....                         | 47     |
| 7. Робота електромагнітних сил. ....  | 48     |
| <br>ЛЕКЦІЯ 6 .....  | <br>49 |
| Феромагнітні речовини .....   | 49     |
| 1. Криві намагнічування. ....   | 52     |
| 2. Явище гістерезису. ....  | 54     |
| <br>ЛЕКЦІЯ 7 .....  | <br>55 |
| Електромагнітна індукція .....  | 55     |
| <br>ЛЕКЦІЯ 8 .....  | <br>59 |
| 1. Явище самоіндукції та ЕРС самоіндукції. Індуктивність. ....                    | 59     |
| 2. Явище взаємоіндукції. ЕРС взаємоіндукції. Взаємна індуктивність контурів. .... | 61     |
| 3. Енергія магнітного поля котушки. ....  | 63     |
| 4. Розрахунок нерозгалуженого магнітного поля. ....                               | 64     |
| <br>ЛЕКЦІЯ 9 .....  | <br>67 |
| Електричні кола синусоїдального струму. ....                                      | 67     |
| 1. Миттєве значення змінного струму. ....   | 70     |
| 2. Діюче та середнє значення змінного синусоїдального струму. ....                | 72     |
| 3. Коло змінного струму з резистором. ....  | 73     |
| <br>ЛЕКЦІЯ 10 .....   | <br>75 |
| 1. Коло, яке має котушку з активним опором та індуктивністю .....                 | 75     |
| 2. Коло, яке містить в собі активний опір та ємнісний елемент. ....               | 77     |
| 3. Послідовне з'єднання R, L та C. ....   | 79     |
| <br>ЛЕКЦІЯ 11 .....   | <br>75 |
| 1. Коло, яке має котушку з активним опором та індуктивністю .....                 | 75     |
| 2. Коло, яке містить в собі активний опір та ємнісний елемент. ....               | 77     |

|   |     |
|---|-----|
| 3. Послідовне з'єднання R, L та C. ....                             | 79  |
| ЛЕКЦІЯ 12 .....   | 75  |
| 1. Коло, яке має котушку з активним опором та індуктивністю .....   | 75  |
| 2. Коло, яке містить в собі активний опір та ємнісний елемент. .... | 77  |
| 3. Послідовне з'єднання R, L та C. ....                             | 79  |
| ЛЕКЦІЯ 13 .....   | 86  |
| Трифазні кола .....   | 106 |
| 1. Трифазна система по схемі “зірка”. ....                          | 108 |
| 2. Трифазна система по схемі “трикутника”. ....                     | 111 |
| 3. Потужність трифазної системи. ....                               | 112 |
| 3.1. Приклад розрахунку трифазних кіл змінного струму. ....         | 114 |
| ЛЕКЦІЯ 14 .....   | 116 |
| Трансформатори.....   | 116 |
| 1. Принцип роботи. Призначення. Галузь використання. ....           | 116 |
| 2. Основні співвідношення в трансформаторі. ....                    | 118 |
| ЛЕКЦІЯ 15 .....   | 75  |
| 1. Коло, яке має котушку з активним опором та індуктивністю .....   | 75  |
| 2. Коло, яке містить в собі активний опір та ємнісний елемент. .... | 77  |
| 3. Послідовне з'єднання R, L та C. ....                             | 79  |
| ЛЕКЦІЯ 15 .....   | 133 |
| Трифазні асинхронні двигуни .....                                   | 152 |
| 1. Основні співвідношення в асинхронних двигунах. ....              | 154 |
| 2. Обертаючий момент та механічна характеристика.....               | 157 |
| ЛЕКЦІЯ 16 .....   | 158 |
| Асинхронні двигуни з фазним ротором .....                           | 158 |
| 1. Вплив на роботу двигуна зниження напруги мережі.....             | 160 |
| 2. Регулювання частоти обертання.....                               | 161 |
| 3. Пуск асинхронний двигунів.....                                   | 163 |

## ЛЕКЦІЯ 1

### 1. Вступ до електротехніки та електромеханіки.

Технічні переваги електричної енергії над іншими видами енергії добре відомі. Основними з них є: можливість виробництва її з неявих енергоносіїв з достатньою ефективністю та передача на великі відстані; досить просте керування та автоматизація процесів її виробництва; розподіл та подальше перетворення у будь-який інший вид енергії. Основним обладнанням для виробництва електричної енергії, її передачі та використання на місцях споживання є електромеханічні пристрої різних видів і цільового призначення.

Для створення загального уявлення про тенденції електромеханіки та електротехніки корисно оглядово розглянути основні етапи їх розвитку та сфери технічних застосувань.

Технічні досягнення XVIII сторіччя заклали фундамент подальшого науково-технічного прогресу в усіх галузях виробництва. Відбулася інтенсивна заміна ручної ремісничо-мануфактурної праці машинним фабричним виробництвом. Для приводу верстатів і механізмів все ширше застосувалися водяні колеса й парові машини, які у відповідно модернізованих конструкціях й досі служать основними джерелами механічної енергії у вигляді гідравлічних та парових турбін.

У 1800 році А. Вольта створив перше хімічне джерело електричної енергії – вольтов стовп. Наявність джерела електричного струму відкрила нове широке поле дослідження на базі якого протягом кількох наступних років були відкриті хімічні, теплові, світлові, магнітні прояви електричного струму; показано можливість універсального використання електричної енергії.

Для розвитку електромеханіки значною віхою було спостереження Ерстедом у 1820 році взаємодії магнітної стрілки й провідника з електричним струмом. Досліди і фундаментальні узагальнення їх наслідків, проведені в 20-х роках минулого сторіччя такими фізиками як – А. М. Ампером, Д. Ф. Араго,

Ж. Б. Біо, Ф. Саваром та іншими, стали основою чітких кількісних законів електродинаміки.

Роботи В. В. Петрова, Г. Деві, Г. С. Ома та Г. Р. Кірхгофа дозволили сформулювати перші закони електричного кола. Після десятирічних пошуків у 1831 році М. Фарадей відкрив явище електромагнітної індукції. Воно стало основою фундаментального закону електротехніки – закону електромагнітної індукції. Найбільш узагальнене формулювання цього закону й математику моделі здійснив Д. К. Максвел. Правило Е. Х. Ленца дало змогу визначити в загальному випадку напрям індукованого струму і в подальшому, сформулювати принцип оборотності електромеханічних перетворювачів.

Розробки електричного телеграфу і особливо електричного освітлення дали поштовх для інтенсифікації роботи зі створення потужних і ефективних джерел електричної енергії. Оскільки постійних джерел електричної енергії у природі в чистому вигляді не існує, то необхідно було створити ефективні перетворювачі інших доступних видів енергії (механічної, хімічної, теплової, променевої) в електричну.

Роботи зі створення генераторів-перетворювачів інших видів природної енергії в електричну велися у всіх напрямках. Найефективнішими виявилися електромеханічні генератори, які перетворюють механічну енергію в електричну. Поява таких потужних генераторів обумовила створення ліній електропередачі, розподільних мереж, комутаційної та захисної апаратури.

Великі заслуги у розробці електромеханічних перетворювачів належать М. О. Доливо-Добровольському. Наприкінці XIX сторіччя він розробив трифазну систему змінних струмів, запропонував і побудував перші трифазні трансформатори та асинхронні двигуни, а також трифазний синхронний генератор на базі машини постійного струму. Відомо багато типів перетворювачів видів енергії, дія яких базується на різних фізичних принципах.

Існують джерела електричної енергії з прямим та непрямим перетворенням. Серед джерел електричної енергії з прямим перетворенням слід виділити

такі:

- індуктивні – перетворення відбувається за рахунок енергії магнітного поля (індуктивні перетворювачі);
- ємнісні – перетворення відбувається за рахунок енергії електричного поля (ємнісні перетворювачі);
- хімічні – перетворення відбувається за рахунок хімічних перетворень (гальванічні елементи, хімічні акумулятори, паливні елементи);
- теплові – перетворення відбувається за рахунок термоелектричних проявів (магнітогідродинамічні генератори, термоелектричні спаї та інші);
- радіаційні – перетворення відбувається за рахунок променевої енергії сонця або радіоактивного випромінювання (сонячні та атомні батареї).

Первинні джерела електричної енергії з прямим перетворенням певного виду енергії в електричну стали основою джерел електричної енергії з прямим перетворенням. При цьому використовується ряд послідовних перетворень, в результаті яких і здобувають електричну енергію. Саме на таких комплексних непрямих перетвореннях ґрунтується дія електростанцій цих спеціалізованих підприємств по виробництву електричної енергії. На електростанціях як первинне використовується гідравлічна енергія водосховищ (гідравлічні електростанції), енергія природних органічних сполук (теплові електростанції), атомна енергія (атомні електростанції).

Перетворення цих видів енергії в електричну є непрямим. Воно складається з ряду послідовних перетворень, де передостаннім видом енергії є механічна на обертальному валу відповідної турбіни – гідравлічної чи парової. Практика використання прямих і непрямих перетворень для виробництва великої кількості електричної енергії показала, що непрямі перетворення з використанням на останньому етапі динамічних електромеханічних перетворювачів (генераторів) є найбільш ефективними. Саме такі джерела постачають практично всю електричну енергію. Джерела електричної енергії з прямими перетвореннями виробляють поки що не більше одного відсотка загальної кількості

електричної енергії.

Таким чином, саме перетворення механічної енергії в електричну стало основою електроенергетики. Хімічні, теплові та радіаційні джерела електричної енергії з прямим перетворенням порівняно з електромеханічними джерелами поки що виявляються не досить ефективними. Їх енергетичні, малогабаритні, вартісні показники суттєво поступаються електромеханічним пристроям.

## 2. Поняття про електричний заряд.

З курсів фізики і хімії відомо, що всі речовини складаються з дуже дрібних частинок – молекул, які в свою чергу складаються з ядра і дрібніших часток, які обертаються навколо нього. Згодом їх назвали електронами, бо виявилось, що вони в своєму природному стані мають ті самі електричні властивості, що й натертий янтар.

Виникнення електричних сил при взаємодії електрона з іншими тілами або частинками пояснюється властивостям і будовою матерії, з якої він складається; ці властивості і будова ще не розкриті.

У зв'язку з цим електричні властивості електрона умовно пояснюють наявністю в нього так званого електричного заряду. Оскільки виходить, що заряд електрона – властивість матерії, то його не можна розглядати окремо від електрона, а електрон – без заряду.

Крім такого розуміння про електричний заряд під терміном заряд розуміють тіло, наелектризоване більш або менш сильно.

Ядро атома також має електричні властивості, але електричні сили, що виникають під час взаємодії ядра з зарядженим тілом, протилежні по напрямку силам, які виникли б під час взаємодії електрона з цим тілом. Отже можна вважати, що ядро атома також має електричний заряд, який проте відрізняється від заряду електрона. Заряд ядра називають позитивним (+), а електрона негативним (-).

У металах у кожному атомі є один або два електрони, що обертаються



навколо ядра по найбільш віддалених орбітах й тому слабо зв'язані з ним. Під впливом різних причин (наприклад теплового руху молекул і атомів) ці електрони можуть залишати межі одного атома (переходити в міжатомний простір, входити в систему іншого атома і знову залишати його). В результаті в металі спостерігається безперервний рух величезної кількості електронів у міжатомному просторі, тобто відбувається безперервна іонізація атомів і відновлення іонів у нейтральні атоми. Електрони, що залишають межі атомів і вільно переміщуються в міжатомному просторі називаються вільними.

Вільні електрони використовуються для створення електричного струму, тому всі речовини, які мають вільні електрони називаються провідниками електричного струму першого роду. До них належать усі метали та їх сплави.

Наприкінці 19-го сторіччя французький фізик Кулон встановив закон взаємодії між зарядженими тілами, за яким сила взаємодії між двома точковими зарядами прямо пропорційна величині заряду, обернено пропорційна квадрату відстані між ними, залежить від властивостей середовища, в якому відбувається ця взаємодія, а напрям сили збігається з напрямом прямої, що сполучає ці заряди, тобто:

$$F = K \frac{Q_1 Q_2}{r^2 \epsilon_a}$$

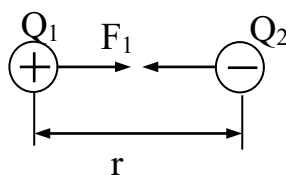


Рис. 1.

де:  $F$  – сила взаємодії між зарядами;

$Q_1, Q_2$  – величини взаємодіючих зарядів;

$r$  – відстань між зарядами;

$\epsilon_a$  – абсолютна діелектрична проникність середовища – величина, яка вра-

ховує вплив навколишнього середовища на силу взаємодії між зарядами;

$K$  – коефіцієнт пропорціональності.

В системі СІ:

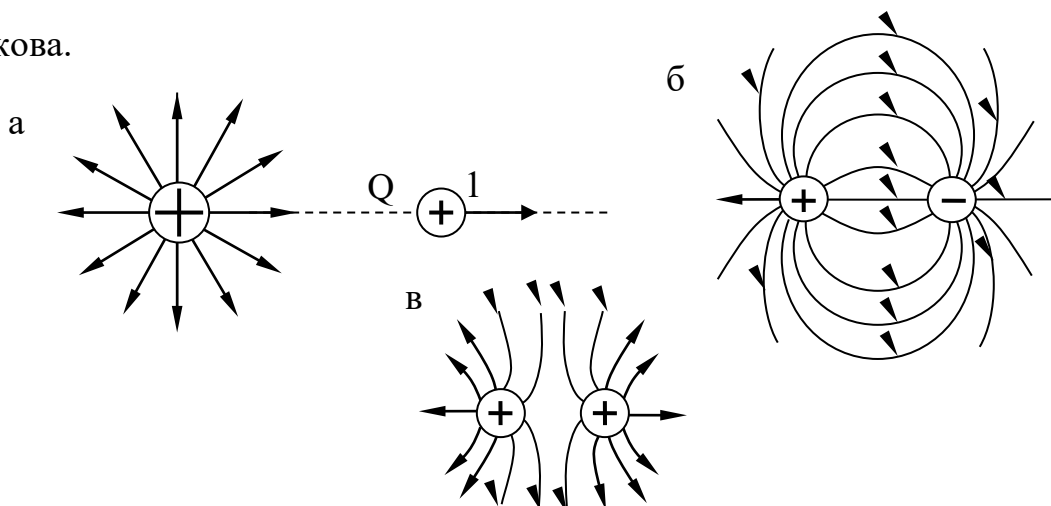
$$K = \frac{1}{4\pi}.$$

### 3. Поняття про електричне поле.

Елементарні матеріальні частинки, які мають електричний заряд, оточені електромагнітним полем, причому між частинками і їх полем точної межі немає. Доведено, що електромагнітне поле, як і всякий інший вид матерії, має масу, енергію і характеризується кількістю руху. Проте на відміну від інших видів матерії воно характерне ще й силовою дією на заряджені частинки, тому електромагнітне поле називають особливим видом матерії. Електромагнітне поле може виявити себе по різному залежно від того, рухається заряджена частинка, з якою це поле зв'язано або в взаємодіє, чи перебуває в стані спокою. Якщо частинка рухається то воно проявляється як один вид матерії, з одними властивостями, і цей вид матерії називають магнітним полем, а якщо нерухома – то як інший вид матерії, з іншими властивостями, і цей вид матерії називають електричним полем.

Електричним полем називається особливий вид матерії, що оточує нерухомий електричний заряд, в який вміщені пробні заряди діють електричні сили.

Неоднорідне електричне поле в різних точках діє на той самий пробний заряд з різною силою, тобто сили поля, або його інтенсивність, в різних точках неоднакова.



Напруженістю електричного поля в даній точці називається відношення сили, яка діє на заряд, уміщений в цю точку електричного поля, до величини внесеного заряду.

Потенціал точки електричного поля є напруга.

Електричне поле має деякий запас потенціальної енергії. Це видно хоч би з того, що не будь-яке заряджене тіло, вміщене в електричне поле, діють електричні сили, і якщо тіло не закріплене, то під впливом сил поля воно переміщується. Робота по перенесенню зарядженого тіла силами електричного поля може здійснюватися лише за рахунок потенціальної енергії цього поля, і її запас при цьому відповідно зменшується.

Для характеристики енергетичних можливостей різних точок електричного поля вводиться величина, яку назвали потенціалом точки електричного поля. Чисельно потенціал точки дорівнює роботі, яку необхідно виконати для внесення позитивного одиночного заряду з-за меж кола у дану точку:

$$\varphi = \frac{A}{Q}.$$

Потенціал точок електричного поля вимірюється у вольтах. За один вольт приймають потенціал такої точки електричного поля, для внесення в яку заряду в один кулон з-за меж кола необхідно затратити роботу в один джоуль.

Різниця потенціалів точок 1 і 2:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_2}{Q} - \frac{A_1}{Q} = \frac{A_{1-2}}{Q} = U_{1-2}.$$

чисельно дорівнює роботі, яку необхідно виконати, щоб перенести одиницю

заряду з точки 1 у точку 2. Вона називається напругою:

$$A = F \ell;$$

$$A = EQ \ell;$$

$$A = UQ,$$

– «0» – потенціал землі

$$UQ = EQ \ell;$$

$$E = \frac{U}{\ell}.$$

## ЛЕКЦІЯ 2

### ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

#### 1. Поняття про електричне коло.

Електричним струмом називають спрямоване переміщення зарядів.

Найважливішою величиною, що характеризує електричний струм, є так звана сила струму, або просто струм.

Під силою струму розуміють кількість електрики, що проходить через поперечний переріз провідника за 1 секунду:

$$I = \frac{Q}{t}.$$

У системи одиниць СІ за одиницю сили струму приймають ампер (1 А) –

силу такого незмінного струму, який, проходячи по двох паралельних прямолінійних провідників нескінченної довжини і мізерно малого кругового перерізу, розміщених на відстані 1 м один від іншого у вакуумі, викликав би між цими провідниками силу взаємодії, що дорівнює  $2 \cdot 10^{-7}$  Н на кожний метр довжини.

Таким чином за 1 кулон приймають таку кількість електрики, яка проходить через поперечний переріз провідника протягом 1 секунди при силі струму в ньому в 1 А.

Щоб створити електричний струм потрібні певні сили, які привели б у рух електричні заряди. Ними можуть бути сили електричного поля.

Якщо в електричне поле, утворене двома зарядженими металевими пластинами вмістити провідник, то всі електрони його атомів опиняться в електричному полі, і на кожний з них діятиме електрична сила  $F$  (мал. 3). Вільні електрони провідника під дією сил поля переміщуватимуться в напрямі пластини, зарядженої негативно і надходячи до неї, компенсуватимуть її позитивний заряд. Разом з тим надлишкові електрони негативно зарядженої пластини поповнюватимуть нестачу електронів у провіднику, внаслідок чого негативний заряд першої пластини також зменшуватиметься. В результаті цих переміщень негативний і позитивний заряди зрештою компенсують один одного, заряди зникнуть, зникне електричне поле і електричний струм припиниться.

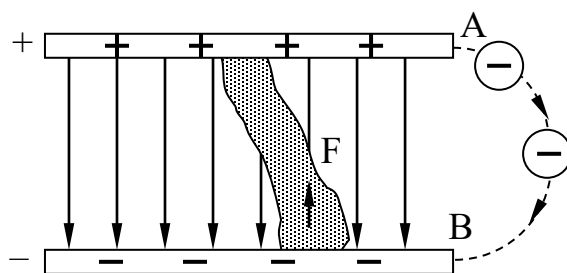


Рис. 3. Провідник в електричному полі

Щоб підтримати електричний струм протягом тривалого часу треба постійно підтримувати електричні заряди на цих пластинах, а отже, і умови, необхідні для тривалого існування електричного струму. Цього можна добитися,

якщо електрони, що підходять на пластину А і зменшують її позитивний заряд, за допомогою сторонньої сили переносити на пластину В, відновлюючи її негативний заряд, тобто весь час виконувати роботу по розподілу зарядів, підтримуючи надмір електронів в одному місті і нестачу в іншому. Інакше кажучи, треба створити круговорот зарядів, при якому вони б рухалися по замкнутому колу. Такі пристрої, що виконують роботу по розподілу зарядів, називаються генераторами, або джерелами струму.

Прилади та пристрої, в яких створюється електричний струм, щоб мати той чи інший ефект (лампа розжарювання – для одержання світла, електроплитка – для одержання тепла тощо), називаються струмоприймачами.

Генератор, струмоприймачі та сполучні приводи разом утворюють так зване електричне поле.

Дільницю кола, яка складається із сполучних приводів і струмоприймачів, називаються зовнішньою, а генератор – внутрішньою дільницею.

На початку розвитку вчення про електрику, коли ще не був відомий напрям руху заряджених частинок, умовилися вважати, що струм у зовнішньому колі тече від плюса до мінуса. Цей умовний напрям електричного струму зберегли і до сьогодні, а тому на всіх схемах струм у зовнішньому колі зображують як такий, що тече від плюса до мінуса, хоч завжди треба пам'ятати, що фактично електрони рухаються у зворотному напрямі.

Таким чином, умовний напрям струму збігається з напрямом руху позитивних зарядів, тому можна вважати, що в електричному колі струм тече від точок з більшими потенціалами до точок з меншими потенціалами.

Силу струму, що припадає на одиницю площі поперечного перерізу провідника, називають густиною струму і позначають  $\delta$ :

$$\delta = \frac{I}{S}.$$

## 2. Електрорушійна сила генератора (ЕРС).

Електрорушійною силою генератора називають відношення роботи, яку виконують в генераторі сторонні сили під час розподілу зарядів, до величини заряду, переміщеного під час цього розподілу:

$$E = \frac{A}{Q}.$$

За 1 вольт приймається така ЕРС, при якій на кожний заряді, переміщеного генератору, сторонні сили затрачують роботу в 1 джоуль. Інакше кажучи, при ЕРС в 1 вольт в електричному колі виділяється енергія в 1 джоуль при проходженні по ньому кожного кулона електрики. Частина цієї роботи здійснюється в зовнішній ділянці, а решта у внутрішній.

Робота, яку виконують сили електричного поля під час перенесення одиниці заряду на зовнішній ділянці кола, являє собою напругу на кінцях цього зовнішнього кола. Відповідно, роботу на внутрішній ділянці кола слід назвати напругою на затискачах внутрішньої ділянці, або напругою в середині генератора. Оскільки робота, що виконується на зовнішній ділянці кола, тобто в струмоприймачі, корисна, а робота, що виконується всередині генератора, некорисна і є, власне втратою енергії, то напругу всередині генератора звичайно називають втратою, або падінням напруги всередині генератора і позначають

Виходячи з чисельної рівності ЕРС генератора і роботи, яку виконують сили електричного поля під час перенесення одиниці заряду по колу, можна написати:

$$E = U + U_0. \quad (1)$$

## 3. Основні закони постійного струму.

Електрони, що пересуваються по колу, повинні перемагати певний опір своєму переміщенню з боку матеріалу провідника. Перешкоду, яку створює

провідник постійного струму (з боку матеріалу) в результаті зіткнень електронів, називають опором постійного струму і позначають  $R$ .

За законом Ома сила струму в будь-якій ділянці замкнутого кола прямо пропорційно напрузі на кінцях цієї ділянки і обернено пропорційна її опору.

$$I = \frac{U}{R},$$

де:  $I$  – сила струму на ділянці кола, А;

$U$  – напруга на кінцях цієї ділянки, В;

$R$  – опір цієї ділянки, Ом.

$$R = \frac{U}{I}.$$

Одиниця  $R$  = одиниця  $U$  / одиниця  $I$ :  $I = \frac{1 \text{ В}}{1 \text{ А}} = 1 \text{ Ом}.$

$$R = \rho \frac{\ell}{S},$$

де:  $\rho$  – питомий опір матеріалу провідника, тобто опір одного метра провідника з даного матеріалу перерізом в 1 мм при температурі 20° С;

$\ell$  – довжина провідника, м;

$S$  – площа поперечного перерізу провідника, мм<sup>2</sup>.

$$\rho = \frac{RS}{\ell}.$$

Величина, обернена опору називається провідністю і позначається буквою  $g$ :

$$g = \frac{1}{R}.$$



Розмірність  $1/\text{Ом}$  називається сименс.

За законом Ома, для ділянки кола напруга на затискач зовнішньої ділянки:

$$U = IR.$$

За цим же законом падіння напруги всередині генератора:

$$U_0 = Ir_0,$$

де:  $r_0$  – внутрішній опір генератора.

Отже, на підставі цих двох співвідношень і формули (1), отримаємо:

$$E = IR + Ir_0 \Rightarrow E = I(R + r_0);$$

$$I = \frac{E}{R + r_0}.$$

Одержана формула є математичним вираженням закону Ома для всього кола, за яким сила струму в замкнутому колі прямо пропорціональна електродвижущій силі, що діє в цьому колі, і обернено пропорційна опору всього кола.

Якщо коло розімкнуте, то падіння напруги всередині генератора:

$$U_0 = Ir_0 = 0r_0 = 0.$$

І тоді на підставі формули (1)  $E = U_0$ , тобто ЕРС дорівнює напрузі на затискачах розімкнутого джерела струму.

#### 4. Робота і потужність електричного струму.

Робота, виконана за час  $t$  на зовнішній ділянці кола  $A = QU$ , а робота, виконана силами електричного поля всередині генератора  $A_0 = QU_0$ :

$$A_{\text{повн}} = A + A_0 = QU + QU_0 = Q(U + U_0).$$

Але

$$U + U_0 = E,$$

отже

$$A_{\text{повн}} = QE,$$

оскільки

$$Q = It,$$

$$A_{\text{повн}} = EIt,$$

$$A = UIt,$$

$$A_0 = U_0 It.$$

Потужність електричного струму, як і всяка потужність, характеризує кількість роботи, що виконується в якомусь колі за одиницю часу:

$$P = \frac{A}{t},$$

$$P_{\text{повн}} = \frac{A_{\text{повн}}}{t} = \frac{EIt}{t} = EI.$$

Потужність, що виділяється у зовнішньому колі:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{UI t}{t} = UI.$$

Потужність, що виділяється всередині генератора (потужність втрат):

$$P_0 = U_0 I.$$

Розмірність  $1 \text{ В} \cdot 1 \text{ А}$  дістала назву Ватт (Вт). Отже  $1 \text{ Вт}$  – це така потужність, що виділяється в ділянці кола з струмом в  $1 \text{ А}$  при напрузі на її кінцях в  $1 \text{ В}$ , крім того:

$$1 \text{ Вт} = 1 \text{ В} \cdot 1 \text{ А} = \frac{1 \text{ Дж} \cdot \text{к}}{\text{с} \cdot \text{к}} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{с}},$$

тобто потужність в  $1 \text{ Вт}$  – це така потужність, при якій в електричному колі за  $1 \text{ с}$  виконується робота  $1 \text{ Дж}$ .

### 5. Закон Джоуля-Ленца.

Кількість теплоти, що виділяється в провіднику, прямо пропорційна квадрату сили струму, часу його проходження і опору провідника

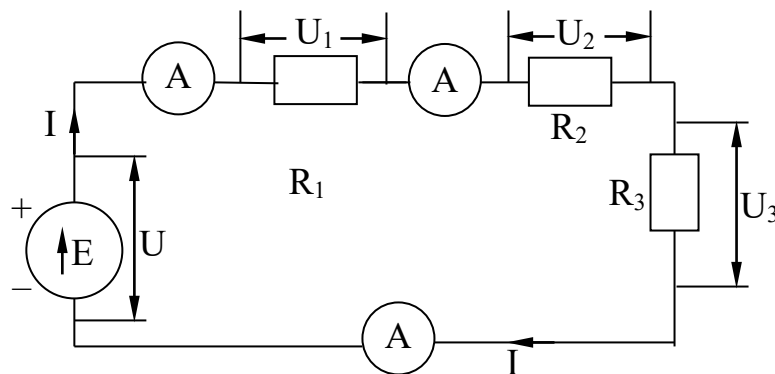


Рис. 4. Схема послідовного кола.

$$Q = I^2 R T;$$

$$P = I^2 R;$$

$$Q = P t;$$

$$Q = U I t.$$

де  $Q$  – кількість тепла.

## 6. З'єднання опорів.

### 6.1. Послідовне з'єднання.

Якщо опори з'єднані між собою так, що кінець першого з'єднується з початком другого, кінець другого – з початком третього і далі – а струм послідовно проходить через окремі опори, то таке з'єднання називається послідовним.

Властивості:

– сила струму в усіх ділянках послідовного кола одна й та сама;

– спади напруги на окремих ділянках кола пропорціональні опорам цих

ділянок:

$$U_1 = IR_1; \quad U_2 = IR_2; \quad U_3 = IR_3;$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{IR_1}{IR_2} = \frac{R_1}{R_2}; \quad \frac{U_1}{U_3} = \frac{IR_1}{IR_3} = \frac{R_1}{R_3};$$

$$\frac{U_2}{U_3} = \frac{IR_2}{IR_3} = \frac{R_2}{R_3};$$

– напруга на затискачах послідовного кола дорівнює сумі напруг на окремих її ділянках, тобто:

$$U = U_1 + U_2 + U_3;$$

– еквівалентний опір послідовного кола дорівнює сумі опорів окремих його ділянок, тобто:

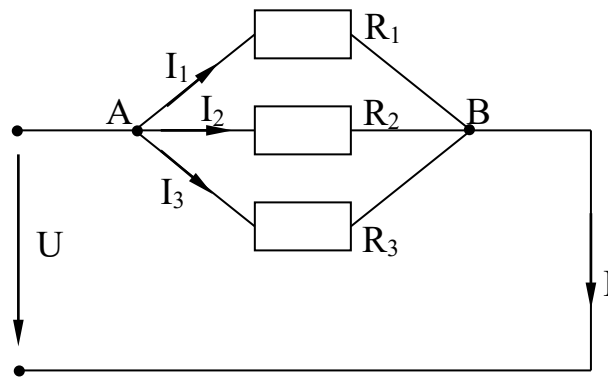


Рис. 5. Паралельне з'єднання опорів

$$R = R_1 + R_2 + R_3;$$

$$IR = IR_1 + IR_2 + IR_3;$$

$$R = R_1 + R_2 + R_3.$$

## 6.2. Паралельне з'єднання опорів.

Паралельним називають таке з'єднання, при якому початки всіх опорів з'єднані в одній точці, кінці – в другій, а струм розгалужується по окремих опорах. Властивості:

– напруга на паралельно з'єднаних ділянках одна й та сама, тобто:

$$U_1 = U_2 = U_3 = U;$$

– сума струмів окремих віток дорівнює струму до розгалуження:

$$I = I_1 + I_2 + I_3;$$

– струми у паралельних вітках обернено пропорціональні величинам опорів цих віток:

$$I_1 = \frac{U}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U}{R_2}; \quad I_3 = \frac{U}{R_3};$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{UR_2}{UR_1}; \quad \frac{I_2}{I_3} = \frac{UR_3}{UR_2};$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}; \quad \frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2};$$

– еквівалентна провідність паралельного кола дорівнює сумі провідностей окремих паралельних віток.

$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3};$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3};$$

$$g = g_1 + g_2 + g_3.$$

Якщо паралельно з'єднати два опори, то:

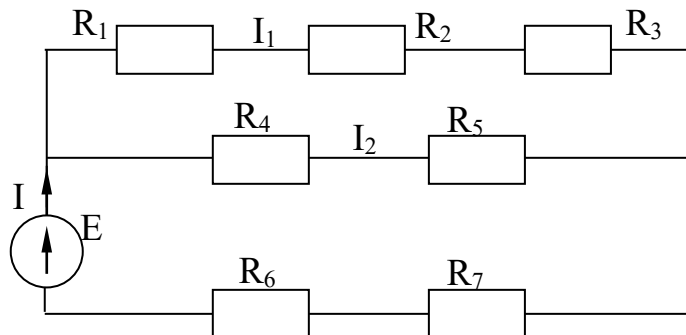


Рис. 6. Мішане з'єднання опорів

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2};$$

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_2 + R_1}.$$

### 6.3. Мішане з'єднання опорів.

Мішаним називають таке з'єднання, при якому частина опорів, що входять у коло, з'єднана послідовно, а частина – паралельно.

### 6.4. Мостове з'єднання опорів.

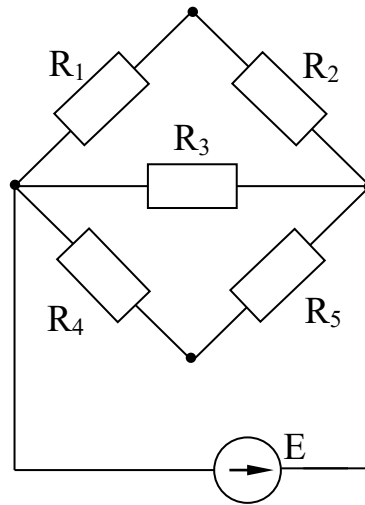


Рис. 7. Мостове з'єднання опорів

### 6.5. Метод перетворення (трансфігурації).

Три опори, які утворюють замкнутий контур, називаються з'єднаними трикутником. Три опори, які сходяться в одній точці, називаються з'єднаними зіркою. Як зірка, так і трикутник вмикаються в коло трьома точках і можуть замінювати одне одного.

$$R_a = \frac{R_{ab} R_{ca}}{(R_{ab} + R_{bc} + R_{ca})};$$

$$R_b = \frac{R_{ab} R_{bc}}{(R_{ab} + R_{bc} + R_{ca})};$$

$$R_c = \frac{R_{bc} R_{ca}}{(R_{ab} + R_{bc} + R_{ca})};$$



$$R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a R_b}{R_c};$$

$$R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b R_c}{R_a};$$

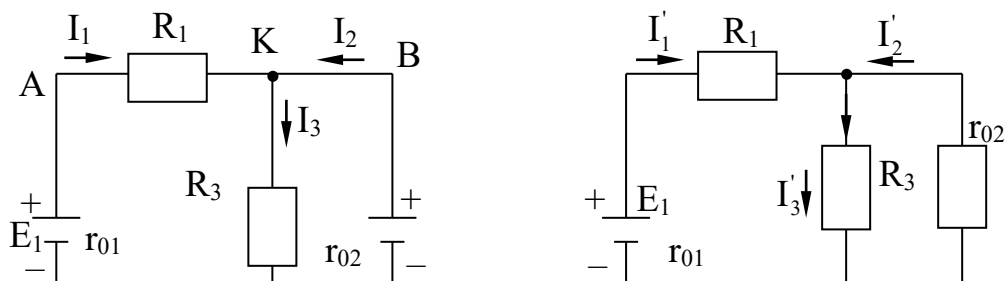
$$R_{ca} = R_c + R_a + \frac{R_c R_a}{R_b};$$

### 6.6. Розрахунок складних кіл методом накладення.

Принцип накладення полягає в тому, що коли в колі діють кілька ЕРС, струм будь-якої ділянки кола можна розглядати як такий, що складається з частинних струмів, створюваних в цій ділянці кожною з ЕРС, які діють незалежно одна від одної. Наприклад, струм  $I_3$  можна розглядати як такий, що складається зі струмів  $I_3'$  і  $I_3''$ .

$I_3'$  – струм, який проходив би у третій ділянці, якби в колі діяла саме лише перша ЕРС.  $I_3''$  – струм там же, але при умові, що в колі діє лише ЕРС  $E_2$

$$\begin{aligned} E_1 &= 126 \text{ В}; & E_2 &= 106 \text{ В}; \\ \rho_1 &= 1 \text{ Ом}; & \rho_2 &= 5 \text{ Ом}; \\ R_1 &= 2 \text{ Ом}; & R_2 &= 20 \text{ Ом}. \end{aligned}$$





Прийнявши, що  $E_2=0$ , дістанемо просте коло з одного ЕРС, розв'язуючи яке звичайними методами, знайдемо частинні струми від ЕРС  $E_1$  в усіх ділянках (в тому числі  $I_3'$ ). Прирівняємо до нуля  $E_1$ , знову одержимо просте коло з одного ЕРС  $E_2$ , розв'язавши яке, знайдемо частинні струми в усіх ділянках від ЕРС  $E_2$  (в тому числі  $I_3''$ ). При цьому в допоміжній схемі на місце джерел, ЕРС яких прирівнюється до нуля, повинні залишатися їх внутрішні опори. Справжній струм у будь-якій ділянці дорівнює алгебраїчній сумі струмів цієї ділянки, а тому складові струми підсумовують з урахуванням їх напрямку.

$$I_3 = I_3' + I_3''$$

## ЛЕКЦІЯ 3

### ХІМІЧНІ ДЖЕРЕЛА СТРУМУ

Усі хімічні джерела струму поділяються на первинні (гальванічні елементи) та вторинні (акумулятори).

До первинних належать такі хімічні джерела струму, які можуть віддавати електричну енергію зразу ж після її виготовлення, причому після витрачання речовин, з яких складаються активні маси, їх роботоздатність відновити не можна.

До вторинних належать такі джерела, що можуть віддавати електричну енергію лише після заряджання їх електричним струмом, причому після витрачання речовини, з яких складаються активні маси, їх роботоздатність можна відновити наступним заряджанням.

Усяке хімічне джерело струму характеризується своєю ємністю. Під ємністю хімічного джерела розуміють кількість електрики, яку можна віддати, розряджаючись до кінця.

Ємність хімічних джерел струму прийнято вимірювати не в кулонах, а в ампер-годинах – це така кількість електрики, що проходить провідником при струмі один ампер протягом однієї години.

#### 1. Принцип дії гальванічного елемента.

Якщо взяти будь-який електроліт, наприклад водний розчин сірчаної кислоти, і опустити туди металеву пластинку (наприклад, цинкову), то в результаті хімічної реакції між цинком і сірчаною кислотою атоми цинку переходять в електроліт, утворюючи разом з кислотним залишком цинковий купорос. При цьому кожний атом цинку, переходячи в електроліт, залишає на цинковій пластині два свої електрони, які для неї будуть залишковими, а це значить, що в електроліт фактично переходять не атоми, а позитивні іони цинку, внаслідок

чого він виявляється заряджений позитивно.

Таким чином, завдяки хімічній реакції між цинком і сірчаною кислотою виконується робота по розподілу зарядів, в результаті якої цинкова пластина заряджається негативно, а електроліт – позитивно, і між ними створюється різниця потенціалів. Щоб елемент увімкнути у коло, в електроліт треба опустити другий електрод, який буде позитивним полюсом елемента. В гальванічному елементі електроди обов'язково мають бути різнорідні і з точки зору величини різниці потенціалів елемента матеріали електродів і склад електроліту бажано підібрати так, щоб один електрод електризувався як найсильніше негативно, а другий – як найсильніше позитивно. Найкращими з цього погляду є цинковий і вугільний електроди, занурені в розчин сірчаної кислоти з домішкою двохромокислого калію, які дають різницю потенціалів при розімкненому колі (тобто ЕРС) 2,2-2,25 В.

Незручність такого елемента в тому, що цинковий електрод витрачається навіть тоді, коли елемент не працює.

Якщо в коло гальванічного елемента, який складається з цинкового та вугільного електродів, занурених у розчин сірчаної кислоти, увімкнути електричну лампочку, то вже через кілька хвилин вона буде світитися слабкіше, хоч ні про яке витрачання речовини говорити ще рано. Це пояснюється тим, що в результаті хімічної реакції на позитивному електроді виділяється водень у вигляді дрібнесеньких бульбашок, які зменшують площу стикання електрода з електролітом, збільшуючи тим самим внутрішній опір елемента.

Таке явище називається поляризацією гальванічного елемента. Для боротьби з нею позитивний електрод оточують речовинами, які б могли вбирати водень, запобігаючи явищу поляризації. Такі речовини називаються деполіаризаторами.

## 2. Будова вугільно-цинкового елемента.

Деполіаризатор – перекис марганцю (поглинач водню) та графіт (для по-

ліпшення електропровідності деполяризатора).

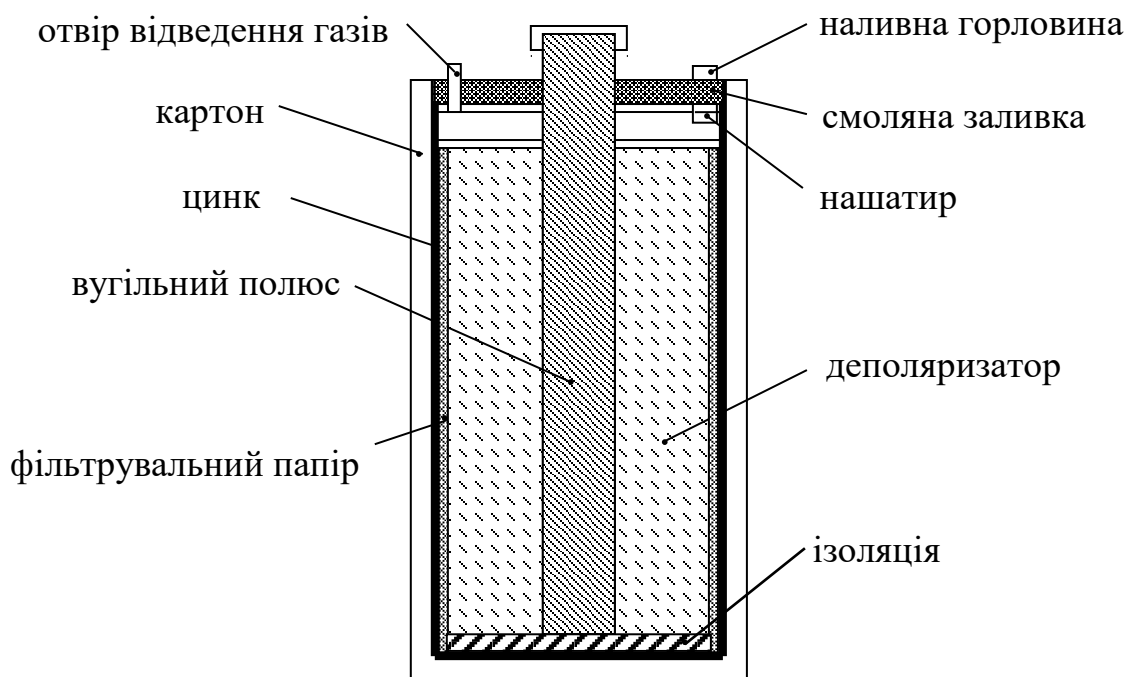


Рис. 10.

Електролітом у таких елементах є водний розчин нашатиру, який у сухому вигляді закладають в елемент.

- |                                 |                           |
|---------------------------------|---------------------------|
| 1 – наливна трубка;             | 5 – цинк;                 |
| 2 – смола;                      | 6 – вугільний полюс;      |
| 3 – отвір для відведення газів; | 7 – фільтрувальний папір; |
| 4 – картон;                     | 8 – деполяризатор.        |

Після заливання водою і розчинення нашатиру елемент готовий до роботи. Сухі елементи відрізняються від розглянутих лише тим, що електроліт в них має вигляд пасти, завдяки чому вони не потребують заливання водою і готові для вживання зразу ж після виготовлення. Недоліком сухих елементів є те, що їх не можна довго зберігати. У розглянутих елементах ЕРС дорівнює 1,45-1,5 В. Внутрішній опір коливається в межах від 0,25 до кількох омів.

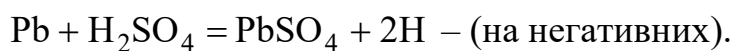
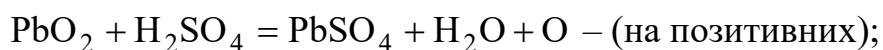
За принципом дії акумулятор нічим не відрізняється від будь-якого хімічного джерела струму, тобто він так само повинен складатися з двох електродів, вміщених у будь-який електроліт. Так само в результаті хімічних реакцій

один електрод електризується позитивно, а другий – негативно, але оскільки після витрачення речовини, що беруть участь у цих реакціях, роботоздатність акумулятора відновлюється зарядженням електричним струмом, то активні речовини не можуть являти собою якусь посудину, стержень чи ще яке-небудь тіло, а повинні знаходитися в ньому у вигляді якоїсь маси.

Тепер найбільше поширення набули акумулятори двох видів – кислотні (свинцеві) та лужні (кадмієво-нікелеві або залізно-нікелеві).

Кислотний акумулятор являє собою посудину із скла або пластмаси, в якій закріплені електроди у вигляді пластин. Електролітом є водний розчин сірчаної кислоти з густиною 1,12-1,32 г/см<sup>3</sup>. Електроди являють собою свинцеві ґратчасті пластини, в які вмазано активну масу. У хімічних реакціях бере участь активна маса, а свинцева решітка є для неї лише каркасом. У зарядженому акумуляторі активна маса позитивних пластин являє собою двоокис свинцю, а негативних – металічний свинець губчастої будови.

Під час роботи акумулятора, тобто під час його розрядження активна маса пластин реагує з електролітом, в результаті чого маса як позитивних, так і негативних пластин перетворюється в сульфат свинцю PbSO<sub>4</sub>.

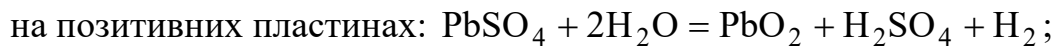


З цих рівнянь видно, що в результаті розрядження кількість сірчаної кислоти в електроліті зменшується, а кількість води збільшується, тобто в міру розрядження акумулятора густина електроліту зменшується.

У зв'язку з тим, що в результаті розрядження хімічний склад електродів стає однаковим (PbSO<sub>4</sub>), акумулятор перестає працювати. Щоб відновити його роботоздатність, треба відновити попередній хімічний склад активних мас електродів, а для цього досить пропустити через акумулятор струм зворотнього

напрямку у порівнянні з тим, який мав місце під час розрядження акумулятора. Цей процес називається зарядженням акумулятора.

Під час зарядження сульфат свинцю реагує з електролітом і хімічний склад позитивних і негативних мас відновлюється. Реакції, що відбуваються при цьому приблизно можна охарактеризувати такими рівняннями:



### 3. З'єднання джерел струму.

Коли ЕРС джерела не відповідає напрузі, яку необхідно мати на струмоприймачах, або допустимий струм джерела менше від струму, споживаного приймачами, а також з інших причин, доводиться з'єднувати джерела струму між собою. Застосовують послідовне, паралельне та мішане з'єднання джерел струму.

### 4. Послідовне з'єднання джерел струму.

Якщо кілька джерел струму з'єднуються послідовно, мінус першого поєднують до плюса другого, мінус другого до плюса третього і т.д. Плюс і мінус, що залишаються вільними є полюсами всієї батареї. При послідовному з'єднанні ЕРС батареї дорівнює сумі ЕРС усіх джерел, що входять до її складу:

$$E = E_1 + E_2 + E_3.$$

Оскільки внутрішні опори джерел струму також з'єднані послідовно, то внутрішній опір всієї батареї дорівнює сумі внутрішніх опорів окремих джерел:

$$r_0 = r_{01} + r_{02} + r_{03}.$$

## 5. Паралельне з'єднання джерел струму.

Для паралельного з'єднання джерел струму всі позитивні полюси з'єднують в одну точку, а негативні – в іншу. Ці точки й будуть позитивним і негативним полюсами. При паралельному з'єднанні джерел з однаковою ЕРС батарея має таку ж саму ЕРС, як і одне джерело.

Паралельно з'єднують лише джерела з однаковими ЕРС через те, що опори окремих джерел з'єднані паралельно, внутрішній опір батареї менший, ніж опори окремих джерел і визначається за формулою:

$$\frac{1}{r_0} = \frac{1}{r_{01}} + \frac{1}{r_{02}} + \dots + \frac{1}{r_{0n}}.$$

## 6. Розрахунок електричних кіл методом вузлових та контурних рівнянь.

Цей метод ґрунтується на використанні правил Кірхгофа. Німецький фізик Кірхгоф сформулював два правила.

### 6.1. Перший закон Кірхгофа.

Алгебраїчна сума струмів у вузлі дорівнює нулю, тобто  $\sum I = 0$ .

При цьому струми, що течуть до вузла, звичайно вважаються позитивними, а ті, що течуть від нього – негативними.

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0.$$

Це твердження доводиться тим, що у вузлі не можуть нагромаджуватися електрони.

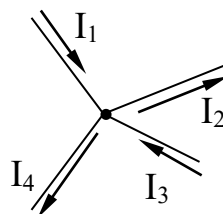


Рис. 11.

## 6.2. Другий закон Кірхгофа.

Алгебраїчна сума ЕРС, що діють у будь-якому замкнутому контурі електричного кола, дорівнює алгебраїчній сумі спадів напруг на окремих ділянках цього контуру  $\Sigma E = \Sigma I R$ .

Щоб скласти рівняння у відповідності з цим правилом, задаються напрямом струмів у ділянках і вибирають вихідну точку. Від обраної точки обходять контур у вільному напрямі двічі – один раз для врахування ЕРС, що діють в цьому контурі, а другий – для врахування спадів напруг на окремих ділянках. При цьому ЕРС, що діють у напрямі обходу, вважають додатними, а ті, що діють у протилежному напрямі – від’ємними. Падіння напруг вважаються додатними, якщо вони спричинені струмами, які течуть у напрямі обходу, і від’ємними – якщо спричинені струмами, які течуть у зворотній бік.

$$\begin{array}{lll} E_1 = 40 \text{ В}; & E_2 = 90 \text{ В}; & E_3 = 60 \text{ В}; \\ R_1 = 4 \text{ Ом}; & R_2 = 5 \text{ Ом}; & r_{02} = 1 \text{ Ом}. \end{array}$$

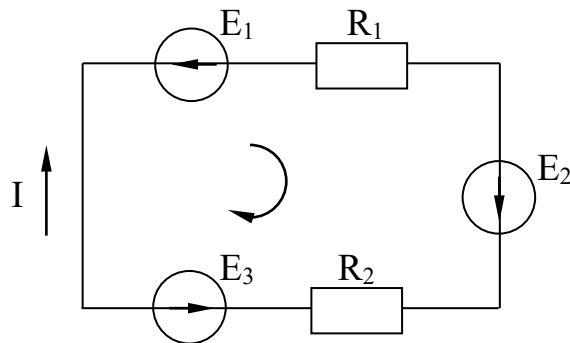


Рис. 12.

$$-E_1 + E_2 - E_3 = IR_1 + Ir_{02} + IR_2;$$

$$I = \frac{(-E_1 + E_2 - E_3)}{(R_1 + r_{02} + R_2)} = \frac{(-40 + 90 - 60)}{(4 + 5 + 1)} = \frac{-10}{10} = -1 \text{ А};$$



## ЛЕКЦІЯ 4

### МАГНІТНЕ ПОЛЕ ЕЛЕКТРИЧНОГО СТРУМУ

#### 1. Магнітне поле.

Магнітне поле – це матерія, яка оточує рухомі заряджені частинки і нерозривно зв'язана з ними, але рухомі заряди – це електричний струм, тому можна сказати, що магнітне поле виникає навколо кожного провідника зі струмом і характеризується силовою дією на інший (пробний) провідник з струмом або магнітну стрілку, які вміщені в нього.

Оскільки магнітне поле характеризується силами, що діють у ньому на магнітну стрілку або провідник із струмом, а всяка сила має напрям, то можна говорити також про напрям магнітного поля. На кресленнях магнітне поле прийнято зображати лініями магнітної індукції, які аналогічні лініям напруженості електричного поля. Як і у випадку електричного поля ці лінії відбивають наявність магнітного поля певної інтенсивності і напрямку.

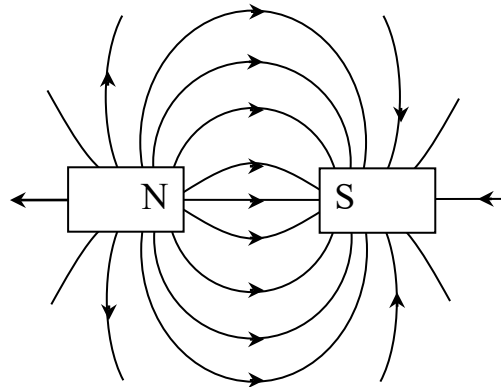


Рис. 13. Лінії магнітного поля

Напрямок поля показують напрямом ліній, а інтенсивність – густиною їх розташування. Отже, лінії магнітної індукції у магнітному полі треба проводити так, щоб напрям дотичної до лінії у будь-якій точці збігався з напрямом поля в цій точці, а густина ліній була пропорціональна їх інтенсивності.

## 2. Магнітне поле електричного струму.

Розглянемо магнітне поле прямолінійного провідника (прямолінійного струму), і котушки (колового струму). Якщо аркуш картону посипати залізними ошурками і пропустити крізь нього провідник з струмом (рис 14 а), то ошурки розташуються правильними концентричними полями, показуючи форму магнітного поля прямолінійного струму. Напрямок кола можна визначити, користуючись правилом буравчика – якщо буравчик розташувати вздовж провідника зі струмом і обертати його так, щоб поступальний рух збігався з напрямом струму у проводі, то напрям обертального руху рукоятки покаже напрям поля.

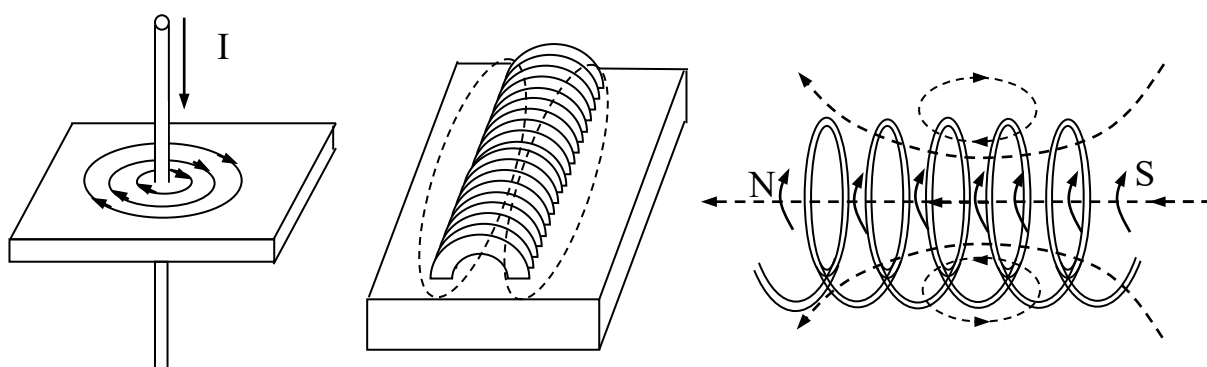


Рис. 14. Магнітне поле електричного струму:  
а – магнітне поле прямолінійного провідника з струмом;  
б, в – магнітне поле циліндричної котушки.

Магнітне поле циліндричної магнітної котушки (соленоїда) одержане аналогічним способом зображено на рис 14 (б, в).

Напрямок поля можна визначити, користуючись правилом буравчика. Якщо буравчик розташувати вздовж осі котушки і обертати так, щоб напрям обертання рукоятки збігався з напрямом струму у вітках, то поступальний рух буравчика вкаже напрям поля всередині котушки.

Ці два приклада дають можливість зробити висновок про те, що прямолінійний електричний струм створює колове магнітне поле без полюсів, а коловий струм – прямолінійне поле з двома полюсами, причому під північним полюсом котушки ми розуміємо той її кінець з якого лінії індукції виходять, а під південним – кінець, в який ці лінії входять.

### 3. Взаємодія магнітного поля і провідника з струмом.

Якщо провідник з струмом внести в магнітне поле і розташувати його там перпендикулярно лініям магнітної індукції, то можна помітити, що з одного боку провідника напрями колів (зовнішнього і внутрішнього) збігаються, а з другого боку ці поля спрямовані назустріч одне одному.

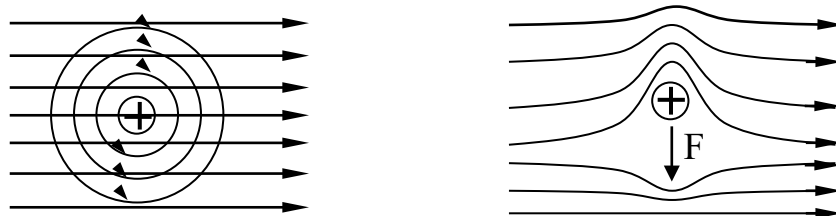


Рис. 15. Провідник із струмом у магнітному полі:  
а – поля навколо провідника; б – результуюче поле

Отже, з одного боку провідника вони збігаються, і результуюче поле виявляється більш інтенсивним, ніж зовнішнє, а з другого боку – поля послаблюють одне одного і результуюче поле виявляється значно слабшим. Внаслідок такої взаємодії результуюче поле має наступний вигляд (рис 15 б).

Оскільки лінії індукції прийняті як пружини, що намагаються скоротитися, вони немовби тиснуть на провідник з силою  $F$ .

Напрямок сили, що діє на провідник зі струмом, уміщений в магнітне поле, легко визначити за допомогою правила лівої руки – якщо ліву руку розташувати так, щоб лінії індукції входили в долоню, а чотири пальці були витягнуті в той бік, куди тече струм у провіднику, то відставлений великий палець вкаже напрям дії сили  $F$ .

Слід звернути увагу на те, що вимога правила розташувати витягнуті чотири пальці в напрямі струму у провіднику, в той же час є вимогою розташувати їх проти напрямку руху електронів, що й треба враховувати, коли мова йде не про напрям струму, а про напрям електронів.

### 4. Магнітна індукція.

Як і для електричного поля, до розрахунків треба ввести величину, яка

характеризувала би інтенсивність магнітного поля. Про інтенсивність поля можна робити висновки з сили, з якою воно діє на провідник із струмом. Але оскільки величина сили залежить не тільки від інтенсивності поля, а й від струму в провіднику і довжини тієї його частини, яка взаємодіє з полем, слід брати відношення сили, що діє на провідник із струмом, до сили струму в ньому і довжини його активної частини.

Нехай у певній площині  $A$  є магнітне поле. Якщо розташувати в ньому перпендикулярно лініям індукції провідник завдовжки  $l$ , по якому тече струм  $I$ , на провідник діятиме сила  $F$ , напрям якої визначається правилом лівої руки. Відношення  $F/I l$ , що характеризує інтенсивність поля називають магнітною індукцією поля і позначають буквою  $B$ :

$$B = \frac{F}{I l};$$

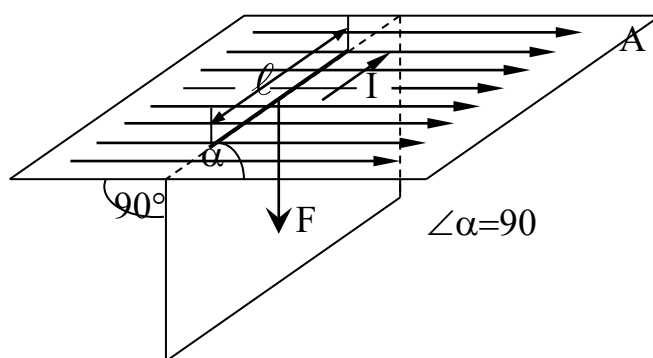


Рис. 16

Магнітна індукція – це векторна величина. Довжина вектора магнітної індукції визначає її величину в тій точці, з якою збігається початок вектора, а напрям показує напрям в цій точці.

Якщо вектори магнітних індукцій різних точок поля рівні і паралельні один одному, то таке поле називають однорідним.

У неоднорідному полі вектори магнітних індукцій у кожній точці мають різну величину і напрям. Всі ці вектори у сукупності утворюють так зване поле магнітної індукції.

## 5. Магнітний потік.

Виділимо в певному однорідному магнітному полі площадку перерізом  $S$ , розташовану перпендикулярно до напрямку поля. Магнітна індукція поля в різних точках на площадці може бути зображена вектором  $B$ .

Добуток цієї площадки на вектор магнітної індукції називають потоком вектора магнітної індукції через цю площадку, або скорочено магнітним потоком  $\Phi$  через площадку  $S$ :

$$\Phi = B S;$$

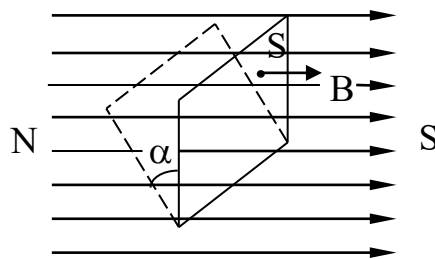


Рис. 17. Магнітний потік через площадку  $S$ .

Оскільки кількість ліній, що пронизують одиницю поверхні, перпендикулярної до них площадки, дорівнює чисельному значенню магнітної індукції, які пронизують усю цю площадку. Тому магнітний потік можна розглядати як суму ліній магнітної індукції, які пронизують дану площадку, а магнітну індукцію – як магнітний потік, що припадає на одиницю площі. Цей самий висновок випливає з рівняння:

$$B = \frac{\Phi}{S}.$$

Якщо та сама площадка розташована не перпендикулярно до лінії індукції, а деяким кутом  $\alpha$  до площини, перпендикулярної до них, то її пронизує менша кількість ліній, тобто можна сказати, що магнітний потік через площадку у цьому разі менший:

$$\Phi = B S \cos \alpha .$$

Одиниця

$$\Phi = BS = \frac{FS}{I\ell} = \frac{1\text{Н} \cdot 1\text{м}^2}{1\text{А} \cdot 1\text{м}} = \frac{1\text{Дж} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{м}^2} = 1 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{А}} = 1\text{В} \cdot \text{с};$$

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{1\text{Вб}}{1\text{м}^2} = 1\text{Тл}.$$

Якщо провідник не перпендикулярний до напрямку поля  $\alpha \neq 90^\circ$  сила  $F$  менша, і, очевидно, пропорціональна,  $\sin\alpha$ . Отже у загальному випадку:

$$F = BIl \sin \alpha,$$

де  $B$  – магнітна індукція поля, Тл;

$I$  – сила струму у провіднику, А;

$l$  – довжина активної частини провідника, м;

$F$  – сила, що діє на провідник, Н;

$\alpha$  – кут між провідником і полем, град.

При цьому треба мати на увазі, що сила, яка діє на провідник із струмом, вміщений у магнітне поле, складається з елементарних сил, які діють на окремі електрони, спрямоване переміщення яких утворює струм у провіднику. Фактично сила діє не на провідник, а на електричний струм, тобто рухомі заряди.

## ЛЕКЦІЯ 5

### МАГНІТНА ПРОНИКНІСТЬ РЕЧОВИНИ

Магнітна індукція поля, створеного яким-небудь джерелом, залежить від середовища, в якому воно створюється. Від того самого джерела магнітна інду-

кція в одному середовищі більша, а в другому менша (при однакових умовах). Це пояснюється тим, що різні середовища мають різні магнітні властивості.

Величина, що характеризує магнітні властивості вакууму, називається магнітною сталою і позначається  $\mu_0$  (за старою термінологією цю величину називали магнітною проникністю вакууму).

Абстрактне число, що показує у скільки разів поле в даному середовищі сильніше чи слабше від поля, створеного тим самим джерелом у вакуумі, називають магнітною проникністю для даного середовища:

$$\mu = \frac{B}{B_0},$$

де  $B$  – магнітна індукція поля в даному середовищі;

$B_0$  – магнітна індукція поля у вакуумі.

Цю величину також називають відносною магнітною проникністю даного середовища.

Якщо магнітні властивості вакууму взяти за вихідну величину, то добуток характеризуватиме магнітні властивості даного середовища, оскільки характеризує магнітні властивості вакууму, а показує, у скільки разів магнітні властивості даної речовини відрізняються від подібних властивостей вакууму. Цей добуток називають абсолютною магнітною проникністю середовища і позначають  $\mu_a$ :

$$\mu_a = \mu \mu_0.$$

Речовини, в яких поле слабше, ніж у вакуумі, називають діамагнітними. Типовий представник – мідь,  $\mu = 0,999912$ ;  $B < B_0$ ,  $\mu < 1$ . Речовини, в яких поле сильніше ніж у вакуумі, називаються парамагнітними  $B > B_0$ ,  $\mu > 1$ . Приклад – повітря  $\mu = 1,000038$ .

Відмінність у властивостях пояснюється тим, що кожна речовина є маг-

нетиком, тобто внесена в магнітне поле намагнічується, але напрям і ступінь намагнічування у різних речовинах різні.

### 1. Напруженість магнітного поля.

Із сказаного вище зрозуміло, що інтенсивність поля залежить від середовища, в якому воно створюється, тому величина магнітної індукції характеризує його інтенсивність лише у даному середовищі. З перенесенням поля в інше середовище його інтенсивність змінюється і магнітна індукція набуває іншого значення. Для розрахунку доцільно мати таку величину, яка характеризувала б інтенсивність поля незалежно від середовища і не змінювалась з перенесенням його в інше середовище, або із зміною магнітних властивостей середовища, в якому поле створене. Така допоміжна розрахункова величина дістала назву напруженості магнітного поля  $H$ . Щоб виключити з цієї величини вплив середовища, досить взяти відношення цієї магнітної індукції до величини, яка оцінює магнітні властивості даного середовища, тобто до її абсолютної магнітної проникності  $\mu_a$ :

$$H = \frac{B}{\mu_a} = \frac{B}{\mu \mu_0}.$$

Напруженість магнітного поля – величина векторна. Довжина вектора відбиває величину напруженості поля, а його напрям збігається з напрямом поля у розглядуваній точці.

$$B = H \mu \mu_0.$$

### 2. Закон повного струму.

Закон повного струму виражає залежність між струмом у провідниках і напруженістю магнітного поля, що виникає навколо цих провідників.

Якщо кілька провідників із струмом в уяві охопити довільним замкнутим контуром, то повним струмом можна назвати алгебраїчну суму струмів, що



пронизують площину, обмежену замкнутим контуром.

Додатними вважають струми, напрям яких збігається з поступальним рухом буравчика, який обертається в напрямі обходу контуру (цей напрям може бути вибраний довільно).  $I_1$  та  $I_3$  – додатні, а  $I_2$  – від’ємний.

У будь-якій точці простору, що оточує провідники з струмом, напруженість поля має певне значення, її можна зобразити відповідним вектором. Поділимо контур на нескінченно малі відрізки. Оскільки вони нескінченно малі, то практично являтимуть собою точки.

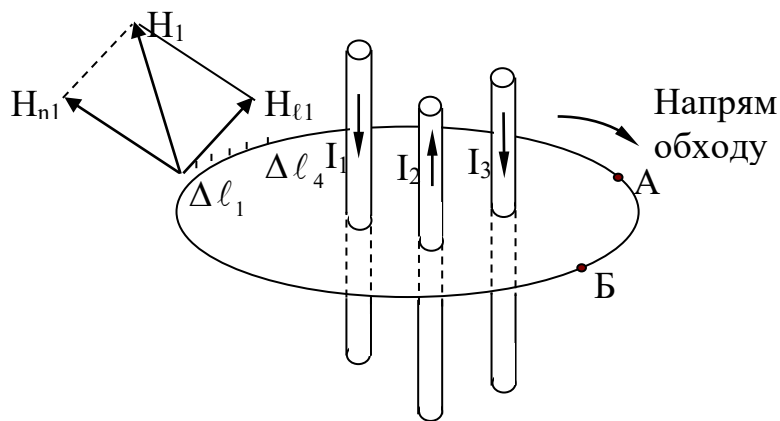


Рис. 18. До закону повного струму

Для кожного елемента (тобто для кожної точки контура) побудуємо вектори напруженості поля в цих точках і розкладемо кожний з них на дві складові – поздовжню, спрямовану вздовж дотичної до контура в даній точці ( $H_{\ell}$ ), і поперечну, спрямовану перпендикулярно до першої. Кожну поздовжню складову помножимо на довжину „свого” елемента (для якого цю складову побудовано). При цьому додатним вважатимемо добуток, в якому поздовжня складова  $H_{\ell}$  спрямована в бік обходу контура.

За законом повного струму алгебраїчна сума добутків елементів довільно замкнутого контура на поздовжні складові вектора напруженості в місцях розташування цих елементів, дорівнює алгебраїчній сумі струмів, що пронизують площину, обмежену цим замкнутим контуром:

$$H_{\ell_1} \Delta L_1 + H_{\ell_2} \Delta L_2 + \dots + H_{\ell_n} \Delta L_n = I_1 - I_2 + I_3,$$

або у загальному вигляді:

$$\sum H \ell \Delta L = \sum I.$$

3. Перший окремий випадок закону повного струму.

Якщо в усіх точках контура вектори напруженості поля спрямовані по дотичних до контура, то повздовжні складові дорівнюють самим векторам.

$$H_{\ell_1} = H_1; \quad H_{\ell_2} = H_2; \quad \dots \quad H_{\ell_n} = H_n.$$

Якщо в той самий час напруженість поля в усіх точках контура буде однаковою, тобто  $H_1 = H_2 = H_3 = H_n$ , а рівняння набуває такого вигляду:

$$H \Delta L_1 + H \Delta L_2 + \dots + H \Delta L_n = \sum I;$$

$$H(\Delta L_1 + \Delta L_2 + \dots + \Delta L_n) = \Delta I;$$

$$HL = \sum I;$$

$$H = \frac{\sum I}{L},$$

де:  $L$  – довжина контуру.

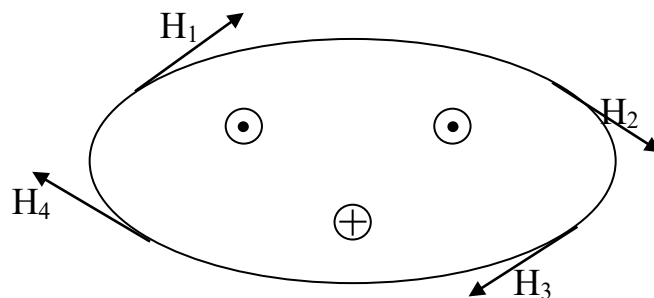


Рис. 19. До закону повного струму

#### 4. Другий окремий випадок закону повного струму.

Якщо той самий струм багаторазово пронизує площину, обмежену довільним замкнутим контуром (тече по витках котушки), то:

$$\sum I = I \omega,$$

де  $\omega$  – число витків котушки.

У цьому разі закон повного струму виразиться так:

$$\sum H_{\ell} \Delta L = I \omega.$$

Якщо ж одночасно мають місце обидва окремих випадки, то рівняння

$$H L = \sum I,$$

можна записати так

$$H = \frac{I \omega}{L}.$$

З нього видно, що напруженість поля, створюваного будь-якою обмоткою, може мати необхідну напруженість як при сильному струмі і малому числі витків, так і при слабкому струмі, але більшому числі витків, тобто напруженість поля пропорційна добутку  $I \omega$ . У зв'язку з цим величину  $I \omega$  називають намагнічуваною або магніторушійною силою.(МРС).

Алгебраїчна сума добутків  $H_{\ell} \Delta L$ , узята не по всьому контуру, а на будь-якій ділянці, називається магнітною напругою на цій ділянці і позначається  $U_M$ . Наприклад:

$$U_{M_{AB}} = \sum_B^A H_{\ell} \Delta L.$$

Як МРС так і  $U_M$  вимірюються в амперах:

$$H = \frac{I}{L} = \frac{1A}{1m} = 1A/m;$$

$$\mu_a = \frac{B}{H} = \frac{1Tл}{1A/m} = \frac{1Tл \cdot m}{1A} = \frac{1Bб \cdot m}{m^2 \cdot A} = 1 \frac{B \cdot c}{m \cdot A} = 1 \frac{Om \cdot c}{m} = 1 \frac{Гн}{m};$$

$$1Om \cdot c = 1Гн;$$

У системі СІ:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м.}$$

### 5. Магнітне поле прямолінійного провідника з струмом.

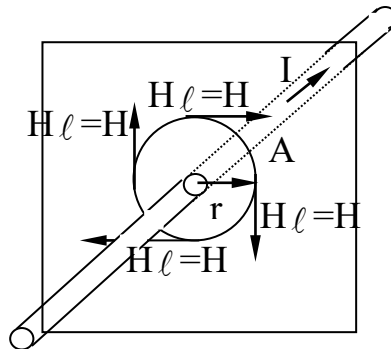


Рис. 20. До окремого випадку закону повного струму:  
Визначення напруженості поля навколо провідника з струмом.

$$H_A = \frac{\sum I}{L} = \frac{I}{2\pi r};$$

$$B = \mu\mu_0 H;$$

$$B = 1\mu_0 H = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot I}{2\pi r} = \frac{2I}{10^7 \cdot r}.$$

Ця формула справедлива при нескінченно довгому провіднику, але практично нею можна користуватися, якщо довжина провідника значно перевищує відстань  $r$ .

## 6. Взаємодія двох паралельних провідників з струмом.

Якщо два провідника з струмами одного напрямку  $I_1$  та  $I_2$  розташувати на відстані  $a$  один від одного, то першій з них опиниться в магнітному полі другого і на нього діятиме сила  $F_1$ , а другий – в полі першого провідника і на нього діятиме сила  $F_2$ .

За правилом лівої руки можна визначити, що ці сили спрямовані зустрічно, отже, проводи із струмами одного напрямку притягуються один до одного. Якщо струми в проводах течуть у різних напрямках, то міркуючи аналогічно, можна дійти висновку, що проводи з струмами різних напрямків відштовхуються один від одного.

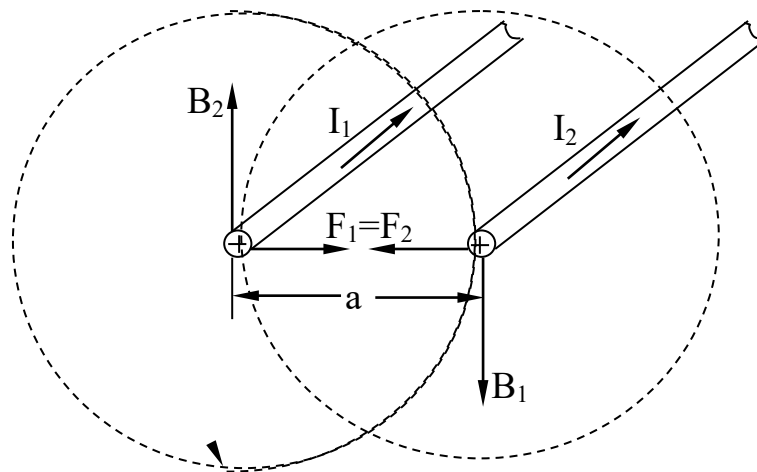


Рис. 21. Взаємодія двох провідників з струмом

Величину сил, які діють на проводи в цих випадках можна визначити так:

$$F_1 = B_2 I_1 l; \quad F_2 = B_1 I_2 l,$$

де  $l$  – довжина провідників;

$B_2$  – магнітна індукція поля другого провідника в тих точках, де розташований перший провідник;

$B_1$  – магнітна індукція поля першого провідника в тих точках, де розташований другий провідник.

$$B_1 = \frac{2I_1}{10^7 \cdot a};$$

$$B_2 = \frac{2I_2}{10^7 \cdot a};$$

$$F_1 = \frac{2I_2 I_1 \ell}{10^7 \cdot a};$$

$$F_2 = \frac{2I_1 I_2 \ell}{10^7 \cdot a};$$

$$L = 1\text{м};$$

$$F_0 = \frac{2I_1 I_2}{10^7 \cdot a} = \frac{2 \cdot 10^{-7} \cdot I_1 I_2}{a}$$

### 7. Робота електромагнітних сил.

Провідник зі струмом, внесений в магнітне поле, зазнає дії сили  $F$ , величина якої:

$$F = B I L.$$

Якщо провідник не закріплений, то під дією цієї сили він протягом часу  $t$  переміщується на відстань  $b$  (Рис. 22):

При цьому робота, яку виконує сила  $F$  дорівнює:

$$A = F b = B I \ell b;$$

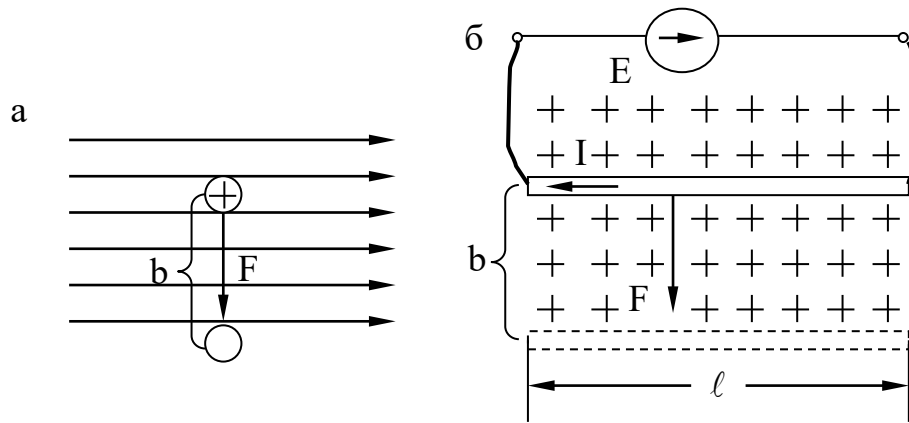


Рис. 22. Електромагнітні сили:

а, б – переміщення провідника під дією електромагнітних сил

добуток:

$$\ell b = S.$$

являє собою площу сліду руху провідника, а добуток – магнітний потік, що його перетинає провідник під час руху:

$$A = BIS = \Phi I.$$

## ЛЕКЦІЯ 6

### ФЕРОМАГНІТНІ РЕЧОВИНИ

Серед парамагнітних речовин особливу групу становлять феромагнітні речовини. Від інших вони відрізняються тим, що їх магнітна проникність значно більша від одиниці і може досягати значень кількох тисяч; вона не стала і залежить від температури та магнітного стану речовини. Вони здатні сильно намагнічуватися і зберігати магнетизм при відсутності магнітного поля. У зв'язку з цим магнітна індукція поблизу феромагнітних тіл значно збільшується.

ся. До феромагнетиків належать залізо, сталь, чавун, нікель, кобальт та ряд сплавів. Властивості їх пояснюються особливостями будови.

Атоми феромагнетиків узяті ізольовано один від одного, мають власний магнітний момент, але не виявляють феромагнітних властивостей і поведуть себе як атоми всякого парамагнетика. Таким чином, феромагнітні властивості – властивості речовини, а не окремих ізольованих атомів.

У феромагнетиках цілі групи атомів утворюють області, в межах яких магнітні моменти спрямовані в один бік, тому ці області намагнічені до насичення і називаються областями довільного (спонтанного) намагнічування, або доменами. Об'єм доменів лежить у межах  $10^{-6}$ - $10^{-9}$  см<sup>3</sup>, включає в середньому  $10^{12}$  атомів.

Доменні розташовані так, що їх магнітні моменти взаємно компенсують один одного і при відсутності магнітного поля феромагнетик не намагнічений. Виникають доменні під час кристалізації речовини.

Якщо внести феромагнетик у магнітне поле, він орієнтує діє на електронні струми, у зв'язку з чим збільшуються розміри і кількість доменів, магнітні моменти яких збігаються з напрямом зовнішнього поля. В результаті цього магнітні моменти доменів вже не компенсують один одного і феромагнетик починає набувати власного магнітного моменту, тобто намагнічується.

Магнітне поле елементарних струмів зручно характеризувати за допомогою так званого магнітного моменту. Щоб краще зрозуміти суть цієї величини, уявимо собі дуже маленький контур, який обтікає струм  $I$ . Застосовуючи правило буравчика, визначимо напрям поля цього контура, який збігається з напрямом нормалі до його площини. Якщо цей контур вмістити в магнітне поле так, що він встановиться у положення, коли напрями полів (контура і зовнішнього) збігаються. Таким чином контур з струмом у магнітному полі поводить себе подібно до магнітної стрілки або магнітної системи.

Обертальний момент створюється електромагнітними силами  $F$ , які діють з обох боків контура. Ці сили створюють пару з плечем  $h$  (сили, що діють на дві



інші сторони, зрівноважують одна одну). Величина обертального моменту залежить не тільки від положення контуру, а й від сили струму  $I$  та площі  $S$ , яку обтікає цей струм. Останнє пояснюється тим, що від площі залежить висота або ширина контуру, а це значить що від неї залежить або довжина активних сторін контура або величина плеча  $h$ , або те й інше в одночасно.

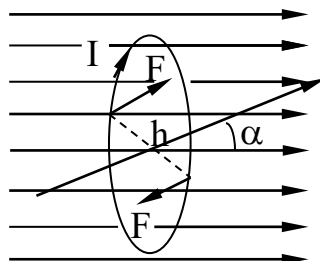


Рис. 23. Обертаючий момент, що діє на контур з струмом.

Вміщуючи в ту саму точку поля різні контури (у тому самому положенні відносно поля), можна упевнитися, що взаємодія між контуром і полем пропорційна добутку  $I S$ . Чим більше цей добуток, тим контур поводить себе як більш сильна магнітна схема. У зв'язку з цим, добуток  $I S$ , який характеризує магнетизм контуру з струмом, назвали магнітним моментом цього контуру  $M_M$ :

$$M_M = I S.$$

Намагнічування магнетика характеризують магнітним моментом одиниці об'єму. Цю величину називають намагніченістю середовища і позначають  $J$ . Вона не може зростати безмежно. Якщо напрями полів усіх доменів збігатимуться з напрямом зовнішнього поля, то намагніченість середовища досягне свого граничного значення, яке називається намагніченістю насичення  $J_{\text{нас}}$ :

$$J = \frac{M_M}{V} = \frac{I S}{V};$$

одиниця

$$J = \frac{1 \text{ A} \cdot 1 \text{ м}^2}{1 \text{ м}^3} = 1 \text{ A/м}.$$

Таким чином, намагніченість середовища вимірюється в амперах на метр і являє собою напруженість результуючого поля, створеного елементарними струмами:

$$B_J = \mu_0 J;$$

Магнітну індукцію поля всередині феромагнетика можна записати так:

$$B = B_0 + B_J,$$

де  $B_0$  – магнітна індукція зовнішнього поля (поля, створеного якимось джерелом у вакуумі)

$$B = H \mu_0 + \mu_0 J;$$

$$B = \mu_0 (H + J).$$

З іншого боку:

$$B = \mu \mu_0 H;$$

$$\mu \mu_0 H = \mu_0 H \left( 1 + \frac{J}{H} \right).$$

Звідси магнітна проникність феромагнетика:

$$\mu = \left( 1 + \frac{J}{H} \right).$$

### 1. Криві намагнічування.

Графік, що показує, як відбувається процес намагнічування феромагнетика із збільшенням напруженості намагнічуючого поля, називається кривою намагнічування цього феромагнетика.

Щоб побудувати криву намагнічування, вмістимо феромагнітний стержень всередину котушки (рис 24). Встановивши движок реостата в крайнє лїве положення, пропустимо по колу невеликий струм. Всередині котушки утворюється слабке магнітне поле струму з малою напруженістю  $H_1$ . Магнітна індукція цього поля  $B_{01}$ .

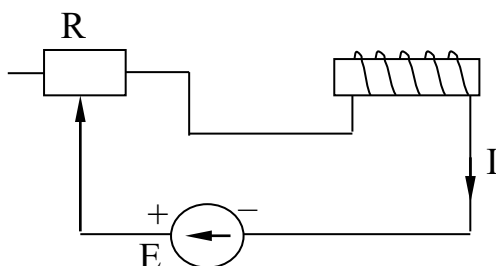


Рис. 24. Схема підключення котушки з феромагнітним стержнем.

В міру пересування движка реостату вправо і збільшення струму магнітна індукція цього поля  $B_0$  зростає прямолінійно (рис 25), бо вона зв'язана з напруженістю поля пропорціональною залежністю, цей процес показано прямою  $OB_0$ . Під впливом цього поля відбувається орієнтація магнітних моментів доменів тим більше, чим більша напруженість зовнішнього поля, тобто намагнічується осердя.

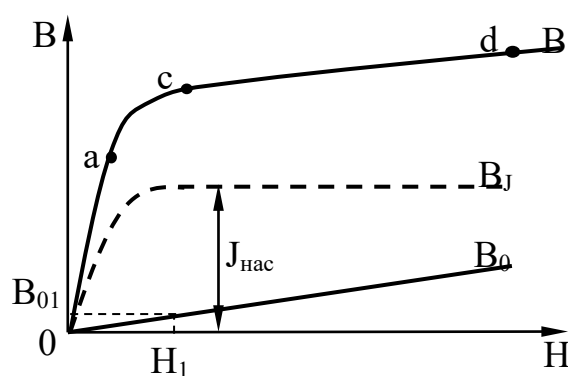


Рис. 25: Графік процесу намагнічування феромагнетика.

Намагніченість осердя  $J$  і магнітна індукція поля намагніченості  $B_J$  в міру посилення струму спочатку швидко зростають, майже пропорціонально напруженості зовнішнього поля, а потім внаслідок явища насиченості їх ріст уповільнюється, коли намагніченість осердя досягає граничного значення  $J_{нас}$ .

## 2. Явище гістерезису.

Якщо повністю розмагнічений зразок вмістити у котушку і намагнічувати його до насичення, поступово збільшуючи силу струму, то процес намагнічування зображається кривою ОА (рис. 26). Орієнтація магнітних доменів, що відбувається при цьому, є пружною деформацією, тому, якщо намагнітивши зразок до насичення, зменшувати напруженість поля, зменшуючи силу струму, починається процес дезорієнтації магнітних моментів – процес повернення їх у початкове положення, тобто зразок розмагнічується.

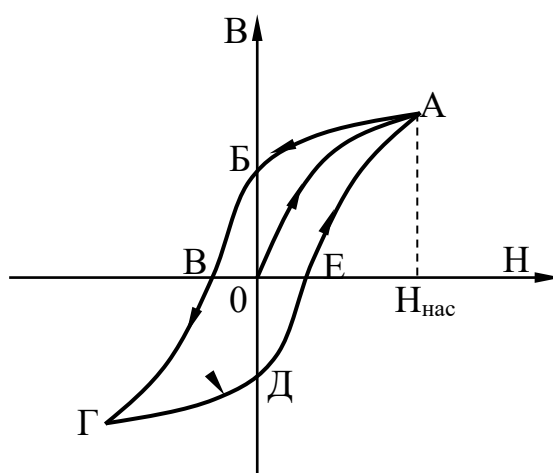


Рис. 26. Петля гістерезису

Внаслідок того, що у феромагнетика є так звана затримуюча (коерцитивна) сила, яка перешкоджає поверненню доменів і їх магнітних моментів у початковий стан, процес розмагнічування піде не по кривій ОА, а по кривій АБ, тобто процес зменшення магнітної індукції зразку відставатиме від процесу зменшення напруженості поля.

Відставання розмагнічування феромагнетика від зменшення напруженості поля називають явищем магнітного гістерезису. В результаті гістерезису із зменшенням напруженості поля до точки О, феромагнетик повністю не розмагнічується і в ньому залишається залишковий магнетизм. Величина залишкової магнітної індукції характеризується відрізком ОБ. Щоб розмагнітити зразок, треба пропустити струм у зворотньому напрямі, тобто створити поле з негативною напруженістю. Негативна напруженість, при якій зразок розмагнічується

повністю (відрізок  $OB$ ), характеризується коерцитивною силою.

При циклічному перемагнічуванні зразка процес повторюється і весь час іде по кривій  $AB\Gamma DEA$ , яка називається петлею гістерезису (рис 26).

Ліквідація залишкового магнетизму при перемагнічуванні зв'язана з затратою енергії. Ця енергія нагріває осердя і називається втратою на гістерезис. Величина втрат на гістерезис характеризується площею петлі гістерезису.

Матеріали з малою коерцитивною силою, вузькою петлею гістерезису, малими втратами на гістерезис називаються магніто-м'якими і використовуються для виготовлення осердь, що працюють у колах змінного струму, де вони весь час перемагнічуються.

Матеріали з великою коерцитивною силою, великою залишковою магнітною індукцією, широкою петлею гістерезису і великими втратами на гістерезис називаються магніто-жорсткими. Вони використовуються в основному для виготовлення постійних магнітів, оскільки постійний магніт – це намагнічене ферромагнітне тіло з великою залишковою магнітною індукцією.

## ЛЕКЦІЯ 7

### ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ

Явище електромагнітної індукції. Виникнення ЕРС у провіднику із змінною магнітного потоку, що пронизує контур провідника, називається явищем електромагнітної індукції, а ЕРС, що виникає при цьому, – індукованою ЕРС, або ЕРС індукції.

Припустимо, що провідник  $AC$  завдовжки  $\ell$  рухається з рівномірною швидкістю  $V$  перпендикулярно до напрямку рівномірного поля, магнітна індукція якого зображується вектором  $B$  (рис. 27). Під час руху провідника разом з

ним у напрямі швидкості  $V$  рухаються і вільні електрони його атомів. Але на всякий заряд, що рухається в магнітному полі, діє сила, напрям якої можна визначити за правилом лівої руки. Щоб визначити напрям сили  $F$ , що діє на кожний з електронів, треба ліву руку розмістити так, щоб силові лінії входили у долоню, а витягнуті пальці спрямувати вгору – назустріч руху електронів. Відставлений великий палець покаже, що сили, яків діють на електрони спрямовані на площину рисунка.

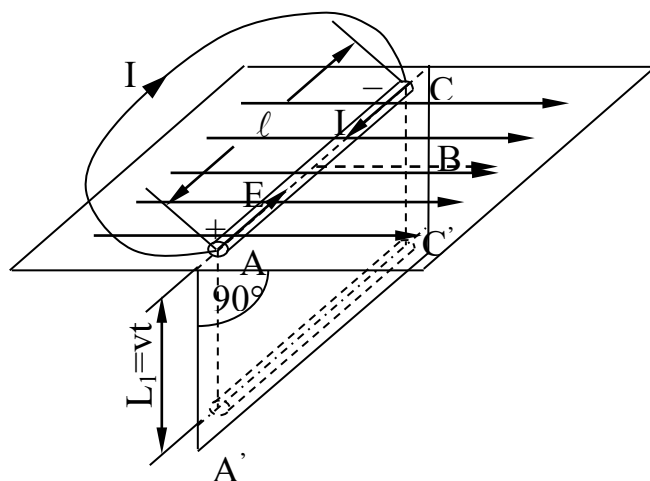


Рис. 27.

Вільні електрони, зовсім не зв'язані або зв'язані дуже слабо зі своїми атомами, під дією сил переміщуються по провіднику в тому напрямі, в якому діють ці сили.

У нашому прикладі електрони переміщуються на кінець С провідника, який в результаті нагромадження на ньому електронів заряджається негативно.

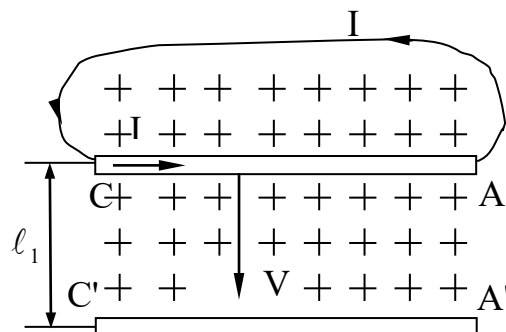


Рис. 28.

Кінець А провідника в результаті переміщення електронів на кінець С за-

ряджається позитивно. Таким чином, у провіднику виконується робота по розподілу зарядів, а між кінцями його утворюється різниця потенціалів (ЕРС). При цьому всередині провідника між його різнойменно зарядженими кінцями утворюється електричне поле, яке діє на електрони у протилежний бік, тобто в напрямі від кінця С до кінця А. В міру руху провідника у напрямі швидкості і переміщення електронів на кінець С різниця потенціалів між кінцями провідника і напруженістю поля в ньому збільшується.

Розподіл зарядів припиняється, коли настане рівновага між силою, що діє на електрон з боку магнітного поля, і протилежною їй силою, що діє на нього з боку електричного поля, яке посилюється.

Якщо кінці провідника не замкнуті другим провідником, який знаходиться поза даним магнітним полем, то електрони з кінця С першого провідника (де їх надмір) почнуть переміщатися по другому на кінець А, де їх недостача. В результаті цього переміщення зменшаться позитивні і негативні заряди кінців першого провідника, зменшиться напруженість електричного поля всередині його, а разом з цим і сили, що діють на електрони з боку електричного поля.

Оскільки при цьому сили, що діють на електрони з боку магнітного поля, не зменшаться то під впливом їх електрони, що прийшли на кінець, переміщуватимуться знову на кінець С, підтримуючи заряди на кінцях провідника АС.

Таким чином, у розглянутому замкнутому колі тектиме струм, причому робота по розподілу зарядів здійснюється в провіднику АС, тобто він буде генератором у цьому колі, а другий провідник – зовнішньою його дільницею.

Як довів Фарадей, ЕРС, індукована в замкнутому контурі, визначається швидкістю зміни магнітного потоку, що пронизує цей контур:

$$E = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

де знак "мінус" характеризує напрям ЕРС;

$\Delta\Phi$  – приріс магнітного потоку за час  $\Delta t$ .

Якщо провідник за цей час пройшов шлях  $l_1$ :

$$\Delta\Phi = BS,$$

де  $S$  – площа сліду руху провідника на вертикальній площині.

$$S = ll_1;$$

$$l_1 = V\Delta t;$$

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{BS}{\Delta t} = \frac{Bll_1}{\Delta t} = BlV;$$

$$V_n = V \sin \alpha;$$

$$E = BlV \sin \alpha.$$

У цій формулі магнітна індукція  $B$  має бути виражена в теслах, довжина провідника у метрах, а швидкість  $V$  – у метрах за секунду.

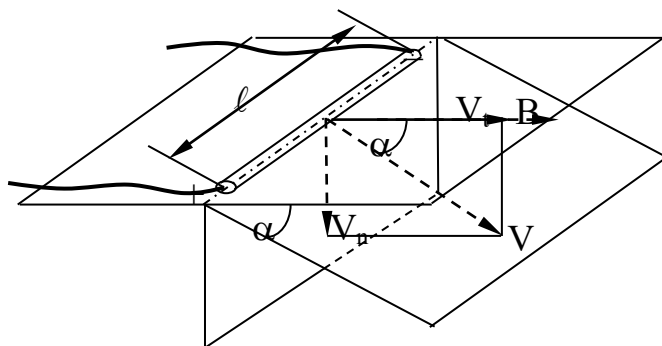


Рис. 29.

Напрямок індукованої ЕРС можна визначити за правилом правої руки, якщо праву руку розмістити так, щоб лінії магнітної індукції входили в долоню, а



відставлений великий палець показував напрям руху провідника, то витягнуті чотири пальці покажуть напрям дії ЕРС або напрям струму в провіднику.

Процес індукування ЕРС не зміниться, якщо провідник буде нерухомим, а поле рухатиметься відносно нього або змінюватиметься в часі. У загальному випадку напрям індукованої ЕРС можна визначити за правилом Ленца – струм, що виникає в контурі під дією індукованої ЕРС, завжди спрямований так, що протидіє зміні магнітного потоку крізь контур, або – індукційний струм завжди спрямований так, що протидіє причині, яка викликала його.

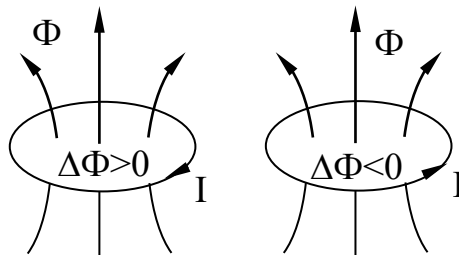


Рис. 30.

Якщо замість одного контуру узяти котушку, що має  $w$ -витків, то отримаємо таку формулу:

$$E = \frac{-w \Delta\Phi}{\Delta t};$$

$\psi = w \Phi$  Вб – потокозчеплення  $\psi$  цієї котушки.

## ЛЕКЦІЯ 8

### 1. Явище самоіндукції та ЕРС самоіндукції. Індуктивність.

Явище наведеної ЕРС в будь-якому колі при зміні струму, який тече по цьому же колу, називається самоіндукцією.

Наведена (індукована) ЕРС називається ЕРС самоіндукції, ЕРС самоінду-

кції позначається як  $e_L$ . Для визначення її треба узяти похідну по часу від потокозчеплення кола  $\psi$ , яке виникло завдяки власному струму  $i$ .

З дослідів відомо, що для контурів (котушок) з неферомагнітним осердям та для котушок з осердям з магнітодіелектриків, у яких  $\mu$  стала і не залежить від напруженості магнітного поля, потокозчеплення  $\psi$  пропорційно струму  $i$ ,

$$\psi = L i.$$

Коефіцієнт пропорційності  $L$  між  $\psi$  та  $i$  називається особистою індуктивністю. Індуктивність, як елемент схеми заміщення реального кола дає можливість урахувати при розрахунках явище самоіндукції та явище накопичення енергії в магнітному полі котушки.

Індуктивність  $L$  залежить від геометричних розмірів кола (котушки) і від кількості витків  $w$ , але не залежить від струму, який тече по котушці, вимірюється  $L$  в  $\frac{В \cdot с}{А} = Ом \cdot с = Гн$ .

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{d}{dt}(Li) = L \frac{di}{dt};$$

$$e_L = -L \frac{di}{dt}.$$

Таким чином ЕРС самоіндукції у котушці пропорційна швидкості змінення у цій котушці, ЕРС самоіндукції дорівнює нулю, якщо струм не змінюється. Позитивний напрям ЕРС співпадає з позитивним напрямком струму.

Знак мінус свідчить про те, що миттєве значення ЕРС негативне, якщо збільшення струму позитивне.

2. Явище взаємоіндукції. ЕРС взаємоіндукції. Взаємна індуктивність контурів.

Явище наведення ЕРС в будь-якому контурі при зміні струму в іншому контурі називається явищем взаємоіндукції. Наведена ЕРС називається ЕРС взаємоіндукції. Вона позначається  $\epsilon_M$ . Нехай, наприклад, є два контури, віддалені на деяку відстань один від одного. По першому тече струм  $i_1$ , по другому струм  $i_2$ . Потік  $\Phi_1$ , створений струмом  $i_1$ , частково замикається, не проходячи крізь другий контур, частково проходить через другий контур ( $\Phi_{12}$ ).

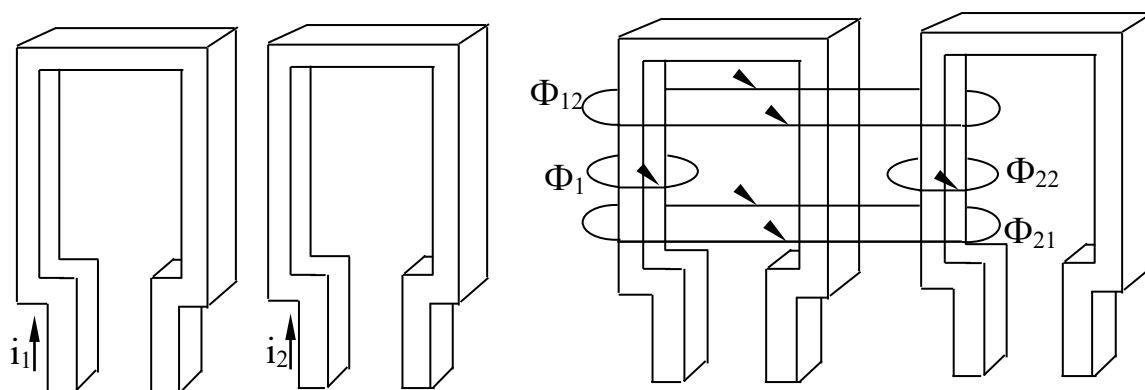


Рис. 31. Явище взаємоіндукції

$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12}$$

В свою чергу, потік другого контуру  $\Phi_2$ , створений струмом  $i_2$ , частково замикається, минаючи перший контур ( $\Phi_{22}$ ), частково пронизуючи його ( $\Phi_{21}$ ):

$$\Phi_2 = \Phi_{22} + \Phi_{21}$$

Потокозчеплення першого контура дорівнює:

$$\psi_1 = w_1 (\Phi_1 \pm \Phi_{21}) = \psi_1 \pm \psi_{21},$$

де  $w$  – кількість витків першого контуру.

$$\psi_2 = w_2 (\Phi_2 \pm \Phi_{12}) = \psi_2 \pm \psi_{12}.$$

Знак плюс в двох останніх формулах слід ставити у тому випадку, якщо потік взаємоіндукції буде співпадати з напрямком потоку самоіндукції, створеним струмом цього. При зустрічному напрямі слід ставити знак мінус.

З досліду ми знаємо – якщо осердя котушки виконані з неферомагнітних матеріалів чи з феромагнітних, але маючи сталу  $\mu$ , то  $\psi_{21}$  пропорційне струму  $i_2$ , а  $\psi_{12}$  пропорційне  $i_1$ .

Коефіцієнти пропорційності записуються буквою  $M$  з відповідними індексами. Так:

$$\psi_{21} = M_{21} i_2;$$

$$\psi_{12} = M_{12} i_1;$$

Коефіцієнти  $M_{21}$  та  $M_{12}$  чисельно дорівнюють одному:

$$M_{21} = M_{12} = M;$$

Коефіцієнт  $M$  називається взаємною індуктивністю контурів (чи котушок). Він має таку ж розмірність, що й особиста індуктивність  $L$ . Повна ЕРС індуквана в першому контурі:

$$e_1 = -\frac{d\psi_1}{dt} = -\frac{d(\psi_1 \pm \psi_{21})}{dt} = -L \frac{di_1}{dt} \mp M \frac{di_2}{dt};$$

Аналогічно для другого контура:

$$e_2 = -\frac{d\psi_{21}}{dt} = -L_2 \frac{di_2}{dt} \mp M \frac{di_1}{dt};$$

$$e_{1M} = \mp M \frac{di_2}{dt}; \quad e_{2M} = \mp M \frac{di_1}{dt}.$$

В двох останніх формулах знак мінус належить ставити при одному напрямі потоків самоіндукції і взаємоіндукції, а плюс – при різних. Взаємна індуктивність залежить тільки від взаємного розташування котушок, кількості витків, геометричних розмірів та від  $\mu = \text{const}$ .

### 3. Енергія магнітного поля котушки.

Підключимо до джерела ЕРС  $E$  індуктивну котушку з опором  $R$  та індуктивністю  $L$ . Нехай у момент часу  $t=0$  в неї  $i=0$  та  $\psi=0$ . Струм в колі по закону Ома буде дорівнювати:

$$i = \frac{(E + e_1)}{R} = \frac{\left(E - \frac{d\psi}{dt}\right)}{R};$$

$$E = iR + \frac{d\psi}{dt}.$$

Помножимо обидві частини на  $i \cdot dt$ :

$$E i dt = i^2 R dt + i d\psi;$$

Ліва частина – це енергія, яку віддає джерело струму за час  $dt$ . Додаток  $i^2 R dt$  – енергія, яка виділяється у виді тепла за час  $dt$  в опорі  $R$ . Додаток  $i d\psi$  – енергія, яка йде на створення магнітного поля котушки:

$$dw_M = i d\psi;$$

Повна енергія, яка запасється в магнітному полі котушки при зміні  $\psi$  від

0 до  $\psi_M$

$$W_M = \int_0^{\psi_M} i d\psi;$$

Для котушок з феромагнітним осердям:  $\psi = Li$  та  $d\psi = L di$ , тому:

$$W_M = L \int_0^I i di = \frac{LI^2}{2}$$

де  $I$  – струм у колі.

#### 4. Розрахунок нерозгалуженого магнітного поля.

Задачею розрахунку нерозгалуженого магнітного кола у більшості випадків є визначення МРС  $F = I w$ , необхідної для того, щоб отримати задані значення магнітного потоку чи магнітної індукції на деякій ділянці магнітопроводу (частіш за все у повітряному зазорі).

На малюнку наведено приклад нерозгалуженого кола – магнітопровід сталого переріза  $S_1$  з зазором. На цьому малюнку вказані інші геометричні розміри магнітопроводу – середня довжина  $L_1$  магнітної лінії першої ділянки з феромагнітного матеріалу і довжина  $L_2$  другої ділянки – повітряного зазору.

Магнітні властивості феромагнітного матеріалу задані основною кривою намагнічування.

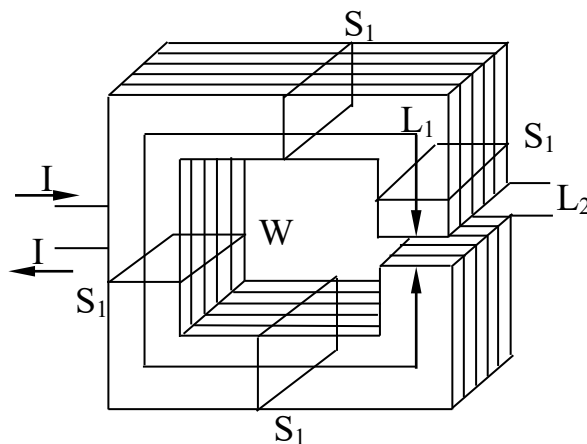


Рис. 32. Приклад нерозгалуженого магнітного кола

$$\mu_a = \frac{B}{H};$$

По закону повного струму:

$$\sum_{k=1}^2 H_r L_k = H_1 L_1 + H_2 L_2 = I w = F, \quad (2)$$

де  $H_1, H_2$  – напруженість магнітного поля на першій та другій ділянках.

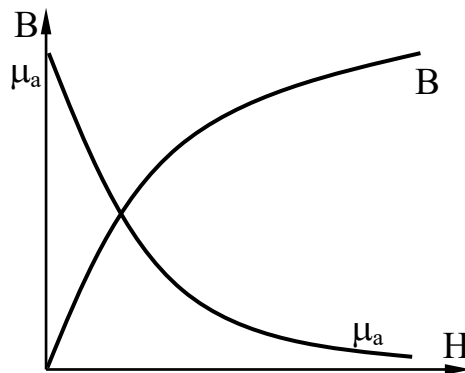


Рис. 33.

В повітряному зазорі значення магнітної індукції  $B_2$  і напруженості  $H_2$  пов'язані простим співвідношення  $B_2 = \mu_0 H_2$ , а для ділянки з феромагнітного матеріалу  $B_1 = \mu_{a1} H_1$ . Крім того, в нерозгалуженій частині магнітного кола магнітний потік однаковий у будь-якому перерізі магнітопровода:

$$\Phi = B_1 S_1 = B_2 S_2;$$

Якщо задан магнітний потік  $\Phi$ , то можна обчислити  $B_1$  і  $B_2$ . За малюнком знайти  $H_1$  по кривій намагнічування,  $H_2 = B_2/\mu_0$ , а потім обчислити необхідну МДС по (2). Обернена задача – розрахунок магнітного потоку при заданій МДС  $F$ . Якщо замінити напруженість магнітного поля значеннями індукції, отримаємо:

$$\frac{B_1}{\mu_{a1}} \ell_1 + \frac{B_2}{\mu_0} \ell_2 = I w;$$

з урахуванням того, що  $\Phi = B_1 S_1 = B_2 S_2$ ,

$$\Phi \left( \frac{\ell_1}{S_1 \mu_{a1}} + \frac{\ell_2}{S_2 \mu_0} \right) = \Phi (r_{M1} + r_{M2}) = \Phi \sum_{k=1}^2 r_{Mk} = I w = F,$$

де  $r_{Mk} = \frac{\ell_k}{S_k \mu_{ak}}$  – магнітний опір  $k$ -ї ділянки магнітного кола, причому магнітний опір  $k$ -ї ділянки нелінійний, якщо залежність  $B(H)$  для цієї ділянки нелінійна,  $\mu_{ak} \neq \text{const}$ .

Для нелінійного магнітного опору можна збудувати вебер-амперну характеристику – залежність магнітного потоку  $\Phi$  від магнітної напруженості на відповідній ділянці магнітопровода. Вебер-амперна характеристика ділянки магнітопровода розраховується по основній кривій намагнічування феромагнітного матеріалу. Для того, щоб побудувати вебер-амперну характеристику, потрібно ординати та абсциси всіх точок основної кривої намагнічування помножити на площу поперечного перерізу ділянки та його серединну довжину  $L$ .

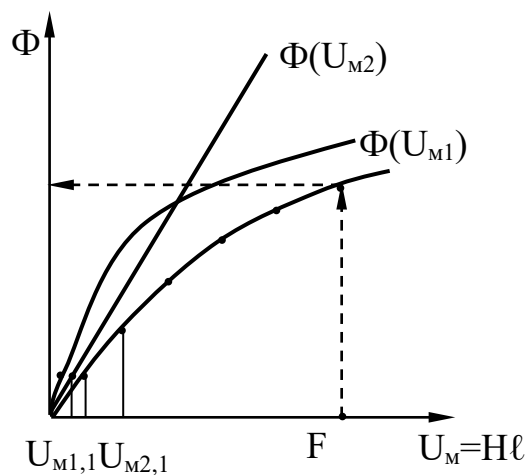


Рис. 34. Вебер-амперна характеристика



## ЛЕКЦІЯ 9

### ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА СИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ.

В колах синусоїдального змінного струму величина і напрям ЕРС, напруги і струму періодично змінюються в часі по синусоїдальному закону. Звичайно їх називають полями змінного струму.

Синусоїдальний струм характеризується такими параметрами: максимальним (амплітудним) значенням струму –  $I_m$  та часом одного періода змінного струму –  $T$ . Замість параметра  $T$  звичайно використовують зворотну величину – частоту змінного струму  $f$ , яка дорівнюється кількості періодів змінного струму в одну секунду:

$$f = \frac{1}{T} (\text{Гц});$$

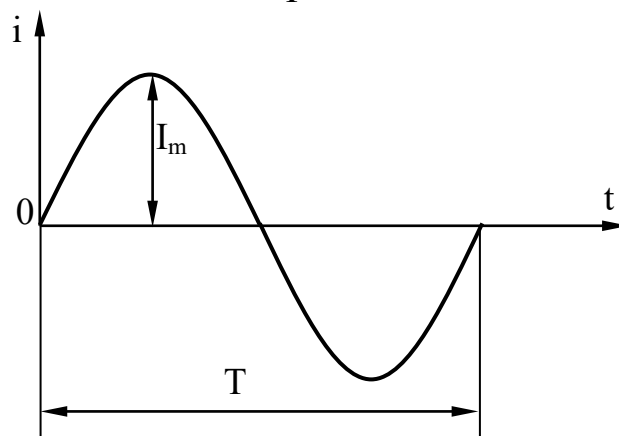


Рис. 35. Часова діаграма синусоїдального струму

Синусоїда дає можливість наочно бачити характер зміни миттєвих значень синусоїд величини з часом, робити висновки про її амплітудне значення та багато про що інше. Проте це не єдиний спосіб зображення синусоїдальної величини.

Другим, не менш конкретним, є метод векторних діаграм, який особливо зручно застосувати при одночасному розгляді кількох синусоїдальних величин. Суть цього методу полягає в тому, що синусоїдальна величина зображується за допомогою обертового радіуса-вектора, який називається вектором цієї синусо-

їдальної величини.

Розглянемо радіус-вектор  $E_m$ , який обертається навколо точки  $O$  з рівномірною кутовою швидкістю  $\omega$  у додатній бік.

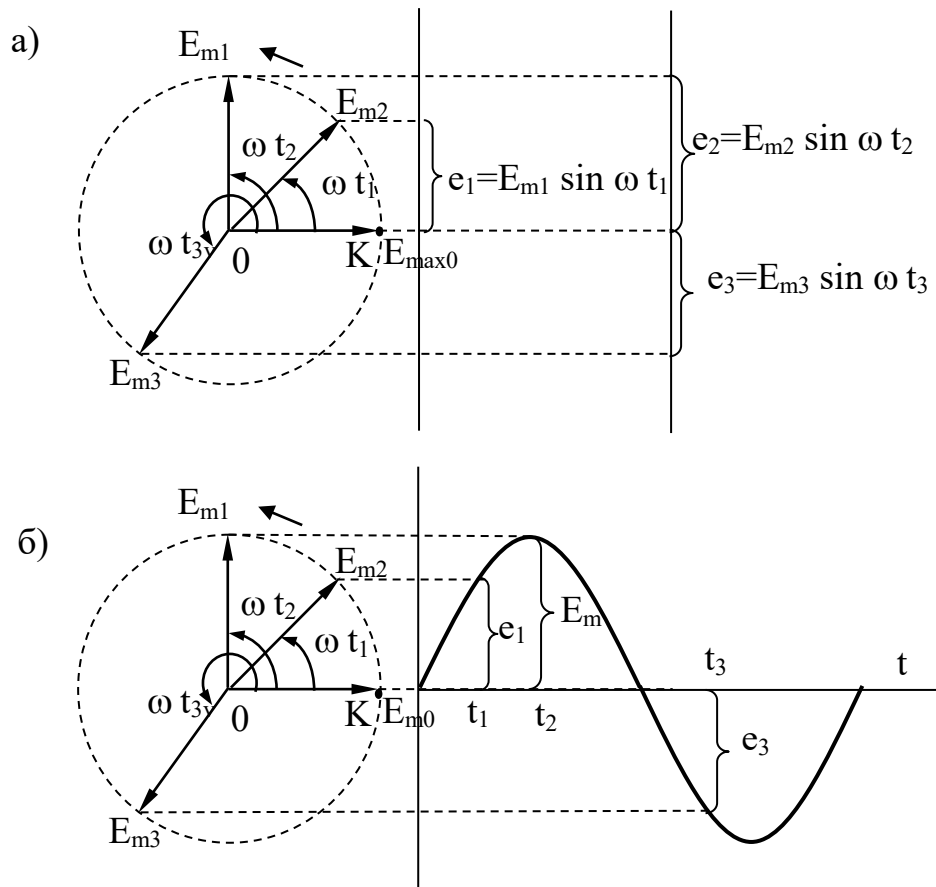


Рис. 36. а) обертвий радіус-вектор;  
б) обертвий радіус-вектор і його проєкції

Положення  $OK$  цього радіус-вектора приймаємо за початкове, а за умовний додатний напрям обертання – обертання проти стрілки годинника.

Через час  $t_1$  після обертання вектор займе положення  $E_{m_1}$  повернувшись за цей час на кут  $\alpha = \omega t_1$ . На момент часу  $t_2$  він займе положення  $E_{m_2}$ , на момент часу  $t_3$  – положення  $E_{m_3}$ . Якщо спроектувати радіус-вектор  $E_m$  на вертикальну вісь, коли він перебуває у різних положеннях, одержимо відрізки:  $e_1 = E_{m_1} \sin \omega t_1$ ;  $e_2 = E_{m_2} \sin \omega t_2$ ;  $e_3 = E_{m_3} \sin \omega t_3$  і т.д.

Таким чином, у будь-який момент часу проєкція вектора  $E_m$  на вертикальну вісь може бути виражена рівнянням:

$$E = E_m \sin \omega t;$$

Якщо на горизонтальній осі у певному масштабі відкласти час  $t$ , а значення проєкцій обертового радіуса-вектора на вертикальну вісь розташувати в часі вздовж цієї осі, то сполучивши кінці їх безперервною кривою, можна одержати синусоїду, що показує як змінюються проєкції обертового радіуса-вектора на вертикальну вісь з часом. Звідки випливає, що ординати будь-якої синусоїди, які являють собою миттєві значення синусоїдальної величини, можна розглядати як проєкції певного обертового радіуса-вектора, що по довжині дорівнюють амплітудному значенню цієї синусоїдальної величини.

Такий обертовий радіус-вектор називають векторною діаграмою синусоїдальної величини, або просто вектором цієї синусоїдальної величини.

Про частоту синусоїдального процесу можна робити висновки із швидкості обертання радіуса-вектора, проєкції якого є миттєвими значеннями синусоїдальної величини. Одному оберту вектора відповідає один цикл синусоїдальної величини і чим більше швидкість його обертання, тим менше часу затрачується на один цикл і, отже, тим вища частота.

Тому кутову швидкість обертового радіуса-вектора  $\omega$  називають кутовою, або коловою частотою синусоїдальної величини. Як деяка кутова швидкість, кутова вимірюється в радіанах за секунду:

$$\omega = \frac{\alpha}{t};$$

Оскільки за один період радіус-вектор повертається на  $2\pi$  радіанів, то

$$\omega = \frac{2\pi}{T};$$

або

$$\omega = 2 \pi f ;$$

В техніці використовується змінний струм, не постійний, так як він має такі переваги:

- допускає трансформацію (збільшення або зниження) напруги. Це забезпечує економічну передачу електричної енергії при високих напругах;
- найбільш дешевий та надійний електричний двигун – на змінному струмі (асинхронний двигун).

Основна перевага синусоїдального змінного струма порівнянно з несинусоїдальним у тому, що синусоїдальний струм при трансформації не змінює своєї форми.

### 1. Миттєве значення змінного струму.

Миттєве значення синусоїдальних величин – струму ( $i$ ), напруги ( $u$ ), ЕРС ( $e$ ) – це значення в будь-який момент часу:

$$i = I_m \sin \omega t ;$$

де:  $\omega t$  – фаза змінного струму, відповідає теперішньому часу.

Рівнянню для  $i$  відповідає крива, яка має назву хвильової діаграми  $i=f(\omega t)$ , це залежність миттєвого значення  $i$  від фази  $\omega t$ .

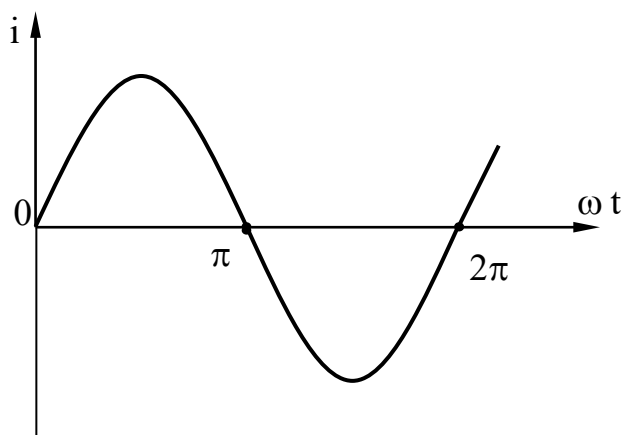


Рис. 37. Хвильова діаграма

Розглянемо поняття про початкову фазу. Початковою фазою називається фаза змінного струму в момент початку відліку ( $t = 0$ ,  $\omega t = 0$ ). Початкова фаза позитивна, якщо початкове значення струму позитивне.

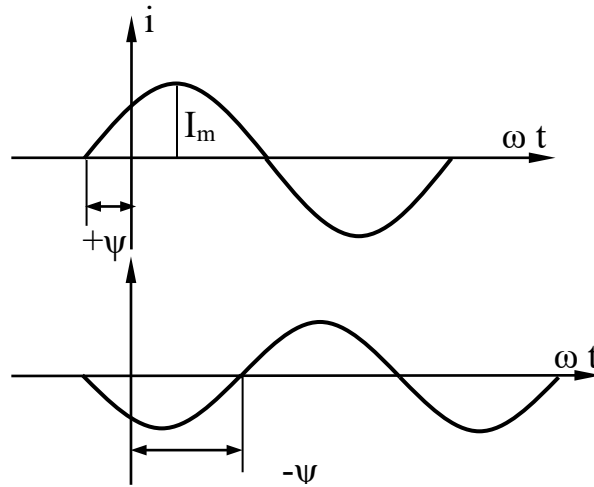


Рис. 38. До демонстрації початкової фази синусоїдальної величини

Синусоїдальні струми однакової частоти називаються зсунутими за фазою, якщо вони проходять крізь нуль в різні моменти часу:

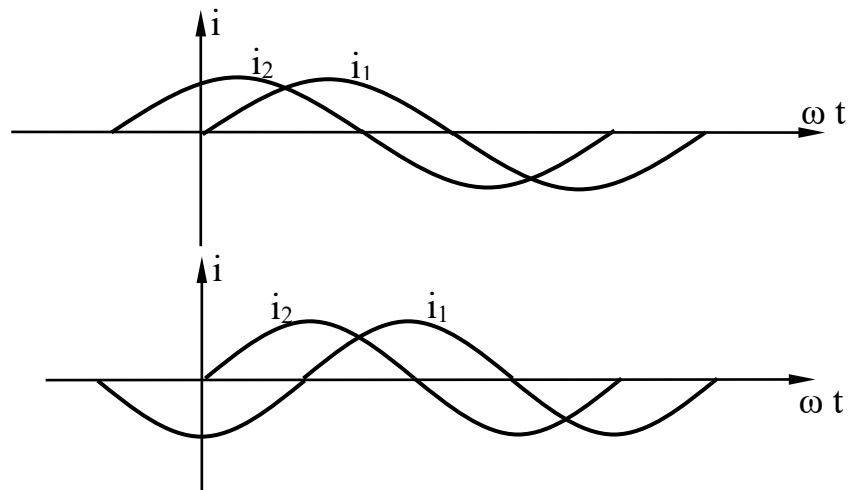


Рис. 39. До демонстрації зсуву фаз синусоїдальних величин

$$i_1 = I_{m1} \sin \omega t;$$

$$i_2 = I_{m2} \sin(\omega t + \psi);$$

струм  $i_2$  випереджає струм  $i_1$  на кут  $\psi$ .

Зробимо початок відрізка від нульового значення струму  $i_2$  тоді:

$$i_1 = I_{m1} \sin(\omega t - \psi);$$

$$i_2 = I_{m2} \sin \omega t;$$

струм  $i_1$  відстає від струму  $i_2$  на кут  $\psi$ .

## 2. Діюче та середнє значення змінного синусоїдального струму.

Візьмемо дві однакові лампочки та включимо одну з них у коло змінного струму, а іншу в коло постійного струму (рис. 40).

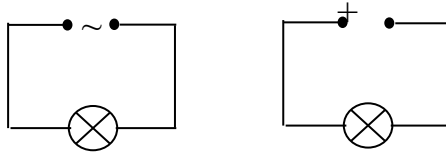


Рис. 40. Дві лампочки включені у коло змінного та постійного струму.

Підберемо таке значення постійного струму  $I$ , щоб обидві лампочки мали однакову яскравість. Це значить, що в них буде виділятися рівна кількість енергії за час одного періода змінного струму, отримаємо діюче значення змінного струму –  $I$  (рис. 41).

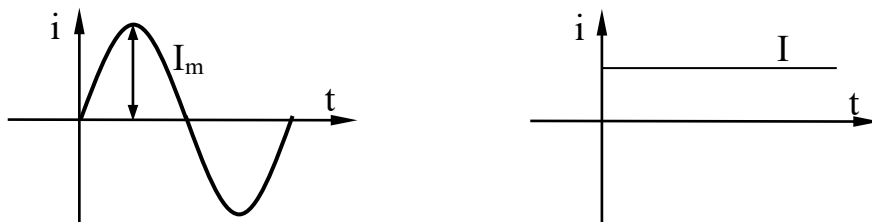


Рис. 41. Миттєве та діюче значення синусоїдальної величини

Таким чином: діюче значення змінного струму дорівнюється такій величині постійного струму, при якій в рівному опорі за час одного періода змінного струму виділиться рівна з змінним струмом кількість енергії:

$$R \int_0^T i^2 dt = I^2 R T ;$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} ;$$

Після перетворення отримаємо залежність для діючого значення змінного струму:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} ;$$

Змінний струм, напруга та ЕРС прийнято вимірювати в діючих значеннях, які позначаються, відповідно, I, U, E. Електровимірювальні прилади змінного струму – амперметр та вольтметр показують звичайно діючі значення.

Середнє значення змінного струму за період дорівнює нулю, тому його визначають за половину періода:

$$I_{cp} = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} i dt ;$$

після перетворення отримаємо:

$$I_{cp} = \frac{I}{1,11} ;$$

### 3. Коло змінного струму з резистором

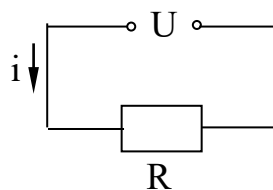


Рис. 42. Коло змінного струму з резистором

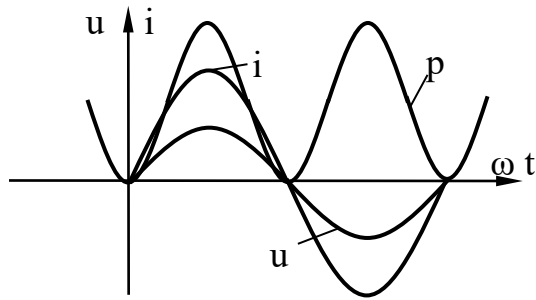


Рис. 43.

$$u = U_m \sin \omega t;$$

$$i = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t;$$

$$I_m = \frac{U_m}{R};$$

$$i = I_m \sin \omega t;$$

$$\frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{R};$$

$$I = \frac{U}{R} \text{ -- закон Ома.}$$

Для кола змінного струму з резистором де  $I$  та  $U$  – дійсні значення напру-  
ги та струму:

$$p = i u = U_m \sin \omega t \cdot I_m \sin \omega t;$$

$$p_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_m I_m \sin^2 \omega t dt = \frac{U_m I_m}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt = \frac{U_m I_m}{2};$$



$$p_{cp} = UI = I^2 R.$$

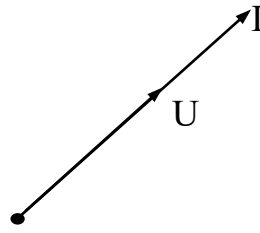
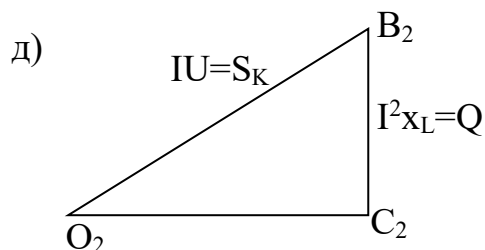
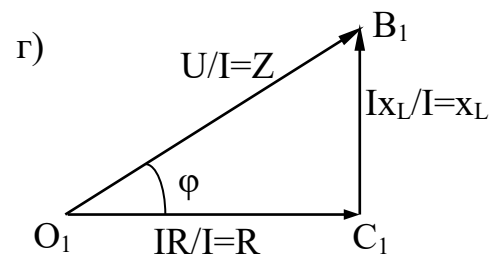
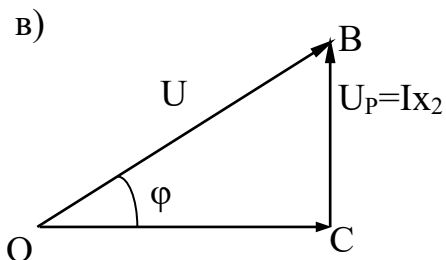
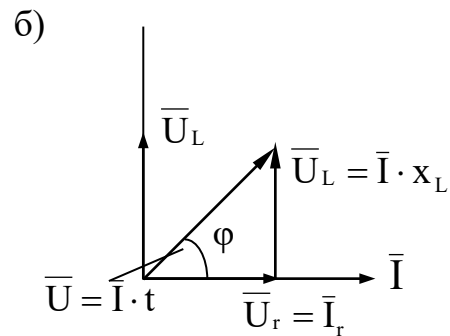
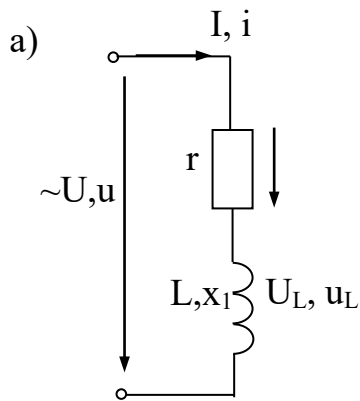


Рис 44.

## ЛЕКЦІЯ 10

### 1. Коло, яке має котушку з активним опором та індуктивністю

Реальна котушка будь-якого технічного приладу може бути зображена у виді двох ідеальних елементів – резистивного  $R$  та індуктивного  $L$ , з'єднаних послідовно. Використовуючи виводи, які ми зробили минулої лекції, дільницю кола з індуктивністю будемо розглядати як дільницю, яка має індуктивний опір  $X_L$ .



Рівняння напруги, побудоване за другим законом Кірхгофа буде мати вигляд:

$$U = U_r + U_L;$$

$$i = I_m \sin \omega t;$$

$$U = I_m r \sin \omega t + I_m X_L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$\bar{U} = \bar{U}_r + \bar{U}_L;$$

$$U = \sqrt{U_r^2 + U_L^2};$$

$$U = \sqrt{(Ir)^2 + (IX_L)^2};$$

$$U = \sqrt{(Ir)^2 + (IX_L)^2} = I\sqrt{r^2 + X_L^2};$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + X_L^2}} = \frac{U}{Z};$$

$$Z = \sqrt{r^2 + X_L^2}.$$

З векторної діаграми видно, що напруга випереджає по фазі струм на кут  $\varphi$  і його миттєве значення.

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi);$$

кут зсуву по фазі  $\varphi$  між напругою і викликаним струмом визначається з співвідношення:

$$\cos \varphi = \frac{U_r}{U} = \frac{I r}{I Z} = \frac{r}{Z} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + X_L^2}};$$

миттєва потужність визначається за формулою:

$$p = u i = I_m \sin \omega t U_m \sin(\omega t + \varphi);$$

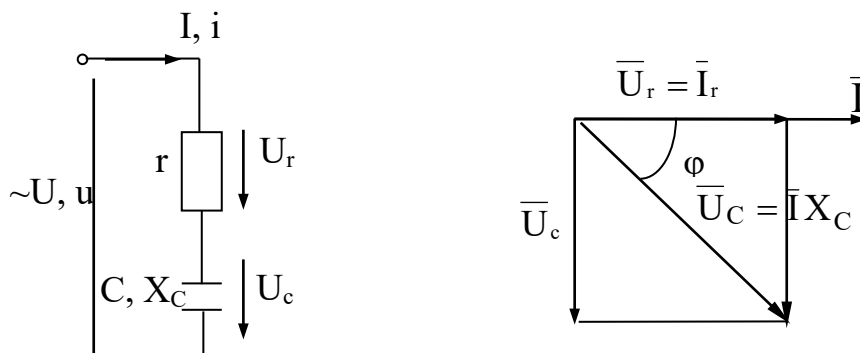
середня потужність за період:

$$P_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_m U_m \sin \omega t \sin(\omega t + \varphi) dt;$$

$$P_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{U_m I_m}{2} (\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)) dt = U I \cos \varphi;$$

$$P_{cp} = U I \cos \varphi = \frac{U I r}{\sqrt{r^2 + X_L^2}} = I^2 r = P.$$

2. Коло, яке містить в собі активний опір та ємнісний елемент.



$$\bar{U} = \bar{U}_r + \bar{U}_c;$$

Вектор напруги співпадає з вектором струма, вектор напруги відстає від вектора струма на кут  $90^\circ$ . З діаграми слідує:

$$U = \sqrt{U_r^2 + U_c^2};$$

$$U = \sqrt{(Ir)^2 + (IX_c)^2};$$

$$U = I\sqrt{r^2 + X_c^2};$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + X_c^2}} = \frac{U}{Z};$$

$$Z = \sqrt{r^2 + X_c^2};$$

Миттєве значення напруги:

$$U = U_m \sin(\omega t - \varphi);$$

$$\cos \varphi = \frac{r}{Z} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + X_c^2}};$$

$$P = u i = I_m \sin \omega t U_m \sin(\omega t - \varphi);$$

$$P_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_m U_m \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi) dt = UI \cos \varphi;$$

$$P_{cp} = UI \cos \varphi = \frac{UIr}{Z} = I^2 r = P;$$

### 3. Послідовне з'єднання R, L та C.

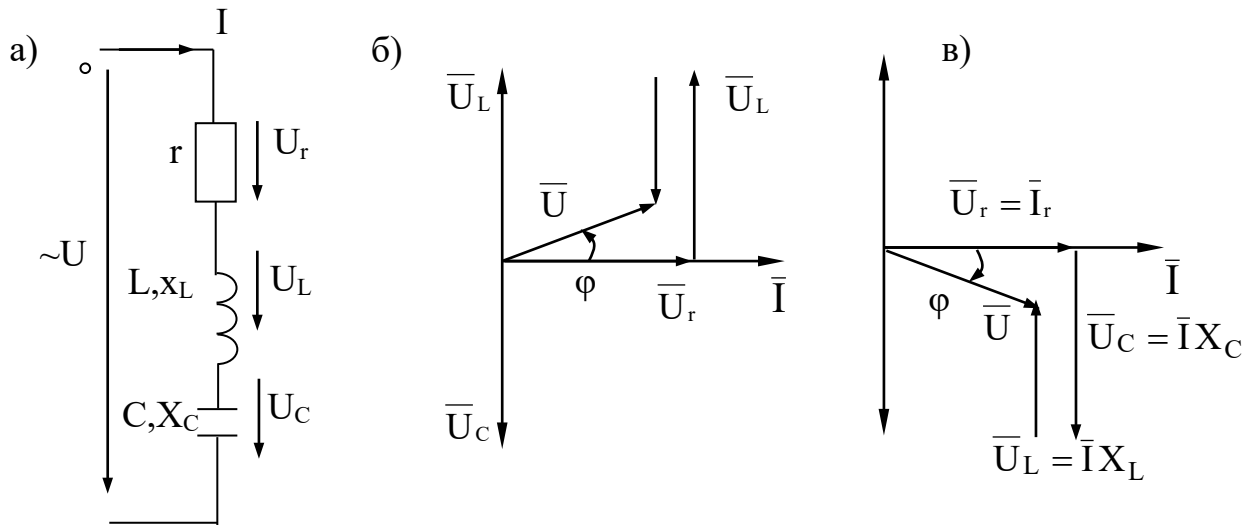


Рис. 47. а) – схема послідовного з'єднання  $r, L, C$ ;  
б), в) – векторні діаграми послідовного з'єднання.

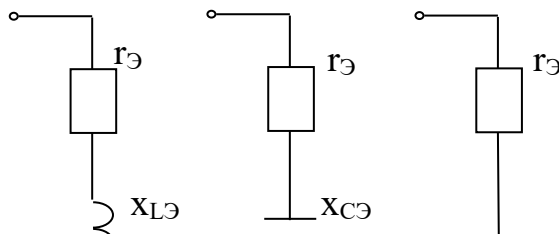
Рівняння напруг для цього кола:

$$U_c = IX_c; \quad U_L = IX_L;$$

$$U = U_r + U_c + U_L;$$

$$U = \sqrt{U_r^2 + (U_L - U_c)^2};$$

$$\sqrt{(Ir)^2 + (IX_L - IX_c)^2} = I\sqrt{r^2 + (X_L - X_c)^2};$$



$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U}{Z};$$

$$Z = \sqrt{r^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{r^2 + X^2};$$

$$U = U_m \sin(\omega t + \varphi);$$

$$U = U_m \sin(\omega t - \varphi);$$

$$P = U_r I = I^2 r;$$

$$Q_L = U_L I = I^2 X_L;$$

$$Q_C = U_C I = I^2 X_C$$

$$Q = Q_L - Q_C = I^2 X;$$

$$S = UI = I^2 Z;$$

де  $P$  – активна потужність кола;

$Q_L$  – реактивна індуктивна потужність кола;

$Q_C$  – реактивна ємнісна потужність кола;

$Q$  – реактивна потужність кола;

$S$  – повна потужність кола.

$$\cos \varphi = \frac{r}{Z} = \frac{P}{S};$$

$$P = S \cos \varphi = UI \cos \varphi;$$

$$Q = S \sin \varphi = UI \sin \varphi;$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI;$$

Резонанс напруг

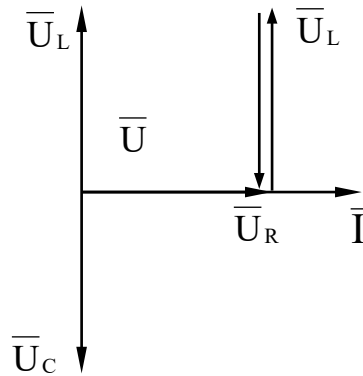


Рис. 49. Векторна діаграма при резонансі напруг.

$$X_L = X_c;$$

$$Z = \sqrt{r^2 + (X_L - X_c)^2} = r;$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C};$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC};$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L C}};$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U}{r};$$

$$U_L = U_C;$$

$$U_L = X_L I = \omega L I = \omega L \frac{U}{r} = U \frac{\omega L}{r};$$

$$U_C = X_C I = \frac{1}{\omega C} I = \frac{1}{\omega C} \frac{U}{r} = U \frac{1}{\omega C r};$$

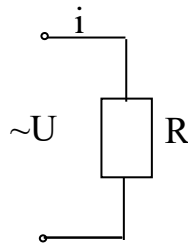


Рис. 50.

$$i = \frac{U}{R};$$

$$U = U_m \sin \omega t$$

$$i = \frac{U_m \sin \omega t}{R} = I_m \sin \omega t;$$

$$I_m = \frac{U_m}{R};$$



$$\frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \rightarrow I = \frac{U}{R};$$

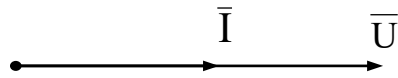


Рис. 51.

$$P = u i = U_m \sin \omega t I_m \sin \omega t = I_m U_m \sin^2 \omega t;$$

$$P_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_m I_m \sin^2 \omega t dt = \frac{U_m I_m}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt = \frac{U_m I_m}{2};$$

$$P_{cp} = \frac{\sqrt{2} I \sqrt{2} U}{2} = U I;$$

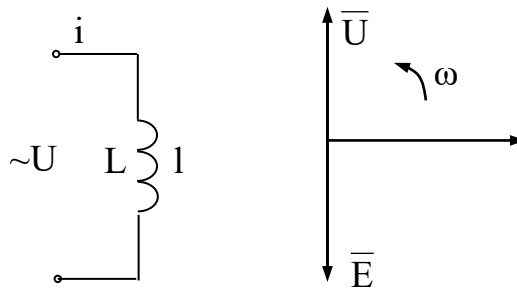


Рис. 52.

$$I = I_m \sin \omega t;$$

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{dI_m \sin \omega t}{dt} = -L I_m \omega \sin \omega t;$$

Рівняння по другому закону Кірхгофа:  $e_L = -U$ ;

$$L I_m \omega \sin \omega t = U;$$

$$U = I_m \omega L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$I_m \omega L = U_m;$$

$$U = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$U_m = \omega L I_m;$$

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L} = \frac{U_m}{X_L};$$

$$X_L = \omega L;$$

$$I = \frac{U}{X_L};$$

$$P = u i = I_m \sin \omega t U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{I_m U_m}{2} \sin 2\omega t = U I \sin 2\omega t;$$

$$P_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{1}{T} \int_0^T U I \sin 2\omega t dt = 0;$$

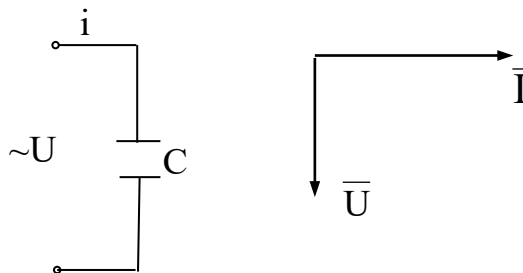


Рис. 53.

$$i = \frac{dq}{dt};$$

$$C = \frac{q}{U_C};$$

$$i = C \frac{dU_C}{dt};$$

$$U = U_C = U_m \sin \omega t;$$

$$i = C \frac{dU_m \sin \omega t}{dt};$$

$$i = \omega C U_m \cos \omega t = I_m \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right);$$

$$I_m = \omega C U_m;$$

$$I_m = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}};$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C};$$

$$I = \frac{U}{X_C};$$

$$U = U_C = I X_C;$$

$$P = u i = I_m \sin \omega t U_m \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{I_m U_m}{2} \sin 2\omega t = U I \sin 2\omega t;$$

$$P_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{1}{T} \int_0^T U I \sin 2\omega t dt = 0;$$

#### 4. Представлення синусоїдальних величин комплексними числами

Найбільш простим і зручним для розрахунку складних кіл струму є комплексне представлення синусоїдальних величин.

Щоб представити задану в тригонометричній формі синусоїдальну величину

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi)$$

з початковою фазою  $\Psi$  комплексним числом, зобразимо її на комплексній площині.

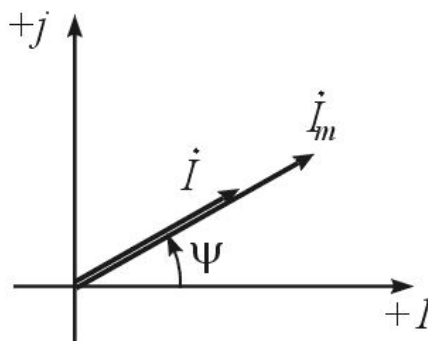


Рис 5. Зображення синусоїдальної величини на комплексній площині

де  $j$  - це штучно введена величина  $j = \sqrt{-1}$ .

З початку координат під кутом  $\Psi$  до осі дійсних величин побудуємо вектор, довжина якого в масштабі чисельно дорівнює значенню  $I_m$ . Кінець цього

вектора знаходиться в точці, який відповідає комплексне число, рівне комплексній амплітуді синусоїдального струму

$$I_m = I_m e^{j\psi}.$$

В електриці частіше користуються не амплітудним, а діючим значенням електричних величин. Діючим значенням називається такий незмінний у часі струм, при якому виділяється на активному опорі за період та ж кількість енергії, що і при дійсному синусоїдальному струмі, що змінюється. Амплітудне й діюче значення пов'язане співвідношенням

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Вектор на комплексній площині, довжина якого в масштабі дорівнює діючому значенню синусоїдального струму

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = I e^{j\psi}.$$

Застосовується три форми запису комплексного значення синусоїдальної величини:

1. показова форма

$$I = I e^{j\psi}.$$

2. тригонометрична форма

$$I = I \cos \psi + j I \sin \psi.$$

### 3. алгебраїчна форма

$$I = I' + jI'',$$

де  $I' = I \cos \psi$  - дійсна складова;

$I'' = I \sin \psi$  - мніма складова комплексного значення синусоїдального струму;

$I = \sqrt{(I')^2 + (I'')^2}$  - модуль комплексного числа;

$\psi = \arctg \frac{I''}{I'}$  - аргумент комплексного числа.

Перехід від показової форми до тригонометричного виконується за допомогою формули Ейлера

$$e^{j\psi} = \cos \psi + j \sin \psi.$$

Комплексне представлення синусоїдальних величин дозволяє застосовувати закони, що використовуються при розрахунку кіл постійного струму, і для розрахунку кіл змінного струму. Це закон Ома, закони Кірхгофа.

Кола синусоїдального струму включають резистивні, індуктивні і ємнісні елементи.

Розглянемо закон Ома для цих елементів кола.

1. Резистивний елемент.

Виберемо позитивний напрямок синусоїдального струму

$$i_R = I_m \sin(\omega t + \psi_i).$$

У резистивному елементі з постійним опором  $R$  співпадаючим з позитивним напрямком синусоїдальної напруги, прикладеного до елемента.

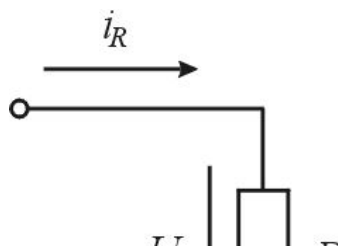


Рис 6 Резистивний

У цьому випадку за законом Ома для миттєвих значень напруги й струму справедливе співвідношення

$$u_R = Ri_R \quad \text{і} \quad u_R = RI_{\text{m}} \sin(\omega t + \psi_i) = U_{\text{m}} \sin(\omega t + \psi_u),$$

де амплітуди зв'язані співвідношенням  $U_{\text{m}} = RI_{\text{m}}$ ,

а їхні початкові фази однакові  $\psi_u = \psi_i$ , тобто на активному опорі струм і напруга збігається по фазі.

У комплексній формі струм і напруга мають вигляд

$$\dot{I}_R = I_R e^{j\psi_i} \quad \text{і} \quad \dot{U}_R = U_R e^{j\psi_u}$$

Векторна діаграма зображена на рис.7.

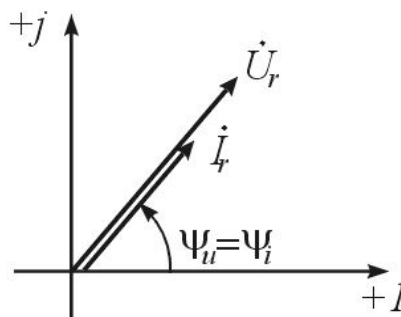


Рис 7. Векторна діаграма для резистивного елемента

Тоді закон Ома в комплексній формі  $\dot{U}_R = R\dot{I}_R$ .

Як видно, напруга й струм збігаються по фазі.

2. Індуктивний елемент.

Синусоїдальний струм в індуктивному елементі

$$i_L = I_{Lm} \sin(\omega t + \psi_i).$$

За законом електромагнітної індукції при протіканні струму з'явиться напруга

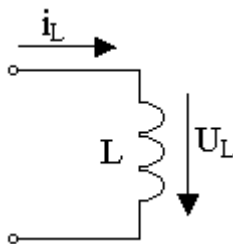


Рис 8. Індуктивний елемент

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} = \omega L I_{Lm} \cos(\omega t + \psi_i) = U_{Lm} \sin(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}) = U_{Lm} \sin(\omega t + \psi_u).$$



Амплітуди напруги і струму зв'язані співвідношенням

$$U_{Lm} = \omega L I_{Lm} ,$$

а їхні початкові фази – співвідношенням  $\psi_u = \psi_i + \frac{\pi}{2}$ .

Для діючих значень одержимо вирази, розділивши амплітуди на  $\sqrt{2}$

$$U_L = \omega L I_L = x_L I_L .$$

Величина  $x_L = \omega L$  називається індуктивним опором.

Векторна діаграма в цьому випадку має вигляд

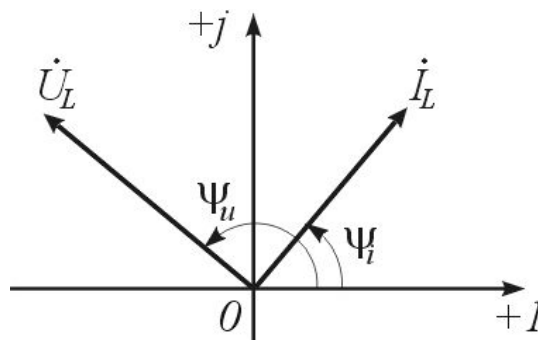


Рис 9. Векторна діаграма для індуктивного елемента

Вектор напруги випереджає вектор струму на кут  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  (зсув фаз).

Представимо струм і напругу в комплексній формі

$$\dot{U}_L = I_L e^{j\psi_i} \quad \text{і} \quad \dot{U}_L = U_L e^{j\psi_u} .$$

## Закон Ома в комплексній формі

$$\dot{U}_L = \omega L I_L e^{j\psi_u} = \omega L I_L e^{j(\psi_i + \pi/2)} \quad \text{або} \quad \dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L = jx_L \dot{I}_L,$$

де  $jx_L = j\omega L$  – опір індуктивного елемента.

### 3. Ємнісний елемент.

Якщо напруга між виходами ємнісного елемента змінюється по синусоїдальному закону

$$u_c = U_{cm} \sin(\omega t + \psi_u),$$

Таким чином синусоїдальний струм

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} = \omega C U_{cm} \cos(\omega t + \psi_u) = I_{cm} \sin\left(\omega t + \psi_u + \frac{\pi}{2}\right) = I_{cm} \sin(\omega t + \psi_i),$$

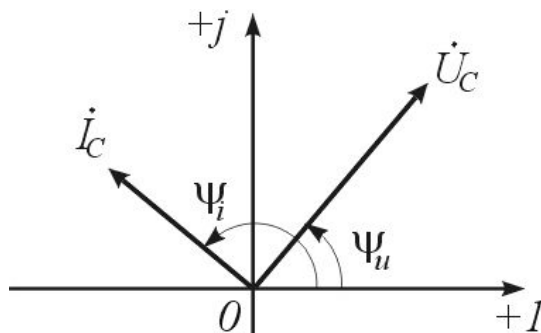
де амплітуди зв'язані співвідношенням  $I_{cm} = \omega C U_{cm}$ ,

а початкові фази  $\psi_i = \psi_u + \frac{\pi}{2}$ .

Для діючих значень відповідно

$$U_c = \frac{1}{\omega C} I_c = x_c I_c,$$

Векторна діаграма має вигляд



Напруга відстає по фазі від струму на кут  $\varphi = \psi_i - \psi_u = \frac{\pi}{2}$ .

Представимо струм і напругу в комплексній формі

$$\dot{I} = I_c e^{j\psi_i} \quad \text{і} \quad \dot{U}_c = U_c e^{j\psi_u}.$$

Закон Ома в комплексній формі для ємнісного елемента

$$\dot{U} = \frac{1}{\omega C} I e; \quad \dot{U} = \frac{1}{\omega C} \dot{I} = -jx_c \dot{I}$$

де  $\frac{1}{j\omega C} = -jx_c$  - комплексний опір ємнісного елемента.

Отже, ми ввели основні поняття електричних величин, виражених у комплексній формі.

Лекція №5

## **ЗАКОНИ КІРХГОФА ДЛЯ КОЛА СИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ**

1. Перший закон Кірхгофа
2. Другий закон Кірхгофа
3. Нерозгалужені кола синусоїдального струму

4. Резонанс напруг
5. Електричні кола з рівнобіжним з'єднанням галузей
6. Резонанс струмів

## 1. Перший закон Кірхгофа

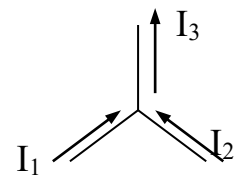
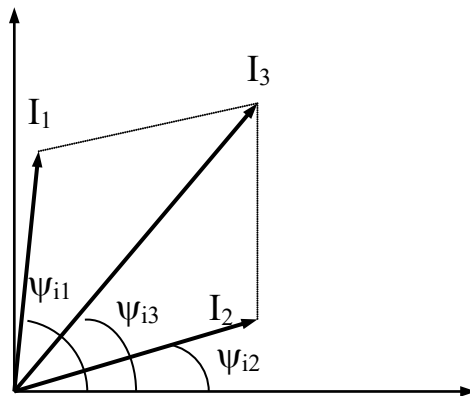
Алгебраїчна сума миттєвих значень струмів, що сходяться в будь-якому вузлі, дорівнює нулю

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0 ,$$

Таким чином

$$\sum_{k=1}^n I_{mk} \sin(\omega t + \psi_{ik}) = 0 ,$$

де  $n$ - число гілок, що сходяться у вузлі.



$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$$

Рис. 1. Перший закон Кірхгофа

У комплексній формі перший закон Кірхгофа записується в такий спосіб

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0$$

## 2. Другий закон Кірхгофа

Алгебраїчна сума напруг на резистивних, індуктивних і ємнісних елементах у будь-якому контурі електричного кола в кожен момент часу дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС цього контуру.

$$\sum_{k=1}^n u_k = \sum_{k=1}^m e_k ,$$

чи

$$\sum_{k=1}^n U_{mk} \sin(\omega t + \Psi_{uk}) = \sum_{k=1}^m E_{mk} \sin(\omega t + \Psi_{ek}) .$$

Усі синусоїдальні напруги і ЕРС, для яких обрані позитивні напрямки збігаються з довільно обраним напрямком обходу контуру, беруть зі знаком «+», і навпаки.

$$u_R - u_L = e_1 - e_2 .$$

У комплексній формі 2 закон Кірхгофа має вигляд

$$\sum_{k=1}^n \dot{U}_k = \sum_{k=1}^m \dot{E}_k ,$$

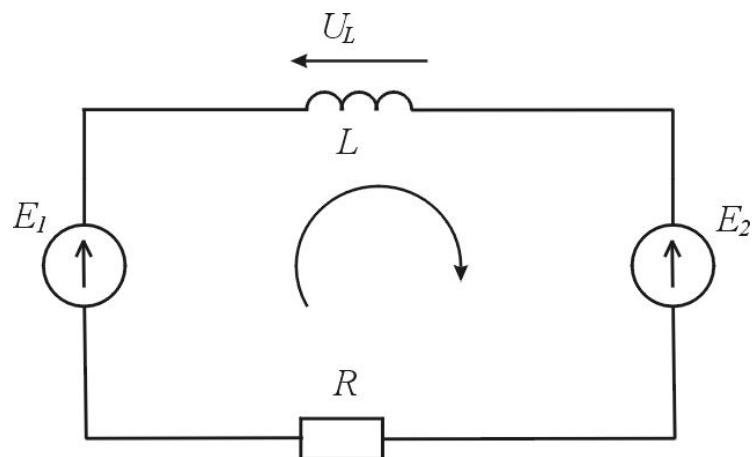


Рис. 2. Другий закон Кірхгофа

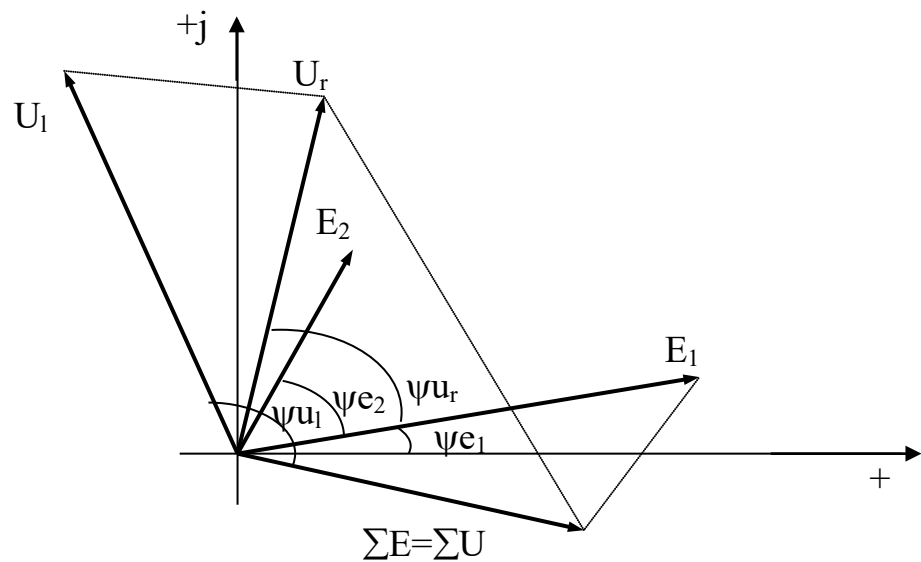


Рис. 3. Векторна діаграма

Таким чином, алгебраїчна сума комплексів напруг на всіх пасивних елементах якого-небудь контуру електричного кола синусоїдального струму дорівнює алгебраїчній сумі комплексів ЕРС цього контуру.

$$\dot{U}_R - \dot{U}_L = \dot{E}_1 - \dot{E}_2.$$

### 3. Нерозгалужені кола синусоїдального струму

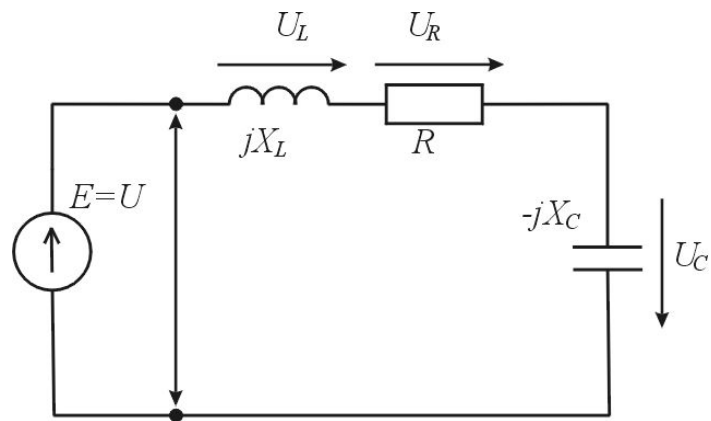


Рис. 4. Нерозгалужене коло синусоїдального струму

У нерозгалуженому колі при дії джерела синусоїдальної ЕРС  $e = E_m \sin(\omega t + \Psi_e)$  тече синусоїдальний струм  $i = I_m \sin(\omega t + \Psi_i)$  і напруги на елементах кола змінюються також по синусоїдальному закону:

$$u_L = U_{L_m} \sin(\omega t + \Psi_{u_m});$$

$$u_R = U_{R_m} \sin(\omega t + \Psi_{u_m});$$

$$u_C = U_{C_m} \sin(\omega t + \Psi_{u_m}).$$

Чи в комплексному вигляді

$$\dot{E} = E e^{j\psi_e}; \quad \dot{I} = I e^{j\psi_i}; \quad \dot{U}_L = U_L e^{j\psi_{u_L}}; \quad \dot{U}_R = U_R e^{j\psi_{u_R}}; \quad \dot{U}_c = U_c e^{j\psi_{u_c}}.$$

Виберемо напрямок обходу контуру по годинниковій стрілці і запишемо рівняння по 2-му закону Кірхгофа

$$\dot{U}_L + \dot{U}_R + \dot{U}_c = j\omega L \dot{I} + R \dot{I} - j \frac{1}{\omega c} \dot{I} = \dot{E}.$$

Знайдемо комплексний струм у колі

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega c} \right)};$$

чи

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega c} \right)},$$

де  $\dot{U} = U e^{j\psi_u} = \dot{E}$  - напруга між виводами нерозгалуженого кола.

Величина, що стоїть в знаменнику, називається повним комплексним опором кола

$$\underline{Z} = R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega c} \right) = R + j(x_L - x_c).$$

Величина, обернена комплексному опору, називається комплексною провідністю



$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$$

Кожному значенню комплексного опору  $\underline{Z}$  відповідає точка на комплексній площині. Її положення однозначно визначається вектором, що є геометричною інтерпретацією комплексного опору.

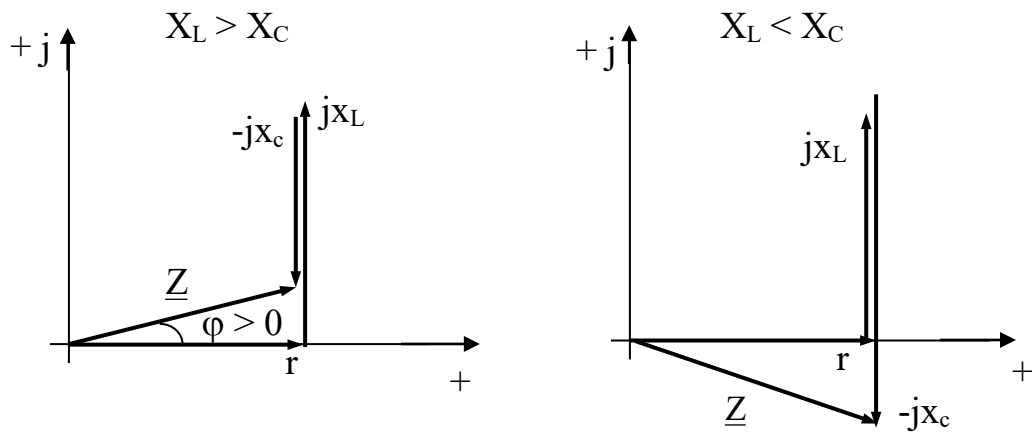


Рис. 5. Комплексний опір на комплексній площині

У цьому випадку комплексний опір має індуктивний характер. Якщо  $x_L < x_c$ , опір має ємнісної характер.

Комплексний опір у тригонометричній формі

$$\underline{Z} = Z \cos \varphi + jZ \sin \varphi ,$$

де  $Z = |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + (x_L - x_c)^2}$  - модуль комплексного опору;

$\varphi = \text{Arctg} \frac{(x_L - x_c)}{R}$  - аргумент комплексного опору.

Підставимо значення комплексного опору в показовій формі

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{U}{Z} e^{j(\Psi_u - \varphi)} = I e^{j\Psi_i},$$

Таким чином

$$I = \frac{U}{Z}; \quad \Psi_i = \Psi_u - \varphi.$$

Знаючи значення комплексного струму в колі, можна знайти комплексні напруги на активному, індуктивному і ємнісному елементах кола.

На векторній діаграмі позитивне значення кута  $\varphi$  відраховується проти годинникової стрілки від вектора комплексного струму  $\dot{I}$ , негативне – по годинниковій стрілці.

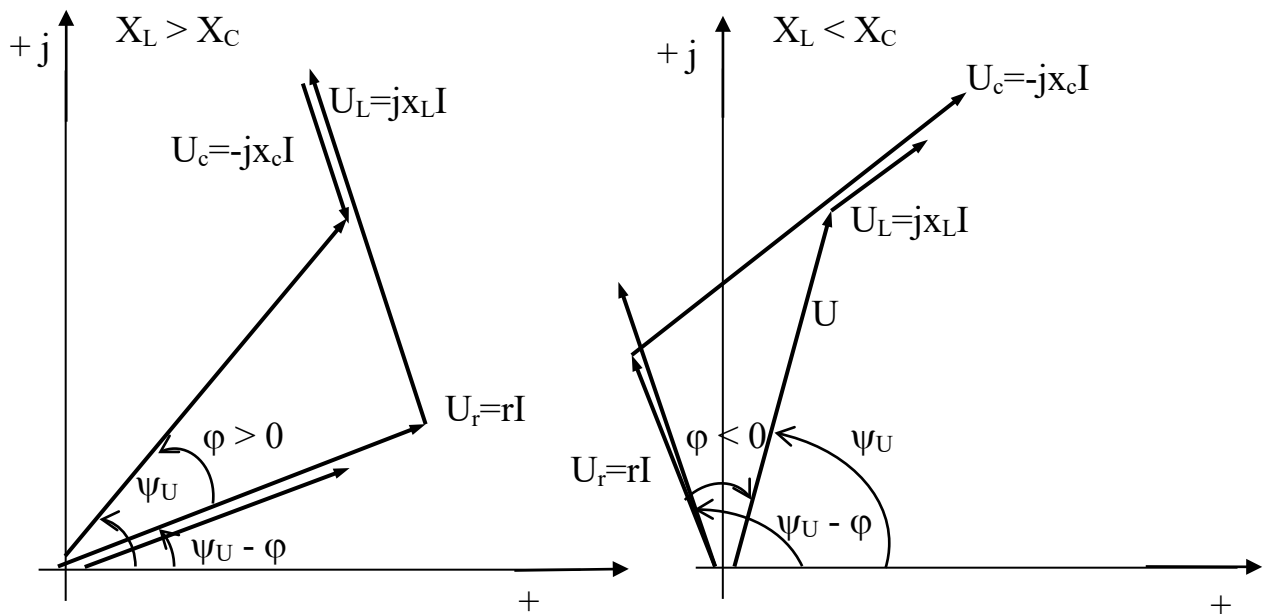


Рис. 6. Векторні діаграми струму і напруг при однаковій зада-

При декількох послідовно з'єднаних резистивних, індуктивних і ємнісних елементах комплексний опір

$$\underline{Z} = \sum R + j(\sum x_L - \sum x_C) = R + jX ,$$

де  $R_e = \sum R$  - активний опір кола.

Якщо для кожної ділянки нерозгалуженого кола відомий комплексний опір  $\underline{Z}_k$ , то комплексний опір нерозгалуженого кола дорівнює

$$\underline{Z} = \sum_{k=1}^n \underline{Z}_k ,$$

де  $n$  – число ділянок.

### 5. Електричні кола з рівнобіжним з'єднанням галузей

Будемо вважати заданими провідність резистивного елемента  $g = \frac{1}{R}$  і комплексні провідності індуктивного  $-jb_L = \frac{1}{j\omega L}$  і ємнісного  $jb_C = j\omega C$  елементів і однакова напруга на кожному з елементів

$$\dot{U} = \dot{E} = Ue^{j\psi_u} .$$

По першому законі Кірхгофа визначимо комплексне значення загального струму, рівного струму джерела ЕРС:

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C = \dot{U}(g - jb_L + jb_C) .$$

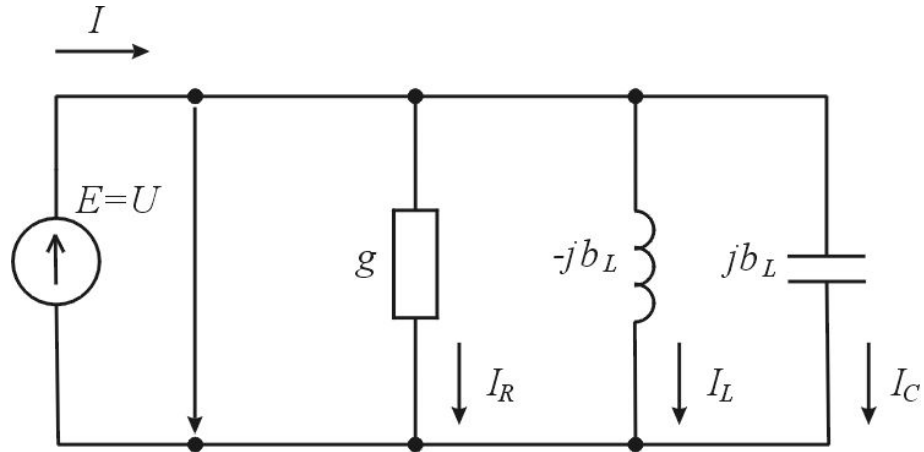


Рис. 8. Електричне коло з рівнобіжним з'єднанням галузей

Сума комплексних провідностей усіх рівнобіжних галузей дорівнює комплексній провідності даного кола (в алгебраїчній формі):

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = g - jb_L + jb_C = g - j(b_L - b_C) .$$

Обернена величина комплексної провідності – це комплексний опір, а в показовій формі

$$\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}} = Ze^{j\psi}$$

Тому в показовій формі комплексне значення провідності

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{Ze^{j\psi}} = ye^{-j\psi} .$$

У тригонометричній формі

$$\underline{Y} = y \cos \varphi - j y \sin \varphi ,$$

де  $y = |\underline{Y}| = \sqrt{g^2 + (b_L - b_c)^2}$  - модуль комплексної провідності чи повна провідність кола.

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{b_L - b_c}{g} - \text{аргумент комплексної провідності.}$$

Підставивши значення комплексної провідності у вираз для визначення струму, одержимо

$$\dot{I} = I e^{j\psi_i} = \underline{Y} \dot{U} = y U e^{j(\psi_u - \varphi)} = I e^{j(\psi_u - \varphi)} .$$

Таким чином, значення струму, що діє в нерозгалуженій частині кола

$$I = yU = \sqrt{g^2 + (b_L - b_c)^2} U.$$

Якщо електричне коло містить декілька резистивних, індуктивних і ємнісних елементів увімкнених паралельно, то комплексна провідність

$$\underline{Y} = y e^{-j\varphi} = \sum G - j \sum b_L + j \sum b_c = \sum G - j(\sum b_L - \sum b_c) = g - j b ,$$

де  $g = \sum G$  - активна провідність кола;

$$b = \sum b_L - \sum b_c - \text{реактивна провідність кола.}$$

У загальному випадку рівнобіжні галузі електричного кола можуть містити по кілька елементів, з'єднаних послідовно. Комплексна провідність кола з рівнобіжним з'єднанням  $n$  таких галузей дорівнює сумі комплексних проводи-

мостей усіх галузей:

$$\underline{Y} = \sum_{k=1}^n \underline{Y}_k = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\underline{Z}_k},$$

де  $\underline{Y}_k$  – комплексна провідність k-ї галузі;

$\underline{Z}_k$  – комплексний опір k-ї галузі.

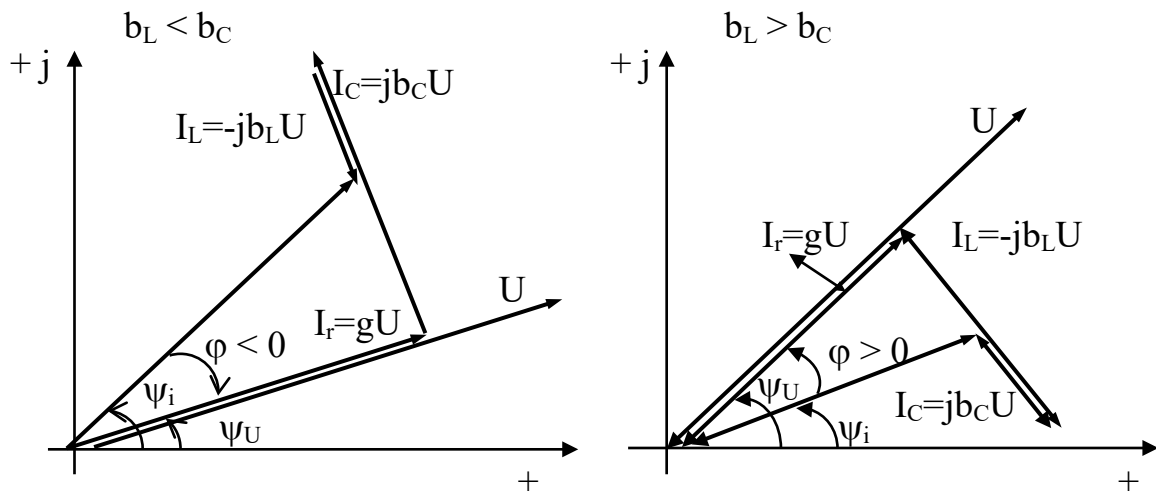


Рис. 9. Векторні діаграми напруги і струмів

## 6. Резонанс струмів

У колі, схема якого містить паралельно з'єднані резистивні, індуктивні і ємнісні елементи, може виникнути резонанс струмів.

При кутовій частоті  $\omega_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  індуктивна  $b_L = \frac{1}{\omega L}$  і ємнісна  $b_C = \omega C$

провідності рівнобіжних галузей однакові, аргумент комплексної провідності  $\varphi$  - дорівнює нулю, тобто  $\Psi_i = \Psi_u$ , повна провідність контуру мінімальна

$$y = g$$

і загальний струм мінімальний

$$I_{\text{рез}} = gU.$$

Такий режим називається резонансом струмів. При резонансі діюче значення струмів в індуктивному і ємнісному елементах однакові

$$I_L = \frac{1}{\omega L} U = I_C = \omega C U,$$

а зрушення фаз між струмами дорівнює  $\pi$ , тому що струм в індуктивному елементі відстає від напруги по фазі на  $\frac{\pi}{2}$ , а на ємнісному – випереджає напругу на  $\frac{\pi}{2}$ .

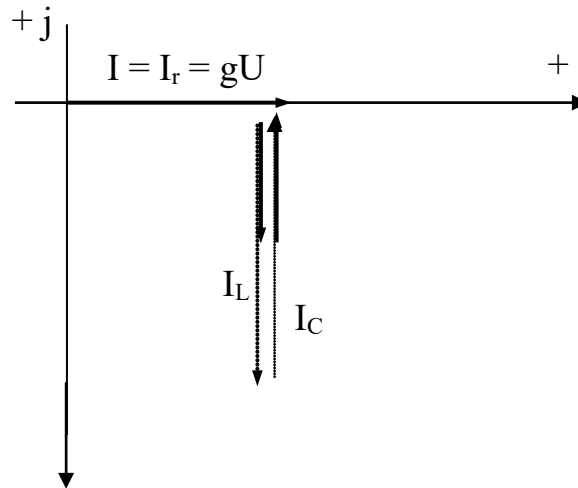


Рис.9. Векторна діаграма при резонансі

Якщо при резонансі струмів в однакове число раз “n” збільшити індуктивну і ємнісну провідності

$$b'_L = nb_L \quad \text{і} \quad b'_C = nb_C,$$

то струми  $I_L$  і  $I_C$  збільшаться теж у “n” раз, а загальний струм  $I_{\text{рез}} = gU$  залишиться незмінним.

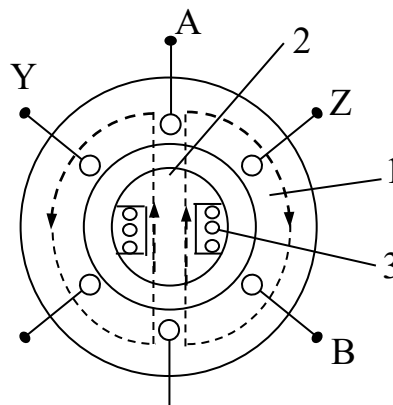
Таким чином, можна необмежено збільшувати струми в індуктивному і ємнісному елементах при незмінному струмі джерела.

Резонанс струмів – явище безпечне для електроенергетичних установок.

## ЛЕКЦІЯ 11

### ТРИФАЗНІ КОЛА

Трифазний змінний струм виробляється електричними машинами – трифазним синхронними генераторами. Ротор синхронного генератора обертається завдяки первинному двигуну. Механічна енергія, яка приходить від первинного двигуна, перетворюється в електричну енергію трифазного змінного струма. Синхронний генератор складається з слідуючих основних елементів: нерухомого статора (1) та ротора (2), який обертається (рис. 54). Вони зроблені з феромагнітного матеріалу. На статорі розміщують три окремі котушки (А-Х; В-У; С-З), вісі яких утворюють трифазну обмотку двигуна. На роторі розміщена обмотка збудження генератора (3).





Кінці цієї обмотки підключені до сталевих кілець, на які спираються вугільні щітки. Крізь кільця та щітки від стороннього джерела до обмотки збудження (3) підводиться постійний струм – струм збудження генератора  $I_{зб}$ . Струм збудження  $I_{зб}$ , який тече по обмотці збудження створює магнітний потік збудження  $\Phi_{зб}$ , силові лінії якого замикаються по ротору, повітряному зазору та статору.

Ротор генератора обертається за допомогою первинного двигуна з незмінною швидкістю, при цьому магнітний потік  $\Phi_{зб}$  перетинає провідники трьох котушок статора і індують в них ЕРС.

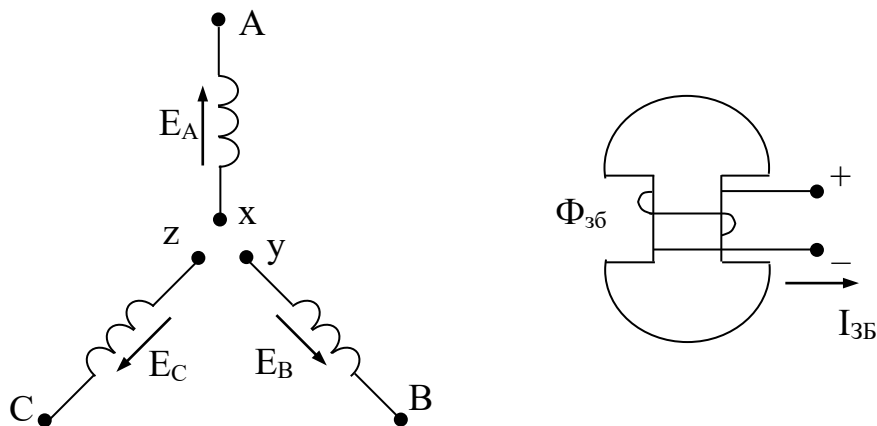


Рис. 55.

До кожного провідника обмотки статора підходить по черзі то північний, то південний полюс магнітного потоку  $\Phi_{зб}$ , тому ЕРС кожного провідника:

$$e_{пр} = B l v;$$

періодично змінює напями, таким чином в кожному провіднику індуюється змінна ЕРС.

В наслідок симетрії конструкції в трьох фазах обмотки статора індуються рівні за розміром синусоїдальні ЕРС, але внаслідок зміщення у просторі котушок статора на кут  $120^\circ$  індуквані в фазах статора ЕРС теж здвигнуті по фазі на кут  $120$  електричних градусів. Таким чином в обмотці статора індуюється трифазна симетрична система ЕРС, які рівні за величиною та здвигнуті по фазі на кут  $120$  електричних градусів.

Частота змінного струму  $f$  в обмотці статора залежить від швидкості обертання –  $n$ , від кількості пар полюсів магнітного потоку збудження  $\Phi_{3\phi} - p$ .

$$f = \frac{p n}{60}.$$

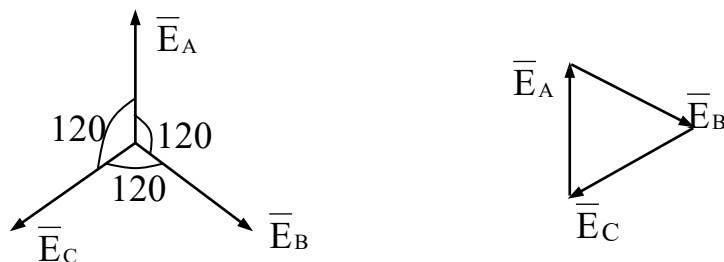


Рис. 56.

Трифазна симетрична система ЕРС володіє слідуючими важливими властивостями: сума ЕРС трьох фаз у будь який момент часу дорівнюється “0”.

### 1. Трифазна система по схемі “зірка”.

З’єднаємо кожну фазу генератора з кожною фазою навантаження і одержимо три незалежні, пов’язані між собою однофазні системи:

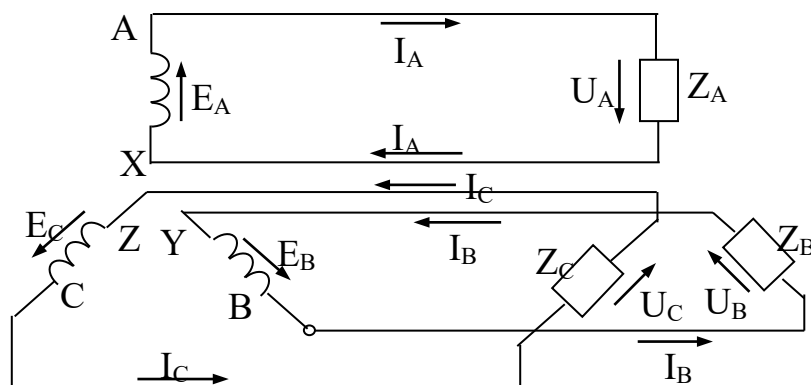


Рис. 57. Трифазна система, з’єднана по схемі “зірка”.

На рис. 57 умовно прийняті позитивні напрямки ЕРС в кожній фазі від кінця фази (X, Y, Z) до початку (A, B, C). В цій схемі потрібно шість проводів електропередачі. Якщо з'єднати між собою кінці трьох фаз генератора і трьох фаз навантаження – отримаємо трифазну систему за схемою “зірка”.

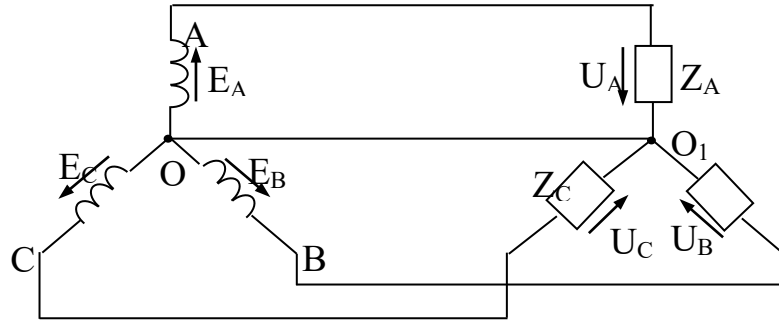


Рис. 58. Трифазна система з нульовим проводом, з'єднана по схемі “зірка”.

Провід O-O<sub>1</sub> називається нульовим (рис. 58), інші три проводи схеми називаються лінійними. Ця схема вміщує усього чотири провoda – три лінійних та нульовий.

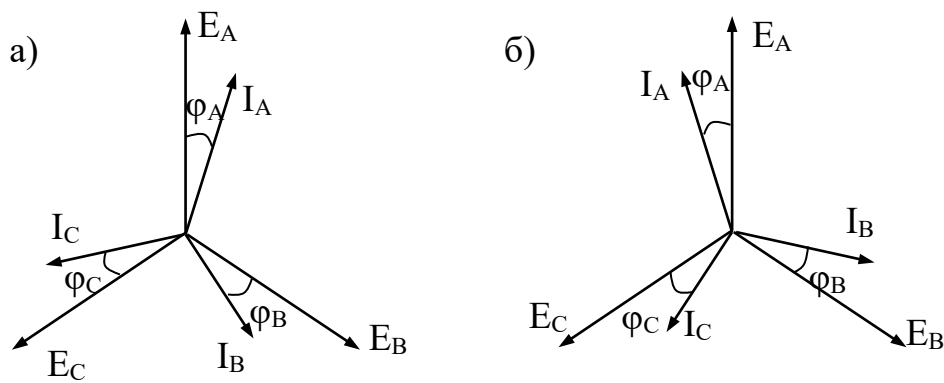
Струм у кожній фазі визначається законом Ома:

$$I_A = \frac{E_A}{Z_A}; \quad I_B = \frac{E_B}{Z_B}; \quad I_C = \frac{E_C}{Z_C}$$

Кут зміщення фаз між ЕРС та струмом кожної фази визначається рівнянням:

$$\cos \varphi_A = \frac{R_A}{Z_A}; \quad \cos \varphi_B = \frac{R_B}{Z_B}; \quad \cos \varphi_C = \frac{R_C}{Z_C}$$

Навантаження трифазної системи є симетричним, якщо між собою рівні активні, індуктивні та ємнісні опори усіх трьох фаз.



Струм в нульовому проводі дорівнюється геометричній сумі струмів трьох фаз:

$$\overline{I_0} = \overline{I_A} + \overline{I_B} + \overline{I_C};$$

При симетричному навантаженні сума струмів фаз рівняється нулю, т. ч. струм в нульовому проводі не тече. Тому при симетричному навантаженні нульовий провід не потрібен. Це одна з переваг трифазних систем, бо з'являється змога заощадити 50% міді провідників. Друга перевага в тому, що можна без перешкод використовувати дешеві та надійні асинхронні електричні двигуни.

В трифазних системах розрізняють лінійні і фазні струми та напруги. Лінійна напруга  $U_{\text{л}}$  – напруга між двома будь-якими лінійними проводами; фазна напруга  $U_{\text{ф}}$  – напруга на кожній фазі джерела, на кожній фазі навантаження, а також між будь-яким лінійним чи нульовим проводом. Лінійний струм  $I_{\text{л}}$  – струм в лінійних проводах; фазний струм  $I_{\text{ф}}$  – струм у кожній фазі джерела чи в кожній фазі навантаження.

В схемі “зірка” – лінійні і фазні струми рівні:

$$I_{\text{л}} = I_{\text{ф}};$$

Лінійні напруги  $U_{\text{AB}}$ ,  $U_{\text{BC}}$ ,  $U_{\text{CA}}$  дорівнюються векторній різниці відповідних фазних напруг:

$$\overline{U_{\text{AB}}} = \overline{U_A} - \overline{U_B};$$

$$\overline{U_{\text{BC}}} = \overline{U_B} - \overline{U_C};$$

$$\overline{U_{CA}} = \overline{U_C} - \overline{U_A};$$

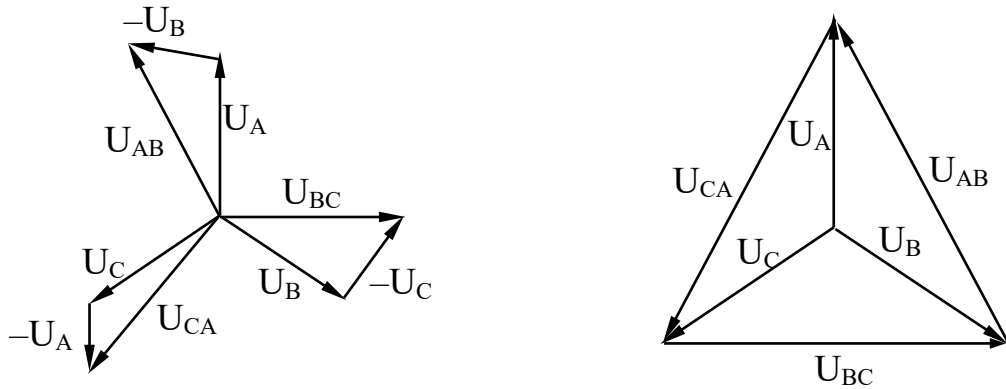


Рис. 60.

## 2. Трифазна система по схемі “трикутника”.

Якщо з’єднати кінець кожної фази джерела з початком наступної фази – отримаємо з’єднання джерел по схемі трикутник. Якщо навантаження відключене, струм в обмотці джерела, який підключен за схемою трикутника не тече, сума ЕРС в трьох фазах дорівнює “0”.

При включенні джерела по схемі трикутника навантаження також може бути підключене по схемі трикутник. Підключення навантаження по схемі зірка дозволяється тільки тоді, коли навантаження симетричне.

У схемі трикутник лінійні та фазні напруги рівні:

$$U_{л} = U_{ф};$$

Кожний лінійний струм ( $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ ) дорівнюється в цій схемі різниці між відповідними фазними струмами ( $I_{AB}$ ,  $I_{BC}$ ,  $I_{CA}$ ):

$$I_A = I_{AB} - I_{CA};$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB};$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC};$$

при симетричному навантаженні:

$$I_L = \sqrt{3} I_\phi.$$

### 3. Потужність трифазної системи.

Активна потужність трифазної системи дорівнюється сумі активних потужностей трьох фаз:

$$P = P_A + P_B + P_C;$$

при симетричному навантаженні:

$$P = 3 P_\phi;$$

де  $P_\phi$  – активна потужність однієї фази;

$$P_\phi = U_\phi I_\phi \cos \varphi;$$

де  $U_\phi I_\phi$  – фазні напруга та струм;

$\varphi$  – кут зсуву фаз між  $U_\phi$  та  $I_\phi$ ;

$$P = 3 U_\phi I_\phi \cos \varphi;$$

якщо навантаження підключене за схемою зірка тоді:

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}};$$

$$I_{\text{л}} = I_{\phi};$$

$$P = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos \varphi;$$

Остання формула не зміниться, якщо навантаження буде підключене по схемі трикутник, так що в цьому випадку:

$$U_{\text{л}} = U_{\phi};$$

$$I_{\phi} = \frac{I_{\text{л}}}{\sqrt{3}};$$

Реактивна потужність трифазної системи дорівнюється сумі реактивних потужностей трьох фаз:

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C;$$

при симетричному навантаженні:

$$Q = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin \varphi;$$

Повна потужність на симетричному навантаженні:

$$S = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}};$$

$$P = S \cos \varphi;$$

$$Q = S \sin \varphi;$$

### 3.1. Приклад розрахунку трифазних кіл змінного струму.

$$U_{\text{л}} = 380 \text{ В};$$

$$X_{\text{A}} = 6 \text{ Ом};$$

$$R_{\text{A}} = 8 \text{ Ом};$$

$$X_{\text{B}} = 3 \text{ Ом};$$

$$R_{\text{B}} = 4 \text{ Ом};$$

$$X_{\text{C}} = 8 \text{ Ом};$$

$$R_{\text{C}} = 6 \text{ Ом};$$

1. Необхідно визначити лінійні та фазні струми, а також струм в нульовому проводі, побудувати векторну діаграму кола та розрахувати потужність кола. В схемі зірка фазна напруга дорівнює:

$$U_{\text{ф}} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В};$$

2. Струм у фазі А:

$$I_{\text{A}} = \frac{U_{\text{ф}}}{\sqrt{R_{\text{A}}^2 + X_{\text{A}}^2}} = \frac{220}{10} = 22 \text{ А};$$

Струм  $I_{\text{A}}$  випереджає фазну напругу на кут  $90^\circ$ .

3. Струм у фазі В:

$$I_{\text{B}} = \frac{U_{\text{ф}}}{\sqrt{R_{\text{B}}^2 + X_{\text{B}}^2}} = \frac{220}{5} = 44 \text{ А};$$

Струм  $I_{\text{B}}$  відстає від фазної напруги на кут  $90^\circ$ .



4. Струм у фазі С:

$$I_C = \frac{U_\phi}{\sqrt{R_C^2 + X_C^2}} = \frac{220}{10} = 22 \text{ A};$$

Струм  $I_C$  відстає від фазної напруги на кут  $90^\circ$ .

5. Побудуємо векторну діаграму трифазного кола. Відкладемо фазні напруги  $U_{\phi A}$ ,  $U_{\phi B}$ ,  $U_{\phi C}$  і відповідні їм лінійні напруги  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$ . Потім відкладемо всі фазні струми  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ .

В схемі зірка лінійні струми дорівнюють фазним  $I_L = I_\phi$ .

Струм в нульовому проводі дорівнює сумі фазних струмів.

## ЛЕКЦІЯ 12

### ТРАНСФОРМАТОРИ

#### 1. Принцип роботи. Призначення. Галузь використання.

Трансформатор – це електромагнітний пристрій, який перетворює за допомогою магнітного поля електричну енергію змінного струму її напруги в електроенергію змінного струма іншої напруги (при незмінній частоті).

В трансформаторі на магнітопроводі (осерді) з феромагнітного матеріалу без щілин знаходяться дві обмотки. Первинну обмотку (з кількістю витків  $w_1$ ) підключають до електричної мережі з напругою  $U_1$ . До вторинної обмотки (з кількістю витків  $w_2$ ) підключають навантаження –  $Z_H$ .

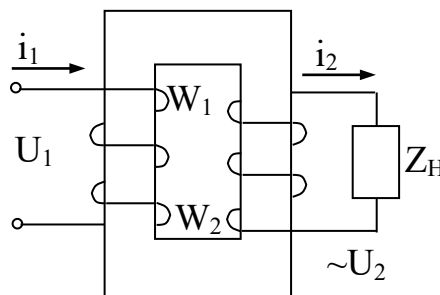


Рис. 61.

Роботу трансформатора засновано на явищах само- і взаємоіндукції. Під дією синусоїдальної напруги  $U_1$ , тече синусоїдальний струм  $i_1$ , який створює магнітний потік

$$\Phi = \Phi_m \sin \omega t ;$$

Цей потік пересікає вторинну обмотку та індукуює в ній ЕРС взаємоіндукції:

$$e_2 = -W_2 \frac{d\Phi}{dt} ;$$

Потік  $\Phi$  пересікає також і первинну обмотку, індукуює в ній ЕРС самоін-

дукції:

$$e_1 = -W_1 \frac{d\Phi}{dt};$$

Співвідношення миттєвих значень ЕРС є таким:

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{W_1}{W_2};$$

Відношення діючих значень цих ЕРС:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{W_1}{W_2};$$

Якщо нехтувати падінням напруги в обмотках трансформатора:  $E_1 \approx U_1$   
та  $E_2 \approx U_2$ , отримаємо:

$$\frac{U_1}{U_2} \approx \frac{W_1}{W_2} = k;$$

де  $k$  – коефіцієнт трансформації.

В трансформаторі при перетворенні напруги підведена потужність  $U_1 I_1$   
приблизно дорівнюється потужності  $U_2 I_2$  на виході трансформатора, тому  
отримаємо:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1} \approx \frac{W_2}{W_1} = \frac{1}{k};$$

Ці рівняння показують, що при збільшенні в  $k$  разів вторинної напруги в  
стільки ж разів зменшується вторинний струм.

При  $\omega_1 < \omega_2$ ,  $U_2 > U_1$  – трансформатор є підвищуючим.

При  $\omega_2 < \omega_1$ ,  $U_1 < U_2$  – трансформатор є знижуючим.

Основні призначення трансформатора – підвищення чи зниження напруги на передачі та розподіленні електричної енергії. Вони використовуються також для погодження напруг на вході та виході перетворюючих пристроїв, наприклад, у випрямлячі, для технологічних цілей (зварювальні трансформатори, електротермічне устаткування), для включення електровимірювальних приладів.

## 2. Основні співвідношення в трансформаторі.

Роздивимося роботу трансформатора в режимі холостого ходу (при розімкнутій вторинній обмотці). В режимі холостого ходу (ХХ) в первинній обмотці протікає незначний струм ХХ –  $i_{10}$ , струм вторинної обмотки дорівнює “0”.

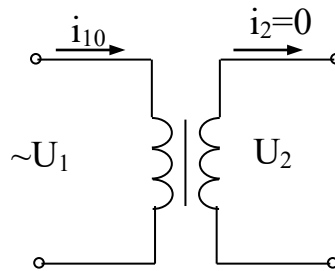


Рис. 62.

Струм ХХ  $i_{10}$  створює магнітний потік  $\Phi$ , який індукує ЕРС  $e_2$  та  $e_1$ .

$$\frac{d\Phi}{dt} = \Phi_M \omega \cos \omega t = \Phi_M \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$\omega = 2\pi f ;$$

$$e_1 = -W_1 \Phi_M 2\pi f ;$$

$$e_1 = -W_1 \Phi_M 2\pi f \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right);$$

$E_{1m} = W_1 \Phi_M 2\pi f$  – максимальне значення ЕРС;

$$E_1 = \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} = 4,44 W_1 f \Phi_M;$$

$$E_2 = 4,44 W_2 f \Phi_M;$$

Знехтуємо впливом активного опора обмоток та впливом потоків розсіяння. При цьому:  $E_1 \approx U_1$ ;

$$\Phi_M = \frac{U_1}{4,44 W_1 f};$$

величина магнітного потоку  $\Phi_M$  пропорційна напрузі в мережі  $U_1$ . Цей потік створюється струмом ХХ  $I_{10}$ . Відповідно до закону Ома для магнітних кіл:

$$\Phi_M = \frac{I_{10} W_1 \sqrt{2}}{R_{\text{магн}}};$$

де  $I_{10} \sqrt{2} = I_{1m}$ .

$R_{\text{магн}}$  – магнітний опір осердя. Відповідно потік  $\Phi_M$  залежить тільки від напруги  $U_1$ , то величина струму холостого ходу  $I_{10}$  тим менш, чим менш опір  $R_{\text{магн}}$ . Тому по величині струму ХХ  $I_{10}$  оцінюють якість складання осердя – чим краще складено осердя (іншими словами, чим менш щілини, тим менш  $R_{\text{магн}}$  і, відповідно, менш струм ХХ  $I_{10}$ ).

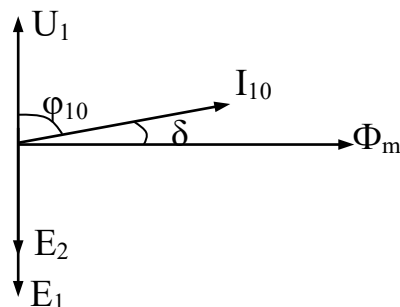


Рис. 63.

Порядок побудови векторної діаграми: відкладаємо вектор магнітного потоку  $\Phi - \Phi_M$ . Вектор ЕРС  $E_1$  і, відповідно рівнянню  $e_1$  відстає по фазі від вектора потоку  $\Phi$  на кут  $\pi/2$ . Вектор ЕРС  $E_2$  також відстає по фазі від потоку на кут  $\pi/2$ . Оскільки ми зневажили на опір обмотки трансформатора, то ЕРС  $E_1$  урівноважується напругою мережі  $U_1$  відповідно до волнової діаграми (рис. 64):

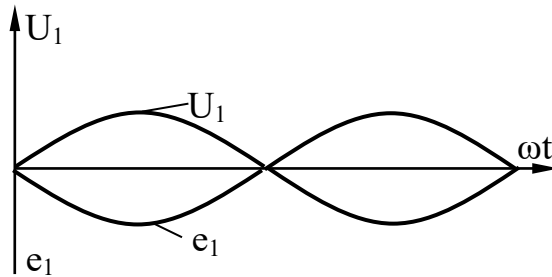


Рис. 64.

При роботі в режимі ХХ мають місце втрати енергії в осерді трансформатора від гістерезису та вихрових струмів. Тому в режимі ХХ трансформатор споживає від мережі активну потужність:

$$P_{10} = U_1 i_{10} \cos \varphi_{10},$$

яка перетворюється в зазначені втрати потужності в осерді струм  $i_{10}$  відстає по фазі від напруги на кут  $\varphi_{10}$ . Кут  $\delta = \pi/2 - \varphi_{10}$  називається “ кут втрат ” – чим менш втрати в осерді, тим менш кут  $\delta$ .

Розглянемо фізичні процеси в навантаженому трансформаторі.

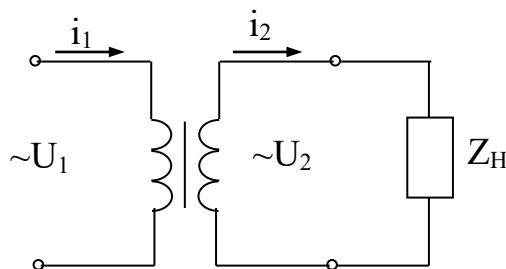


Рис. 65.

При роботі трансформатора на навантаження  $Z_H$  во вторинній обмотці

тече струм  $i_2$ , а в первинній – струм  $i_1$ .

Магнітний потік  $\Phi$  створюється в навантаженому трансформаторі геометричною сумою ампер-витків обох його обмоток:

$$\Phi_M = \frac{(\sqrt{2} J_1 \overline{W_1} + \sqrt{2} J_2 \overline{W_2})}{R_{\text{магн}}};$$

Відповідно з рівнянням  $\Phi_M = f(U_1)$  магнітний потік навантаженого трансформатора  $\Phi_M$  залишається незмінним і рівним його значенню в режимі ХХ. Незмінність магнітного потоку  $\Phi_M$  при переході від режиму ХХ до режиму навантаження є важливою властивістю трансформатора. З нього витікає одне з головних рівнянь трансформатора – рівняння ампер-витків:

$$\overline{J_1 W_1} + \overline{J_2 W_2} = \overline{J_{10} W_1};$$

Геометрична сума ампер-витків первинної та вторинної обмоток трансформатора є величина стала і дорівнюється ампер-виткам холостого ходу:

$$J_2 = \frac{U_2}{Z_H};$$

Кут зсуву фаз між  $U_2$  та  $I_2$  залежить від характеру навантаження  $Z_H$ . Так що це навантаження має активно-індуктивний характер, струм  $I_2$  відстає по фазі

від напруги  $U_2$  на кут  $\varphi_2$ , де  $\cos \varphi_2 = \frac{R_H}{Z_H}$ ,

де  $R_H$  – активна складова опору навантаження  $Z_H$ .

Відкладемо вектор потоку  $\Phi_M$  (рис. 65), а також вектори  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $U_1$  та  $I_{10}$  – аналогічно векторній діаграмі трансформатора в режимі холостого ходу, напруга вторинної обмотки  $U_2 = E_2$ . Струм  $I_2$  відстає по фазі від напруги  $U_2$  на кут

$\varphi_2$  (якщо  $Z_H$  активно-індуктивна).

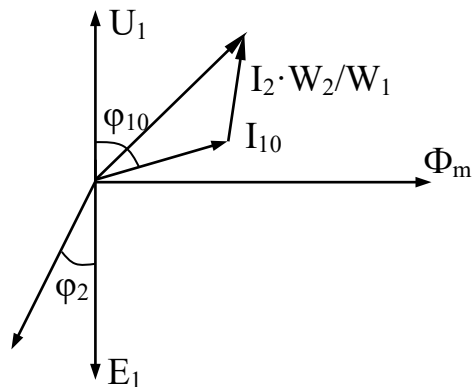


Рис. 65.

Для визначення струму первинної обмотки  $I_1$  навантаженого трансформатора використовуємо рівняння для балансу струмів, перетворив його до виду:

$$\overline{I_1} = \overline{I_{10}} - \overline{I_2} \frac{W_2}{W_1};$$

Відкладемо на векторній діаграмі з кінця вектора  $\overline{I_{10}}$  вектор  $-\overline{I_2} \frac{W_2}{W_1}$  і визначимо результуючий вектор  $\overline{I_1}$ .

В потужних трансформаторах струм  $I_{10}$  дуже маленький (він становить кілька процентів від номінального струма), тому для практичних розрахунків в рівнянні балансу можливо знехтувати впливом члена  $\overline{I_{10}} \frac{W_2}{W_1}$ .

Тоді  $\overline{I_1} W_1 \approx -\overline{I_2} W_2$ ; струми  $I_1$  та  $I_2$  знаходяться практично в протифазі.

## Лекція №9

### СИНХРОННІ ТРИФАЗНІ ГЕНЕРАТОРИ

1. Синхронний генератор, принцип його роботи
2. Робота генератора в режимі холостого ходу



3. Робота синхронного генератора під навантаженням

4. Зовнішні й регульовальні характеристики синхронного генератора

## 1. Синхронний генератор, принцип його роботи

Синхронні генератори використовуються як джерела трифазного змінного струму. Вони встановлюються на електростанціях – теплових, гідравлічних і атомних, а також на пересувних установках – тепловозах, автомобілях, дизель-електростанціях і т.д.

Синхронна машина є машиною змінного струму, нерухома частина машини (статор) складається зі сталевого чи чавунного корпусу, у якому закріплений циліндричний сердечник статора. У пазах сердечника прокладена трифазна обмотка. Сердечник статора в сукупності з обмоткою статора називається якорем машини. У підшипникових щитах, прикріплених із торцевих сторін до корпусу, розташовані підшипники, що підтримують вал обертової частини машини – ротора чи індуктора. На валу розміщений циліндричний сердечник ротора. У пазах сердечника ротора покладена обмотка збудження генератора. Кінці цієї обмотки приєднані до ізольованих один від одного контактних кілець, на які спираються нерухомі графітні щітки. Через кільця і щітки від стороннього джерела до обмотки збудження підводиться постійний струм – струм збудження генератора. Існують дві різні конструкції ротора: явно полюсний та неявнополюсний (рис. 1).

Вал синхронного генератора, на якому закріплений ротор, приводиться в рух первинним двигуном. Первинним двигуном потужних генераторів служать гідротурбіни, рідше – двигуни внутрішнього згорання.

Синхронний генератор працює в такий спосіб (рис.2). Якщо обмотку збудження генератора підключити до джерела постійного струму, то струм збудження  $I_3$ , що протікає по ній, створює основний магнітний потік  $\Phi_3$ , силові

лінії якого замикаються по ротору, повітряному зазору і статору. При обертанні ротора за допомогою первинного двигуна магнітне поле буде також обертатися.

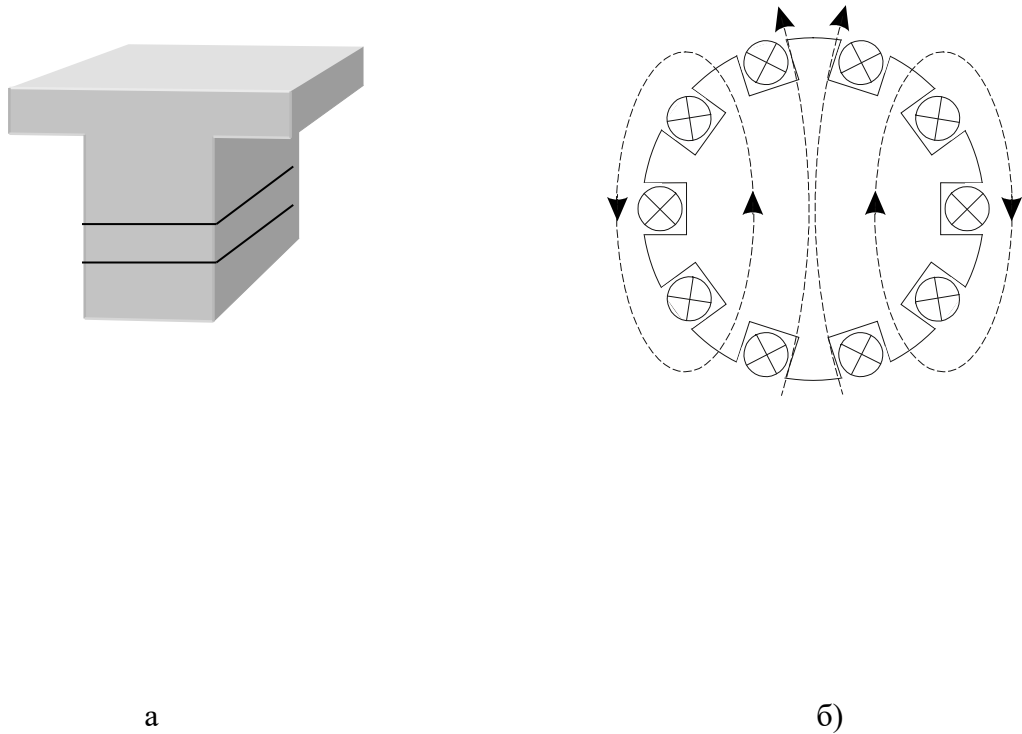


Рис. 1. Ротори синхронного генератора : а - явнополюсний, б – неявно-полюсний

Оскільки котушки фаз обмотки мають однакові числа витків обмотки і зміщені в просторі відносно один одного на  $120^0$ , то при обертанні магнітного поля в трьох фазах будуть індукуватися ЕРС, однакові по амплітуді і частоті, але зрушені по фазі відносно один одного також на  $120^0$ .

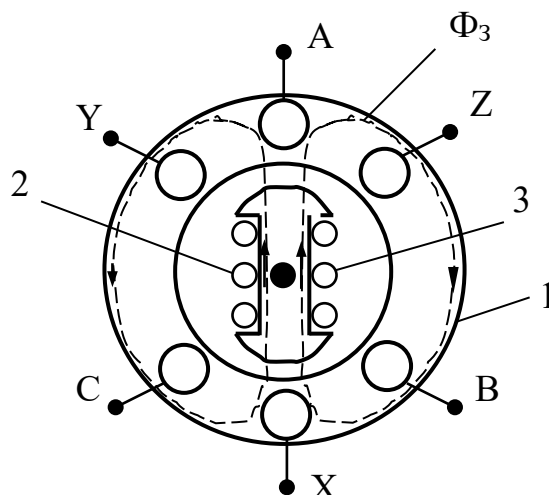


Рис. 2. Конструкція синхронного генератора: 1-статор,

Частота синусоїдальної ЕРС, індукованої у фазі обмотки якоря, дорівнює

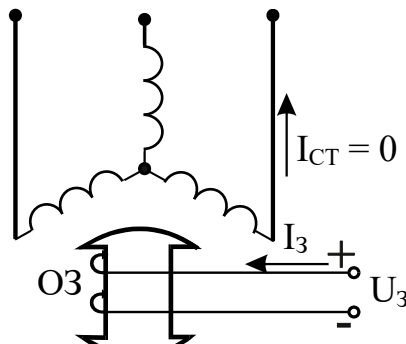
$$f = \frac{pn}{60},$$

де  $p$  – число пар полюсів,  $n$  – частота обертання ротора.

Для одержання стандартної частоти 50 Гц при різних частотах обертання синхронні генератори виготовляються з різним числом пар полюсів. Так, турбогенератори виготовляються на частоту обертання 3000 об./хв., і мають одну пару полюсів ( $p = 1$ ). Частота обертання гідрогенераторів визначається в основному висотою напору води і для різних станцій лежить у межах від 50 до 750 об./хв., що відповідає числам пар полюсів від 60 до 4.

## 2. Робота генератора в режимі холостого ходу

У режимі холостого ходу коло обмотки статора розімкнуте, тобто  $I_{ст} = 0$  (рис.3).



Струм збудження генератора  $I_3$  створює магнітний потік збудження  $\Phi_3$  згідно кривої намагнічування (рис. 4).

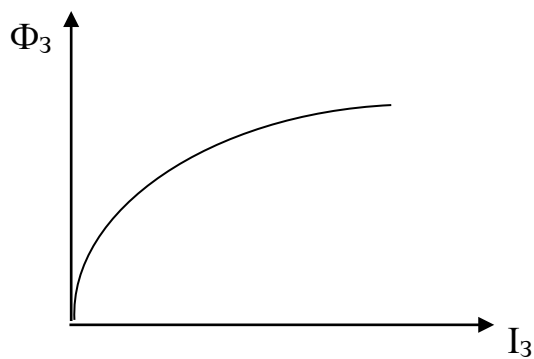


Рис.4. Крива намагнічу-

Ротор синхронного генератора обертається з постійною швидкістю  $n=\text{const}$ . Струм збудження  $I_3$ , що надходить у коло ротора від джерела постійного струму, може регулюватися від нуля до деякого максимального значення. Це дозволяє змінювати максимальний струм ротора в широких межах, тобто одержувати різну величину ЕРС статора, тому що ЕРС є функцією магнітного потоку ротора

$$E = K_E n \Phi_3,$$

де  $K_E$  - коефіцієнт пропорційності,  $n$  - частота обертання ротора,  $\Phi_3$  - магнітний струм ротора при струмі збудження  $I_3$ .

Залежність  $E = f(I_3)$  при  $n = \text{const}$ ;  $I_{\text{ст}} = 0$  називається характеристикою холостого ходу генератора (рис.5).

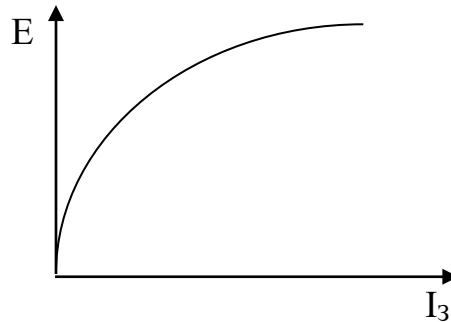


Рис. 5. Характеристика холостого ходу

### 3. Робота синхронного генератора під навантаженням

При увімкненому навантаженні з опором  $Z_H$  під дією індукованої в обмотці статора трифазної системи ЕРС в обмотці статора з'являється трифазна система струму статора: генератор починає віддавати приймачу електроенергію (рис.6).

При симетричному навантаженні  $Z_H$  струм кожної фази статора (напрямок "А") визначається залежністю

$$I_A = \frac{E_A}{Z_H}$$

Кут зсуву фаз між струмом і ЕРС фази визначається характером навантаження  $Z_H$ . Наприклад, для активно-індуктивного навантаження векторна діаграма ЕРС і струмів трифазної обмотки статора має вигляд, на рис.7.

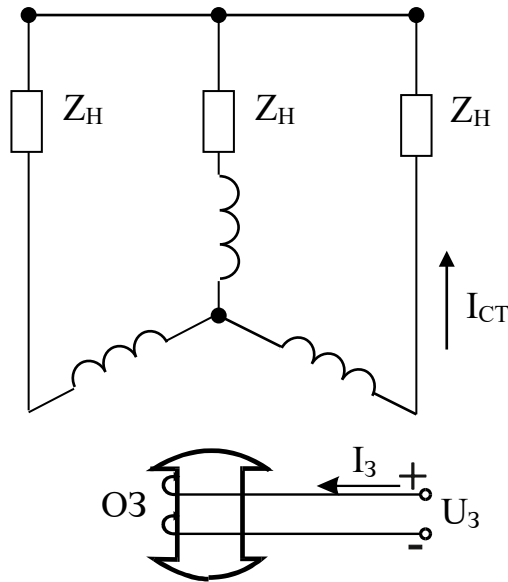


Рис. 6. Робота синхронного генератора під навантаженням

Струм, що протікає по обмотці статора, створює обертове магнітне поле якоря, що характеризується магнітним потоком  $\Phi_{я}$ , частота обертання якого дорівнює частоті обертання ротора. Взаємне розташування осей магнітних полів якоря й ротора при заданому навантаженні генератора залишається незмінним. Під дією поля якоря результуюче поле генератора при зменшенні його навантаження буде також змінюватися, що впливає на значення напруги генератора. Вплив поля якоря на результуюче поле машини називається реакцією якоря, а магнітний потік  $\Phi_{я}$  – потоком реакції якоря.

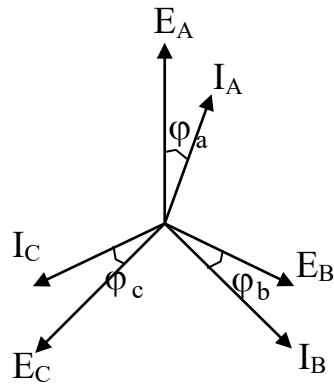


Рис.7. Векторна діаграма ЕРС і

У такий спосіб у навантаженому синхронному генераторі існують два магнітних потоки – основний магнітний потік збудження  $\Phi_3$ , створений струмом обмотки збудження  $I_3$ , і магнітний потік реакції якоря  $\Phi_я$ , створений струмом  $I_{СТ}$  трифазної обмотки статора. Потоки  $\Phi_3$  і  $\Phi_я$  обертаються з однаковою швидкістю, тобто вони нерухомі відносно один одного.

Результуючий потік генератора дорівнює

$$\vec{\Phi}_{РЕЗ} = \vec{\Phi}_B + \vec{\Phi}_я.$$

Потік  $\Phi_3$  залежить від струму  $I_я$ . Потік реакції якоря пропорційний струму статора  $I_{СТ}$

$$\Phi_я = K \cdot I_{СТ},$$

де  $K$  – коефіцієнт пропорційності.

При зміні струму статора  $I_{СТ}$  змінюється результуючий потік  $\Phi_{РЕЗ}$ , що

викликає відповідні зміни в ЕРС генератора

$$E_{\text{РЕЗ}} = K_e n \Phi_{\text{РЕЗ}} ,$$

тобто потік реакції  $\Phi_{\text{РЕЗ}}$  впливає на зовнішні й регульовальні характеристики синхронного генератора.

#### 4. Зовнішні й регульовальні характеристики синхронного генератора

Зовнішня характеристика синхронного генератора показує, як змінюється величина напруги на затискачах обмоток статора при незмінному струмі збудження в залежності від струму статора

$$U = f(I_{\text{СТ}})$$

при  $n = \text{const}$  і  $I_3 = \text{const}$  при різних навантаженнях.

Розглянемо роботу генератора на індуктивне навантаження, коли

$$Z_{\text{Н}} = X_{\text{L}} = \omega L .$$

При індуктивному навантаженні потік реакції якоря, створений струмом статора  $I_{\text{СТ}}$ , спрямований назустріч основному магнітному потоку  $\Phi_3$ , тобто є таким, що розмагнічує, тому результуючий потік дорівнює

$$\Phi_{\text{РЕЗ}} = \Phi_3 - \Phi_{\text{Я}} = \Phi_3 - KI_{\text{СТ}} .$$

З ростом струму  $I_{\text{СТ}}$  проходить розмагнічування генератора магнітним



поток реакції якоря  $\Phi_{\text{я}}$ , що викликає зниження ЕРС генератора  $E$ .

Напруга на затискачах генератора дорівнює

$$U = E_{\text{РЕЗ}} - I_{\text{СТ}} Z_{\text{СТ}},$$

де  $Z_{\text{СТ}}$  – опір обмотки статора;

$I_{\text{СТ}} Z_{\text{СТ}}$  – падіння напруги в обмотці статора.

Звичайно  $Z_{\text{СТ}}$  має невелике значення, тому  $U \approx E$ . Зовнішня характеристика при індуктивному навантаженні має вигляд як на рис.8 (крива 1).

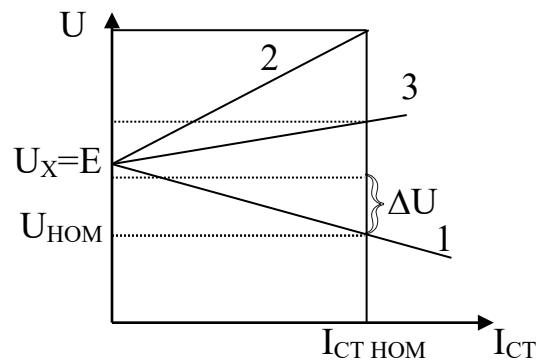


Рис.8. Зовнішня характеристика : 1- при індуктивному навантаженні; 2- при ємнісному навантаженні; 3- активному навантаженні.

При цьому

$$\Phi_{\text{РЕЗ}} = \Phi_{\text{з}} + \Phi_{\text{я}} = \Phi_{\text{з}} + K I_{\text{СТ}}.$$

З ростом струму статора результуючий потік зростає, що викликає збільшення ЕРС генератора.

При активному характері навантаження  $Z_{\text{Н}} R$  вісь потоку  $\Phi_{\text{я}}$  перпенди-

кулярна осі потоку  $\Phi_3$  (рис.50, крива 3).

Зміна напруги генератора при номінальному струмі навантаження дорівнює

$$\Delta U = \frac{U_x - U_{\text{ном}}}{U_{\text{ном}}} \cdot 100\%,$$

де  $U_x$  – напруга холостого ходу;  $U_{\text{ном}}$  – напруга при номінальному струмі.

Зміна напруги порівняно велика через значну реакцію якоря – до декількох десятків відсотків. Напруга може бути більш стабільною, якщо при зменшенні навантаження, а отже струму  $I_{\text{СТ}}$ , одночасно змінювати магнітний потік ротора  $\Phi_3$ , регулюючи струм  $I_3$ .

Регульовальні характеристики (рис.9) показують, як при змінах  $I_{\text{СТ}}$  потрібно регулювати  $I_3$ , щоб підтримувати на виході напругу  $U = \text{const}$ , тобто

$$I_3 = f(I_{\text{СТ}})$$

при  $n = \text{const}$ ,  $U = \text{const}$ .

При індуктивному навантаженні, коли потік  $\Phi_{\text{я}}$  розмагнічує генератор, необхідно для підтримки  $U = \text{const}$  збільшувати струм збудження  $I_3$  по мірі зростання статора  $I_{\text{СТ}}$ .

При ємнісному навантаженні, коли потік  $\Phi_{\text{я}}$  намагнічує генератор, необхідно знижувати  $I_3$  по мірі зростання  $I_{\text{СТ}}$ . При активному навантаженні струм збудження  $I_3$  по мірі зростання  $I_{\text{СТ}}$  необхідно збільшувати значно менше, ніж при індуктивному навантаженні.

Для нормальних умов роботи приймачів електричної енергії необхідно підтримувати напругу й частоту генератора на заданих рівнях. Для цього синхронні генератори забезпечуються в більшості випадків регуляторами, що керують напругами і частотою обертання генераторів і, що впливають на струм збудження генераторів і момент первинного двигуна.

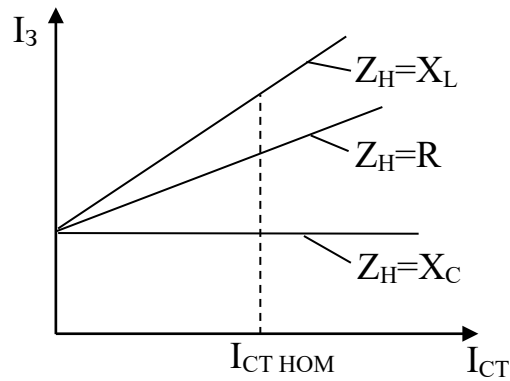


Рис.9. Регулювальні характеристики синхронного генератора.

## ЛЕКЦІЯ №11

### МАШИНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

1. Призначення і принцип дії генератора та двигунів постійного струму
2. Способи збудження генераторів постійного струму
3. Основні співвідношення в двигуні постійного струму незалежного збудження і його механічна характеристика
4. Пуски та регулювання частоти оборотів двигунів постійного струму
5. Двигуни постійного струму послідовного збудження

#### 1. Призначення і принцип дії генератора та двигунів постійного струму

Машины постійного струму застосовують як електродвигуни і як генератори. Електричні двигуни постійного струму мають цінні властивості – вони

допускають регулювання швидкості в широких межах, мають значну перевантажувальну здатність. Їх широко застосовують для приводів будівельних, дорожніх і підйомно-транспортних машин – в екскаваторах, кранах, а також в електромобілях, металорізальних верстатах, маніпуляторах, роботах і т.д.

Генератори постійного струму застосовуються як джерело постійного струму для живлення електролізних і гальванічних ванн, для зарядки акумуляторних батарей, для живлення двигунів постійного струму. Однак на сьогоднішній день генератори постійного струму усе більше витісняються напівпровідниковими тиристорними перетворювачами, а також синхронними генераторами, що працюють разом із напівпровідниковими випрямлячами.

Конструкція машини постійного струму (генератор і двигун влаштовані однаково) складається зі статора, полюсів, полюсних наконечників, обмотки збудження, якоря, обмотки якоря, колектора, щіток. Статор, полюси, полюсні наконечники та якір утворюють магнітне коло, по якому замикається магнітний потік збудження генератора  $\Phi$ . Цей потік створюється постійним струмом збудження, що протікає по обмотці збудження. Полюсні наконечники забезпечують рівномірний розподіл по струму уздовж окружності якоря. У пазах якоря прокладена обмотка якоря. Провідники обмотки якоря з'єднуються по спеціальній замкнутій схемі і приєднуються до колектора. Колектор складається з окремих мідних пластин, ізольованих між собою. На колектор спираються графітні щітки. Колектор і щітки – це механічний випрямляч, що перетворює струм провідників обмотки якоря, який змінюється по напрямку, в постійний струм – у генераторі (або навпаки – у двигуні).

Розглянемо принцип роботи генератора. Його електрична схема наведена на рис.1. Якір генератора приводиться в обертання первинним двигуном. Механічна енергія, що надходить від цього двигуна, перетворюється в електричну енергію постійного струму, що виробляється в обмотці якоря. До обмотки збудження ОЗ від стороннього джерела підводиться постійний струм.

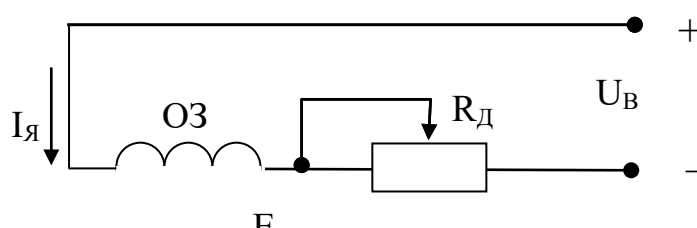


Рис.1. Електрична схема генератора постійного струмунезалежного збу-

Цей струм створює магнітний потік збудження, який замикається по полюсах, полюсним наконечникам, повітряному зазору, якорю й статору. Потік перетинає провідники обмотки обертового якоря, при цьому в кожному провіднику індукуються ЕРС

$$E_{\text{пров}} = Blv,$$

де  $B$  – магнітна індукція;

$l$  - активна довжина провідника;

$v$  - швидкість руху провідника в магнітному полі.

Кожен провідник якоря по черзі попадає то під південний, то під північний полюс по струму  $\Phi$  - тому в кожному провіднику індуктується ЕРС, що періодично змінює напрямок. Однак колектор і щітки випрямляють ЕРС обмотки якоря, із щіток генератора знімається постійна (випрямлена) напруга. Потужність, споживана обмоткою збудження, складає усього кілька відсотків (або на-

віть частки відсотків) від потужності, що виробляє генератор. ЕРС групи складають з послідовно з'єднаних провідників, і з щіток генератора знімається ЕРС.

$$E = K_E n \Phi_B,$$

де  $K_E$  - коефіцієнт пропорційності;

$n$  – частота обертання первинного двигуна.

На рис.2 наведена електрична схема двигуна постійного струму. Розглянемо принцип роботи двигуна. До обмотки збудження ОЗ від стороннього джерела підводиться струм, що створює магнітний потік збудження (аналогічно генератору) . До якоря двигуна підводиться постійна напруга  $U$ , під дією якої в замкнутій обмотці якоря протікає струм

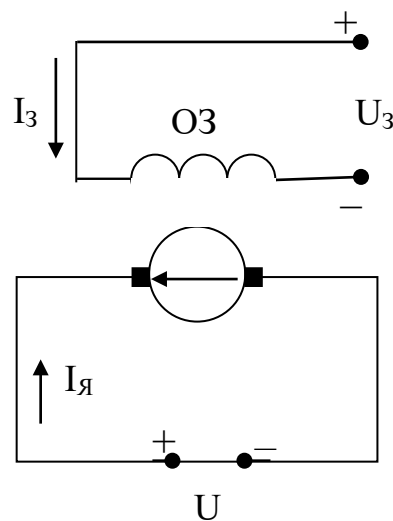


Рис.2. Електрична схема двигуна постійного струму

Кожен провідник якоря – це провідник зі струмом, що знаходиться в магнітному полі. Тому на кожен провідник діє механічна сила.

Ці сили створюють обертаючий момент

$$M = K_M \Phi_3 I_{я},$$

де  $K_M$  – коефіцієнт пропорційності.

Якір двигуна починає обертатися. Електрична енергія, яку якір двигуна споживає з мережі, перетвориться в механічну енергію, яка через вал двигуна передається механізму.

## 2. Способи збудження генераторів постійного струму

В залежності від способу підключення обмотки збудження розрізняють генератори незалежного, паралельного і змішаного збудження.

У генераторі незалежного збудження (рис.1) обмотка збудження  $O_3$  одержує живлення від незалежного джерела постійного струму. Струм збудження створює магнітний потік збудження відповідно до кривої намагнічування (рис.3). На ділянці  $AB$  магнітна система не насичена. В області  $BC$  відбувається насичення феромагнітних деталей магнітного кола генератора.

Якір генератора обертається звичайно, із незмінною швидкістю  $n$ . При цьому ЕРС генератора  $E$  регулюють зміною потоку збудження, для чого змінюють струм збудження генератора за допомогою опору  $R_d$  (рис.1).

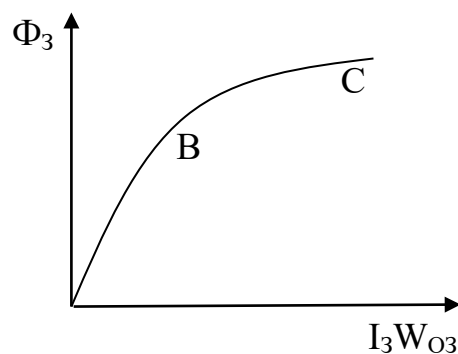


Рис.3. Крива намагнічування

Залежність ЕРС генератора  $E$  від струму збудження при  $n=\text{const}$  та роботі генератора в режимі холостого ходу, тобто залежність

$$E = f(I_B).$$

При  $n=\text{const}$ ,  $I_A=0$  називається характеристикою холостого ходу генератора. Ця характеристика має форму, подібну кривій намагнічування (рис.4).

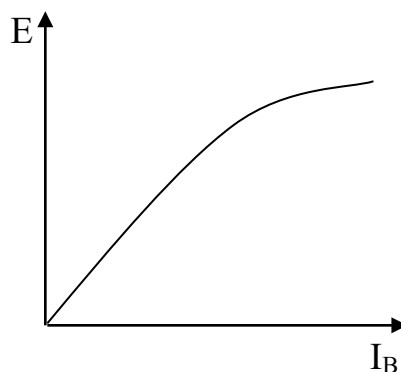


Рис.4. Характеристика холостого ходу

У генераторі паралельного збудження (рис.5) обмотка збудження ОЗ одержує живлення від якоря самого генератора.

Робота цього генератора заснована на використанні залишкового магнітного збудження, яке створюється при випуску генератора (для його створення обмотку збудження короткочасно відключають від якоря і підключають до не-



залежного джерела постійного струму).

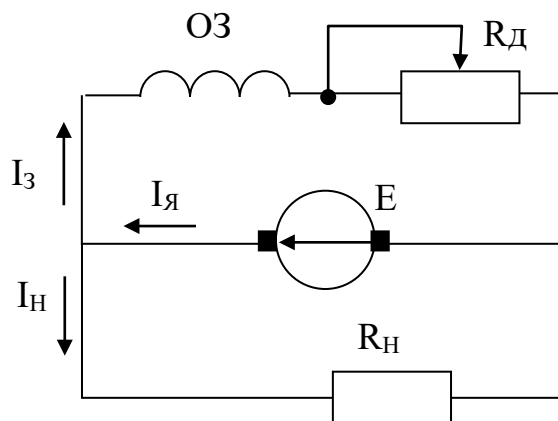


Рис. 5. Електрична схема генератора паралельного збудження

Крива намагнічування цього генератора приведена на рис.6, а характеристика холостого ходу на рис.7.

Розглянемо процес самозбудження генератора. При обертанні якоря його провідники перетинають залишковий потік і в обмотці якоря індукується невелика початкова ЕРС

$$E_{\text{Поч}} = K_E n \Phi_{\text{Зал}}.$$

Під дією цієї ЕРС починає протікати струм збудження в обмотці збудження генератора ОЗ, що створює свій магнітний потік. Якщо напрямок магнітного потоку, створеного обмоткою збудження, збігається за напрямком з залишковим магнітним потоком, то загальний магнітний потік збудження зростає. Це викликає збільшення ЕРС генератора, збільшення струму збудження, створюваний їм потік також зростає і т.д. – настає лавиноподібний процес самозбудження генератора.

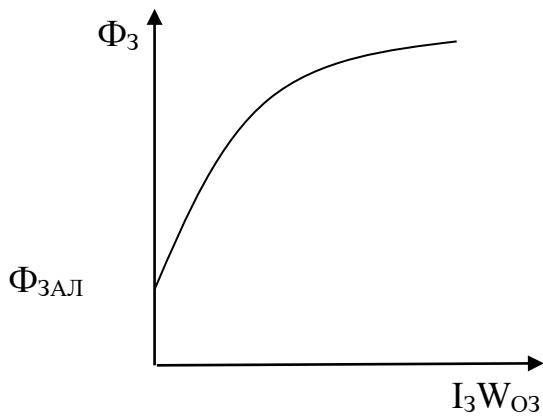


Рис.6. Крива намагнічування

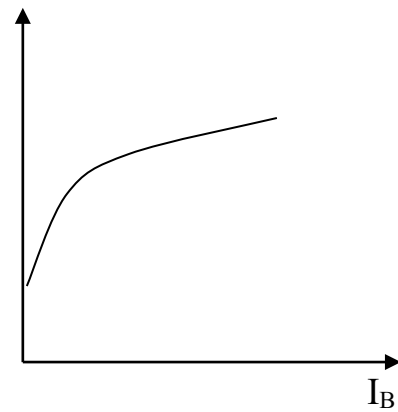


Рис.7. Характеристика хо-

Умови, необхідні для самозбудження:

- наявність  $\Phi_{3AL}$  ;
- напрямок потоку, створений обмоткою збудження, повинен збігатися за напрямком з  $\Phi_{3AL}$ .

При роботі генератора на навантаження (рис.1) напруга  $U$  на затискачах генератора визначається рівнянням

$$U = E - I_{\text{я}} R_{\text{я}},$$

де  $R_{\text{я}}$  - опір обмотки якоря.

По мірі збільшення струму якоря  $I_{\text{я}}$  зростає падіння напруги в обмотці якоря  $I_{\text{я}} R_{\text{я}}$ , що викликає зниження напруги  $U$  генератора, яка надходить до споживача (навантаження).

Залежність напруги  $U$  на затискачах генератора від струму якоря  $I_{\text{я}}$  при незмінній швидкості обертання якоря і незмінній величині додаткового опору в колі збудження генератора, тобто залежність  $U = f(I_{\text{я}})$  при  $n = \text{const}$  і  $R_{\text{д}} = \text{const}$  називається зовнішньою характеристикою генератора.

У генераторі незалежного збудження (рис.1) ЕРС генератора  $E$  зберігає

незмінне значення, що не залежить від струму якоря  $I_{\text{я}}$ , оскільки при в цьому генераторі забезпечується  $I_3 = \text{const}$ , тобто  $\Phi_3 = \text{const}$ ; тому зовнішня характеристика цього генератора являє собою пряму лінію (рис.8). Чим менше значення має опір  $R_{\text{я}}$ , тим більш стабільна напруга генератора при збільшенні струму якоря.

У генераторі паралельного збудження (рис.5) має місце співвідношення  $I_3 \ll I_{\text{н}}$ , тобто  $I_{\text{я}} \approx I_{\text{н}}$ , оскільки потужність, споживана обмоткою збудження ОЗ складає дуже малу величину в порівнянні з потужністю в колі навантаження.

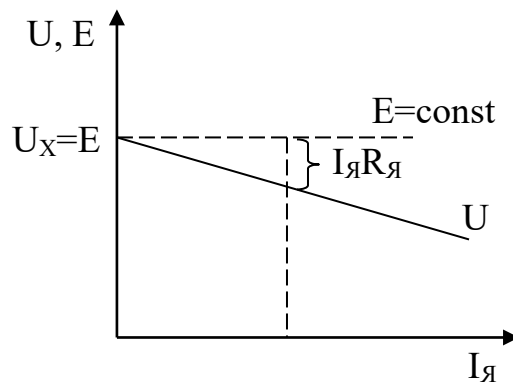


Рис.8. Зовнішня характеристика генератора незалежного збу-

У генераторі паралельного збудження по міру росту струму якоря  $I_{\text{я}}$  і відповідного зниження напруги  $U$  має місце зменшення струму збудження  $I_3$ . Це призводить до зниження ЕРС генератора  $E$  (рис.9). Тому напруга  $U$  по мірі росту струму знижується сильніше, ніж у генераторі незалежного збудження.

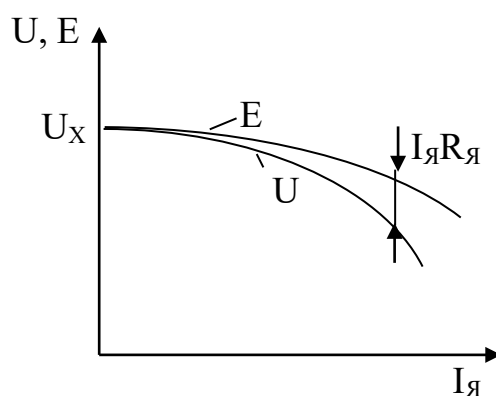


Рис.9. Зовнішня характеристика генератора паралельного збв-

Бажано, щоб напруга  $U$  зберігала незмінне значення при будь-якій величині струму якоря. Для цього необхідно збільшувати ЕРС генератора  $E$  по мірі росту струму якоря .

Напруга  $U$  буде залишатися незмінною (рис.10), якщо збільшення ЕРС генератора  $E$  дорівнює падінню напруги в обмотці якоря, тобто повинна дотримуватися умова

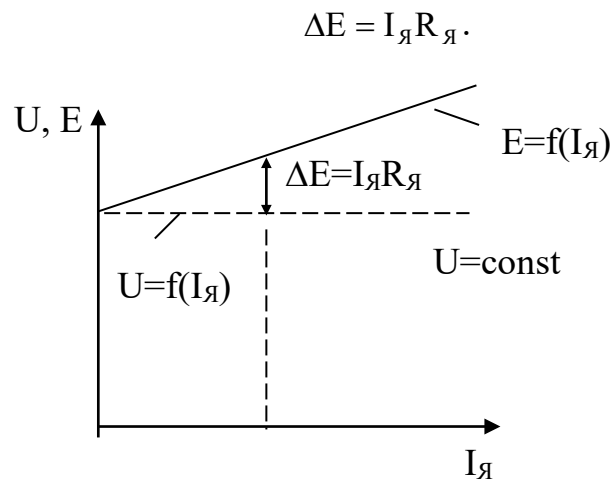


Рис.10. Зовнішня характеристика

Для збільшення ЕРС  $E$  необхідно збільшувати струм збудження  $I_3$ . Зале-

жність, що показує, як необхідно регулювати струм збудження по мірі росту струму якоря  $I_{\text{я}}$ , щоб напруга  $U$  залишалася незмінною,

$$I_{\text{з}} = f(I_{\text{я}}).$$

При  $n=\text{const}$ ,  $U=\text{const}$  називається регулювальною характеристикою генератора. Регулювальна характеристика (рис.11) однакова для генераторів незалежного і паралельного збудження.

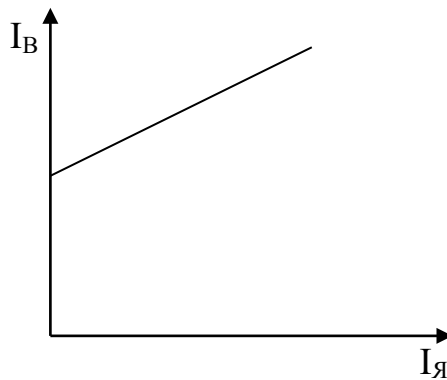


Рис.11. Регулювальна характеристика генератора

### **3. Основні співвідношення в двигуні постійного струму незалежного збудження і його механічна характеристика**

Властивості і характеристики двигунів постійного струму значно залежать від того, як змінюється магнітний потік двигунів при зміні їх, механічного навантаження. У свою чергу, характер зміни магнітного потоку залежить від числа та способу увімкнення обмоток збудження, тобто від способу збудження

двигунів.

В залежності від способу збудження відрізняють:

- двигуни незалежного збудження;
- двигуни паралельного збудження;
- двигуни послідовного збудження;
- двигуни змішаного збудження.

Розглянемо основні співвідношення у двигуні постійного струму незалежного збудження. У двигуні незалежного збудження (рис.12) струм збудження  $I_3$  створює потік збудження  $\Phi_3$  згідно кривої намагнічування, що аналогічна приведений на рис.3.

Напруга  $U$  створює в момент пуску в якорі нерухомого двигуна пусковий струм

$$I_0 = \frac{U}{R_{\text{я}}}.$$

Цей струм взаємодіє з потоком і утворює пусковий момент

$$M_0 = K_M \Phi_3 I_0.$$

Під дією пускового моменту якір починає обертатися. При обертанні якоря провідники обмотки якоря починають перетинати магнітні силові лінії потоку й в обмотці якоря індукується ЕРС, яка дорівнює

$$E = K_E n \Phi_3.$$

У двигуні ця ЕРС спрямована назустріч напрузі і струму якоря, тому вона називається проти ЕРС.

При наявності проти ЕРС (рис.12) струм якоря визначається рівнянням

$$I_{\text{я}} = \frac{U - E}{R_{\text{я}}},$$

або

$$I_{\text{я}} = \frac{U - K_E n \Phi_3}{R_{\text{я}}}.$$

По мірі росту швидкості обертання двигуна  $U$  струм якоря зменшується по лінійному закону. Обертаючий момент  $M$  змінюється пропорційно струму якоря (оскільки потік зберігає незмінне значення). Отже, у міру росту швидкості момент  $M$  також зменшується по лінійному закону.

При відсутності сил опору розгін двигуна продовжується до швидкості ідеального холостого ходу  $n_x$ , при якій струм якоря  $I_{\text{я}}$  і момент двигуна  $M$  дорівнюють нулю.

У цьому режимі

$$E_x = K_E n_x \Phi_3 = U,$$

тобто швидкість ідеального ходу

$$n_x = \frac{U}{K_E \Phi_3}.$$

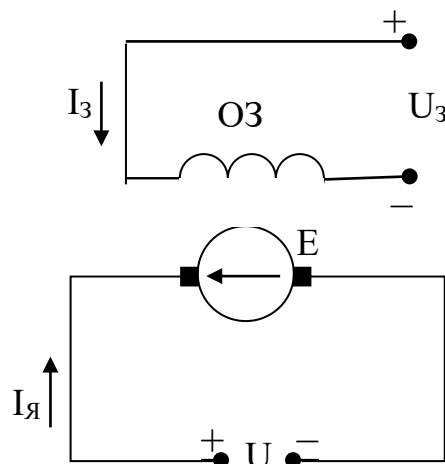


Рис.12. Двигун постійного струму незалежного збудження

Механічна характеристика двигуна – залежність частоти обертання двигуна від моменту, приведена на рис.13.

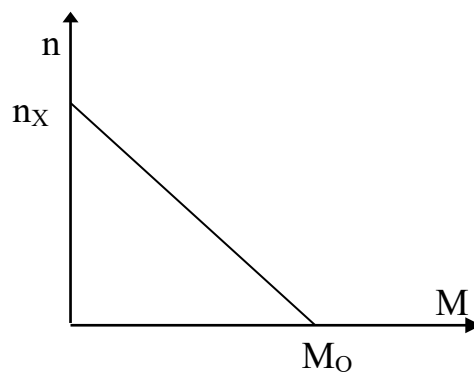


Рис.13. Механічна характеристика двигуна незалежного

Механічна характеристика двигуна незалежного порушення – пряма лінія. Вона проходить через дві характерні точки: точку пускового моменту й точку холостого ходу.

Усі розглянуті рівняння і характеристики застосовуються також для двигуна постійного струму паралельного збудження (рис.14).

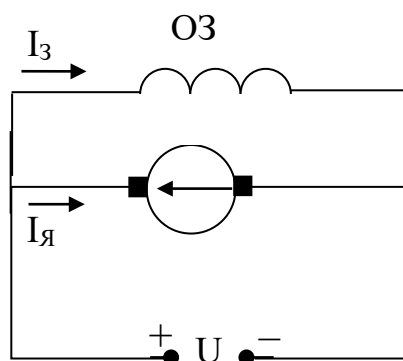


Рис.14. Двигун постійного струму паралельного



У цих двигунах обмотка якоря й обмотка збудження мають однакові номінальні напруги, тому обидві обмотки підключаються до загального джерела постійного струму паралельно.

#### 4. Пуски та регулювання частоти оборотів двигунів постійного струму

Опір обмотки якоря  $R_{\text{я}}$  малий. Тому в момент пуску можуть виникати неприпустимо великі пускові струми. Для зменшення пускових струмів у коло якоря на період пуску вводять додатковий опір  $R_{\text{д}}$  – пусковий реостат (рис.15).

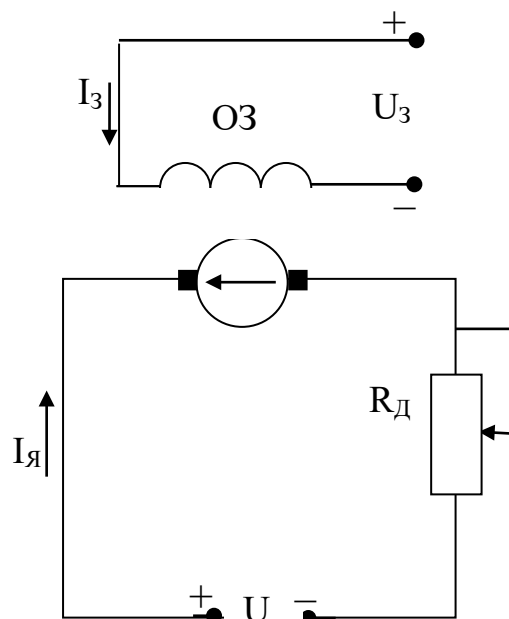


Рис.15. Схема включення додаткового включення

По мірі розгону двигуна опір поступово зменшують. При сукупному розв'язанні рівнянь (3.4) і (3.15) отримаємо рівняння механічної характеристики двигуна, тобто залежність  $n=f(M)$

$$n = \frac{U}{Ke\Phi e^2} - M \frac{Rя + Rд}{KeKм\Phi z^2}.$$

З цього рівняння видно, що частоту обертання можна регулювати трьома способами:

- включенням реостата (реостатне регулювання);
- ослабленням магнітного потоку;
- зміною напруги  $U$  на якорі двигуна.

При реостатному регулюванні пусковий момент  $M_0$  залежить від опору  $R_д$ . Чим більше  $R_д$ , тим менше величина пускового струму  $I_0$  і тим менше пусковий момент  $M_0$ . Швидкість холостого ходу  $n_х$  від опору не залежить. Тому при зміні опору  $R_д$  одержуємо сімейство механічних характеристик, приведених на рис.16.

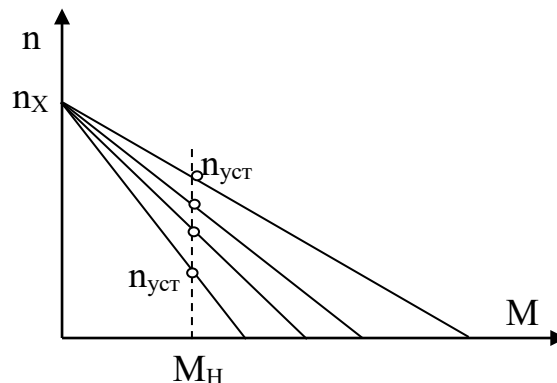


Рис.16. Реостатне регулювання

Чим більше  $R_d$ , тим нижче проходить механічна характеристика, тим менше стає значення частоти обертання при даному моменті навантаження  $M_H$ . Цей спосіб регулювання широко застосовується, тому що він дуже простий. Недоліки цього способу регулювання – значні втрати енергії в опорі  $R_d$  у колі якоря; не можна регулювати швидкість при малих моментах навантаження  $M_H$ , тому що у цьому випадку всі характеристики сходяться в одній точці:  $n=n_x$ .

Користуючись другим способом регулювання, для ослаблення магнітного потоку збудження  $M_0$  додатковий опір  $R_d$  вводять коло обмотки збудження (рис.17).

При зниженні потоку  $\Phi_z$  шляхом струму збудження  $I_z$ , що його створює, пусковий момент  $M_0$  зменшується, а обороти холостого ходу  $n_x$  зростають.

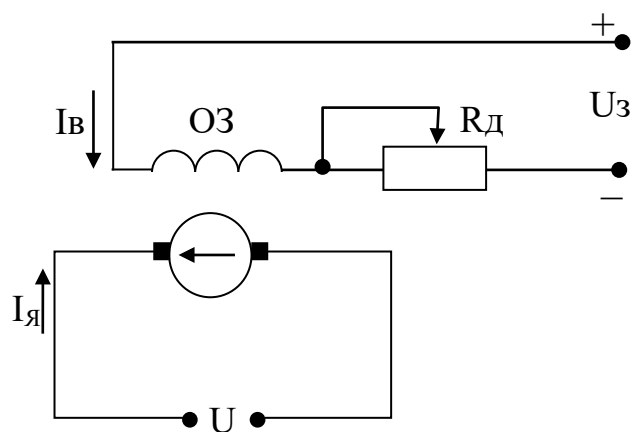


Рис.17. Другий спосіб регулювання

На рис.18 приведені механічні характеристики двигуна при нормальному потоці (пряма 1) і при ослабленому потоці (пряма 2). Цей спосіб регулювання швидкості застосовується, зокрема, для збільшення швидкості зворотних, неробочих рухів механізмів – наприклад при опусканні гака підйомної лебідки, втягуванні рукояті екскаватора і т.д.

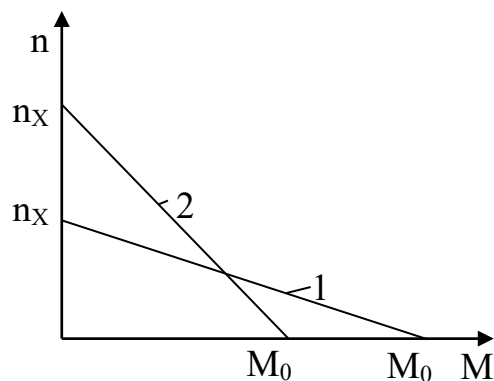


Рис.18. Механічні характеристики при другому спо-

При обриві обмотки збудження може наступити важкий аварійний режим – двигун йде в рознос. У цьому режимі потік  $\Phi_z \rightarrow 0$ , тобто обороти  $n \rightarrow \infty$ . Для запобігання аварійного режиму розносу застосовується спеціальний захист, що контролює величину струму збудження і при обриві кола обмотки збудження дає сигнал на автоматичне зняття напруги  $U$  з якоря двигуна.

При регулюванні частоти оборотів шляхом зміни напруги  $U$  на якорі двигуна якір двигуна одержує живлення від індивідуального джерела струму з регульованою напругою.

У якості такого джерела використовується тиристорний перетворювач ТП (рис.19), або генератор постійного струму незалежного порушення.

У схемі рис.19 постійна напруга  $U$  на виході ТП змінюється пропорційно напрузі керування  $U_K$ , що формується системою керування.

Пусковий струм  $I_0 = \frac{U}{K_E \Phi_B}$  і пусковий момент  $M_0 = K_M \Phi_B I_0$  змінюються пропорційно напрузі  $U$ . Обороти холостого ходу  $n_x = \frac{U}{K_E \Phi_B}$  також пропорційні напрузі  $U$ . Тому при зміні напруги  $U$  одержуємо сімейство паралельних механічних характеристик (рис.20).

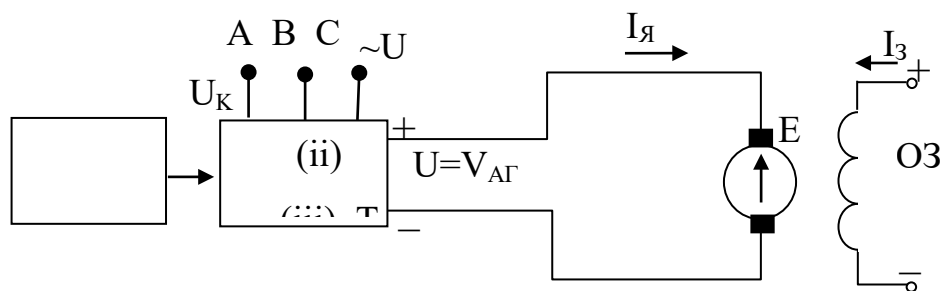


Рис.19. Третій спосіб регулювання частоти оборо-

Цей спосіб регулювання широко застосовується для механізмів, що вимагають плавної зміни швидкості в широкому діапазоні. Переваги даного способу регулювання в порівнянні з реостатним способом: виключаються додаткові втрати енергії у колі якоря; можна регулювати частоту і при малих моментах навантаження (включаючи режим холостого ходу).

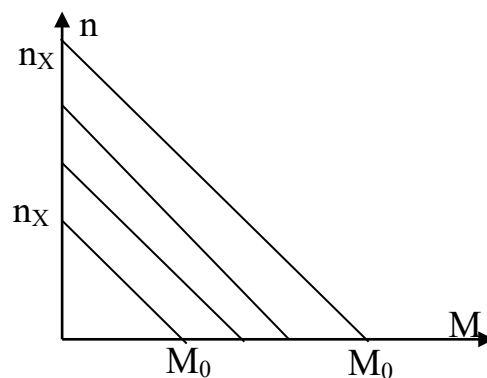


Рис.20. Механічні характеристики при третьому способі регулювання частоти оборотів двигуна

## ЛЕКЦІЯ

### ТРИФАЗНІ АСИНХРОННІ ДВИГУНИ

Асинхронні машини енергетичного призначення у переважній більшості мають обертальну циліндричну конструкцію з концентричним розміщенням статора (ззовні) і ротором (всередині). Магнітопроводи статора і ротора виконані шихтованими з пакетів електротехнічної сталі, переважно розподіленої конструкції, тобто з зубцями й пазами в активній зоні.

Розглянемо ідеальний трифазний асинхронний двигун (рис. 66). Його первинна обмотка живиться від джерела змінного струму. Асинхронний двигун має нерухому частину – статор і рухому частину – ротор, між якими є повітряний проміжок.

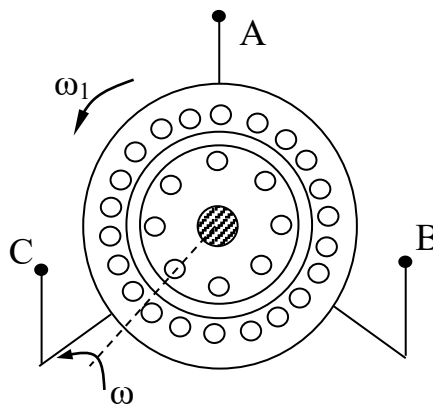


Рис. 66. Ідеальний трифазний асинхронний двигун.

В пазах статора розміщена трифазна обмотка (рис. 67), вона складається з

трьох окремих котушок (кожна з котушок називається фазою). Вісі цих котушок здвигнуті у просторі на кут  $120^\circ$ . В пазах ротора теж розміщена обмотка. Кожна фаза статора створює свій магнітний потік, величина якого пропорційна струму.

Магнітні потоки трьох фаз обмотки статора сумуються геометрично в просторі і створюють загальний результуючий магнітний потік.

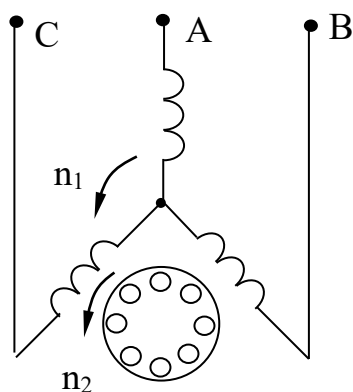


Рис. 68. Трифазна обмотка статора

Цей результуючий потік залишається незмінним за величиною та обертається в просторі з постійною швидкістю – таким чином створюється обертальний магнітний потік. Цей потік замикається по статору повітряному проміжку й ротору.

Принцип роботи асинхронного двигуна побудован на використанні обертального магнітного потоку й міститься в наступному: магнітний потік, який обертається, перетинає провідники обмотки ротора та індукуює в них ЕРС. Під дією цієї ЕРС в замкнутій обмотці ротора тече струм. Кожний провідник обмотки ротора – це провідник зі струмом, який знаходиться в магнітному полі. Тому на кожний такий провідник діє механічна сила:

$$F = B \ell i;$$

де:  $B$  – магнітна індукція;

$\ell$  – активна довжина провідника;

$i$  – струм в провіднику ротора.

Створюється обертаючий момент і ротор починає обертатися. Магнітний потік статора обертається зі швидкістю  $n_1$ . Ротор обертається у тому ж напрямку зі швидкістю  $n_2$ .

Двигун має назву асинхронний, так як ротор обертається повільніше, ніж магнітний потік статора, так що сила  $n_1 > n_2$ . В режимі ідеального холостого ходу магнітний потік та ротор обертаються синхронно, так що  $n_1 = n_2$ . В цьому режимі потік, який обертається не перетинає провідники ротора – тому ЕРС і струм ротора дорівнюють нулю, так що сила  $F$  і обертаючий момент теж дорівнюють нулю. Але якщо нема зовнішнього навантаження всеодно необхідно долати внутрішній момент опори сил тертя – тому в асинхронному двигуні завжди  $n_2 < n_1$ .

### 1. Основні співвідношення в асинхронних двигунах.

Магнітний потік статора обертається зі швидкістю;

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p};$$

де:  $f_1$  – частота змінного струму, підведеного до статора;

$p$  – число пар полюсів магнітного потоку статора.

Ротор обертається в ту ж сторону, але зі швидкістю  $n_2$  магнітний потік, що обертається, перетинає провідники обмотки ротора зі швидкістю  $n_1 - n_2$

Цю швидкість визначають в відносних величинах від незмінної швидкості  $n_1$ .

$$S = \frac{n_1 - n_2}{n_1};$$

Ковзання  $S$  є одним з самих важливих понять для асинхронного двигуна.



Ковзання – це відносна швидкість, з якою магнітний потік  $\Phi$ , що обертається, перетинає провідники ротора, що обертається.

В момент пуску, коли  $n_2=0$  ковзання  $S=1$ , є максимальним. По мірі розго-  
ну двигуна  $n_2 \rightarrow n_1$   $S \rightarrow 0$ . Магнітний потік  $\Phi$  індукує в обмотці ротора ЕРС:

$$E_2 = k_e \Phi (n_1 - n_2) = k_e \Phi \frac{n_1 - n_2}{n_1} n_1 = k_e \Phi n_1 S;$$

де:  $k_e$  – коефіцієнт пропорційності.

В мить пуску швидкість  $n_2=0$  та ковзання  $S=1$  ЕРС ротора максимальне:

$$E_{20} = k_e \Phi n_1;$$

$$E_2 = E_{20} S;$$

таким чином, ЕРС ротора пропорційна ковзанню  $S$ . Частота  $f_2$ , індукованої в роторі ЕРС також пропорційна ковзанню  $S$

$$f_2 = f_{20} S;$$

Струм ротора визначається за законом Ома

$$I_2 = \frac{E_2}{Z_2};$$

де:  $Z_2$  – повний опір обмотки ротора.

Обмотка ротора має активну складову  $R_2$  та індуктивну складову  $X_2$ , де

$$X_2 = \omega_2 L_2 = \omega_{20} L_2 S;$$

де:  $\omega_2 = 2\pi f$ ;  $\omega_{20} = 2\pi f_{20}$ ;

$L_2$  – індуктивність ротора.

У мить пуску, коли  $S=1$ , індуктивний опір ротора максимальний

$$X_{20} = \omega_{20} L_2;$$

$$X_2 = X_{20} S;$$

Індуктивний опір ротора пропорційний ковзанню  $S$ . Повний опір обмотки ротора дорівнює:

$$Z_2 = \sqrt{r_2^2 + X_2^2} = \sqrt{R_2^2 + (X_{20} S)^2};$$

З урахуванням усіх залежностей отримаємо:

$$I_2 = \frac{E_{20} S}{\sqrt{R_2^2 + (X_{20} S)^2}};$$

В мить пуску та протягом значної частини процесу розгону має місце співвідношення:

$$X_{20} S \gg R_2;$$

При цьому струм ротора визначається приблизно:

$$I_2 \approx \frac{E_{20} S}{X_{20} S} = \frac{E_{20}}{X_{20}},$$

струм практично не залежить від ковзання.

В кінці розгону, при малих  $S$ , настає  $X_{20} S \gg R_2$ , при цьому струм зменшується пропорційно  $S$ .

$$I_2 \approx \frac{E_{20}}{X_{20}};$$

Струм  $I_1$  та струм  $I_2$  пов'язані між собою рівнянням ампер-витків, тому струм статора  $I_1$  змінюється практично за тим законом, що й струм  $I_2$

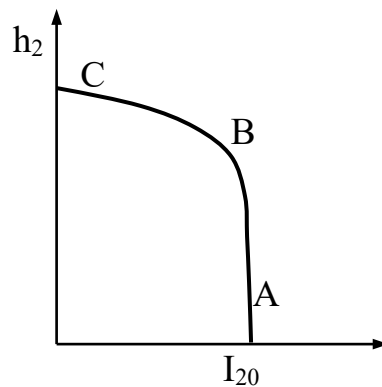


Рис. 69.

Суттєвий недолік асинхронних двигунів – це великий пусковий струм статора  $I_{10}$ , який може значно перевищувати номінальний струм  $I_{1H}$  (в 4-7 разів).

## 2. Обертаючий момент та механічна характеристика.

Обертаючий момент асинхронних двигунів визначається рівнянням:

$$M = K_M \Phi I_2 \cos \varphi_2;$$

де:  $K_M$  – коефіцієнт пропорційності;

$\Phi$  – обертаючий магнітний потік;

$I_2$  – струм ротора;

$\varphi_2$  – кут зсуву фаз між ЕРС ротора  $E_2$  та струмом  $I_2$ ;

$$\cos \varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{R_2}{\sqrt{r_2^2 + (X_{20} S)^2}};$$

Пусковий момент двигуна дорівнює:

$$M_0 = K_M \Phi I_{20} \cos \varphi_{20};$$

Асинхронний двигун має малий пусковий момент  $M_0$ , не дивлячись на великий пусковий струм ротора, що обумовлено великим індуктивним опором  $X_{20}$  (низьким  $\cos \varphi_{20}$ ).

$$\cos \varphi_{20} = \frac{R_2}{\sqrt{r_2^2 + X_{20}^2}};$$

Момент  $M_0$  складає усього 0,8-1,2 від номінального моменту  $M_n$ , що є другим суттєвим недоліком асинхронних двигунів.

## ЛЕКЦІЯ 14

### АСИНХРОННІ ДВИГУНИ З ФАЗНИМ РОТОРОМ

Ротори асинхронних двигунів бувають двох типів:

- коротко замкнений ротор;
- фазний ротор.

Обидва ці типа асинхронного двигуна мають однакову конструкцію, з розміщеною в його пазах трифазною обмоткою.

Короткозамкнений ротор виконан у вигляді білячої клітки, яка склада-

ється з латунних чи алюмінієвих стержнів, які замкнуті накоротко на торцях двома кільцями. Асинхронні двигуни з короткозамкненим ротором найбільш надійні в експлуатації, так як немає ковзаючих електричних контактів, обмотка ротора не має ізоляції.

Асинхронний двигун з фазним ротором має таку саму трифазну обмотку, як і на статорі. Ця обмотка ротора з'єднується по схемі "зірка" (рис. 70), а на кінці крізь щітки 1 та контактні кільця 2 виводяться на затискачі завдяки чому в коло ротора можна ввімкнути додатковий опір  $R_d$ .

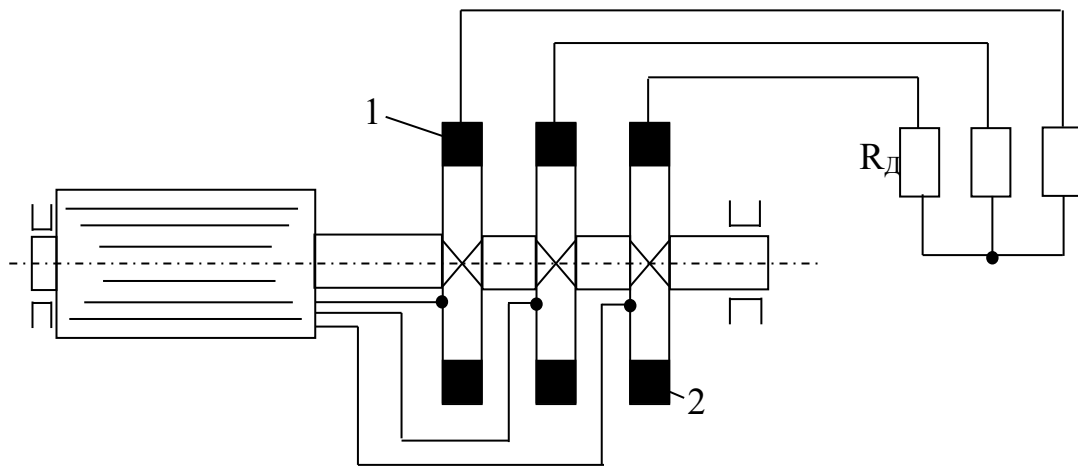


Рис. 70.

Роздивимось вплив опору  $R_d$  на пусковий струм  $I_{20}$ :

$$I_{20} = \frac{E_{20}}{\sqrt{(R_2 + R_d)^2 + X_{20}^2}};$$

По мірі зростання  $R_d$  пусковий струм знижується, таким чином виключається перший недолік асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором (який міститься в великому значенні пускового струму). При введенні  $R_d$  збільшується  $\cos \varphi_{20}$ .

$$\cos \varphi_{20} = \frac{R_2 + R_d}{\sqrt{(R_2 + R_d)^2 + X_{20}^2}};$$

При цьому відбувається збільшення пускового моменту  $M_0$ , а так як  $\cos \varphi_{20}$  зростає в більшій мірі, ніж знижується пусковий струм  $I_{20}$ , то при введенні  $R_d$  усувається також другий недолік асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором (який складається в малому значенні пускового моменту цих асинхронних двигунів).

1.  $R_d=0$
2.  $R_d>0$
3.  $R_d<0$

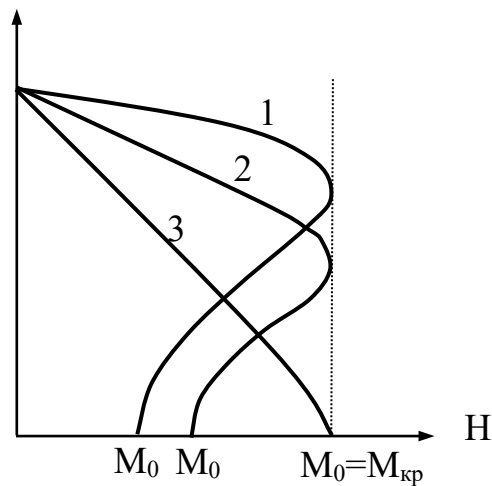


Рис. 71. Криві зростання пускового моменту при різних значеннях  $R_d$ .

### 1. Вплив на роботу двигуна зниження напруги мережі.

Величина магнітного потоку  $\Phi$  пропорційна напрузі мережі  $U_1$  введеному до обмотки статора. ЕРС ротора  $E_2$ , а значить і струм ротора  $I_2$  змінюється пропорційно потоку  $\Phi$ , таким чином пропорційно напрузі мережі  $U_1$ . Тому критичний момент  $M_{кр}$  (рис. 72) та пусковий момент  $M_0$  пропорційні квадрату напруги мережі.

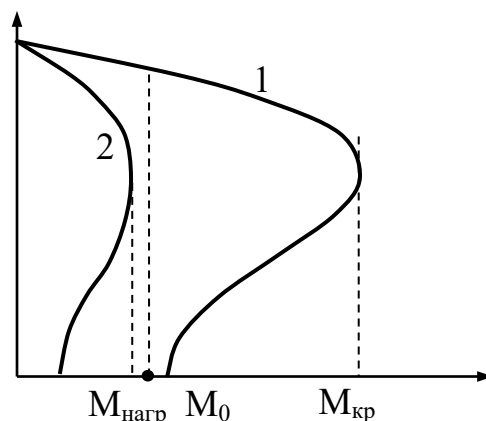


Рис. 72. Криві змін пускового та критичного моментів.

Крива 1 – відповідає номінальному значенню  $U_1$ ;

Крива 2 – відповідає зниженому значенню  $U_1$ , при якому має місце різкого зниження пускового та критичного моментів асинхронного двигуна.

Якщо при зниженні  $U_1$  критичний момент  $M_{кр}$  стане менше момента навантаження  $M_{навант}$ , тоді двигун перекидається – таким чином він зупиняється під напругою. Це значить, що велике зниження напруги  $U_1$  дуже небезпечно, так як викликає перекидання працюючого під навантаженням асинхронного двигуна, та його вихід з строю під впливом великих пускових струмів.

## 2. Регулювання частоти обертання.

$$n_2 = n_1 (1 - S);$$

$$n_2 = \frac{60 f_1}{p} (1 - S);$$

З цього рівняння слідує три способи регулювання  $U_2$ :

- зміною кількості пар полюсів магнітного потоку статора  $P$ ;
- зміною частоти напруги мережі живлення  $f_1$ ;
- зміною ковзання  $S$ ;

Регулювання швидкості зміни числа пар полюсів магнітного потоку  $P$  забезпечує дискретну зміну  $n_2$ . Випускаються спеціальні багато швидкісні асинхронні двигуни – двох-, трьох- та чотирьох-швидкісні. Кожна фаза обмотки статора багато швидкісного асинхронного двигуна виконується з окремих секцій. При зміні схеми їх включення змінюється “ $P$ ”. Ротор цих асинхронних двигунів короткозамкнутий. При регулюванні частоти  $f_1$  обмотка статора асинхронного

двигуна отримує живлення від перетворювача частоти. Використовують статичний перетворювач частоти, виконаний на напівпровідникових вентилях – тиристорах. Для підтримки незмінної величини магнітного потоку  $\Phi$  одночасно із зниженням частоти  $f_1$  знижується напруга  $U_1$ , на обмотці статора асинхронного двигуна, так щоб підтримувати незмінним співвідношення:

$$\frac{U_1}{f_1} = \text{const};$$

При третьому способі регулювання – зміною ковзання  $S$ , використовують асинхронні двигуни з фазним ротором.

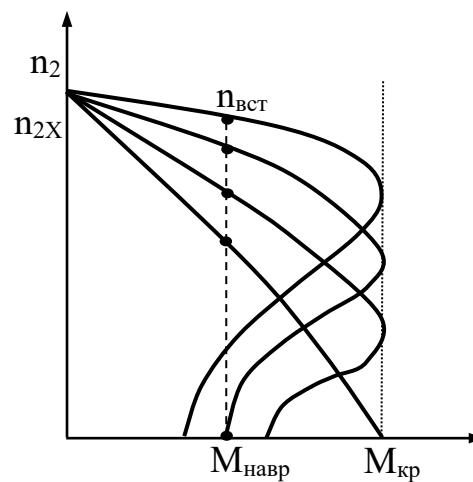


Рис. 73.

При роботі на кожній з цих характеристик встановлюється така частота обертання ротора  $n_{уст}$ , при якому момент двигуна стає рівним моменту навантаження  $M_{навант}$ . Чим більше опір  $R_d$ , тим нижче знаходиться механічна характеристика – тим менше швидкість, яка встановилася при цьому моменті навантаження.

Цей метод регулювання широко використовується, бо він дуже простий. Однак, він має недоліки:

- значні загублення енергії в додатковому опорі в колі ротора;
- не можна регулювати швидкість при малих моментах навантаження  $M_{навант}$ , так як при цьому усі характеристики (при різних  $R_d$ ) сходяться в одній



точці  $n_{2x}$ .

### 3. Пуск асинхронних двигунів.

Асинхронні двигуни малої та середньої потужності з короткозамкненим ротором розраховані на прямий пуск від мережі. Для асинхронних двигунів великої потужності з ціллю зниження пускових струмів пуск виконується при зниженій напрузі на обмотці статора.

Зниження цієї напруги може виконуватися чи введенням в коло статора додаткового опору (на період пуску, яке відключається після розгону асинхронного двигуна), чи перемиканням обмотки статора схеми трикутника на пускову схему зірки.

Для зниження пускових струмів асинхронного двигуна з фазним ротором на період пуску в коло ротора вводиться додатковий опір.