МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних занять

з навчальної дисципліни

«НАДІЙНІСТЬ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ»

(для магістрів денної та заочної форм навчання за спеціальністю 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, освітні програми «Електротехнічні системи електроспоживання» та «Електротехнічні системи електроспоживання (освітньо-наукова)»)

Харків
ХНУМГ ім. О. М. БЕКЕТОВА
2017

Методичні вказівки до практичних занять з навчальної дисципліни «Надійність електричних мереж» (для магістрів денної та заочної форм навчання за спеціальністю 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. : П. П. Рожков, С. Е. Рожкова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2017. – 38 с.

Укладачі канд. техн. наук **П. П Рожков**,
канд. техн. наук **С. Е. Рожкова**

Рецензент:

Д. М. Калюжний, кандидат технічних наук, доцент Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

Рекомендовано кафедрою електропостачання міст, протокол № 1 від 29.08.2014 р.

ВСТУП

Сучасна електроенергетика є складною багаторівневою системою, яка складається з різноманітних об'єктів, що мають різну фізичну природу, розподілені в просторі та змінюють режими функціонування в часі.

Головна мета електроенергетики – надійне постачання споживачам електричної енергії. Досягнення цієї мети пов'язане з багатьма технологічними операціями, і відмова в функціонуванні будь-якої ланки може призвести до недопостачання електричної енергії.

Тому, цілком природно розглядати електроенергетичний комплекс як складну систему, і застосовувати теорію надійності для обґрунтування організаційно-технічних заходів при проектуванні, будівництві та експлуатації об'єктів енергетики.

Оскільки відмова є випадкова подія, то головним інструментом при вивченні дисципліни «Надійність електричних мереж» є теорія ймовірності та математична статистика. Використання цього математичного апарату викликає в студентів деякі труднощі внаслідок того, що курс теорії ймовірності та математичної статистики викладався на початкових курсах навчання. Тому основні теоретичні положення треба відновити та подати їх під кутом зору надійності саме в енергетиці.

Відомо, що основні положення теорії надійності грунтуються на статистичній обробці результатів спостереження, іспитів та експериментів. Тому поряд з лекційним курсом проводяться практичні заняття, метою яких є набуття студентами досвіду статистичної обробки експериментальних даних та визначення основних показників надійності елементів систем електропостачання.

Основні теоретичні положення теорії надійності набувають практичного змісту при оцінці надійності структур та визначенні алгоритмів розрахунку показників надійності складних структур.

Досвід експлуатації електричних мереж свідчить про те, що організаційно-технічні заходи з підвищення надійності електричних мереж можуть мати значну вартість. Це в першу чергу торкається резервування. Тому виникає питання визначення співвідношення вартості можливих збитків і капіталовкладень необхідних для запобігання цих збитків.

Таким чином, тематика практичних робіт охоплює найбільш важливі питання курсу і дозволяє сформувати в студентів практичні знання та вміння щодо оцінки надійності електричних мереж.

Практичне заняття 1

Тема «Поняття ймовірності події. Основні теореми теорії ймовірності».

Теоретичні відомості

Під подією в теорії ймовірності розуміється всякий факт, який в результаті випробувань може відбутися або не відбутися.

Як одиницю виміру приймають ймовірність достовірної події й припишемо їй ймовірність, що дорівнює 1. Тоді ймовірності інших можливих, але недостовірних подій будуть характеризуватися ймовірностями, меншими за 1. Природно, що ймовірність неможливої події дорівнює 0.

Якщо є можливість зробити експерименти й порахувати, скільки випадкових результатів експерименту привели до появи події А, то можна оцінити ймовірність події А за формулою

$$P(A) = \frac{m}{n}, \qquad (1)$$

де P(A) – ймовірність події А;

n – загальне число можливих результатів експерименту,

m – число результатів експерименту, які привели до появи події.

З формули (1) видно, що

$$0 \le P(A) \le 1.$$

Основні теореми ймовірностей

1. Повна група подій. Кілька подій в даному випробуванні утворять повну групу подій, якщо в результаті випробування неодмінно повинна з'явитися хоча б одна з них.

2. Неспільні події. Кілька подій називаються неспільними в даному випробуванні, якщо ніякі дві з них не можуть з'явитися разом.

3. Рівноможливі події. Кілька подій в даному випробуванні називають рівноможливими, якщо є підстава вважати, що жодна з цих подій не є об'єктивно більше можлива, ніж інші.

4. Протилежними подіями називаються дві неспільних події, що утворять повну групу.

5. Подія А називається незалежною від події В, якщо ймовірність події А не залежить від того, відбулася подія В чи ні.

6. Подія А називається залежною від події В, якщо ймовірність події А міняється залежно від того, відбулася подія В чи ні.

7. Сумою двох подій А і В називається подія С, що має місце при виконанні події А або події В, або обох разом узятих.

8. Сумою декількох подій називається подія, що має місце при появі хоча б однієї з цих подій.

9. Добутком двох подій А і В називається подія С, що має місце при спільному виникненні події А і події В.

10. Добутком декількох подій називається подія, що складається в спільній появі всіх цих подій.

Теорема додавання ймовірностей

Ймовірність суми двох несумісних подій дорівнює сумі ймовірностей цих подій

$$P(A+B)=P(A)+P(B).$$

Методом повної індукції можна узагальнити теорему додавання на довільне число несумісних подій

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right)=\sum_{i=1}^{n} P\left(A_i\right).$$

Наслідок 1. Якщо події $A_{1,}, A_2, ..., A_n$ утворюють повну групу неспільних подій, то сума їхніх ймовірностей дорівнює одиниці

$$\sum_{i=1}^{n} P(A_i)=1.$$

Наслідок 2. Сума ймовірностей протилежних подій дорівнює одиниці

$$P\left(A\right)+P\left(\overline{A}\right)=1.$$

Теорема множення ймовірностей

Ймовірність події А, обчислена за умови, що мала місце інша подія В, називається умовною ймовірністю події А й позначається $P(A/B)$.

Ймовірність добутку двох подій дорівнює добутку ймовірності однієї з них на умовну ймовірність іншої, обчисленої за умову, що перша мала місце

$$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(A/B).$$

Наслідок 1. Якщо подія А не залежить від події В, то й подія В не залежить від події А.

Наслідок 2. Ймовірність добутку двох незалежних подій дорівнює добутку ймовірностей цих подій.

Допоміжні теореми

1. В випадку, коли події А и В спільні, ймовірність суми цих подій виражається за формулою

$$P(A + B)=P(A) + P(B) - P(AB),$$

а для трьох подій А, В і С – за формулою

$$P(A + B + C)=P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC).$$

2. В випадку, коли події А та В – спільні, ймовірність добутку цих подій виражається за формулою

$$P(AB) = P(A) + (B) - P(A + B),$$

а для трьох подій А, В, і С – за формулою

$$P(ABC) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A + B) - P(A + C) - P(B + C) + P(A + B + C).$$

Приклади розв’язання задач

Задача 1.

Визначити ймовірність виникнення максимального навантаження в системі при роботі електростанції, якщо, за графіком навантаження, максимальне навантаження було вранці в продовж 2 годин, а ввечері – 4 годин.

$$P(A) = K_{max} = \sum_{i=1}^{\ell} T_{max\,i} / 24,$$

де $\sum_{i=1}^{\ell} T_{max\,i}$ – число годин максимального навантаження за добу.

Якщо враховувати, що максимальне навантаження було досягнуте два рази на дві та чотири години відповідно, то

$$P(A)=(2+4)/24=0,25.$$

Задача 2.

Знайти ймовірність відмови парогенератора $P_{ПГ}$, якщо відомо, що ймовірність безвідмовної роботи становить $R_{ПГ} = 0,99$.

Приймаються позначення $P(A) = R_{ПГ}$ та $P(\overline{A}) = P_{ПГ}$.

Ймовірність відмови гідрогенератора визначається з вирау

$$P_{ПГ} = 1 - R_{ПГ} = 1 - 0,99 = 0,01.$$

В розрахунках надійності електростанцій, що складаються з декількох генераторів, іноді потрібно визначити ймовірність одночасного виходу з ладу (відмови) групи генераторів, тоді використовують формулу біноміального розподілу P_n^m

$$P_n^m = C_n^m \cdot R_{ПГ}^{n-m} \cdot P_{ПГ}^m,$$

де n – загальне число генераторів;

m– число генераторів, що відмовили.

Задача 3.

На електростанції працюють три турбогенератори, ймовірність безвідмовної роботи кожного з них $R_{ТГ} = 0,98$, ймовірність відмови $P_{ТГ} = 0,02$. Визначити ймовірність відмови одночасно двох турбогенераторів

$$P_3^2 = C_3^2 \cdot R_{ТГ}^1 P_{ТГ}^2 = \left(\frac{3!}{(3-2)!2!} \right) \cdot 0,98 \cdot 0,02^2 = 0,0012.$$

Задача 4.

Визначити ймовірність відмови блоку ТЕС, якщо відомо, що ймовірність відмови генератора $P_Г = 0,006$, трансформатора $P_Т = 0,00035$.

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A)\cdot P(B),$$

де $P(A)=P_Г$; $P(B)=P_T$.

$$P(A+B) = 0{,}006 + 0{,}00035 - 0{,}006\cdot 0{,}00035 = 0{,}63479\cdot 10^{-3}.$$

Задача 5.

Відомо, що схема РУ електростанції перебуває в нормальному режимі з ймовірністю $P^н = 0{,}9$. Визначити ймовірність ремонтного стану схеми $P^р$

$$P^н = P(A); \quad P^P = \left(\overline{A}\right); \qquad P^P = 1 - P^н = 1 - 0{,}9 = 0{,}1.$$

Задача 6.

Ймовірність відмови блоку на ТЕС становить $P_{бл} = 0{,}001$.

Визначити ймовірність відмови блоку в період максимального навантаження в системі. Ймовірність максимуму в системі протягом доби становить $P_{max} = K_{max} = 0{,}8$.

Введемо позначення: $P(A) = P_{бл}$; $P(B) = K_{max}$. Тоді

$$P(AB) = P_{бл}\cdot K_{max} = 0{,}001\ 0{,}8 = 0{,}0008.$$

Задача 7.

Для власних потреб електростанція живиться від двох трансформаторів. Ймовірність відмови кожного з них становить $P_T = 0{,}002$. Визначити ймовірність одночасної відмови обох трансформаторів.

Припустимо, що $P(A) = P_{T1}$ та $P(B)=P_{T2}$. Тоді

$$P(AB)= P_T\cdot P_{T2}= 0{,}002\cdot 0{,}002=0{,}000004.$$

Задача 8.

Секція 6 кВ власних потреб ТЕС нормально живиться від робочого трансформатора, ймовірність відмови якого становить $P_{HT} = 0{,}01$. В випадку його відмови включається резервний за допомогою дії АВР. Імовірності відмов: резервного трансформатора $P_{PT} = 0{,}005$; автоматичного включення резерву $P_{ABP} = 0{,}001$. Визначити ймовірність погашення секції 6 кВ власних потреб.

$$P(A) = P_{PT}\ ; \qquad P(B) = P_{ABP}\ ; \qquad P(C) = P_{HT};$$

$$P(A+B) = P_{PT} + P_{ABP} = 0{,}005+0{,}001=0{,}006;$$

$$P((A+B)C)=P(A+B)\cdot P_{HT} =0{,}006\cdot 0{,}01 = 0{,}00006.$$

Задачі для самостійного розв'язання

1. В електричному ланцюзі послідовно включені три пристрої. При виході з ладу одного з пристроїв втрачає працездатність весь ланцюг.

Ймовірність виходу з ладу першого пристрою 0,02, другого 0,009, третього 0,026. Знайти ймовірність того, що електричний ланцюг вийде з ладу.

2. Пожежна світлова сигналізація має три індикатори, які дублюють один одного. Ймовірність виходу з ладу кожного з індикаторів за час t дорівнює 0,02. З якою ймовірністю в момент часу t вийдуть з ладу всі три індикатори?

3. Технічна система містить три підсистеми: A, B і C. Ймовірність виходу з ладу за час роботи t для підсистеми A дорівнює $P(A) = 0{,}21$, для підсистеми B дорівнює $P(B) = 0{,}32$, а для підсистеми C дорівнює $P(C) = 0{,}39$.

Підрахувати ймовірність того, що до моменту часу t система збереже працездатність, якщо для того, щоб вона втратила працездатність, необхідно щоб вийшли з ладу всі три підсистеми.

4. Технічний пристрій складається з трьох агрегатів: двох агрегатів першого типу – A_1 та A_2 й одного агрегату другого типу – B. Агрегати A_1 та A_2 дублюють один одного: при відмові одного з них відбувається автоматичне перемикання на другий. Агрегат B не дубльований. Для того, щоб пристрій припинив роботу (відмовив), потрібно, щоб одночасно відмовили обидва агрегати A_1 й A_2 або ж агрегат B. Визначити ймовірність відмови пристрою (подія С), якщо відомо, що $P(A_1 + A_2 + B) = 1$ та $P(A_1 + B) = P(A_2 + B) = \frac{6}{7}$.

Практичне заняття 2

Тема «Формула повної ймовірності».

Теоретичні відомості

Нехай потрібно визначити ймовірність деякої події А, що може відбутися разом з однією з подій $H_1, H_2, ..., H_n$, що утворюють повну групу неспільних подій. Будемо ці події називати гіпотезами. Ймовірність події А обчислюють як суму добутків імовірності кожної гіпотези на ймовірність події за цією гіпотезою

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(H_i)\times P(A/H_i).$$

Приклад розв'язання задачі

Робота генератора контролюється двома регуляторами. Розглядається певний період часу t, в плині якого бажано забезпечити безвідмовну роботу генератора. При наявності обох регуляторів генератор відмовляє з імовірністю $q_{1,2}$, при роботі тільки першого з них – з імовірністю q_1, при роботі тільки другого – з імовірністю q_2, при відмові обох регуляторів – з імовірністю q_0. Перший з регуляторів має надійність p_1, другий – p_2 . Всі елементи виходять з ладу незалежно один від одного. Знайти повну надійність (ймовірність безвідмовної роботи) генератора.

Розв'язання. Розглянемо гіпотези:

$H_{1,2}$ – працюють обидва регулятори;

H_1 – працює тільки перший регулятор (другий вийшов з ладу);

H_2 – працює тільки другий регулятор (перший вийшов з ладу);

H_0 – обидва регулятори вийшли з ладу.

Подія:

A – безвідмовна робота генератора.

Імовірності гіпотез дорівнюють:

$P(H_{1,2})=p_1p_2$;

$P(H_1)=p_1(1-p_2)$;

$P(H_2)=p_2(1-p_1)$;

$P(H_0)=(1-p_1)(1-p_2)$.

Умовні ймовірності події A за цими гіпотезами дорівнюють:

$P\left(A/H_{1,2}\right)=1-q_{1,2}$;

$P\left(A/H_1\right)=1-q_1$;

$P\left(A/H_2\right)=1-q_2$;

$$P\left(A \middle/ H_0 \right) = 1 - q_0 .$$

За формулою повної ймовірності одержимо

$$P(A) = p_1 p_2 \left(1 - q_{1,2}\right) + p_1 \left(1 - p_2\right)\left(1 - q_1\right) + p_2 \left(1 - p_1\right)\left(1 - q_2\right) + \left(1 - p_1\right)\left(1 - p_2\right)\left(1 - q_0\right).$$

Задача для самостійного розв'язання

На промисловому підприємстві через аварію втратили роботоспроможність чотири дільниці. На трьох з них вийшли з ладу шість запобіжників, а два залишилися цілими. На четвертій дільниці вийшли з ладу вісім запобіжників, а один залишився цілим. Визначити ймовірність події B, що полягає в тому, що на довільно вибраній дільниці при перевірці та ремонті устаткування довільно обраний запобіжник буде цілим.

Практичне заняття 3

Тема «Теорема гіпотез (формула Бейеса)»

Теоретичні відомості

Наслідком теореми множення і формули повної ймовірності є так звана теорема гіпотез, або формула Бейеса.

Поставимо завдання. Є повна група неспільних гіпотез $H_1, H_2, ..., H_n$, імовірності цих гіпотез до випробувань відомі й рівні $P(H_1), P(H_2), ..., P(H_n)$. Проведене випробування, в результаті якого мала місце поява деякої події A.

Як треба змінити ймовірності гіпотез в зв'язку з появою цієї події? Це значить, що треба знайти умовну ймовірність $P(H_i / A)$ для кожної гіпотези

$$P(H_i / A) = \frac{P(H_i) \times P(A / H_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(H_j) \times P(A / H_j)} .$$

Приклад розв'язання задачі

На підстанції ведуть спостереження за режимом роботи трансформатора за допомогою двох приладів. Трансформатор може перебувати в двох різних режимах – в номінальному S_2 та в режимі перевантаження S_1, випадково переходячи з одного в іншій. Довгостроковою практикою встановлено, що приблизно 30 % часу перебуває в режимі S_1, а 70 % – в режимі S_2. Вимірювальний прилад 1 подає помилкову інформацію приблизно в 2 % всіх випадків, а вимірювальний прилад 2 – в 8 %. В якийсь момент часу показання приладу 1 відповідали режиму S_1, а приладу №2 – режиму S_2. Визначити, в якому з режимів перебуває трансформатор з більшою ймовірністю.

Рішення. Природно вірити показанням приладу, для якого більша ймовірність того, що вони відповідають істині. Застосовують формулу Бейеса. Для цього використовують гіпотези про стан об'єкта:

H_1 – об'єкт перебуває в стані S_1;

H_2 – об'єкт перебуває в стані S_2.

Спостережена подія A полягає в наступному: прилад 1 показав, що трансформатор перебуває в стані S_1, а прилад 2 – в стані S_2. Ймовірність гіпотез до експерименту $P(H_1) = 0,3$; $P(H_2) = 0,7$.

Знаходять умовні ймовірності спостереженої події A за цих гіпотезах. За гіпотези H_1, щоб відбулася подія A, потрібно, щоб перший прилад дав вірну інформацію, а другий – помилкову

$$P\left(A/H_1 \right) = (1 - 0,02)0,08 = 0,0784.$$

Аналогічно

$$P\left(A/H_2 \right) = (1 - 0,08)0,02 = 0,0184.$$

Застосовуючи формулу Бейеса, знайдемо ймовірність того, що істинний режим трансформатора – S_1

$$P\left(\frac{H}{A} \right) = \frac{0,3 \cdot 0,0784}{0,3 \cdot 0,0784 + 0,7 \cdot 0,0184} = 0,645.$$

Таким чином, з показань двох приладів більше правдоподібним є показання 1-го приладу.

Задача для самостійного розв'язання

На підприємстві виготовляють вироби на трьох поточних лініях. На першій лінії виробляють 20 % виробів від загального обсягу їх виробництва, на другій – 30 %, на третій – 50 %. Кожну лінію характеризує, відповідно, відсоток виробів, які відповідають нормам: 95, 98, та 97 %. Треба визначити ймовірність того, що будь-який вільно вибраний виріб виявиться бракованим, а також ймовірність того, що цей виріб був виготовлений на першій, другій чи третій лінії.

Практичне заняття 4

Тема «Випадкова величина та її характеристики»

Теоретичні відомості

Випадковою величиною називають величину, яка в результаті досвіду може прийняти те або інше значення, причому невідомо заздалегідь, яке саме. До випадкових величин можна віднести час відмови елементів систем електропостачання, кількість елементів, які вийшли з ладу за визначений час і інше.

Випадкові величини, що приймають тільки відділені одне від одного значення, які можна заздалегідь перелічити, називають дискретними випадковими величинами.

Якщо можливі значення випадкових величин не відділені одна від одної, вони безупинно заповнюють деякий проміжок, що іноді має різко виражені границі, а частіше – границі невизначені, розпливчасті, то такі випадкові величини називають безперервними.

Законом розподілу випадкової величини називають всяке співвідношення, що встановлює зв'язок між можливими значеннями випадкової величини й відповідними їм ймовірностями.

Найпростішою формою завдання закону розподілу є таблиця, в якій перераховані можливі значення випадкової величини x_i і відповідні їм імовірності p_i. Таку таблицю називають рядом розподілу.

Функцією $F(x)$ розподілу випадкової величини x називають величину, що дорівнює ймовірності того, що поточне значення x більше X.

$$F(x) = P(X < x).$$

Якщо $\alpha \le x < \beta$, то

$$P(\alpha \le X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Похідну від функції розподілу випадкової величини x називають щільністю розподілу випадкової величини x і позначають f(x).

Математичне очікування (середнє вибіркове) випадкової величини x визначають за формулою

$$M^*[x] = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i = m_x^*,$$

де n – кількість можливих значень випадкової величини.

Відповідно, дисперсію визначають за формулою

$$D^*[x] = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - m_x^*)^2.$$

Середнє квадратичне відхилення випадкової величини x можна обчислити за формулою

$$\sigma^*[x] = \sqrt{D^*}[x].$$

Задача для самостійного розв'язання

В процесі експлуатації 150 ізоляторів серії ІО 10 кВ відзначався час їхньої роботи до першої відмови в роках. Отримані значення випадкової величини наведені у таблиці 1.

Таблиця 1 – Час роботи ізоляторів ІО 10 кВ

Випадкова величина x														
4,91	5,05	5,47	4,95	4,85	4,90	4,96	5,20	4,99	4,94	4,81	5,18	5,10	4,88	5,00
5,10	5,15	4,87	4,99	4,80	5,03	4,91	5,07	4,89	5,01	5,03	4,91	5,10	5,05	4,96
4,97	5,05	5,03	5,01	5,14	4,87	4,93	5,02	4,99	4,97	4,91	5,00	4,98	4,79	4,96
4,98	5,00	4,94	4,94	4,89	4,91	5,05	5,03	4,84	5,00	4,94	4,90	5,05	4,92	4,84
5,03	5,16	5,07	5,17	4,98	4,99	4,80	5,05	4,94	5,15	5,00	5,10	5,07	5,08	4,74
4,96	4,86	5,00	4,98	4,84	5,16	4,82	5,02	5,06	4,96	5,18	4,70	4,96	5,03	4,89
5,02	5,04	5,04	4,88	5,05	5,05	4,97	4,98	5,05	5,19	5,09	4,80	5,10	5,00	5,27
4,97	4,88	5,29	4,99	4,92	5,06	5,00	5,02	4,86	4,91	5,04	4,83	5,03	5,00	4,93
5,00	5,14	5,01	5,21	5,00	5,01	4,92	5,09	5,00	4,98	4,88	4,80	5,18	4,96	4,89
4,86	4,91	4,98	5,11	4,99	5,16	4,86	5,02	5,02	5,02	4,92	4,78	5,07	4,74	4,89

Розрахувати статистичні характеристики отриманої сукупності випадкової величини $m_x^*, D^*[x], \sigma^*[x]$.

Практичне заняття 5

Тема «Побудова гістограми розподілу випадкової величини x».

Теоретичні відомості

Весь діапазон вимірюваних значень величини x розділюють на інтервали, кількість яких визначають за формулою

$$s = 1 + 3.3 \lg n .$$

Обчислимо величину границь інтервалів, якщо x_{max} та x_{min} відомі.

$$x_1 = x_{min} - \frac{1}{2} \cdot \frac{x_{max} - x_{min}}{s-1};$$

$$x_2 = x_{min} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x_{max} - x_{min}}{s-1};$$

$$x_3 = x_2 + \frac{x_{max} - x_{min}}{s-1};$$

$$x_i = x_{i-1} + \frac{x_{max} - x_{min}}{s-1};$$

$$x_{s+1} = x_s + \frac{x_{max} - x_{min}}{s-1}.$$

Підраховують кількість m_i^*, що дорівнює кількості значень величини x, які потрапили в i-й інтервал. Це число ділять на загальне число вимірів n і винаходять частоту, що відповідає даному інтервалу

$$p_i^* = \frac{m_i^*}{n}.$$

Сума частот усіх інтервалів повинна дорівнювати одиниці.

Будують статистичний ряд, в якому наведені інтервали в порядку їхнього розташування уздовж осі абсцис і відповідні частоти і оформляють його у вигляді таблиці 2.

Таблиця 2 – Статистичний ряд результатів випробувань

Границі інтервалів	x_1 x_2	x_2 x_3	x_3 x_4	…	x_{i-1} x_i	…	x_{s-1} x_s	x_s x_{s+1}
m_i^*	m_1^*	m_2^*	m_3^*	…	m_i^*	…	m_{s-1}^*	m_s^*
Частоти p_i^*	p_1^*	p_2^*	p_3^*	…	p_i^*	…	p_{s-1}^*	p_s^*

Статистичний ряд креслять графічно у вигляді гістограми (рис. 1, ступінчата лінія). Гістограму будують в такий спосіб. На осі абсцис відкладають інтервали і на кожному з інтервалів будують прямокутник, площа якого дорівнює частоті даного інтервалу. Для побудови гістограми потрібно частоту кожного інтервалу поділити на його довжину й отримане число взяти за висоту прямокутника. За способом побудови гістограми виходить, що повна площа її дорівнює 1.

Візуальна оцінка гістограми дозволяє висунути гіпотезу щодо закону розподілу сукупності випадкових чисел x.

Задача для самостійного розв’язання

Побудувати гістограму результатів випробувань (як на рис. 1) за експериментальними даними, наведеними в таблиці 1.

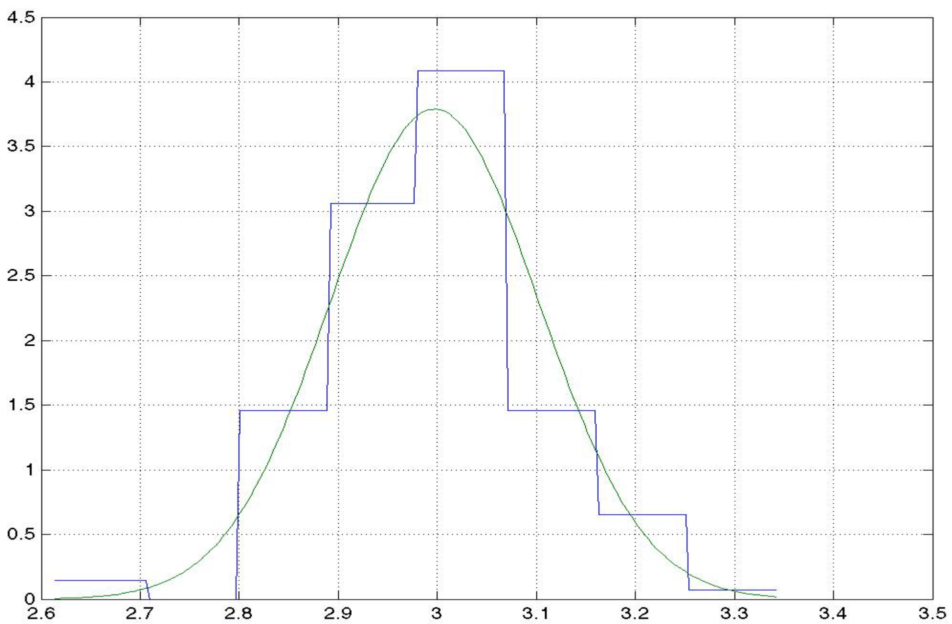


Рисунок 1 – Гістограма результатів випробувань

Практичне заняття 6

Тема «Аналіз законів розподілу випадкової величини х».

Теоретичні відомості

При аналізі надійності переважно застосовують закони розподілу, які визначають за допомогою невеликої кількості числових характеристик. Так, показовий (експоненціальний) закон розподілу визначають лише одним параметром – математичним очікуванням випадкової величини.

Експоненціальний розподіл визначають одним параметром – інтенсивністю відмов λ, а показники надійності дорівнюють:

– ймовірність безвідмовної роботи в інтервалі від 0 до t

$$R(t) = e^{-\lambda t};$$

– ймовірність відмови (рис. 2)

$$F(t) = 1 - R(t) = 1 - e^{-\lambda t};$$

– щільність ймовірності відмови (рис. 3)

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t};$$

– середній час безвідмовної роботи

$$T = \int_0^\infty R(t)dt = \int_0^\infty \exp(-\lambda t)dt = \frac{1}{\lambda}.$$

Нормальний закон розподілу характеризують два параметри (математичне очікування випадкової величини і дисперсія).

Нормальний закон розподілу визначають щільністю ймовірності

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-(x-m_x)^2}{2\sigma^2}}.$$

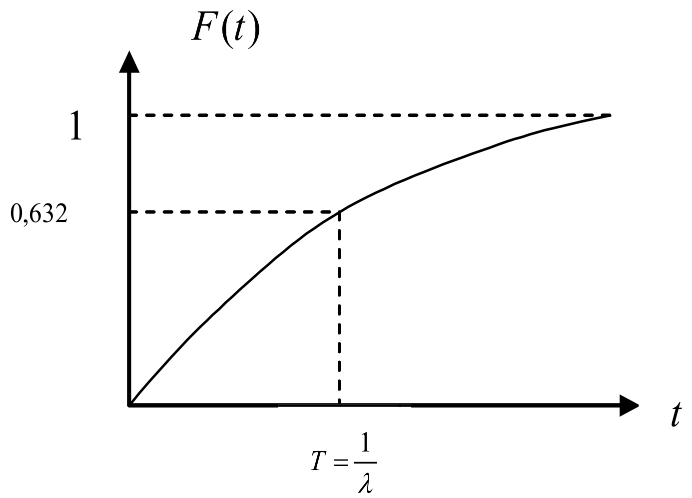


Рисунок 2 – Графік залежності ймовірності відмови від часу

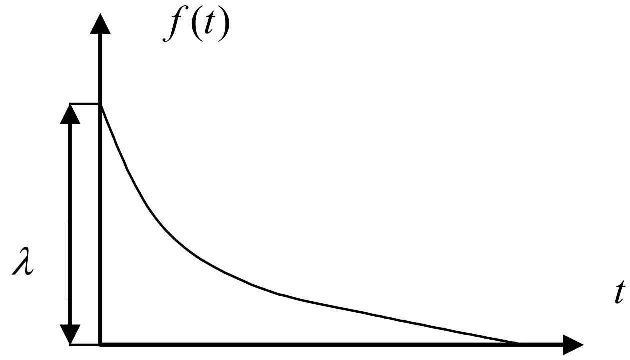


Рисунок 3 – Графік залежності щільності ймовірності відмови від часу

Графік щільності ймовірності наведений на рис. 1 безперервною лінією.

Параметрами нормального закону розподілу є математичне очікування (середнє вибіркове) m_x і середнє квадратичне відхилення σ_x.

Інші закони розподілу вимагають великої кількості числових характеристик.

Розглянемо рівномірний розподіл.

Щільність ймовірності відмови (рис. 4)

$$f(t) = \frac{1}{T},$$

де T– час функціонування елемента;

– ймовірність відмови на інтервалі $t = 0$, до t

$$F(t) = \int_0^t f(t)\,dt = \int_0^t \frac{1}{T}dt = \frac{t}{T}\Big|_0^t = \frac{t}{T};$$

– ймовірність безвідмовної роботи

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \frac{t}{T};$$

– середній час безвідмовної роботи

$$T_{ср} = \int_0^T \left(1 - \frac{t}{T}\right)dt = T - \frac{t^2}{2T}\Big|_0^T = T - \frac{T^2}{2T} = \frac{T}{2}.$$

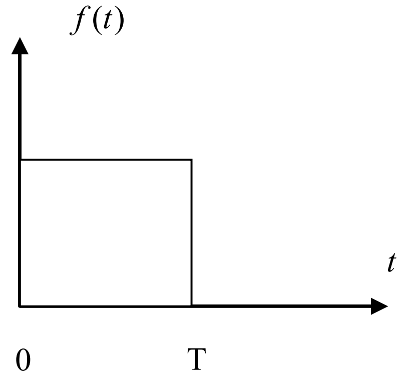


Рисунок 4 – Графік щільності ймовірності відмови

На рисунку 5 наведено графік ймовірності відмови.

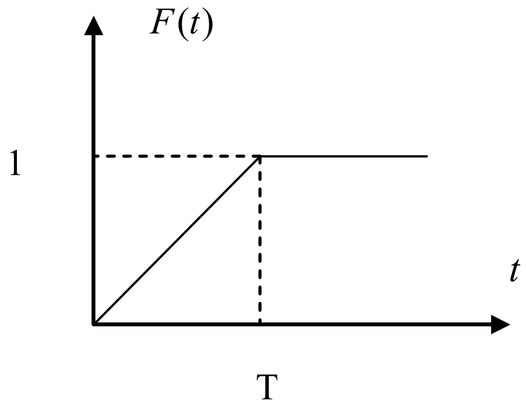


Рисунок 5 – Графік ймовірності відмови

Задача для самостійного розв'язання

За отриманими на попередніх заняттях параметрах випадкової величини х побудувати на гістограмі графіки щільності розподілу нормального та рівномірного законів розподілу. Після візуального аналізу зробити гіпотезу про закон розподілу випадкової величини х.

Практичне заняття 7

Тема «Перевірка гіпотези про закон розподілу випадкової величини».

Теоретичні відомості

Розглядаючи питання щодо узгодження теоретичного й статистичного розподілу, допускають, що даний статистичний розподіл вирівняний за допомогою деякої теоретичної кривої $f(x)$. Як би добре не була підібрана теоретична крива, між нею і статистичним розподілом неминучі деякі розбіжності. Природно, що виникає питання: чи пояснюються ці розбіжності тільки випадковими обставинами, пов'язаними з обмеженим числом спостережень, чи вони є істотними й пов'язані з тим, що підібрана крива погано вирівнює даний статистичний розподіл.

Для відповіді на таке питання служать критерії згоди. Ідея застосування критеріїв згоди полягає в наступному. На підставі даного статистичного матеріалу треба перевірити гіпотезу H, яка полягає в тому, що випадкова величина X підкоряється деякому певному закону розподілу. Цей закон може бути заданий в тій або іншій формі: наприклад, в вигляді функції розподілу $F(x)$, в вигляді щільності розподілу $f(x)$ або ж в вигляді сукупності ймовірностей p_i.

Розглядають один з найбільш часто застосовуваних критеріїв згоди – так званий критерій χ^2 Пірсона.

Знаючи теоретичний закон розподілу, можна знайти теоретичні ймовірності влучення випадкової величини в кожний з інтервалів $p_1, p_2, \ldots, p_i, \ldots, p_s$.

Перевіряючи погодженість теоретичного й статистичного розподілів, виходять з розбіжностей між теоретичними ймовірностями p_i і спостереженими частотами p_i^*.

Міру розбіжності звичайно позначають χ^2, вона дорівнює

$$\chi^2 = n\sum_{l=1}^{s}\frac{\left(p_i^* - p_i\right)^2}{p_i}.$$

Можна привести формулу до виду

$$U = \chi^2 = \sum_{i=1}^{s}\frac{\left(m_i^* - np_i\right)^2}{np_i}.$$

Розподіл χ^2 залежить від параметра r, називаного числом ступенів свободи розподілу. Число ступенів свободи r дорівнює числу інтервалів k мінус число незалежних умов (“зв'язків”), накладених на частоти p_i^*. Прикладами таких умов можуть бути:

– якщо вимагати тільки того, щоб сума частот дорівнювала одиниці (цю вимогу накладають у всіх випадках), то

$$\sum_{i=1}^{s} p_i^* = 1;$$

– якщо підбирати теоретичний розподіл з умовою, щоб збігалися теоретичне й середнє значення, то

$$\sum_{i=1}^{s} \tilde{x}_i p_i^* = m_x;$$

– якщо вимагати, крім того, збіг теоретичної й статистичної дисперсій, то

$$\sum_{i=1}^{s} (\tilde{x}_i - m_x^*)^2 p_i^* = D_x$$

тощо.

Для розподілу χ^2 складені спеціальні таблиці, користуючись якими можна для кожного значення χ^2 і числа ступенів свободи r знайти ймовірність p того, що величина, розподілена за законом χ^2, перевершить це значення. В таблиці входами є значення ймовірності p і число ступенів свободи r.

Розподіл χ^2 дає можливість оцінити ступінь погодженості теоретичного й статистичного розподілів. Якщо ймовірність p порівняно велика, то можна визнати розбіжності між теоретичним і статистичним розподілами несуттєвими і віднести їх на рахунок випадкових причин. Гіпотезу H про те, що величина X розподілена за законом $F(x)$, можна вважати правдоподібною або, принаймні, не суперечною експериментальним даним.

Задача для самостійного розв'язання

Перевірити за критерієм Пірсона гіпотезу щодо приналежності експериментальної сукупності випадкових чисел x до нормального закону розподілу.

Практичне заняття 8

Тема «Довірчий інтервал. Довірча ймовірність».

Теоретичні відомості

Іноді потрібно знати, до яких помилок може призвести заміна параметра $\overline{a}$ його точковою оцінкою $\tilde{a}$ і з яким ступенем упевненості можна чекати, що ці помилки не вийдуть за відомі межі.

Такі завдання особливо актуальні за малого числа спостережень, коли точкова оцінка $\tilde{a}$ значною мірою випадкова і наближена, а заміна $\overline{a}$ на $\tilde{a}$ може призвести до серйозних помилок.

Щоб сформувати уявлення про точність і надійність оцінки $\tilde{a}$, в математичній статистиці користуються так званими довірчими інтервалами й довірчими ймовірностями.

Нехай для параметра $\overline{a}$ отримана з досвіду незміщена оцінка $\tilde{a}$. Ми хочемо оцінити можливу помилку. Призначимо деяку досить більшу ймовірність β (наприклад, β=0,9 або 0,99), таку, що подію з імовірністю β можна вважати практично достовірною, Знайдемо таке значення ε, для якого

$$P\left(\left|\tilde{a}-\overline{a}\right|<\varepsilon\right)=\beta.$$

Тоді діапазон практично можливих значень помилки, що виникає при заміні $\overline{a}$ на $\tilde{a}$, буде $\pm\varepsilon$; більші за абсолютною величиною помилки будуть з'являтися тільки з малою ймовірністю $\alpha=1-\beta$.

Попереднє співвідношення переписують у вигляді

$$P\left(\tilde{a}-\varepsilon<\overline{a}<\tilde{a}+\varepsilon\right)=\beta.$$

Рівність означає, що з імовірністю β невідоме значення параметра $\overline{a}$ попадає в інтервал

$$I_\beta=\left(\tilde{a}-\varepsilon;\tilde{a}+\varepsilon\right).$$

Ймовірність β прийнято називати довірчою ймовірністю, а інтервал I_β – довірчим інтервалом.

Границі інтервалу I_β

$$a_1=\tilde{a}-\varepsilon; \quad a_2=\tilde{a}+\varepsilon$$

називають довірчими границями.

Розглядаючи завдання щодо довірчого інтервалу для математичного очікування, виходять з того, що величина $\tilde{m}$ розподілена за нормальним законом. Характеристики цього закону – математичне очікування й дисперсія дорівнюють відповідно m та $\dfrac{D}{n}$.

Припускають, що величина D є відомою, і знаходять таку величину ε_β, для якої

$$P\left(\left|\tilde{m}-m\right|<\varepsilon_\beta\right)=\beta.$$

Ймовірність в лівій частині виражають через нормальну функцію розподілу

$$P\left(\left|\tilde{m}-m\right|<\varepsilon_\beta\right)=2\Phi^*\left(\frac{\varepsilon_\beta}{\sigma_{\tilde{m}}}\right)-1,$$

де $\sigma_{\tilde{m}}=\sqrt{\dfrac{D}{n}}$ – середнє квадратичне відхилення оцінки $\tilde{m}$.

З попереднього рівняння отримують

$$2\Phi^*\left(\frac{\varepsilon_\beta}{\sigma_{\tilde{m}}}\right)-1=\beta.$$

Знаходять значення ε_β

$$\varepsilon_\beta = \sigma_{\tilde{m}} \arg \Phi^*\left(\frac{1+\beta}{2}\right),$$

де $\arg\Phi^*(x)$ – функція, зворотна до $\Phi^*(x)$, тобто таке значення аргументу, при якому нормальна функція розподілу дорівнює x.

Дисперсія D, через яку виражена величина $\sigma_{\tilde{m}}$, в точності не відома, в якості її орієнтовного значення можна скористатися оцінкою $\overline{D}$ і покласти приблизно

$$\sigma_{\tilde{m}} = \sqrt{\frac{\overline{D}}{n}}.$$

Таким чином, приблизно вирішена задача побудови довірчого інтервалу, який дорівнює

$$I_\beta = \left(\tilde{m} - \varepsilon_\beta; \tilde{m} + \varepsilon_\beta\right).$$

Щоб при обчисленні ε_β виключити зворотне інтерполювання в таблицях функції $\Phi^*(x)$, можна скласти спеціальну таблицю (табл. 3), де наводяться значення величини

$$t_\beta = \arg\Phi^*\left(\frac{1+\beta}{2}\right),$$

в залежності від β.

Таблиця 3 – Допоміжна таблиця

β	t_β	β	t_β	β	t_β	β	t_β
0,80	1,282	0,86	1,475	0,91	1,694	0,97	2,169
0,81	1,310	0,87	1,513	0,92	1,750	0,98	2,325
0,82	1,340	0,88	1,554	0,93	1,810	0,99	2,576
0,83	1,371	0,89	1,597	0,94	1,880	0,9973	3,000
0,84	1,404	0,90	1,643	0,95	1,960	0,999	3,290
0,85	1,439			0,96	2,053		

Величина t_β визначає для нормального закону число середніх квадратичних відхилень, які потрібно відкласти від центра розсіювання праворуч та ліворуч для того, щоб ймовірність влучання на отриману ділянку дорівнювала β.

Приклад розв'язання задачі

Виконані 20 дослідів над величиною x, результати наведені в таблиці 4.

Потрібно знайти оцінку $\tilde{m}$ для математичного очікування m величини x і побудувати довірчий інтервал, відповідний довірчої ймовірності $\beta = 0,8$.

Таблиця 4 – Значення випадкової величини x

i	x_i	**i**	x_i	**i**	x_i	**i**	x_i
1	10,5	6	10,6	11	10,6	16	10,9
2	10,8	7	10,9	12	11,3	17	10,8
3	11,2	8	11,0	13	10,5	18	10,7
4	10,9	9	10,3	14	10,7	19	10,9
5	10,4	10	10,8	15	10,8	20	11,0

Маємо:

$$\tilde{m} = \frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20} x_i = 10,78.$$

За формулою для визначення дисперсії розраховують незміщену оцінку

$$\tilde{D}[x] = \frac{1}{20-1}\cdot\sum_{i=1}^{20}(x_i - m_x)^2 = 0,064;$$

$$\sigma_{\tilde{m}} = \sqrt{\frac{\tilde{D}}{n}} = 0,0564.$$

За таблицею знаходять $t_\beta = 1,282; \quad \varepsilon_\beta = t_\beta \sigma_{\tilde{m}} = 0,072$.

Довірчі границі:

$$m_1 = \tilde{m} - 0,072 = 10,71;$$

$$m_2 = \tilde{m} + 0,072 = 10,85.$$

Довірчій інтервал:

$$I_\beta = (10,71;10,85).$$

Задача для самостійного розв'язання

Розрахувати довірчий інтервал для випадкової величини, наведеної в таблиці 1.

Практичне заняття 9

Тема «Визначення обсягу спостережень».

Теоретичні відомості

Однією з важливих задач є визначення мінімального обсягу статистичної інформації, за яким з необхідною вірогідністю можна одержати показники надійності елементів СЕП. Методи визначення мінімального числа об'єктів спостережень можуть бути параметричними (при відомому виді закону розподілу досліджуваної випадкової величини) і непараметричними (вид закону розподілу невідомий).

Якщо відомий закон розподілу шуканої величини, варто задатися відносною (або абсолютною) похибкою з довірчою ймовірністю β. Крім того, необхідно мати оцінку випадкової величини $x_{досл}$, отриману на підставі дослідів або по вибірках з множини значень випадкової величини. Для двопараметричних законів розподілу необхідно також вибіркове середнє квадратичне відхилення $\sigma_{досл}$.

Так, при експонентному законі, коли функція щільності ймовірності задана у вигляді

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \text{ при } t \geq 0.$$

Число N об'єктів спостереження залежить від відносної похибки δ визначення середнього значення $t_{ср}$ досліджуваної випадкової величини t з довірчою ймовірністю β.

Відносну помилку визначають як

$$\delta = \left(t^{в} - t_{ср}\right) / t_{ср},$$

де $t^{в}$ – верхня однобічна довірча границя.

Рекомендують використати довірчі ймовірності β, що дорівнюють 0,80; 0,90; 0,95; 0,99.

Число N об'єктів спостережень визначають з формули

$$\delta + 1 = 2N / \chi^2 \left(1 - \beta; 2N\right),$$

де $\chi^2 \left(1 - \beta; 2N\right)$ – квантиль розподілу χ^2 при числі ступенів волі 2N.

При невідомому виді закону розподілу випадкової величини мінімальне число N для перевірки необхідної ймовірності P(t) безвідмовної роботи протягом деякого часу t з довірчою ймовірністю β задають за умови відсутності відмов за час t

$$N = \ln\left(1 - \beta\right) / \ln P\left(t\right).$$

Якщо при випробуваннях N об'єктів за час t не буде відзначено жодної відмови, результати спостережень вважають задовільними. Якщо ж відбудеться хоча б одна відмова, то необхідне значення ймовірності не підтверджується.

Задачі для самостійного розв'язання

1. Визначити обсяг випробувань дизель-генераторів аварійної електростанції для АЕС. Задана ймовірність безвідмовної роботи $P(t_p) = 0{,}92$ протягом розрахункового часу ліквідації аварії t_p=240 год. Довірчу ймовірність того, що $P(t_p) \geq 0{,}9$, приймають β=0,9.

2. Скільки разів потрібно провести випробування вимикача, щоб бути впевненим, що з гарантією 95% при експлуатації він буде відмовляти не більш як в 5% усіх випадків?

Практичне заняття 10

Тема «Надійність структур. Послідовне з'єднання елементів».

Теоретичні відомості

Послідовним з'єднанням називається така структура, відмова якої наступає при виході з ладу хоча б одного елемента, тобто послідовна структура працездатна, якщо всі її елементи працездатні.

Частота відмов структури

$$\omega_c = \sum_{i=1}^{n} \omega_i \; .$$

Середній час безвідмовної роботи

$$T_c = \frac{1}{\omega_c} \; .$$

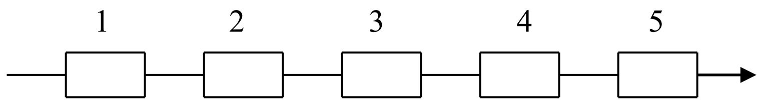
Середній час відновлення

$$\tau_c = \frac{1}{\omega_c^{-1}} \sum_{i=1}^{n} \omega_i \tau_i$$

є математичним очікуванням часу відновлення, зваженим за частотою відмов n послідовно з'єднаних елементів.

Приклад розв’язання задач.

Визначити показники надійності системи, що складається з послідовно з'єднаних елементів.



$\omega_1 = 0,5$ 1/рік;	$\tau = 16,0$ год;
$\omega_2 = 0,32$ 1/рік;	$\tau = 8,0$ год;
$\omega_3 = 0,3$ 1/рік;	$\tau = 6,0$ год;
$\omega_4 = 0,64$ 1/рік;	$\tau = 12,0$ год;
$\omega_5 = 0,001$ 1/рік;	$\tau = 15,0$ год.

Розв’язання:

Частота відмов

$$\omega_c = \sum_{1}^{5} \omega_i = 0,5 + 0,32 + 0,3 + 0,64 + 0,001 = 1,761 \text{ 1/рік}.$$

Середній час відновлення, (годин)

$$\tau_c = \frac{1}{\omega_c}\sum_{i=1}^{5}\omega_i\tau_i = \frac{1}{1,761}\left(0,5\cdot 16 + 0,32\cdot 8 + 0,3\cdot 6 + 0,64\cdot 12.5 + 0,001\cdot 15\right) = 11,57\,.$$

Середній час безвідмовної роботи

$$T_c = \frac{1}{\omega_c} = \frac{1}{1,761} = 0,568\,\text{років},$$

або

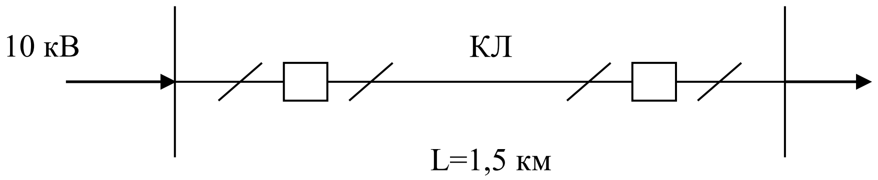
$$T_c = 0,568\cdot 8760 = 4974\,\text{год}.$$

Ймовірність відмови системи за t = 1 рік

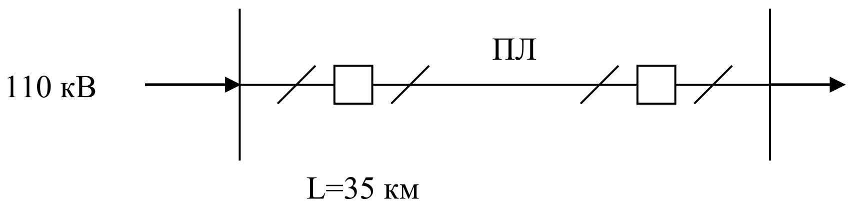
$$F_c(1) = 1 - e^{-\omega\tau} = 1 - e^{-1,761\cdot 1} = 1 - 0,172 = 0,83\,.$$

Задачі для самостійного розв'язання

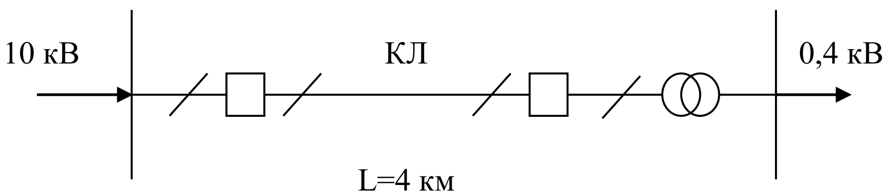
1. Визначити показники надійності системи з урахуванням надійності роз'єднувачів.



2. Визначити показники надійності системи без урахування надійності роз'єднувачів.



3. Визначити показники надійності системи з урахуванням надійності роз'єднувачів.



Практичне заняття 11

Тема «Надійність структур. Паралельне з'єднання елементів».

Теоретичні відомості

Паралельним з'єднанням називають структуру, відмова якої наступає при відмові всіх елементів, що входять в структуру.

Паралельну структуру називають ще надлишковою або резервованою, оскільки вона містить елементів більше, ніж це необхідно для її нормального функціонування. При відмові одного або декількох елементів функцію структури виконують елементи, що залишилися в роботі.

В загальному випадку для структури, що складається з паралельно з'єднаних елементів можна отримати наступні співвідношення.

Частота відмов

$$\omega_c = \prod_{j=1}^{n} \omega_j \tau_j \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{\tau_j} \ 1/\text{год},$$

або

$$\omega_c = 8760^{1-m} \prod_{j=1}^{m} \omega_j \tau_j \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{\tau_j} \ 1/\text{рік};$$

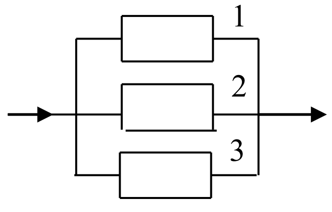
середній час відновлення

$$\tau_c = \frac{1}{\sum_{j=1}^{m} \frac{1}{\tau_j}}.$$

Для системи з рівнонадійними елементами $\omega_c = m\omega^m \tau^{m-1}$; $\tau_c = m^{-1}\tau$.

Приклад розв'язання задач розрахунку показників надійності паралельної структури

Визначити показники надійності системи, що складається з трьох паралельно з'єднаних елементів.



$\omega_1 = 1,2$ 1/рік; $\tau_1 = 16$ год;

$\omega_2 = 2,7$ 1/рік; $\tau_2 = 6$ год;

$\omega_3 = 5,2$ 1/рік; $\tau_3 = 24$ год.

Розв'язання.

Частота відмов

$$\omega_c = 8760^{1-3}\omega_1\tau_1\omega_2\tau_2\omega_3\tau_3\left(\frac{1}{\tau_1}+\frac{1}{\tau_2}+\frac{1}{\tau_3}\right) = 1,37\cdot 10^{-4}\ \text{1/рік}.$$

Середній час відновлення

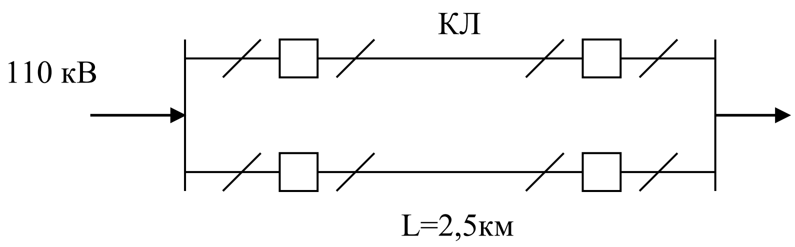
$$\tau_c = \frac{1}{\dfrac{1}{\tau_1}+\dfrac{1}{\tau_2}+\dfrac{1}{\tau_3}} = 3,69\ \text{год}.$$

Ймовірність відмови за рік

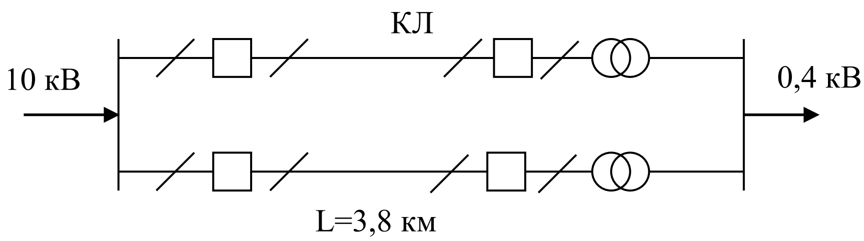
$$F_c = 1 - e^{-0,000137\cdot 1} = 0,000137\,.$$

Задачі для самостійного розв'язання

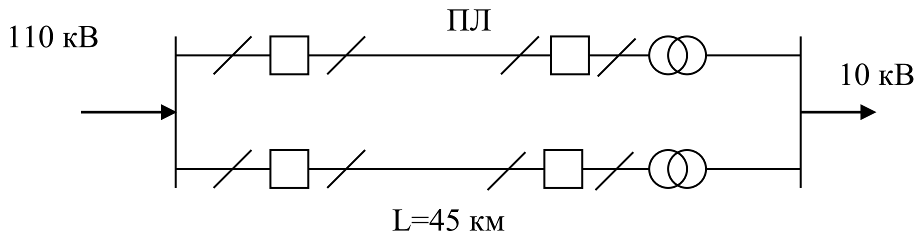
1. Визначити показники надійності системи без урахуванням надійності шин.



2. Визначити показники надійності системи без урахування надійності шин та збірки.



3. Визначити показники надійності системи без урахуванням надійності шин.

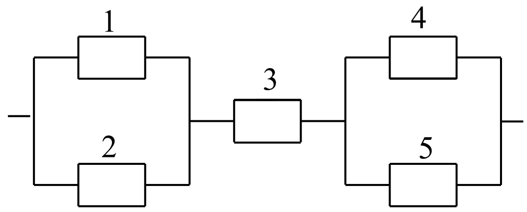


Практичне заняття 12

Тема «Надійність структур. Змішане з'єднання елементів».

Приклад розв'язання задачі

Визначити показники надійності системи.



$\lambda_1 = 0{,}1$ 1/рік; $t_{в_1} = 16$ год;

$\lambda_2 = 0{,}5$ 1/рік; $t_{в_2} = 8$ год;

$\lambda_3 = 0{,}6$ 1/рік; $t_{в_3} = 10$ год;

$\lambda_4 = 0{,}2$ 1/рік; $t_{в_4} = 4$ год;

$\lambda_5 = 0{,}2$ 1/рік; $t_{в_5} = 4$ год.

Розв'язання.

Розрахунок показників надійності виконують поетапними еквівалентними перетвореннями послідовно і паралельно з'єднаних елементів. Еквівалентний елемент 6, що представляє паралельне з'єднання елементів 1 і 2.

Інтенсивність відмов

$$\lambda_6 = 8760^{-1} \cdot \lambda_1 \cdot t_{в_1} \cdot \lambda_2 \cdot t_{в_2} \left(\frac{1}{t_{в_1}} + \frac{1}{t_{в_2}} \right) = 8760^{-1} \cdot 0{,}05 \cdot 24 = 0{,}1368 \cdot 10^{-3} \text{ 1/рік.}$$

Середній час відновлення

$$t_{в_6} = \frac{1}{\dfrac{1}{t_{в_1}} + \dfrac{1}{t_{в_2}}} = \frac{t_{в_1} \cdot t_{в_2}}{t_{в_1} + t_{в_2}} = \frac{16 \cdot 8}{16 + 8} = 5,333 \text{ год.}$$

Еквівалентний елемент 7, що являє паралельно з'єднані елементи 4 і 5. Інтенсивність відмов

$$\lambda_7 = 8760^{-1} \cdot \lambda_4 \cdot t_{в_4} \cdot \lambda_5 \cdot t_{в_5} \left(\frac{1}{t_{в_1}} + \frac{1}{t_{в_2}} \right) = 8760^{-1} \cdot 0,2 \cdot 4 \cdot 0,2 \cdot 4 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) =$$

$$= 8760^{-1} \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 8 = 0,03648 \cdot 10^{-3} \text{ 1/рік.}$$

Середній час відновлення

$$t_{в_7} = \frac{1}{\dfrac{1}{t_{в_4}} + \dfrac{1}{t_{в_5}}} = \frac{1}{\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{4}} = 2 \text{ год.}$$

Показники надійності системи для послідовно з'єднаних елементів 6, 3 і 7

$$\lambda_c = \lambda_6 + \lambda_3 + \lambda_7 = 0,1386 \cdot 10^{-3} + 0,6 + 0,03648 \cdot 10^{-3} = 0,6 \text{ 1/рік},$$

$$t_{вс} = \frac{1}{\lambda_c} \cdot \left(\lambda_6 \cdot t_{в6} \cdot \lambda_3 \cdot t_{в3} \cdot \lambda_7 \cdot t_{в7} \right) =$$

$$= \frac{1}{0,60017328} \cdot (0,1368 \cdot 10^{-3} \cdot 5,333 + 0,6 \cdot 10 + 0,03648 \cdot 10^{-3} \cdot 2) = 9,998 \text{ год.}$$

Середній час безвідмовної роботи системи

$$T_c = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0,60017328} = 1,667 \text{ рік.}$$

Ймовірність відмови системи за один рік

$$F_c(1) = 1 - e^{-\lambda_c \cdot 1} = 1 - e^{-0,6} = 0,45.$$

Коефіцієнт готовності

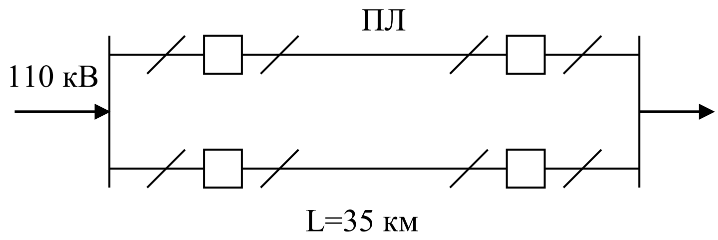
$$K_{\Gamma} = \frac{T_c}{T_c + t_{вс}} \approx 1.$$

Коефіцієнт змушеного простою

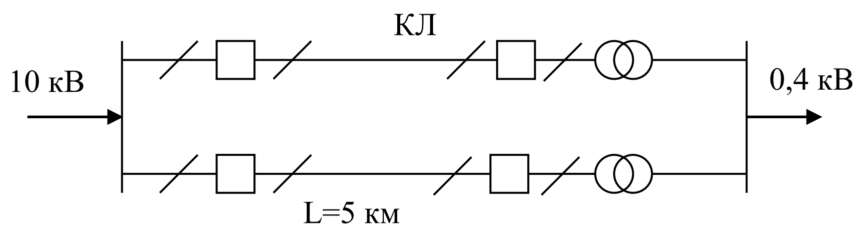
$$K_{пр} = 1 - K_{\Gamma} \approx 0.$$

Задачі для самостійного розв'язання

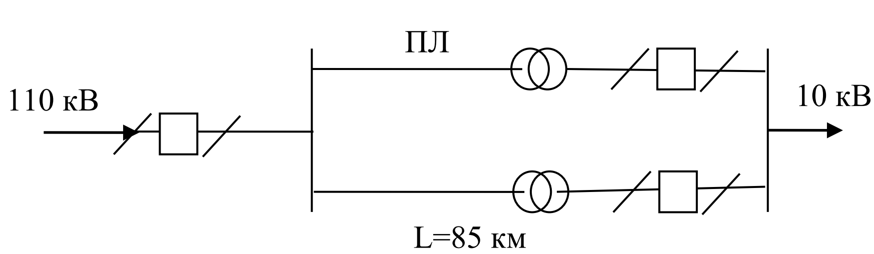
1. Визначити показники надійності системи з урахуванням надійності роз'єднувачів.



2. Визначити показники надійності системи з урахуванням надійності роз'єднувачів.



3. Визначити показники надійності системи з урахуванням надійності роз'єднувачів.



Практичне заняття 13

Тема «Надійність складних структур. Місткова схема».

Теоретичні відомості

Реальні технічні системи не завжди являють собою сукупність послідовно і паралельно з'єднаних елементів. Існують і більш складні структури, наприклад, так звана місткова схема. В цій структурі елементи з'єднані таким чином, що її подальше спрощення неможливе. Серед безлічі перетинів складних структур є такі, які утворені мінімальним набором елементів – це мінімальні перетини.

В теорії надійності виконані дослідження, які доводять, що надійність послідовно з'єднаних мінімальних перетинів структури визначає нижню границю її надійності. Причому, чим надійніше елементи, що входять в систему, тим точніше надійність сукупності мінімальних перетинів S відбиває надійність всієї структури. Вважаємо з достатнім ступенем точності, що для високонадійних структур при дотриманні співвідношення

$$\sum_{i \in S} \tau_i << T_{min}$$

надійність послідовно з'єднаних мінімальних перетинів є надійністю всієї структури.

Задача для самостійного розв'язання

Визначити надійність схеми, зображеної на рисунку 6.

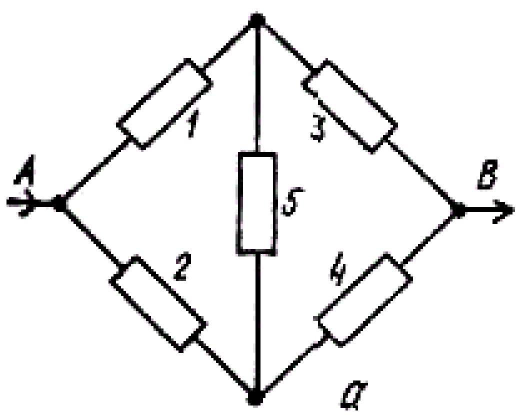


Рисунок 6 – Структурна схема електричної мережі типу «місток»

Елементи схеми мають такі показники надійності:

$\omega_1 = 0,20$ рік$^{-1}$; $\tau_1 = 4$ год;

$\omega_2 = 2,00$ рік$^{-1}$; $\tau_2 = 12,5$ год;

$\omega_3 = 3,50$ рік$^{-1}$; $\tau_3 = 20$ год;

$\omega_4 = 0,50$ рік$^{-1}$; $\tau_4 = 10$ год;

$\omega_5 = 5,50$ рік$^{-1}$; $\tau_5 = 15$ год.

Практичні заняття 14–18

Тема «Надійність складних структур. Алгоритм пошуку мінімальних перетинів».

Теоретичні відомості

Якщо число елементів і їхніх зв'язків буде досить великим, то вибір мінімальних перетинів – трудомісткий процес – число можливих сполучень елементів зростає за ступеневою залежністю.

Слід зупинитися на одному з методів спрямованого вибору мінімальних перетинів, що використовує елементи теорії графів. Структуру подають у вигляді замкнутого графа, що має один вхід А та один вихід Е (рис. 7, а). Замкнутим називається граф, що не містить елементи, по яких не проходить жоден шлях, що зв'язує вхід графа з виходом. Ребрами такого графа служать елементи, надійність яких відома.

Нехай є граф, що містить m ребер і M вершин. Розірвемо ребра графа так, щоб частина вершин (N) була приєднана тільки до входу графа, а інші (M–N) вершин – до виходу графа (рис. 7, б). Цим самим порушений зв'язок між входом і виходом графа і утворені дві структури, називані деревами: N-дерево (тобто дерево, що містить N вершин) і (M –N) - дерево.

При цьому «обірвані» ребра утворять мінімальні перетини. На рисунку 7, б мінімальний перетин утворять елементи 3, 5, 6.

Таким чином, задачу пошуку мінімальних перетинів зводять до задачі побудови можливих дерев графа. Для цього до однієї з вершин графа (входу або виходу) послідовно приєднують одну за другою вершини, безпосередньо пов'язані з попереднім деревом.

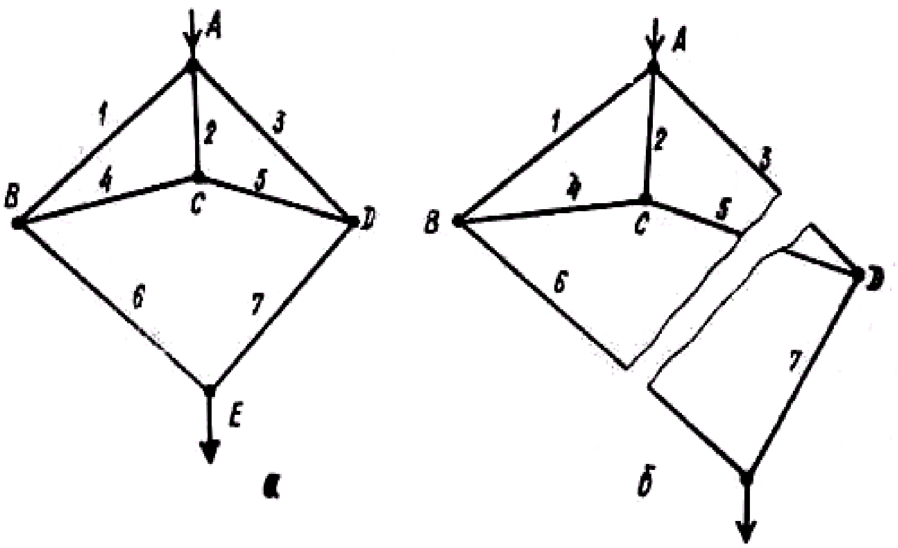


Рисунок 7 – Замкнутий граф

Алгоритм визначення мінімальних перетинів наступний.

1. Складають матрицю безпосередніх зв'язків вершин – ребер графа.

2. Складають масив N-дерев графа послідовним приєднанням до N_i-дерева вершин, безпосередньо пов'язаних з однієї з вершин, що вже належать N_{i-1} дереву.

3. Для кожного N_i-дерева вибирають перетини.

4. Складають масив перетинів, з якого вибирають мінімальні.

Приклад пошуку мінімальних перетинів у структурі, що представлена на рис. 7, а.

Складають матрицю безпосередніх зв'язків вершин і ребер графа. Наприклад, вершина А безпосередньо пов'язана з ребрами 1, 2, 3; вершина В – з ребрами 3, 4, 6 і т.д. Матриця зв'язків для розглянутого графа буде мати вигляд, наведений в таблиці 5.

Таблиця 5 – Матриця зв’язків

Вершини	**Ребра, що пов'язані з вершиною**
A	1, 2, 3
B	1, 4, 6
C	2, 4, 5
D	3, 5, 7
E	6, 4, 7

2. Складають масив N-дерев. Перше N_1-дерево – вершина A. Потім до неї безпосередньо приєднують три вершини B, C, D, що є наступними N-деревами AB, AC, AD. Далі, до дерева AB приєднують вершину D, оскільки вона пов'язана з однією з вершин N_2 дерева, а саме – A. Тоді одержують N_3-дерево ABD. Крім того, до N_2-дерева приєднують вершину C і так далі, доки не будуть розглянуті всі вершини, за винятком E – вихід графа (якщо вершину E приєднати до N-дерева, то утворить зв'язану структуру).

Таким чином, визначають масив N-дерев графа

$$\mathrm{A, AB, AC, AD, ABC, ABD, ACD, ABCD}.$$

3. Для кожного N_i- дерева визначають перетини. За матрицею ребра-вершини в стовпчик виписують всі ребра, безпосередньо пов'язані з вершинами N-дерев (табл. 6).

Ребра, що входять до сукупності ребер N_i-дерева, парне число раз виключають (в таблиці вони перекреслені), а ребра, що залишилися, виписують в нижній рядок таблиці 6.

4. Вибирають мінімальні перетини з безлічі отриманих перетинів. Для цього всі перетини представляють в порядку зростання числа елементів і уточнюють, чи не міститься в перетинах з більшим числом елементів перетин з меншим числом елементів.

Так, перетин, що утворений деревом ABD = 24567, містить перетин, що утворений деревом ABCD – 67. Тому перетин 24567 виключають. Перетини, що залишилися, є мінімальними. Для наведеного прикладу мінімальні перетини: 67, 123, 146, 356, 1257, 1345, 2346. Інших мінімальних перетинів в графі не міститься.

Таблиця 6 – Перетини графа

N-дерево	A	AB	AC	AD	ABC	ABD	ACD	ABCD
Ребра	123	~~1~~23 ~~1~~46	1~~2~~3 ~~2~~45	12~~3~~ ~~3~~57	~~12~~3 ~~1~~46 ~~2~~45	~~123~~ ~~1~~46 ~~3~~57	1~~23~~ ~~2~~4~~5~~ ~~35~~7	~~123~~ ~~14~~6 ~~245~~ ~~35~~7
Перетину	123	2346	2345	1257	356	24567	147	67

Визначити показники надійності структури, що представлена на рисунку 8, показники елементів надані в таблиці 7.

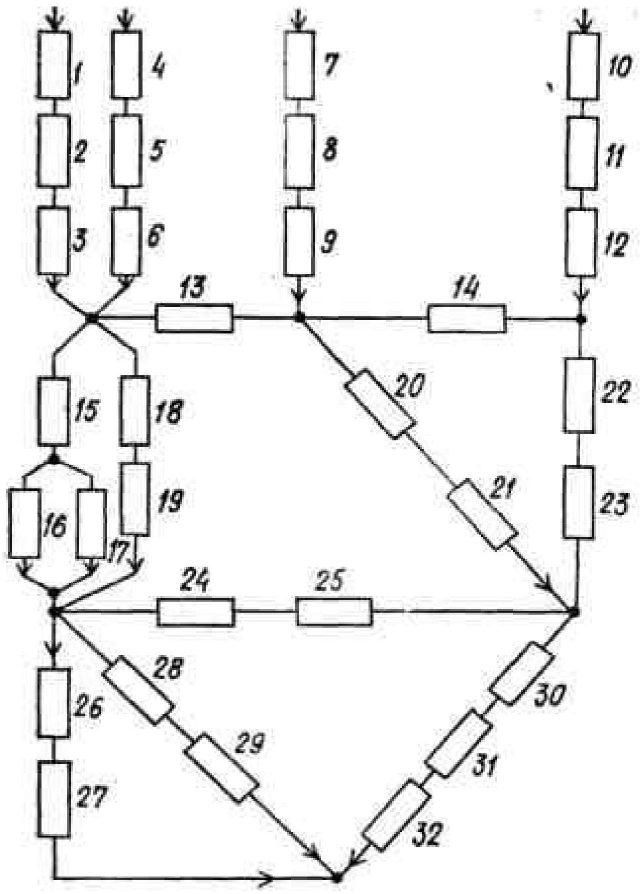


Рисунок 8 – Вихідна структура електричної мережі

Таблиця 7 – Вихідні дані

Номер елемента	1	2	3	4	5	6	7	8
ω, рік$^{-1}$	0,05	4,2	0,05	0,05	3,8	0,05	0,05	0,95
τ, год.	6	12	6	6	15	6	6	7,5
Номер елемента	9	10	11	12	13	14	15	16
ω, рік$^{-1}$	0,05	0,05	2,4	0,05	1,75	2,05	0,8	0,5
τ, год.	6	6	10	6	15	15	20	10
Номер елемента	17	18	19	20	21	22	23	24
ω, рік$^{-1}$	0,5	0,3	1,2	0,65	2,25	1,55	0,8	3,5
τ, год.	10	8	10	6	12	6	20	8
Номер елемента	25	26	27	28	29	30	31	32
ω, рік$^{-1}$	0,4	2,2	0,6	3,2	0,5	0,15	0,1	0,05
τ, год.	20	25	20	25	20	10	5	6

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Журахівський А. В. Надійність електричних систем і мереж: [навчальний посібник для студ. вищих навч. закл. електротехн. спец.] / А. В. Журахівський, Б. М. Кінаш, О. Р. Пастух ; Національний університет «Львівська політехніка». – Львів : Вид. Львівської політехніки, 2012. – 280 с.

2. Гук Ю. Б. Теория надежности в электроэнергетике : учеб. пособие/ Ю. Б. Гук. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 234 с.

3. Надежность систем электроснабжения : учеб. пособие / [В. В. Зорин и др.]. – Киев: Вища школа, 1984. – 192 с.

Навчальне видання

Методичні вказівки
до практичних занять
з навчальної дисципліни

«НАДІЙНІСТЬ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ»

(для магістрів заочної форми навчання за спеціальністю 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка)

Укладачі: **РОЖКОВ** Петро Павлович,
РОЖКОВА Світлана Едуардівна

Відповідальний за випуск *П. П. Рожков*

За авторською редакцією

Комп’ютерне верстання

План 2014, поз. 194 М

Підп. до друку 20.11.2014 р. Формат 60×84/16
Друк на ризографі Ум. друк. арк. 4,0
Зам. № Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач :
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова
вул. Революції, 12, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи :
ДК 4705 від 28.03.2014 р.