1.2. Теоретичні основи розрахунку електричних пристроїв та систем

1.2.1. Методи розрахунку електричних кіл

На борту автомобіля, як резидентна, використовується напруга постійного струму для живлення споживачів і тому розрахунок систем та елементів електрообладнання в стаціонарних режимах виконується на підставі законів *кіл постійного струму* [16].

Електричний опір однорідного провідника постійного перетину *S* та довжиною *l* визначається з формули

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad . \tag{1.1}$$

де *ρ* – питомий опір матеріалу провідника (Ом/м).

Збільшення опору провідника при його нагріванні від температури t_0 до t_1 враховується через температурний коефіцієнт опору матеріалу α_t

$$R_{t} = R_{0} \begin{bmatrix} 1 + \alpha \ t_{1} - t_{0} \end{bmatrix} .$$
 (1.2)

Закон Ома для повного електричного кола та його окремих ділянок

$$I = \frac{E}{R + r_0}$$
, $I = \frac{U}{R}$, $I = \frac{E - U}{r_0}$, (1.3)

де *I* – струм нерозгалуженого кола;

Е – електрорушійна сила (ЕРС) джерела енергії;

*r*₀ – внутрішній опір джерела енергії;

R – зовнішній еквівалентний опір навантаження або окремих ділянок;

U – напруга на еквівалентному навантаженні або окремих ділянках.

Потужність, яка розсіюється на ділянках кола

$$P_R = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$
, $P_0 = E - U I = I^2 r_0 = \frac{E - U^2}{r_0}$. (1.4)

Потужність, яка утворюється джерелом енергії під навантаженням

$$P = EI = R + r_0 \quad I^2 = \frac{E^2}{R + r_0} \quad . \tag{1.5}$$

Коефіцієнт корисної дії (ККД) системи джерело-споживач

$$\eta = \frac{P_R}{P} = \frac{R}{R + r_0} = \frac{1}{1 + r_0/R} .$$
 (1.6)

Для лінійних навантажень в замкненому контурі розглядають три характерні режими (точки зовнішньої характеристики джерела енергії) холостого ходу, короткого замикання та узгоджений режим.

В режимі холостого ходу ($R=\infty$, I=0) напруга на затисках джерела енергії дорівнює його ЕРС. Для режиму короткого замикання (R=0) струм у контурі обмежується тільки внутрішнім опором джерела $I=E/r_0$. Для узгодженого режиму, коли $R=r_0$, відповідно до (1.3)...(1.6) можна визначити

$$I = \frac{E}{2r_0} = 0,5I_{\text{K3}} , \qquad P_{R.\text{max}} = \frac{E^2}{4r_0} , \qquad \eta = \frac{P_{R.\text{max}}}{P} = 1 . \qquad (1.7)$$

Розрахунок багато контурних кіл (схем) полягає у визначені струмів в окремих гілках та падінь напруги на окремих дільницях (елементах схеми). Таку пряму задачу вирішують різними методами з використанням законів Кірхгофа.

Перший закон Кірхгофа (для вузла) встановлює, що алгебраїчна сума струмів гілок, поєднаних у вузол, дорівнює нулю

$$\sum I_i = 0 \ . \tag{1.8}$$

Другий закон Кірхгофа (для контуру) стверджує, що алгебраїчна сума падінь напруги на окремих ділянках замкненого контуру дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС, які в ньому діють

$$\sum RI = \sum E \quad . \tag{1.9}$$

Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа полягає в наступному. Для схеми, що має m гілок та n вузлів складають -(n-1) рівняння за першим законом Кірхгофа. Додаткові рівняння, які дозволяють отримати систему для визначення k=m-(n-1) струмів у гілках схеми складають для контурів за другим законом Кірхгофа.

При розрахунку схеми *методом контурних струмів* складають рівняння на підставі другого закону Кірхгофа для кожного незалежного контуру. При цьому в рівняння додають падіння напруги на суміжних гілках контуру від дії конкуруючих контурних струмів. Складена у такий спосіб система нараховує тільки k=m-(n-1) лінійних рівнянь

$$\begin{cases} R_{11}I_1 + R_{12}I_2 + \dots + R_{1k}I_k = \sum E_1 \\ R_{21}I_1 + R_{22}I_2 + \dots + R_{2k}I_k = \sum E_2 \\ \dots \\ R_{k1}I_1 + R_{k2}I_2 + \dots + R_{kk}I_k = \sum E_k \end{cases}$$
(1.10)

В рівняннях (1.10) позначено: R – еквівалентні опори гілок; I – контурні струми, напрямок яких спочатку призначається довільно; ΣE – алгебраїчні суми ЕРС, що діють у контурах. Якщо отримані значення контурних струмів (струмів в незалежних гілках) негативні, значить фактичний їх напрямок протилежний наперед заданому. Струми в суміжних гілках визначають як алгебраїчні суми конкуруючих контурних струмів. Якщо за результатами розрахунку напрямок струму у відповідній гільці співпадає з напрямком ЕРС то джерело перебуває в режимі генератора, якщо навпаки – в режимі споживача.

Щоб впевнитися в правильності розрахунків складають баланс потужностей. Для цього порівнюють сумарну потужність, яка забезпечується джерелами енергії $P_{дж}$ в режимі генератора та потужність, яка розсіюється споживачами P_{cn} (включаючи внутрішні опори джерел енергії).

$$P_{_{\!\mathcal{J}\!\mathcal{K}}} = \sum_{i=1}^{m} E_i I_i , \quad P_{_{\!C\!\Pi}} = \sum_{i=1}^{m} R_i I_i^2 , \quad P_{_{\!C\!\Pi}} = P_{_{\!\mathcal{J}\!\mathcal{K}}} .$$
 (1.11)

При складанні балансу потужність яка розсіюється джерелами енергії в режимі споживача додається до $P_{\rm cn}$ або віднімається від $P_{\rm дж}$. Падіння напруги на кожному елементі схеми визначають згідно закону Ома.

Метод накладення (суперпозиції) заснований на принципі незалежності дії окремих ЕРС, дозволяє встановити розподіл струмів в багато контурному лінійному колі з декількома джерелами енергії та полягає в наступному. Схему перетворюють до декількох (по кількості джерел енергії) варіантів таким чином, щоб в кожному варіанті схеми залишилося тільки одне джерело енергії. Замість усунених джерел в схемах залишають їх внутрішній опір. Пасивну частину схеми зводять до еквівалентного опору R_e та згідно (1.3) визначають струм через нього. Величину R_e визначають шляхом перетворення окремих ділянок схеми. Для ділянок з послідовними опорами, R_e підраховується як сума складових опорів гілки. Для паралельних ділянок R_e визначають через сумарну провідність

$$R_e = \frac{1}{\sum \frac{1}{R_i}} . \tag{1.12}$$

Якщо в схемі неможливо виділити тільки паралельні та послідовні ділянки (складні з'єднання опорів) використовують формули перетворення опорів трикутника з вузлами 1, 2, 3 в зірку та навпаки

$$R_{1} = \frac{R_{31}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}, R_{2} = \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}, R_{3} = \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}},$$

$$(1.13)$$

$$R_{12} = R_{1} + R_{2} + \frac{R_{1}R_{2}}{R_{3}}, R_{23} = R_{3} + R_{2} + \frac{R_{3}R_{2}}{R_{1}}, R_{12} = R_{1} + R_{3} + \frac{R_{1}R_{3}}{R_{2}},$$

Для кожного варіанту (для виділених E_i), послідовно визначають стуми через пасивні елементи розгорнутих схем (зворотно пропорційно величинам опорів). Результуючі (дійсні) струми в окремих гілках схеми визначають як алгебраїчну суму струмів цих гілок при незалежній дії ЕРС.

Метод міжвузлової напруги доцільно використовувати при розрахунках багато контурних кіл, які мають тільки два вузли a і b та декілька m гілок. Вважаючи, що струми в *i*-тих гілках направлені від вузла b до вузла a для еквівалентних ЕРС E_i та опорів гілок R_i можна записати

$$U_{ab} = E_i - R_i I_i \ . \tag{1.14}$$

При визначенні алгебраїчної суми E_i , як позитивні приймають складові ЕРС направлені до вузла *а*. На підставі першого закону Кірхгофа (1.8) в формулі (1.14) позбавляються невідомих струмів

$$U_{ab} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{R_i} E_i}{\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{R_i}} .$$
(1.15)

Далі вирішують (1.14) відносно невідомих струмів *I*_i.

Нелінійні електричні кола у своєму складі мають нелінійні елементи. Електричний опір нелінійних елементів залежить від величини струму або напруги (струм через елемент не пропорційний напрузі яка прикладена). Електричні властивості нелінійних елементів надаються графічно у вигляді вольт-амперних характеристик (BAX) отриманих експериментально, або в аналітичному, у вигляді функціональних залежностей, які апроксимують ці характеристики. В електронних пристроях електрообладнання автомобілів використовуються напівпровідникові прилади (діоди, транзистори), вольтамперні характеристики яких нелінійні. Для будь-якої точки на характеристиці нелінійного елемента можна визначити статичний та диференціальний опори (рис.1.2.1).

Статичний опір R_{cr} характеризує властивості нелінійного елемента у режимі незмінного струму, а диференціальний $R_{ди\phi}$ – при малих відхиленнях струму від сталого стану. Графічно величини опорів визначаються через кут нахилу дотичної до ВАХ.

$$R_{\rm cr} = \frac{U}{I} = \frac{m_U 0B}{m_I BA} = m_R \text{tg}\alpha \ , R_{\rm диф} = \frac{dU}{dI} = \frac{m_U DC}{m_I CA} = m_R \text{tg}\beta \ , \quad (1.16)$$

де m_U, m_I, m_R - масштаби відповідних величин на ВАХ (рис. 1.2.1).



Рис. 1.2.1. Вольт-амперні характеристики нелінійних елементів: a - 3 позитивним $R_{\text{диф}}$; 6 - 3 негативним $R_{\text{диф}}$

Обидва ці опори мають різні значення для різних точок ВАХ, при цьому R_{cr} завжди приймає позитивні значення, а $R_{ди\phi}$ може змінюватися за знаком. Нелінійні електричні кола розраховують графічними і аналітичними методами в основу яких покладено закони Кірхгофа та ВАХ окремих елементів кола.

В сучасних системах електропостачання використовують вентильні генератори змінного струму. Електричні процеси в колах генераторів аналізуються на підставі законів *кіл змінного струму* [16].

В машинах обертання (генераторах) магнітний потік який охоплюється якірною обмоткою змінюється за синусоїдальним законом

$$\Phi = \Phi_m \cos \omega t = \Phi_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right), \qquad (1.17)$$

де Φ_m – амплітудне (максимальне) значення потоку, що відповідає куту повороту витка $\omega t = 0$.

Миттєві значення електрорушійної сили (ЕРС), що індукується у витку обмотки визначається через потік, який змінюється при обертанні витка з кутовою швидкістю ω

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \left[\Phi_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \right] = E_m \sin\omega t , \qquad (1.18)$$

де $E_m = \omega \Phi_m$ - амплітудне значення ЕРС.

Під дією ЕРС через зовнішнє лінійне навантаження з опором *R* виникає струм, який змінюється за таким же законом

$$i == I_m \sin \omega t \,, \tag{1.19}$$

де $I_m = E_m / R$ - амплітудне значення струму.

Поворот витка на кут 2π відповідає одному періоду T=1/f синусоїдальної величини, тому кутова ω та циклічна f частоти пов'язані співвідношенням

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad . \tag{1.20}$$

Для оцінки теплової та електродинамічної дії синусоїдального струму визначають його середньоквадратичне (діюче) значення за період

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0}^{T} [i \ t \]^{2} dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0}^{T} I_{m}^{2} \sin^{2} \omega t dt} = \frac{I_{m}}{\sqrt{2}} \approx 0,707 I_{m} .$$
(1.21)

Електрохімічна дія пульсуючого струму, який отримано шляхом випрямлення синусоїдального, оцінюється через його середнє значення за період

$$I_{\rm cp} = \frac{2}{T} \int_{0}^{\frac{1}{2}} I_m \sin \omega t dt = \frac{2I_m}{\pi} \simeq 0,637I_m .$$
(1.22)

Діючі та амплітудні значення електричних синусоїдальних величин пов'язані співвідношенням

$$I_m = I\sqrt{2} \simeq 1,41I$$
, $U_m = U\sqrt{2} \simeq 1,41U$. (1.23)

Середнє значення пульсуючого струму також можна визначити через його діюче значення на підставі (1.22), (1.23)

$$I_{\rm cp} = 0,637I_m = 0,637 \cdot 1,41I = 0,898I .$$
 (1.24)

Якщо в елементах електричного кола діє синусоїдальний струм (1.19) то миттєві значення падінь напруги на цих елементах визначаються по формулах

$$u_R = Ri$$
, $u_L = L\frac{di}{dt}$, $u_C = \frac{1}{C}\int idt$. (1.26)

Підстановка (1.19) в (1.26) показує, що напруга і струм в активному опорі співпадають по фазі, в індуктивності струм запізнюється по фазі відносно напруги на кут $\phi = \pi/2$, в ємності струм випереджає напругу на кут $\phi = \pi/2$. Для миттєвих значень струмів падінь напруги та ЕРС справедливі закони Кірхгофа (1.8), (1.9).

Повний опір, який чинить коло змінного струму визначається з урахуванням дії реактивних елементів

$$Z = \sqrt[2]{R^2 + X^2} = \sqrt[2]{R^2 + X_L - X_C}^2 , \qquad (1.27)$$

де $X_L = 2\pi f L$ - індуктивний опір котушки з індуктивністю L;

 $X_{C} = 1/2\pi fC$ - ємнісний опір конденсатору з ємністю C.

Для параметрів трикутника опорів (рис. 1.2.2, а) справедливі також і тригонометричні співвідношення.



Рис. 1.2.2. Графічне представлення електричних параметрів: а – трикутник опорів; б - трикутник потужностей; в - позначення вектора у комплексних осях

Повна потужність кола змінного струму складається з активної та реактивної складової (рис. 1.2.2, б)

$$S = \sqrt[2]{P^2 + Q^2} = \sqrt[2]{P^2 + Q_L - Q_C^2} , \qquad (1.28)$$

де $Q_L = 2\pi f L I^2$ - індуктивна складова реактивної потужності; $Q_C = 2\pi f C U^2$ - ємнісна складова реактивної потужності.

При аналізі електричних процесів в колах синусоїдальної напруги з постійною частотою електричні величини і параметри надають у комплексному вигляді. Згідно позначень (рис. 1.2.2, в) для параметра з амплітудою (модулем) *А* комплексне надання можна представити в алгебраїчній, тригонометричній або показовій формі

$$\overline{A} = a \pm jb, \qquad \overline{A} = A \cos \phi \pm j \sin \phi , \qquad \overline{A} = A e^{\pm j\phi},$$

$$A = \sqrt[2]{a^2 + b^2}, \quad \phi = \operatorname{arctg}\left(\frac{b}{a}\right),$$
(1.29)

де $j = \sqrt[2]{-1}$ - мнима одиниця.

На підставі аналітичних виразів (1.29) будуються векторні діаграми у спільних комплексних осях.

Автомобільний вентильний генератор з дзьобоподібним ротором конструюється як трьохфазна синхронна машина в фазах якої виробляється синусоїдальна напруга.

Трьохфазні кола являють собою сукупність трьох електричних кіл змінного струму з синусоїдальними ЕРС однакової частоти, які зсунути по фазі відносно одна до одної на кут $2\pi/3=120^{\circ}$

$$e_A = E_m \sin \omega t$$
, $e_B = E_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$, $e_C = E_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$. (1.30)

Якщо повні опори споживачів кожної фази Z_i дорівнюють одне одному і зсув по фазі між напругою та струмом в фазах φ_i однаковий навантаження трьохфазного джерела вважають *симетричним*. Якщо виконується тільки перша умова, навантаження називають *pi*вномірним. При виконанні тільки другої умови, навантаження називають однорідним.

Джерела енергії та споживачі трьохфазної системи поєднують у схеми «зірка», або «трикутник». Для названих схем розрізнюють лінійні і фазні струми та напруги. *Лінійна напруга* U_{Λ} вимірюється між лінійними проводами, а *фазна* U_{ϕ} на затисках фази. Лінійні I_{Λ} та фазні I_{ϕ} струми вимірюються у відповідних колах. При симетричному навантажені, функції миттєвих значень струмів у фазах зсунути на однаковий кут відносно напруги

$$i_{A} = I_{m} \sin \omega t - \varphi , \qquad i_{B} = I_{m} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi \right),$$
$$i_{C} = I_{m} \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi \right). \qquad (1.31)$$

При цьому діючі значення напруги та струмів у фазах однакові по модулю та пов'язані співвідношеннями:

для схеми «зірка»
$$U_{\pi} = U_{\phi}\sqrt{3}, \quad I_{\pi} = I_{\phi},$$

для схеми «трикутник» $U_{\pi} = U_{\phi}, \quad I_{\pi} = I_{\phi}\sqrt{3}.$

$$(1.32)$$

Активна P, реактивна $Q=Q_L-Q_C$ та повна S потужності трьохфазної симетричної системи визначають через фазні або лінійні (1.32) величини

$$P = 3U_{\phi}I_{\phi}\cos\phi = \sqrt{3}U_{\pi}I_{\pi}\cos\phi,$$

$$Q = 3U_{\phi}I_{\phi}\sin\phi = \sqrt{3}U_{\pi}I_{\pi}\sin\phi,$$

$$S = 3U_{\phi}I_{\phi} = \sqrt{3}U_{\pi}I_{\pi} = \sqrt{P^{2} + Q^{2}}.$$
(1.33)

При несиметричному навантаженні, потужності підраховуються окремо для кожної фази, а потім підсумовуються. Для чотирьох провідних трьохфазних систем побудованих за схемою «зірка» при несиметричному навантаженні додатково враховують складові потужності у нейтральному проводі.

Якщо трьохфазне джерело енергії (генератор) навантажено споживачем через випрямляч то можна встановити співвідношення між діючими значеннями фазних параметрів U_{ϕ} , I_{ϕ} та випрямленими (діючими) значеннями напруги U_{G} і струму I_{G} на виході генератора [21]. В синхронних трьохфазних генераторах на двонапівперіодний випрямляч побудований за схемою Лаврентьєва подається лінійна напруга. Випрямлене значення напруги U_{G} пульсує з частотою яка в шість разів перевищує частоту напруги генератора. При цьому для схеми «зірка» мінімальне значення $u_{G,min}=1,5u_{\phi,max}$, а максимальне,

згідно (1.32) –*u*_{G.max}=1,73*u*_{ф.max}. Рівень пульсації на виході випрямляча в такому разі становить

$$\Delta U_G = 1,73 - 1,5 \ u_{\phi.\text{max}} = 0,23 u_{\phi.\text{max}}.$$
(1.34)

Середнє значення випрямленої напруги за період Т/6

$$U_{G} = \frac{6}{T} \int_{-\frac{T}{12}}^{\frac{T}{12}} \sqrt{3} u_{\phi, \max} \cos \omega t dt = 1,65 u_{\phi, \max}, \qquad u_{\phi, \max} = \frac{U_{G}}{1,65}.$$
 (1.35)

Підставляючи (1.35) в (1.34) визначають рівень пульсацій через діюче значення напруги генератора

$$\Delta U_G = \frac{0.23}{1.65} U_G = 0.139 U_G. \tag{1.36}$$

Співвідношення діючих значень напруги згідно (1.35), (1.23) буде таким:

$$U_{\phi} = \frac{u_{\phi,\max}}{\sqrt{2}} = \frac{U_G}{1,65\cdot 1,41} = 0,43U_G.$$
(1.37)

Струм через активне навантаження випрямляча змінюється пропорційно напрузі та має амплітудне значення згідно (1.34), (1.36)

$$i_{G.\text{max}} = \frac{u_{G.\text{max}}}{R_{\text{H}}} = \frac{u_{G.\text{min}} + \Delta U_G}{R_{\text{H}}} = \frac{1.5u_{\phi.\text{max}} + 0.139U_G}{R_{\text{H}}}.$$
 (1.38)

Діюче значення фазного струму (для схеми «зірка» $i_{G.max} = i_{\phi.max}$) визначають аналогічно (1.21)

$$I_{\phi} = \sqrt{\frac{4}{T} \int_{-\frac{T}{3}}^{\frac{T}{3}} i_{G.\text{max}}^2 \sin^2 \omega t dt} = 0,755 i_{G.\text{max}}, \qquad i_{G.\text{max}} = \frac{I_{\phi}}{0,755}.$$
 (1.39)

Середнє значення випрямленого струму на підставі (1.22)

$$I_{G} = \frac{6}{T} \int_{-\frac{T}{12}}^{\frac{T}{12}} i_{G.\text{max}} \cos \omega t dt = 0,955 i_{G.\text{max}}, \ i_{G.\text{max}} = \frac{I_{G}}{0,955}.$$
 (1.40)

На підставі (1.39), (1.40) отримують співвідношення між діючими значеннями струмів

$$I_{\phi} = 0.816 I_G.$$
 (1.41)

Для генератора побудованого за схемою «трикутник» враховуючи (1.32) аналогічно отримують співвідношення в кінцевому вигляді:

$$U_{\phi} = 0.87 U_G, \qquad I_{\phi} = 0.52 I_G. \qquad (1.42)$$

В автомобільних багатофазних генераторах індукторного типу форма фазної напруги визначається конфігурацією зубчастої зони магнітної системи та відрізняється від синусоїдальної.

Розрахунок електричних кіл з періодичними несинусоїдальними величинами виконують методом накладення [16]. При цьому в схемі джерело несинусоїдальної напруги замінюють послідовно включеними джерелом постійної напруги (постійної складової U_0) і сумою джерел синусоїдальної напруги (гармонійними складовими u_k), амплітуди, частоти і початкові фази ψ_k яких визначаються тригонометричним рядом Ейлера – Фур'є

$$u = U_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_k = U_0 + \sum_{k=1}^{k=\infty} U_{k,\max} \sin k\omega t + \psi_k \quad . \tag{1.43}$$

Тригонометричний ряд має наступні властивості. У випадках коли форма несинусоїдальної напруги така, що $u \, \omega t = -u \, \omega t + \pi$, постійна складова $U_0=0$ і парні гармоніки в ряду відсутні. Якщо крім того $u \, \omega t = u \, \pi - \omega t$ або $u \, \omega t = -u - \omega t$, то початкові фази всіх гармонік ψ_k дорівнюють нулю або π .

Під дією напруги (1.43) в лінійному колі виникає струм який визначають як суму окремих складових миттєвих значень струмів від відповідних гармонік несинусоїдальної напруги

$$i = I_0 + \sum_{k=1}^{k=\infty} I_{k,\max} \sin k\omega t + \psi_k - \varphi_k$$
 (1.44)

Кут зсуву фази струму відносно напруги визначається через параметри кола для кожної гармоніки

$$\varphi_{k} = \operatorname{arctg}\left(\frac{X_{k}}{R}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{k\omega L - \frac{1}{k\omega C}}{R}\right).$$
(1.45)

Вектор кожної гармонійної складової можна розкласти на проекції

$$U_{k.\max}\sin k\omega t + \psi_k = U'_{k.\max}\sin k\omega t + U''_{k.\max}\cos k\omega t, \qquad (1.46)$$

де $U'_{k,\max} = U_{k,\max} \cos \psi_k$, $U''_{k,\max} = U_{k,\max} \sin \psi_k$.

Якщо несинусоїдальна напруга задана аналітично, постійну складову та амплітуди гармонік можна визначити по формулам

$$U_{0} = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} u \, \omega t \, d \, \omega t \, , \qquad U'_{k \max} = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{2\pi} u \, \omega t \, \sin k \omega t d \, \omega t \, ,$$

$$(1.47)$$

$$U''_{k,\max} = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{2\pi} u \, \omega t \, \cos k \omega t d \, \omega t \, , \quad U_{k,\max} = \sqrt{U'_{k,\max}^{2} + U''_{k,\max}^{2}} \, .$$

Діюче значення несинусоїдальної напруги знаходять як середньоквадратичне за період через постійну складову та діючі значення напруги окремих гармонік (1.23)

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0}^{T} u^{2} dt} = \sqrt{U_{0}^{2} + \sum_{k=1}^{k=\infty} U_{k}^{2}}.$$
 (1.48)

Аналогічно визначають діюче значення несинусоїдального струму.

Для оцінки форми періодичних несинусоїдальних величин вводиться поняття коефіцієнту викривлень, який визначається відношенням діючого значення першої (основної) гармоніки до діючого значення несинусоїдальної величини.

Активна, реактивна та повна потужності в колі з несинусоїдальними величинами (1.43), (1.44) визначається як сума потужностей кожної гармоніки з урахуванням потужності викривлень V

$$P = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} u i dt = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{k=\infty} U_k I_k \cos \varphi_k ,$$

$$Q = \sum_{k=1}^{k=\infty} U_k I_k \sin \varphi_k , \qquad S = \sqrt{P^2 + Q^2 + V^2} ,$$
(1.49)

Елементами керування в системах електрообладнання є електромеханічні (електродвигуни, електроклапани, електромагнітні реле) та електромагнітні (обмотка збудження генератора, первинна обмотка котушки запалювання) перетворювачі енергії в яких відбувається комутація струму та виникають перехідні процеси.

Перехідні процеси супроводжуються перерозподілом енергії електричного w_E та магнітного w_M полів відповідно ємнісних і індуктивних елементів [16]

$$w_E = 0.5Cu_C^2, \quad w_M = 0.5Li_L^2.$$
 (1.50)

Перехідні величини в колах з реактивними елементами визначають з урахуванням початкових їх значень $U_{0,C}$, $I_{0,L}$ (на час t = 0)

$$u_C t = \frac{1}{C} \int_0^t i dt + U_{0,C}, \qquad i_L t = \frac{1}{L} \int_0^t u_L dt + I_{0,L}. \qquad (1.51)$$

Розрахунок перехідних процесів виконують традиційним (складання рівнянь за законами Кірхофа в алгебраїчній та диференційній формах), *операторним* або *спектральним* методом. Згідно (1.9) та (1.26) для кіл з *RL* та *RC* структурой можна скласти диференційні рівняння

$$U_{RL} = Ri + L\frac{di}{dt}, \qquad U_{RC} = Ri + \frac{1}{C}\int idt. \qquad (1.52)$$

Рішення (1.52) являють експоненціальні залежності

$$i_L = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-t\frac{R}{L}} \right), \qquad i_C = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{RC}}.$$
 (1.53)

Співвідношення *R/L* та *RC* називають постійними часу для кіл відповідної структури. В загальному випадку для нерозгалуженого кола рівняння (1.52) набудуть вигляду

$$U = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt.$$
(1.54)

На основі (1.54) отримують характеристичне рівняння

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = 0, \qquad \text{afo} \quad x^2 + \frac{R}{L}x + \frac{1}{LC} = 0.$$
(1.55)

Корні рівняння (1.55) визначаються через параметри кола

$$x_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}.$$
 (1.56)

Характер протікання перехідного процесу залежить від співвідношення активного та хвильового опорів послідовного кола

$$R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}, \qquad R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}, \qquad R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}.$$
 (1.57)

За першими двома умовами (1.57) виникає аперіодичний процес, коли струм у колі (струм зарядження ємності) спочатку зростає до максимального значення, а потім спадає до нуля. Напруга на ємнісному елементі при цьому монотонно зростає до рівня напруги живлення U. Такий процес описується формулами

$$i = \frac{U}{L x_1 - x_2} e^{x_1 t} - e^{x_2 t} , \quad u_C = U - \frac{U}{x_1 - x_2} x_1 e^{x_1 t} - x_2 e^{x_2 t} . \quad (1.58)$$

Якщо виконується третя умова (1.57), у колі виникають затухаючі коливання з частотою ω_0 .

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \,. \tag{1.59}$$

Перехідний процес в такому разі описується періодичними функціями з експоненціальним обмеженням амплітуди

$$i = \frac{U}{\omega_0} \sin \omega_0 t e^{-\frac{R}{2L}}, \qquad u_C = U - U \left(\cos \omega_0 t - \frac{R}{2L\omega_0} \sin \omega_0 t \right) e^{-t\frac{R}{2L}}, \quad (1.60)$$

Якщо в не розгалуженому колі задовольняється умова

$$\frac{1}{LC} \gg \frac{R^2}{4L^2},\tag{1.61}$$

струм та напруга досягають максимально можливих значень

$$i_{\max} \simeq \frac{U}{\sqrt{\frac{L}{C}}}, \qquad u_{C\max} \simeq 2U.$$
 (1.62)

Аналогічно аналізуються розгалужені кола для яких як невідомі розглядаються перехідні струми у гілках.

При аналізі електромагнітних процесів в контурах системи запалювання враховується зв'язок між первинною та вторинною обмотками котушки запалювання які розглядаються як індуктивно пов'язані кола.

В *індуктивно пов'язаних колах* електромагнітні процеси в її елементах впливають одне на одного через спільні магнітні поля. При складанні рівнянь електричного стану таких кіл (на підставі законів Кірхгофа) необхідно враховувати дію ЕРС взаємної індукції. Напруга яка врівноважує цю ЕРС визначається через опір Z_M , що викликаний взаємним впливом з врахуванням напрямку дії [16]

$$\overline{U}_M = \overline{Z}_M \overline{I} = \pm j \omega M \overline{I} , \qquad (1.63)$$

де М – взаємна індуктивність.

Еквівалентна індуктивність L_e нерозгалуженого кола з двома магнітно пов'язаними котушками залежить від способу включення обмотки (узгоджене L_v або зустрічне L_3)

$$L_y = L_1 + L_2 + 2M$$
, $L_3 = L_1 + L_2 - 2M$. (1.64)

Властивості магнітно пов'язаних котушок оцінюються через коефіцієнту магнітного зв'язку

$$k_L = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} < 1.$$
 (1.65)

Для нерозгалуженого кола з двома магнітно пов'язаними котушками можна записати рівняння на підставі другого закону Кірхгофа та знайти струм і повний вхідний опір

$$\overline{U} = R_{1} + R_{2} \quad \overline{I} + j\omega \quad L_{1} + L_{2} \pm 2M \quad \overline{I} ,$$

$$\overline{I} = \frac{\overline{U}}{R_{1} + R_{2} + j\omega \quad L_{1} + L_{2} \pm 2M} = \frac{\overline{U}}{R_{e} + j\omega L_{e}}, \quad (1.66)$$

$$\overline{Z} = \frac{\overline{U}}{\overline{I}} = \overline{Z}_{1} + \overline{Z}_{2} \pm 2\overline{Z}_{M}.$$

Резонансні явища можуть виникати у колах пристроїв з L і C параметрами. Стосовно електрообладнання автомобілів резонансні явища розглядаються насамперед при розрахунках первинних контурів систем запалювання.

В нерозгалужених колах за умовою $|X_L| = |X_C|$ спостерігається *резонанс напруги* (послідовний резонанс U_L =- U_C), якщо частота підведеної до кола напруги дорівнює

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$
 (1.67)

При цьому навантаження кола носить цілком активний характер і струм у колі досягає максимальних значень.

В розгалуженому колі з двома паралельними гілками з еквівалентними параметрами R_1 , L та R_2 , C, за умовою $X_L/Z_1^2 = X_C/Z_2^2$ спостерігається *резонанс струмів* (паралельний резонанс *I*₁=-*I*₂), якщо частота підведеної до кола напруги дорівнює

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{R_1^2 - \frac{L}{C}}{R_2^2 - \frac{L}{C}}}.$$
 (1.68)

При цьому опір кола максимальний, а струм у нерозгалуженій частині кола (через джерело живлення) приймає мінімальні значення. Величину $Z_x = \sqrt{L/C}$ називають *хвильовим опором* контура.

Для виникнення резонансу струмів, згідно (1.68) необхідно, щоб активні складові гілок не дорівнювали хвильовому опору кола. У випадку $R_1 = R_2 = Z_x$ величина f_0 є невизначеною. Фізично це означає, що резонанс у колі може виникати при будь-якій частоті прикладеної напруги.

1.2.2. Методи розрахунку електромагнітних пристроїв

Електромагнітні пристрої, з боку їх розрахунку, розглядаються як система електричних та магнітних кіл. До переліку електромагнітних пристроїв, що використовуються на автомобілі можна віднести електромагнітні реле різного призначення електроклапани, електромагнітні датчики та котушки запалювання.

Магнітне поле, збуджене електричним полем надається у вигляді *магнітних силових ліній* характеризується в точці простору вектором *магнітної індукції В*, який направлено по дотичній до силових ліній. Напрямок цього вектора відносно напрямку струму збудження визначають за правилом буравчика. Скалярна величина, яка інтегрально характеризує магнітне поле з індукцією *В* через визначену поверхню dS під кутом дії $\alpha \ \overline{B}, d\overline{S}$, називають *магнітним потоком*

$$\Phi = \int_{S} BdS \cos \alpha. \tag{1.69}$$

Для однорідного поля коли вектор магнітної індукції однаковий в кожній точці, а напрямок вектора *В* нормальний до поверхні, визначення магнітних величин спрощується

$$\Phi = BS, \qquad B = \frac{\Phi}{S}. \tag{1.70}$$

Для не однорідного поля індукція визначається як щільність потоку через похідну

$$B = \frac{d\Phi}{dS}.$$
 (1.71)

В системі (СИ) магнітна індукція вимірюється у теслах (Тл), а магнітний потік у веберах (Вб). При розрахунках магнітних кіл використовують допоміжну величину – напруженість магнітного поля Н вектор якої в ізотропних матеріалах співпадає з вектором магнітної індукції, а величина яка вимірюється в (А/м) пов'язана з модулем магнітної індукції через абсолютну магнітну проникливість середовища µ. Для немагнітних матеріалів величина µ практично магнітній проникливості вакууму), дорівнює яка становить $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} = 1,256 \cdot 10^{-6}$ Гн/м. Для магнітних матеріалів величина μ забагато перевищує значення µ0 та ще й залежить від величини напруженості Н. Тому на практиці для визначення Н користуються довідковими залежностями (кривими намагнічування B = f(H)) в табличному або графічному вигляді. Зв'язок між напруженістю магнітного поля та електричними струмами, які її збуджують І встановлює закон повного струму [16, 19, 21]

$$\oint Hdl = \sum I$$
, also $\sum H_i l_i = \sum F_i = \sum I_i w_i$ (1.72)

де ∮*Hdl* - магнітна напруга вздовж контуру силової лінії;

 $\sum I$ - магніторушійна сила, що діє в контурі інтегрування;

- *H_i* магнітна напруженість дільниць магнітного кола;
- *l_i* довжина силової лінії на дільницях магнітного кола;
- *F_i* магніторушійна сила на дільницях магнітного кола;
- *I_iw_i* ампер-витки обмоток збудження.

В магнітних колах (системах) з постійними ЕРС для малих повітряних зазорів довжиною $l=\delta$ та перекритим перетином S_{δ} справедливі такі співвідношення

$$\Phi_{\delta} = B_{\delta}S_{\delta}, \qquad H_{\delta} = B_{\delta}/\mu_0 = 0, 8 \cdot 10^6 B_{\delta}, \quad F_{\delta} = \delta H_{\delta}. \tag{1.73}$$

На залізних ділянках магнітної системи (магнітопроводу) з магнітною індукцією B_i у відповідних перетинах S_i , магнітні напруженості H_i визначаються по кривих намагнічування.

$$B_i = \Phi_i / S_i, \qquad H_i = f(B_i), \qquad F_i = l_i H_i.$$
 (1.74)

Таким чином для нерозгалуженого кола закон (1.72) з урахуванням (1.73), (1.74) можна записати так

$$\sum H_i l_i + H_\delta \sum \delta_i = \sum F_o, \qquad (1.75)$$

де $\sum F_{o}$ - результуюча МРС від окремих обмоток збудження.

Для магнітних систем зі збудженням від постійних магнітів права частина (1.75) дорівнює нулю (нема обмоток збудження)

$$H_{\rm M}l_{\rm M} + H_{\delta}\delta = 0, \qquad (1.76)$$

де $H_{\rm M}$, $l_{\rm M}$ - напруженість та довжина силової лінії магніту.

Вважаючи, що перетин магніто проводу та повітряного зазору однакові, на підставі (1.76) можна визначити необхідну напруженість (коерцитивну силу) постійного магніту для забезпечення заданої індукції в зазорі

$$H_{\rm M} = -\frac{\delta H_{\delta}}{l_{\rm M}} = -\frac{\delta B_{\delta}}{\mu_0 l_{\rm M}}.$$
(1.77)

На окремих дільницях магнітної системи відбувається розсіювання магнітного потоку (не всі силові лінії замикаються через тіло магніто проводу або робочий зазор). Провідність проміжків розсіювання довжиною l розраховують через питому провідність розсіювання $G_s = g_s l$. Питома провідність розсіювання g_s визначається шляхом аналізу картини поля навколо дільниці розсіювання з визначеними магнітними характеристиками. При розрахунках магнітного кола за допомогою схем заміщення, потоки розсіювання враховуються через паралельні гілки провідності, які відмежуються від головного контуру інтегрування. В такому разі розрахункова схема магнітного кола стає розгалуженою.

В розгалужених магнітних колах потоки, збуджені МРС в окремих гілках, визначають на підставі *принципу безперервності* магнітного потоку [16, 19, 21]

$$\sum \Phi_i = 0. \tag{1.78}$$

На практиці при вирішенні зворотних задач потоки розсіювання враховують через коефіцієнти розсіювання для окремих ділянок відомих конструкцій магнітних систем

$$\sigma_i = \frac{\Phi_i - \Phi_\delta}{\Phi_\delta}.$$
(1.79)

Коефіцієнт розсіювання σ_i показує на скільки треба підвищити розрахунковий потік через ділянку розсіювання відносно потоку в робочому зазорі, щоб забезпечити задану індукцію B_{δ} або потік Φ_{δ} в зазорі. Величину σ_i визначають по емпіричним формулам, в залежності від перетину та конфігурації магніто проводу або користуються довідковими значеннями.

З огляду на наведені співвідношення магнітних величин та законів магнітного кола можна провести аналогію з електричними колами (табл. 1.1). Завдяки такій аналогії розрахунок магнітних кіл виконують за допомогою схем заміщення.

В реальних електромагнітних пристроях, МРС обмотки збудження F_0 в основному визначається часткою МРС робочого зазору F_{δ} тому що магнітна провідність зазору G_{δ} набагато менша ніж провідність магнітопроводу. На практиці F_0 можна визначити згідно закону Ома для магнітного кола [19]

$$F_{\rm o} \simeq k_{\rm s} F_{\delta} = \frac{k_{\rm s} \Phi_{\delta}}{G_{\delta}} = k_{\rm s} \frac{B_{\delta} S_{\delta}}{G_{\delta}}, \qquad (1.80)$$

де k_3 - коефіцієнт, що враховує збільшення МРС обмотки для компенсації спадань магнітної напруги на магнітопроводі.

Таблиця 1.1

Магнітні кола		Електричні кола	
Величина (закон)	Позначення	Позначення	Величина (закон)
Магнітна проникли-	μ	ρ	Питомий опір
вість			
Магніторушійна сила	F	E	Електрорушійна сила
Магнітна провідність	$G_{\delta} = \mu_0 S / \delta$	$R = \rho l / S$	Електричний опір
зазору	0 0		
Магнітний потік	Φ	Ι	Електричний струм
Напруженість магніт-	H	E'	Напруженість елект-
ного поля			ричного поля
Магнітна індукція	$B = \Phi/S$	J = I / S	Щільність струму
Закон Ома	$\Phi = FG$	I = U / R	Закон Ома
Спадання магнітного	$\Delta F = lH$	$\Delta U = lE'$	Спадання електрично-
потенціалу			го потенціалу
Падіння МРС	$F = \Phi/G$	U = IR	Падіння напруги
Принцип безперервно-	$\sum \Phi_i = 0$	$\sum I_i = 0$	Перший закон Кірхго-
сті потоку	i		фа
Закон повного струму	$\sum H_i l_i = \sum F_i$	$\sum RI = \sum E$	Другий закон Кірхгофа

Аналогія між магнітними та електричними величинами

Для рівномірного поля, магнітна провідність повітряного зазору визначається через геометричні розміри зазору

$$G_{\delta} = \mu_0 S / \delta, \qquad (1.81)$$

Для заданих напруги живлення $U_{\rm o}$ й конструктивних розмірах котушки збудження (площі вікна $S_{\rm B}$, і середньої довжини витка $l_{\rm cp}$) визначають кількість витків $w_{\rm o}$ котушки та діаметр обмотувального проводу $d_{\rm n}$ при яких забезпечується необхідна $F_{\rm o}$

$$w_{\rm o} = U_{\rm o} \frac{k_{\rm M} S_{\rm B}}{\rho l_{\rm cp} F_{\rm o}}, \qquad d_{\rm \Pi} = \sqrt{\frac{4\rho l_{\rm cp} F_{\rm o}}{\pi U_{\rm o}}}.$$
 (1.82)

Потужність, яка відповідає МРС обмотки збудження та витрачається на її нагрів визначають через параметри котушок

$$P = RI^{2} = \rho \frac{l_{\rm cp} w^{2}}{kS_{\rm o}} \cdot \frac{F_{\rm o}^{2}}{w_{\rm o}^{2}} = \rho \frac{l_{\rm cp}}{kS_{\rm o}} F_{\rm o}^{2}.$$
 (1.83)

Температура нагріву котушки відносно оточуючого середовища визначається потужністю, що розсіюється та залежить від конструктивних параметрів магнітної системи

$$\vartheta = \frac{P}{\alpha_T S_{\text{ox}}} \tag{1.84}$$

де α_T – коефіцієнт тепловіддачі (для електромагнітів з замкнутим циліндричним магнітопроводом $\alpha_T = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Bt/cm}^2 \cdot \text{град}$);

S_{ox} – площа поверхні електромагніта, яка охолоджується.

В електромагнітних реле постійного струму електрична енергія витрачається на переміщення якірця під дією протидіючої сили.

Тягова сила, що утворюється електромагнітом, визначається з формули Максвелла [19]

$$F_{\rm EM} = \frac{\Phi_{\delta}^2}{2\mu_0 S} = kB^2 S \ . \tag{1.85}$$

де *k* – коефіцієнт пропорційності.

Коефіцієнт пропорційності дорівнює $k = 4 \cdot 10^4$, якщо тягове зусилля вимірюється в кілограм-силах та $k = 39,8 \cdot 10^4$, якщо в Ньютонах.

В електромагнітних колах зі змінними MPC відбувається процес перемагнічування магніто проводу і спостерігається явище самоіндукції.

В котушці індуктивності з замкненим магніто проводом під дією змінної напруги виникають електромагнітні процеси які описуються рівнянням електричного стану.

$$U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = w \frac{d\Phi}{dt} + \Delta U. \qquad (1.86)$$

Права частина (1.86) є функцією, що описує напругу прикладену до котушки. Ліва частина являє МРС самоіндукції за винятком падіння напруги ΔU , яке обумовлене втратами потужності на активному опорі обмотки (втрати в міді), перемагнічування феромагнітного матеріалу й вихрові струми (втрати в сталі). Інтегрування (1.86) без врахування ΔU визначає функцію потоку

$$\Phi = \frac{U_m}{w} \int \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) dt = \frac{U_m}{w\omega} \sin \omega t = \Phi_m \sin \omega t.$$
(1.87)

З рівняння (1.81) видно, що потік відстає по фазі відносно напруги, яка його спричинила. Амплітудне значення потоку Φ_m зворотно пропорційно опору котушки ($w, f \equiv X_L \& w \equiv l_n \equiv R$)

$$\Phi_m = \frac{U_m}{w\omega} = \frac{\sqrt{2}U}{2\pi fw} \simeq \frac{U}{4,44\,fw}.$$
(1.88)

Аналіз (1.87), (1.88) показує, що потік в магнітному колі є безпосереднім наслідком дії струму в обмотці котушки.

З метою аналізу втрат потужності, рівняння (1.86) розкривають у комплексному виді [19]

$$\overline{U} = \overline{E} + R\overline{I} + jX_{\sigma}\overline{I} , \qquad (1.89)$$

де \overline{U} - напруга, прикладена до обмотки;

 \overline{E} - MPC від дії основного потоку Φ ;

 $R\overline{I}$ - падіння напруги на активному опорі обмотки;

 $jX_{\sigma}\overline{I}$ - складова напруги, яка компенсує MPC розсіювання E_{σ} .

Вважаючи, що всі величини змінюються за синусоїдальним законом вираз (1.89) інтерпретують векторною діаграмою (рис.1.2.3,б)



Рис. 1.2.3. До аналізу процесів в електромагнітному колі: б – схема заміщення; а – векторна діаграма

На схемі (рис. 1.2.3, а) позначено: R – активний опір обмотки на якому розсіюється потужність теплових втрат; jX_{σ} – індуктивний опір обумовлений потоком розсіювання Φ_{σ} ; R_0 – інтерпретує втрати в магніто проводі; jX_0 – індуктивний опір спричинений основним магнітним потоком Φ .

Трансформатор електромагнітний пристрій (статична електрична машина, апарат) призначений для перетворення напруги змінного струму. За характером фізичних процесів (формою напруги), особливостями конструкції (параметрами) та призначенням трансформатори поділяють на трансформатори живлення та сигнальні трансформатори.

Трансформатори живлення призначені для перетворення синусоїдальної напруги та аналізуються на підставі векторних діаграм та інтегральних величин. На холостому ході струм I_x виникає тільки в первинній обмотці трансформатора і процеси протікають як в електромагнітному колі зі змінною МРС (рис. 1.2.3). При навантаженому трансформаторі струм вторинної обмотки I_2 утворює МРС, яка протидіє МРС первинної обмотки. При цьому зменшується вхідний опір трансформатора, зростає сила струму в колі первинної обмотки I_1 . Виходячи з умови постійності магнітного потоку можна записати векторний баланс МРС

$$\overline{I}_1 w_1 + \overline{I}_2 w_2 - \overline{I}_x w_1 = 0$$
, звідки $\overline{I}_1 = \overline{I}_x - k_T \overline{I}_2 = \overline{I}_x - \overline{I}_2^1$, (1.90)

де $k_{\rm T} = w_2 / w_1$ - коефіцієнт трансформації; $\overline{L}^1 = k_1 \overline{L}$

 $\overline{I}_2^1 = k_{\rm T}\overline{I}_2$ - струм вторинного кола приведений до первинного.

При аналізі режиму трансформатора живлення розглядають Тподібну схему заміщення (рис. 1.2.4, а). Для наведеної двоконтурної схеми заміщення складають систему рівнянь

$$\begin{cases} \overline{I}_{2}^{1} = \overline{I}_{x} - \overline{I}_{1} \\ \overline{U}_{1}^{1} = -\overline{E}_{1} + R_{1}\overline{I}_{1} + jX_{1}\overline{I}_{1} \\ \overline{U}_{2}^{1} = -\overline{E}_{2}^{1} + R_{2}^{1}\overline{I}_{2}^{1} + jX_{2}^{1}\overline{I}_{2}^{1} \end{cases}$$
(2.91)

де $\overline{U}_{2}^{1}, \overline{E}_{2}^{1}, \overline{I}_{2}^{1}, X_{2}^{1}, R_{2}^{1}$ - параметри вторинного кола приведені до первинного (перераховують через коефіцієнт трансформації $k_{\rm T}$).



Рис. 1.2.4. До аналізу електромагнітних процесів в трансформаторі: а – схема заміщення; б – векторна діаграма

Для активного навантаження трансформатора згідно (1.91) векторна діаграма показана на рис. 1.2.4, б.

В загальному випадку, при різному характері навантаження трансформатору, кут зсуву фази між струмом і напругою в навантаженні $\varphi_2 \neq 0^{\circ}$ та кут між струмом і ЕРС вторинного кола визначаються через параметри опору навантаження R', X'

$$\psi_2 = \operatorname{arctg} \frac{X'_2 + X'}{R'_2 + R'},$$
(1.92)

Сигнальні трансформатори призначені для трансформації напруги з періодом сигналу $T_{\rm C}$ без зміни його форми. При цьому прагнуть зробити конструкцію трансформатора та обрати параметри електричних кіл такими, щоб задовольнялася умова $L/R \gg T_{\rm C}$. Наприклад, для сигналу прямокутної форми, перехідні процеси в електричному колі (1.53) протікають практично по лінійним законам, похідна потоку (1.86) підтримується на фіксованому рівні, а ЕРС самоіндукції первинного та взаємоіндукції вторинного кола мають постійні значення в період дії імпульсу.

Котушки запалювання (реактори) являють окремий клас імпульсних трансформаторів, що призначені для підвищення амплітуди імпульсів напруги. Для первинного кола таких трансформаторів прагнуть отримати постійну часу первинного кола близьку до тривалості імпульсу підключення обмотки $L/R \approx t_i$. Постійна напруга, прикладена до первинної обмотки реактору, згідно (1.53) викличе зростання струму за час t_i до максимально можливого значення. Енергія, що накопичилася в магнітному полі котушки за час t_i , після вимикання напруги (при спаданні струму та потоку) перетворюється до імпульсів ЕРС (самоіндукції та взаємоіндукції). При цьому, амплітуда імпульсів ЕРС, яка пропорційна швидкості зміни струму (потоку), перевищує амплітуду імпульсів напруги, що прикладена до первинного кола. Таким чином енергія, що передається через котушку запалювання за період дії імпульсу t_i трансформується в імпульси напруги більшої амплітуди за рахунок меншої їх тривалості.

1.2.3. Характеристики електричних машин

До складу електричних систем автомобіля входять електричні машини обертання різного призначення та принципу дії: стартерні електродвигуни постійного струму; синхронні вентильні генератори системи електропостачання; серводвигуни постійного струму; крокові двигуни систем керування.

В машинах постійного струму (МПС) якірна обмотка (основна) розташована на роторі, а обмотка збудження (допоміжна) на полюсах статора. Якірна обмотка компонується у вигляді *петлі* або *хвилі* (рис. 1.2.5).

Пази якоря заповнені ізольованими мідними провідниками, які по торцям поєднані між собою в *секції* що складають обмотку якорю. Секція містить один або декілька послідовно з'єднаних витків, початок і кінець яких припаяні до двох колекторних пластин. Таким чином кінець однієї секції і початок наступної під'єднані до однієї колекторної пластини [21].

З технологічних міркувань обмотку якоря роблять двохшаровою, укладаючи в кожний паз по два боки різних секцій. Таким чином, пази в яких розташовані боки однієї секції зсунути між собою на величину полюсного ділення t_p . Не залежно від типу обмотки вона утворює замкнене коло, розділене щітками на парне число однакових *паралельних гілок* по відношенню до затисків обмотки якоря.



Рис. 1.2.5. Компоновка якірних обмоток машин постійного струму: а – у вигляді петлі; б – у вигляді хвилі

Для паралельної обмотки у вигляді петлі кількість гілок дорівнює числу полюсів машини, для послідовної (хвильової) – завжди двом. Щітки попарно розміщені узгоджено з осями полюсів, забезпечуючи підключення секцій, які перебувають на геометричних нейтралах якоря.

Середнє значення ЕРС, що наводиться в провіднику довжиною $l_{\mathfrak{R}}$, який рухається в магнітному полі з індукцією *B* зі швидкістю *v*, находять з виразу [21]

$$E = Bl_{\mathfrak{R}}v = Bl_{\mathfrak{R}}\frac{\omega D_{\mathfrak{R}}}{2}, \qquad (1.93)$$

де $D_{\text{я}}$ - діаметр якорю (ротору);

ω - кутова швидкість ротору.

Магнітна індукція (щільність потоку) в робочому зазорі машини визначається через площу, яку пронизує потік збудження Ф

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{\Phi 2p}{\pi D_{\mathrm{g}} l_{\mathrm{g}}},\tag{1.94}$$

де 2*p* – кількість пар полюсів.

Якщо в пази якоря МПС укладено $N_{\rm R}$ активних провідників, які утворюють $2a_{\rm R}$ паралельних гілок, то ЕРС визначається з урахуванням параметрів якірної обмотки

$$E_{\mathfrak{R}} = E N_{\mathfrak{R}} / 2a_{\mathfrak{R}} \,. \tag{1.95}$$

Лінійна швидкість провідника пов'язана з частотою обертання якоря співвідношенням

$$v = \pi D_{\rm g} n_{\rm g} / 60. \tag{1.96}$$

Підставляючи (1.94), (1.96) в (1.93), з урахуванням (1.95) отримаємо вираз для визначення протидіючої ЕРС якоря через параметри машини

$$E_{\mathfrak{R}} = \frac{p}{\pi} \omega \Phi = \frac{pN_{\mathfrak{R}}}{60a_{\mathfrak{R}}} \Phi n_{\mathfrak{R}} = C_{\mathsf{E}} \Phi n_{\mathfrak{R}}, \qquad (1.97)$$

де $C_{\rm E}$ – електрична стала МПС.

В двигунах постійного струму (ДПС) сила на провідник якірної обмотки пропорційна індукції збудження і струму через провідник *I*_Я

$$F = BI_{\mathfrak{R}}l_{\mathfrak{R}} = Bl_{\mathfrak{R}}\frac{I_{\mathfrak{R}}}{2a_{\mathfrak{R}}}.$$
(1.98)

Обертовий момент який розвивається при цьому на валу ротора ДПС з *N*_я активними провідниками

$$M = F \frac{D_{g}}{2} N_{g} = \frac{p N_{g}}{2\pi a_{g}} \Phi I_{g} = C_{M} \Phi I_{g}, \qquad (1.99)$$

де С_М – магнітна стала ДПС.

Напруга на затисках ДПС складається з протидіючої ЕРС якоря (1.97) та падіння напруги на активному опорі обмотки $R_{\rm R}$

$$U = E + I_{\mathfrak{R}} R_{\mathfrak{R}}, \qquad (1.100)$$

Частота обертання ротору визначається на підставі (1.97), (1.100)

$$n = \frac{60a_{\rm R}}{pN} \cdot \frac{U - R_{\rm R}I_{\rm R}}{\Phi} = \frac{U - R_{\rm R}I_{\rm R}}{C_{\rm E}\Phi}.$$
 (1.101)

За способом збудження поділяють ДПС зі збудженням від постійних магнітів та з електромагнітним збудженням. Електромагнітне збудження може реалізуватися як незалежне (живлення обмоток збудження і якорю від окремих джерел напруги) або як залежне. Залежне збудження реалізується як паралельне, послідовне або змішане в залежності від схеми підключення до обмотки якоря. При змішаному збудженні використовуються дві обмотки (паралельна та послідовна) які включаються узгоджено або не узгоджено. Тип збудження визначає властивості двигуна які надаються у вигляді пускових, механічних, робочих (електромеханічних), гальмівних та регулювальних характеристик. Потужність, що витрачається на збудження магнітного потоку в МПС загального призначення складає 0,5...5% від номінальної потужності машини.

На підставі (1.99), (1.101) одержують залежності для побудування механічної n = f(M) характеристик двигуна

$$n = \frac{U}{C_{\rm E}\Phi} - \frac{MR_{\rm g}}{C_{\rm E}C_{\rm M}\Phi^2} \ . \tag{1.102}$$

При паралельному збудженні ДПС потік збудження практично не залежить від струму якоря та можна вважати Φ – const. Тоді залежності (1.96), (1.101), (1.102) для паралельного збудження запишуться у вигляді

$$M = C_1 I_{\mathcal{H}}, \qquad C_1 = C_{\mathcal{M}} \Phi, \qquad (1.103)$$

$$n = \frac{U}{C_2} - \frac{I_{\mathrm{g}} R_{\mathrm{g}}}{C_2}, \qquad C_2 = C_{\mathrm{E}} \Phi, \qquad (1.104)$$

$$n = \frac{U}{C_2} - \frac{MR_{\rm g}}{C_3}, \qquad C_3 = C_{\rm E}C_{\rm M}\Phi^2.$$
 (1.105)

Якщо напруга живлення U та опір якірного кола $R_{\rm S}$ мають постійні значення, то вирази (1.103) – (1.105) являють собою лінійні залежності (на рис. 1.2.6 позначено суцільними лініями).



Рис. 1.2.6. Характеристики ДПС: а – електромеханічні; в – механічні

У ДПС із незалежним збудженням також потік не залежить від струму якоря $I_{\rm R}$ і його характеристики аналогічні характеристикам ДПС із паралельним збудженням.

При послідовному збудженні $I_{\text{H}}=I_3$, та потік повністю визначається через струм у якірному колі $\Phi = f_1(I_{\text{H}})$. При малих значеннях струму, коли $I_{\text{H}} < I_{\text{ном}}$ магнітна система не насичена і залежність потоку від струму вважають лінійною $\Phi = k_{\Phi}I_{\text{H}}$ (k_{Φ} – коефіцієнт пропорційності). Враховуючи це в (1.99) і (1.101), одержують залежності для електромеханічних характеристик ДПС із послідовним збудженням

$$M = C_4 I_{\mathcal{A}}^2, \qquad C_4 = C_{\mathcal{M}} k_{\Phi}, \qquad (1.106)$$

$$n = \frac{U}{C_5 I_{\mathfrak{R}}} - \frac{R_{\mathfrak{R}}}{C_5}, \qquad C_5 = C_{\mathrm{E}} k_{\Phi}. \qquad (1.107)$$

Графічно ці залежності мають вигляд параболи та гіперболи (на рис. 1.2.6, а позначено пунктирними лініями). Струм *I*_я, визна-

чений з (1.99), підставляють в (1.101) та одержують залежність для механічної характеристики

$$n = \frac{U}{C_{\rm E} k_{\Phi} \sqrt{\frac{M}{C_{\rm M} k_{\Phi}}}} - \frac{R_{\rm g}}{C_{\rm E} k_{\Phi}} = \frac{U}{C_{\rm 5} \sqrt{\frac{M}{C_{4}}}} - \frac{R_{\rm g}}{C_{\rm 5}} .$$
(1.108)

Графічно ця залежність має вигляд гіперболи (рис. 1.2.6, б). При $I_{\rm HOM}$ наступає насичення магнітної системи і потік Ф практично не залежить від зміни струму $I_{\rm H}$ (як при паралельному збудженні). На цій ділянці характеристики лінійні.

В *генераторах змінного струму* діюче значення напруги, що вироблюється під активним навантаженням можна визначити на підставі попередніх викладок (1.27), (1.97)

$$U_G = E_{\mathfrak{R}} - Z_0 I_{\mathfrak{R}} = C_G n \Phi - I_{\mathfrak{R}} \sqrt{R_0^2 + X_L^2} , \qquad (1.109)$$

де $C_{\scriptscriptstyle G}$ - конструктивна стала генератора;

*R*₀ - активний опір якірної обмотки генератора;

 $X_{\scriptscriptstyle L}\,$ - індуктивний опір обмотки якоря.

Частота напруги і струму генератора визначається швидкістю обертання валу ротора f = np/30. Тоді модель генератора з фіксованим потоком збудження можна надати в алгебраїчній формі.

$$U_{\mathfrak{H}} n, I_{\mathfrak{H}} = C_{\mathrm{E}} n \Phi - I_{\mathfrak{H}} \sqrt{R_{0}^{2} + \left(\frac{\pi p L_{\mathfrak{H}}}{15}n\right)^{2}}, \qquad (1.110)$$

де L_я - еквівалентна індуктивність обмотки якоря.

В трьохфазному синхронному генераторі в фазах наводяться ЕРС (1.30). При симетричному навантаженні, через фазні обмотки виникають струми (1.31) які збуджують поле статора, яке обертається з частотою струму. Це поле спричиняє послаблення або підвищення магнітного поля (потоку) який утворюється системою збудження. Зміна величини результуючого потоку збудження в наслідок дії поля статора називають реакцією якоря генератора. В залежності від характеру навантаження (*RL* або *RC*) струм обмотки статору $I_{\rm R}$ та потік який їм збуджується $\Phi_{\rm R}$ відстають або випереджують ЕРС холостого ходу E_{Φ} на певний кут ψ . Складова потоку статора $\Phi_{{\rm R}.x} = \Phi_{\rm R} \sin\psi$ яка діє назустріч потоку обмотки збудження зменшує результуючий потік збудження, ЕРС та напругу на виході генератора.

Внутрішній опір синхронного генератора спричинений реакцією якоря доповнюється синхронним індуктивним опором фази X_L , який складається з опору розсіювання X_{σ} та індуктивного опору фазної обмотки X_{Φ} . Величина X_L для ненасиченої машини практично не залежить від навантаження генератора.

При симетричному навантаженні для кожної фази (обмотки якоря) синхронного генератора з явними полюсами можна скласти векторне рівняння [21]

$$\overline{U}_{\Phi} = \overline{E}_{\Phi} + \overline{E}_{\mathfrak{A},x} + \overline{E}_{\mathfrak{A},y} + \overline{E}_{\sigma} + \overline{U}_{\mathfrak{A}} . \qquad (1.111)$$

де U_{Φ} - діюче значення напруги фази якоря;

 E_{Φ} - електрорушійна сила (ЕРС), що наводиться в фазі якірної обмотки за рахунок електромагнітної індукції збудження;

*Е*_{Я,х}, *Е*_{Я,у} – ЕРС поздовжньої й поперечної реакції якоря;

 E_{σ} - ЕРС розсіювання обмотки якоря;

*U*_я – падіння напруги на активному опорі якірної обмотки.

З метою оцінки енергетичних показників і побудування робочих характеристик синхронного генератора розглядають його векторні діаграми.

Електромагнітна потужність трьохфазного синхронного генератора складається з потужності зовнішнього кола P_2 та теплових втрат потужності в обмотці якоря $\Delta P = 3RI_{\Phi}^2$. Цю потужність можна визначити на підставі векторних діаграм

$$P_{\rm EM} = P_2 + \Delta P \approx 3U_{\Phi} I_{\Phi} \cos \varphi = \frac{3E_{\Phi}}{X_L} U_{\Phi} \sin \theta, \qquad (1.112)$$

де θ - кут між векторами E_{Φ} , U_{Φ} (віссю полюса ротора і напрямком результуючого потоку).

Електромагнітний гальмівний момент який спричиняється валом генератора під навантаженням пропорційний потужності яку генератор віддає споживачеві

$$M_{\rm EM} = \frac{pP_{\rm EM}}{\pi f} = \frac{30P_{\rm EM}}{\pi n}, \qquad (1.113)$$

Коефіцієнт корисної дії визначається через активну потужність

$$\eta = \frac{\sqrt{3}U_{\Phi}I_{\Phi}\cos\phi}{\sqrt{3}U_{\Phi}I_{\Phi}\cos\phi + \Delta P}.$$
(1.114)

З метою застосування генераторів змінного струму на борту автомобіля зі споживачами постійного струму на виході трьохфазних синхронних генераторів встановлюють напівпровідникові випрямлячі. Такі генератори отримали назву *вентильні генератори*.

На підставі математичної моделі (1.110) з врахуванням співвідношень (1.37), (1.41), (1.42) будуються електричні характеристики синхронного вентильного генератора (рис. 1.2.7)



Рис. 1.2.7. Електричні характеристики вентильного генератора

1.2.4. Моделі та параметри напівпровідникових приладів

Основними (активними) елементами електронних пристроїв є дискретні компоненти (діод, стабілітрон, транзистор, тиристор) та мікросхеми різного функціонального призначення. До переліку електронних пристроїв автомобіля можна віднести: реле блокування стартеру системи пуску; регулятори напруги системи електропостачання; комутатори струму системи запалювання; реле поворотів системи сигналізації; блоки керування економайзером примусового холостого ходу системи живлення; реле скло очисників системи безпеки; електронні тахометри та спідометри системи контрольновимірювальних приладів.

Напівпровідниковий діод це прилад з одним *p-n* переходом, який утворено на границі двох областей з різним типом провідності (електронної та дирочної), призначений для випрямлення змінного струму. Діоди, які застосовують в колах з різною частою і формою напруги відрізняються за конструкцією та поділяються на високочастотні, низькочастотні й імпульсні. Параметри діода оцінюють за його вольт-амперною (BAX) характеристикою (рис. 1.2.8).



Рис. 1.2.8 Вольт-амперні характеристики напівпровідникових приладів: а – діоду ; б – стабілітрону

Потенційний бар'єр *p-n* переходу діода U_0 визначається контактною різністю потенціалів областей (концентрацією домішків) та тепловим потенціалом φ_T . Зворотний струм обумовлений неосновними носіями (струм насичення I_s) не залежить від висоти потенційного бар'єру U_0 та величини напруги, що прикладена у зворотному напрямку U_{3B} , але залежить від температури T. Для практичних розрахунків вплив температури на величину I_s (визначеного для початкової температури T_0) враховують емпіричною формулою [8]

$$I_{_{3B}} T \approx I_s \cdot 2^{0,13 \ T-T_0}$$
, (1.115)

Прямий струм через діод визначається через рівняння Еберса-Молла та з урахуванням падіння напруги в об'ємі кристала $\Delta U = IR_0$, визначається величиною напруги, прикладеною в прямому напрямку

$$I_{\rm np} = I_s \left(e^{\frac{U_{\rm np} - \Delta U}{\phi_T}} - 1 \right), \text{ звідки } U_{\rm np} = \phi_T \ln \left(\frac{I_{\rm np}}{I_s} + 1 \right) + I_{\rm np} R_0 \quad . \tag{1.116}$$

Диференційний опір (1.16) діоду на прямій гільці ВАХ визначається через струм діоду в прямому включенні

$$r_{\rm g} = \frac{\varphi_T}{I_{\rm np} + I_s},\tag{1.117}$$

Випрямляючі діоди характеризуються параметрами:

- максимальна напруга в зворотному напрямку $U_{_{\rm 3B.max}}$;
- максимальний постійний струм в прямому напрямку *I*_{пр.max};
- максимальний середнє значення випрямленого струму *I*_{ср.max};
- допустимий прямий струм в імпульсі *I*_{пр.i};
- середнє значення зворотного струму $I_{_{3B,cp}}$;
- середнє значення напруги в прямому напрямку $U_{\text{пр.ср}}$;
- середня потужність, що розсіюється P_{cp} .

В схемах автомобільної електроніки діод виконує функції випрямляча, елементів захисту та термостабілізації режимів.

Стабілітрон це напівпровідниковий діод, напруга на якому в області електричного пробою при зворотному зміщенні слабо залежить від струму (рис. 1.2.8, б). Стабілітрон функціонує на зворотній гільці ВАХ та характеризується наступними параметрами.

- напруга електричного пробою U_P ;
- напруга стабілізації U_{cr} при визначеному струмі I_{cr} ;

- максимальний струм стабілізації *І*_{ст.max};
- мінімальний струм стабілізації $I_{\text{ст.min}}$ при якому $U_{\text{ст}} = U_P$;
- диференційний опір на дільниці стабілізації *r*_{ст};
- температурний коефіцієнт напруги стабілізації α_{cr} .

Перевищення допустимого зворотного струму $I_{ct.max}$ викликає тепловий пробій та вихід стабілітрона з ладу. Коефіцієнт температурної стабілізації α_{ct} характеризує постійність напруги, що підтримується на стабілітроні при визначеному режимі

$$\alpha_{\rm ct} = \frac{dU_{\rm ct}}{U_{\rm ct}} \cdot \frac{1}{dT} \cdot 100\%$$
 при $I_{\rm ct} = const$. (1.118)

Для підвищення температурної стабільності характеристики послідовно з стабілітроном включають діод з температурним коефіцієнтом напруги протилежного знака.

В схемах автомобільної електроніки стабілітрон використовують для стабілізації напруги, як опорний рівень напруги в схемах порівняння та як елемент захисту транзисторів від пробоїв.

При практичних розрахунках ВАХ діода та стабілітрона апроксимують до кусочно-лінійного вигляду та використовують відповідні моделі (рис. 1.2.9).



Рис. 1.2.9. Схеми заміщення в статичному та динамічному режимах: а – діоду; б – стабілітрону

Характеристики (рис. 1.2.8), наведені формули та схеми заміщення (рис. 1.2.9) являють моделі діодів в графічному аналітичному та схемному вигляді. *Транзистор* (від англ. transfer resistance – перетворення опору) це напівпровідниковий прилад, який використовується для підсилення потужності (напруги, струму). В залежності від будови та принципу дії транзистори поділяють на біполярні та польові (уніполярні).

Біполярний транзистор (рис. 1.2.10, а) – прилад, в якому підсилювання сигналу відбувається за рахунок процесів, що відбуваються в трьохшаровій напівпровідниковій структурі з двома *p-n* переходами. Характеризуються достатньо низьким вихідним опором та в залежності від чередування типу електропровідності областей бувають *p-n-p* та *n-p-n* структури.

Польовий транзистор (рис. 1.2.10, б, в, г) – підсилюючий прилад, в якому робочі процеси відбуваються за рахунок рухомих носіїв заряду одного типу провідності. У польових транзисторів вхідний опір значно вище ніж у біполярних.



Рис. 1.2.10 Схемне позначення транзисторів: а – біполярний; б – польовий з *p-n* переходом; в – польовий з вбудованим каналом; г – польовий з індукованим каналом

В залежності від будови та технології виготовлення польові транзистори поділяють на транзистори з *p-n* переходом і з ізольованим затвором (вбудованим або індукованим).

В залежності від того, який електрод транзистора є спільним для вхідного $U_{\rm BX}$ і вихідного $U_{\rm BUX}$ сигналу, розрізняють три схеми включення транзистора (рис. 1.2. 11).



Рис. 1.2.11. Схеми включення транзистора: а – з спільною базою (СБ); б – з спільним емітером (СЕ); в – з спільним колектором (СК)

Для схеми з СБ характерно: низький вхідний опір; температурна стабілізація краще ніж в схемі з СЕ; малий коефіцієнт передачі струму (α =0,95...0,99). В схемі з СЕ: вхідний опір транзистора значно більший ніж в схемі з СБ. коефіцієнт підсилення струму β сягає декількох десятків; забезпечується можливість живлення від одного джерела напруги; гірша в порівнянні зі схемою з СБ температурна стабільність. В схемі з СК (емітер ний повторювач): високий коефіцієнт підцієнт прямої передачі струму; високий вхідний опір; коефіцієнт підсилення напруги не більше одиниці [8].

По відношенню до струмів в електродах транзисторів діє перший закон Кірхгофа (1.8). Так для біполярних транзисторів можна записати

$$I_{\rm E} = I_{\rm b} + I_{\rm K}. \tag{1.119}$$

Для схеми з спільним емітером вхідною характеристикою є залежність $I_{\rm E} = f(U_{\rm EE})$ при $U_{\rm KE} = {\rm const.}$ в вихідною $I_{\rm K} = f(U_{\rm KE})$ при $I_{\rm E} = {\rm const.}$ В динамічному режимі коефіцієнт передачі струму бази визначається на підставі вихідної характеристики

$$\beta = \frac{\Delta I_{_{\rm BHX}}}{\Delta I_{_{\rm BX}}} \bigg|_{\rm CE} = \frac{\Delta I_{_{\rm K}}}{\Delta I_{_{\rm F}}}.$$
(1.120)

Напруга живлення $E_{\rm K}$ (рис. 1.2.11, б) згідно другого закону Кірхгофа (1.9) розподіляється між вихідним колом транзистора і обмежуючим опором $R_{\rm K}$

$$E_{\rm K} = U_{\rm KE} + I_{\rm K} R_{\rm K}. \qquad (1.121)$$

Транзистор, який працює в лінійний області робочих характеристик, аналізується як активний лінійний чотирьохполюсник. Робочі характеристики транзистору, при цьому, можна записати в аналітичній формі (через H – параметри), та надати математичну модель у вигляді лінійних рівнянь [8, 14]

$$\begin{cases} u_{\rm EE} = H_{11}i_{\rm E} + H_{12}u_{\rm KE} \\ i_{\rm K} = H_{21}i_{\rm E} + H_{22}u_{\rm KE} \end{cases}.$$
 (1.122)

Розглядаючи режим холостого ходу на вході $(i_{\rm E} = 0)$ та короткого замикання на виході $(u_{\rm KE} = 0)$ визначають коефіцієнти рівнянь

$$H_{11} = \frac{u_{\rm EE}}{i_{\rm E}} \bigg|_{u_{\rm KE}=0}, \ H_{12} = \frac{u_{\rm EE}}{u_{\rm KE}} \bigg|_{i_{\rm E}=0}, \ H_{21} = \frac{i_{\rm K}}{i_{\rm E}} \bigg|_{u_{\rm KE}=0}, \ H_{22} = \frac{i_{\rm K}}{u_{\rm KE}} \bigg|_{i_{\rm E}=0}.$$
(1.123)

Фізично ці параметри розуміються так: H_{11} - вхідний опір; H_{12} - зворотна передача напруги; H_{21} - пряма передача струму (коефіцієнт підсилювання струму); H_{22} - вихідна провідність.

В залежності від режиму в якому працює транзистор в області лінійного підсилювання при розрахунках розглядають різні схемні моделі транзистора (рис. 1.2.12)



Рис. 1.2.12. Схеми заміщення біполярного транзистора який працює в лінійній області: а – через *H* – параметри; б – в статичному режимі; в –в динамічному режимі

На схемах позначено: $r_{\rm b}$ – опір області бази; $g_{\rm K}$, $g_{\rm E}$, $g_{\rm KE}$ – провідності відповідних областей та дільниць; $C_{\rm E}$, $C_{\rm K}$ – бар'єрні ємності переходів; S – крутизна ВАХ (провідність прямої передачі) [14].

Для транзистора, який функціонує в лінійному режимі розподіл потенціалів між електродами визначає пряме зміщення емітерного переходу та зворотне зміщення колекторного переходу.

В ключових станах транзистор характеризується параметрами постійного струму (стані відсічки) та параметрами великого сигналу (в стані насичення). Для схеми включення з СЕ:

– зворотний струм колектора $I_{\rm K0}$;

- зворотний струм емітера I_{E0} ;
- струм колектора насичення $I_{\rm KH}$;
- напруга насичення на виході транзистора *U*_{КЕН};
- струм бази насичення $I_{\rm БH}$;
- напруга насичення на вході транзистора $U_{\text{БЕН}}$.

Значення параметрів великого сигналу залежать від положення навантажувальної прямої AC (напруги живлення $U_{\mathcal{K}}$ та опору в колі колектору $R_{\mathcal{K}}$) та їх можна ввизначити на підставі робочих характеристик транзистора (рис. 1.2.13).



Рис. 1.2.13. До визначення параметрів великого сигналу транзистора: а – вхідна характеристика; б – вихідні характеристики

Пряма AC перехрещується з границею насичення в точці B. За координатами точки B визначають параметри великого сигналу відчиненого транзистора $I_{\rm KH}$, $U_{\rm KH}$, $I_{\rm EH}$ при заданих $U_{\rm W}$ і $R_{\rm H}$. Значення $I_{\rm EH}$ відкладають на вхідній характеристиці та визначають напругу на вході транзистора $U_{\rm EH}$, яка необхідна для забезпечення режиму насичення. Відношення струмів на вході і виході транзистора визначають напругу на вході транзистора иструмів на вході і виході транзистора визна-

При розрахунках ключових схем електроніки використовують інваріантні параметри, які визначаються на підставі параметрів великого сигналу. Інваріантними параметрами транзистора у режимі насичення є вихідний та вхідний опори і статичний коефіцієнт передачі струму. Якщо характеристики (рис. 1.2.13) апроксимувати до лінійного вигляду (пунктирне позначення), то інваріантні параметри легко розрахувати на підставі формул

$$r_{\rm EH} = \frac{U_{\rm EEH} - U_{\rm E0}}{I_{\rm EH}}, \qquad r_{\rm KH} = \frac{U_{\rm KEH}}{I_{\rm KH}}, \qquad \beta_{\rm C} = \frac{I_{\rm KH}}{I_{\rm EH}}.$$
 (1.124)

Відповідно до цих параметрів при розрахунках користуються спрощеною схемою заміщення транзистора (рис. 1.2.14).



Рис. 1.2.14. Схеми заміщення транзисторів у стані насичення: а – *n-p-n* структури; б – *p-n-р* структури

Для поліпшення ключової здатності транзистора у стані насичення, на його вхід подають напругу, яка перевищує розрахункові значення (забезпечується певна ступінь насичення). Кількісно ступінь насичення транзистора визначається відношенням струму бази який забезпечено $I_{\rm b}$ до струму бази насичення $I_{\rm bH}$

$$s = \frac{I_{\rm b}}{I_{\rm bH}},$$
 за умовою $I_{\rm b} > I_{\rm bH}.$ (1.125)

У транзистора, який перебуває у стані відсічки, обидва переходи зміщені у зворотному напрямку, а в стані насичення – в прямому напрямку.

Перехід транзистора з одного ключового стану в інший відбувається протягом певного часу, який обумовлено ємністю *p-n* переходів (час затримки фронту $t_{3\Phi}$ та формування зрізу $t_{\Phi 3}$), кінцевим часом дифузії зарядів через область бази (час формування фронту $t_{\Phi \Phi}$) та процесом розсмоктування надлишкових зарядів, накопичених в області бази (час розсмоктування зарядів t_{P3}). В результаті час відчинення $t_{0/1}$ та зачинення $t_{1/0}$ транзистора складають [8]

$$t_{0/1} = t_{3\Phi} + t_{\Phi\Phi} = r_{\rm b}C_{\rm b}\ln\frac{U_{\rm bH}}{U_{\rm bH} - U_{\rm b0}} + \tau_{\rm e}\ln\frac{\beta I_{\rm b}}{\beta I_{\rm b} - I_{\rm KH}}, \qquad (1.126)$$

$$t_{1/0} = t_{P3} + t_{\Phi3} = \tau_{e} \ln \frac{\beta (I_{b} - I_{b0})}{I_{KH} + \beta I_{b0}} + \tau_{e} \ln \frac{I_{KH} - \beta I_{b0}}{\beta I_{b0}} , \qquad (1.127)$$

де $C_{\rm b}, r_{\rm b}$ - вхідні ємність й опір транзистора;

 $U_{\rm E0}$ – потенційний бар'єр емітерного переходу;

*U*_{БН} – напруга на вході в режимі насичення;

 $I_{\rm E0}$ – початковий струм по входу;

 $I_{\rm b}$ – струм бази, що перевищує межу насичення;

 $I_{\rm KH}$ – струм колектора в режимі насичення;

 $\tau_{e} = \tau_{\beta} + r_{\kappa}C_{\kappa}(\beta+1)$ - еквівалентна постійна часу;

 $\tau_{_{B}} = 1/2\pi f_{_{TP}}$ - постійна часу транзистора;

 $f_{\rm rp}$ - гранична частота транзистора;

*C*_K, *r*_K - ємність й опір колекторного переходу;

β - коефіцієнт підсилення струму.

При роботі транзистора в ключовому режимі на індуктивне навантаження (обмотка збудження, котушка запалювання, виконавчі електродвигуни, електромагнітні реле) значна увага приділяється граничним режимам, які характеризуються допустимими значеннями параметрів транзистора: - максимальна постійна напруга U_{КЕ.max};

- максимальна імпульсна напруга U_{KE.max.i};

- допустимий постійний або імпульсний струм колектора $I_{\text{K.max}}$, $I_{\text{K.max,i}}$;

- допустимий постійний або імпульсний струм бази I_{Б.max}, I_{Б.max.i};

- максимальна потужність, що розсіюється транзистором при постійному стумі або в імпульсному режимі *P*_{K.max}, *P*_{K.max,i};

- гранична позитивна температура *T*_{K.max}.

Значення цих параметрів обумовлені можливістю пробою транзистора (первинного зворотного та вторинного не зворотного). *Первинний пробій* за природою виникнення буває лавинним, тепловим або токовим.

Лавинний (електричний) пробій спричиняється надмірною напругою переходу, який зміщено у зворотному напрямку. Транзистор в умовах лавинного пробою характеризується коефіцієнтом лавинного розмноження [14]

$$\xi = \left[1 - \left(\frac{U_{_{3B}}}{U_{_{\Pi}}}\right)^2\right]^{-1}, \qquad (1.128)$$

де $U_{_{3B}}$ - зворотна напруга прикладена до p-n переходу;

 U_{Π} - напруга лавинного пробою.

При $U_{_{3B}} \rightarrow U_{\Pi}$ коефіцієнт $M \rightarrow \infty$. В цьому випадку струм колектора I_{K} необмежено зростає, а струм у колі бази I_{E} зменшується

$$I_{\rm K} = \beta I_{\rm E} + I_{\rm K0} \ \xi, \qquad I_{\rm E} = I_{\rm E} - \beta I_{\rm E} + I_{\rm K0} \ \xi.$$
(1.129)

Якщо база відключена ($I_{\rm K} = I_{\rm E}$) струм колектора зростає при меншій напрузі за рахунок додатного зворотного зв'язку в структурі транзистора (ефект емітерного перемноження)

$$I_{\rm K} = \frac{I_{\rm K0}\xi}{1 - \beta\xi}.$$
 (1.130)

Підвищення електричної міцності зачиненого транзистора на граничних режимах досягають подачею на вхід транзистора інверс-

ної напруги $U_{\rm b} < 0$ (рис. 1.2.15, а) або шунтуванням емітерного переходу резистором $R_{\rm b}$ (рис. 1.2.15, б).



Рис. 1.2.15. Вольт-амперні характеристики біполярного транзистора при лавинному пробої: а – при різних потенціалах бази; б – при різних опорах на входах

3 рис. 1.2.15, б видно, що напруга пробою колекторного переходу $U_{\rm KE,\Pi}$ більша за напругу пробою повної структури транзистора $U_{\rm KE,\Pi}$. При пассивному запиранні максимальна напруга, яку витримує транзистор визначається з формули

$$U_{\text{KE},R} = U_{\text{KE},\Pi} \sqrt{1 - \frac{R_{\text{B}}\beta}{R_{\text{E}} + R_{\text{B}}}},$$
 (1.131)

де $R_{\rm E}$ - опір кола емітера.

Тепловий пробій виникає в наслідок різкого підвищення температури *p*-*n* переходу T_V . Тепловий режим транзистора на якому розсіюється потужність P_V оцінюється за його *тепловим опором* відносно температури корпуса або оточуючого середовища T_C

$$R_{tV} = \frac{T_V - T_C}{P_V}.$$
 (1.132)

При імпульсних струмах тепловий опір визначається тривалістю дії і формою імпульсу струму (обумовлюється в довідниках).

Допустима потужність, яка розсіюється транзистором $P_{V.max} = U_K I_K - const$ (гіпербола обмеження потужності на вихідній характеристиці) пов'язана з його тепловими характеристиками

$$P_{V.\max} = \frac{T_{V.\max} - T_{C}}{R_{tV}},$$
 (1.133)

де $T_{V.max}$ =200°С для кременю і 150°С для германія.

Оскільки при означених $T_{\rm C}$ і R_{tV} потужність, що розсіюється транзистором визначає температуру переходу, то гіпербола обмеження потужності і є границею виникнення теплового пробою.

Пробій струмом виникає у випадку коли струм транзистора за деяких причин починає перевищувати допустимі значення. Максимальне значення струму колектора визначається на підставі рівності загального рухомого заряду і загального просторового заряду в структурі транзистора

$$I_{\text{K.max}} = C_{\text{K}} E_{\Pi} V_S, \qquad (1.134)$$

де $C_{\rm K}$ - ємність колекторного переходу;

 $E_{\Pi} \approx 10^5 \,\mathrm{B/cm}$ - пробивна напруженість поля;

 $V_s \approx 6.10^6$ см/с - швидкість насичення дрейфу носіїв заряду.

На практиці значення $I_{K.max}$ реєструють при зниженні коефіцієнта передачі струму β до певного значення.

Вторинний пробій при певних умовах наступає після одного з первинних пробоїв або виникає відразу при надмірних перевищеннях напруги на колекторі. Для розвитку вторинного пробою потрібен певний час (час затримки розвитку пробою t=1...100мкс). На рис. 1.2.16, а показані маршрути робочої точки транзистора при розвинені пробою (криві a - 3 лінійної області, b - 3 стану пасивного запирання, c - 3 стану активного запирання).

Зона безпечної роботи транзистора визначає межі інтервалу відхилень його робочої точки, в якому виключається ймовірність будь-якого режимного пробою. Згідно рис. 1.2.16, б: поз. 1...4 – границі обмеження відповідно пробою струмом, теплового, вторинного та лавинного пробою в статичному режимі (суцільні лінії); $t_1 > t_2 > t_3$ >t₄ – тривалість імпульсів струму (напруги) колектора при імпульсних навантаженнях (пунктирні лінії).



Рис. 1.2.16. Вольт-амперні характеристики біполярного транзистора: а – процес розвитку вторинного пробою; б - зони безпечної роботи

Керований тиристор (тринистор) – трьохелектродний напівпровідниковий прилад, який має чотири області, які чередується за типом провідності, та три *p-n* переходи.

Чотирьох шарову структуру тиристора (рис. 1.2.17, а) можна замістити еквівалентною схемою транзисторів, які пов'язані позитивним зворотним зв'язком (рис. 1.2.17, б).



Рис. 1.2.17. Керований тиристор: а – структура; б – схема заміщення; в – вольт-амперна характеристика; г – схемне позначення

Вольт-амперна характеристика такого приладу має дільницю з негативним диференціальним опором (рис. 1.2.17, в). Напруга підводиться до тиристора, в напрямку від анода (А) до катода (К). Керування тиристором здійснюють через керуючий електрод (КЕ), який може бути катодним або анодним (рис.1.2.17,в). При відсутності струму керування $I_{\rm K}=0$, тиристор відчиняється (пробивається без пошкодження) при напрузі $U_{\rm вкл}$ та зачиняється при зниженні прикладеної напруги до рівня $U_{\rm BC}$ (або обмеженні струму до рівня $I_{\rm y}$).

При подачі імпульсу струму $I_{\rm K}$ відбувається примусове відчинення тиристора (або зниження напруги пробою). Імпульс струму $I_{\rm K}$ зворотної полярності викликає зачинення тиристору. Тиристори характеризуються параметрами:

- напруга включення (пробою) *U*_{вкл};

- падіння напруги у відчиненому стані U_{BC};
- максимальна напруга в зворотному напрямку $U_{_{\rm 3B.max}}$;
- максимальний струм в прямому напрямку *I*_{пр.max};
- струми керування, що зачиняють та відчиняють *I*_к;
- струм утримання *I*_У;
- диференційний опір у відчиненому стані *r*_д;
- потужність, що розсіюється при заданому режимі *P*;
- часові параметри динамічного режиму.

Характерним для тиристора є значні робочі напруги $U_{\rm вкл}$ і струми $I_{\rm пр.max}$ та низький опір (0,01...0,001 Ом) у відчиненому стані. В схемах автомобільної електроніки тиристор застосовується як комутуючий пристрій в системах запалювання з накопиченням енергії в ємності.